

Clase 4 – Curso series de tiempo en R - CEPAL

Modelos VAR y métricas de evaluación de proyecciones



NACIONES UNIDAS



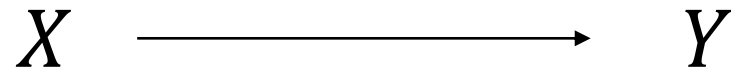
Contenidos de la clase

- **Modelos VAR**
- **Métricas de evaluación de proyecciones**

¿Por qué un modelo VAR?

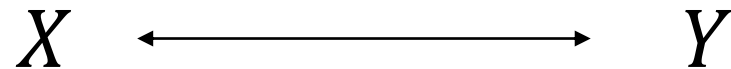
En los modelos que veníamos trabajando hasta ahora se presentaba una relación unidireccional desde una variable exógena a una variable completamente endógena:

Relación unidireccional



Sin embargo, en la práctica es posible encontrar variables que se afectan mutuamente, incluso variables de política que reaccionan ante cambios en las condiciones de mercado:

Relación bidireccional



¿Por qué un modelo VAR?

El problema de la causación mutua podría ser abordado de dos formas:

- **Modelo estructural:** se plantea una ecuación por cada variable endógena permitiendo que haya interacciones entre las distintas variables del modelo. No todas las variables aparecen en todas las ecuaciones del modelo. En el planteo de cada una de las ecuaciones se asumen supuestos teóricos sobre el comportamiento de las variables. Se suelen estimar por MCO o por Bayes.
- **Modelo VAR:** en su versión más simple, se plantea una ecuación por cada variable y cada una de ellas depende de los valores pasados de sí misma y del resto de las variables. Se suele ser decir que capta las relaciones de causación mutua entre las variables de forma “ateórica” en el sentido que el efecto de una variable sobre la otra surge del valor de los parámetros estimados, y no de la forma en la que está planteada cada ecuación. Todas las variables son endógenas y tratadas de forma simétrica. Se estiman por MCO.

Modelo VAR

Ejemplo: inflación y depreciación del tipo de cambio

La suba del tipo de cambio afecta a la inflación, pero también una mayor inflación podría afectar la decisión de política cambiaria:

- El BC podría decidir intervenir para que el tipo de cambio suba menos y contribuir a bajar la inflación.
- El BC podría decidir intervenir para que el tipo de cambio suba más y que el tipo de cambio real no se atrase.

Depreciación TC \longleftrightarrow *Inflación*

Modelo VAR(1) de dimensión 2

$$y_{1,t} = c_1 + \phi_{11,1} y_{1,t-1} + \phi_{12,1} y_{2,t-1} + e_{1,t}$$

$$y_{2,t} = c_2 + \phi_{21,1} y_{1,t-1} + \phi_{22,1} y_{2,t-1} + e_{2,t}$$

Donde $e_{1,t}$ y $e_{2,t}$ son procesos de ruido blanco que podrían estar contemporáneamente correlacionados. El coeficiente $\phi_{ii,l}$ captura el efecto del rezago l de la variable y_i sobre si misma, y el coeficiente $\phi_{ij,l}$ captura el efecto del rezago l de la variable y_j sobre y_i .

Si las series son estacionarias, las proyectamos ajustando un VAR a los datos directamente (**VAR en niveles**). Si son no estacionarias, tomamos la primera diferencia de las variables (**VAR en diferencias**). En ambos casos el modelo se estima ecuación por ecuación usando MCO. El planteo sería distinto si hubiera una relación de cointegración entre las variables (ver bibliografía).

Proyección con un modelo VAR

Se establece un error de cero y se reemplaza por los coeficientes estimados hasta el período T. Los valores desde el período T+1 son proyectados con el modelo.

Proyección de un período hacia adelante

$$\hat{y}_{1,T+1|T} = \hat{c}_1 + \hat{\phi}_{11,1}y_{1,T} + \hat{\phi}_{12,1}y_{2,T}$$

$$\hat{y}_{2,T+1|T} = \hat{c}_1 + \hat{\phi}_{21,1}y_{1,T} + \hat{\phi}_{22,1}y_{2,T}$$

Proyección de dos períodos hacia adelante

$$\hat{y}_{1,T+2|T} = \hat{c}_1 + \hat{\phi}_{11,1}y_{1,T+1} + \hat{\phi}_{12,1}y_{2,T+1}$$

$$\hat{y}_{2,T+2|T} = \hat{c}_1 + \hat{\phi}_{21,1}y_{1,T+1} + \hat{\phi}_{22,1}y_{2,T+1}$$

Aspectos a tener en cuenta

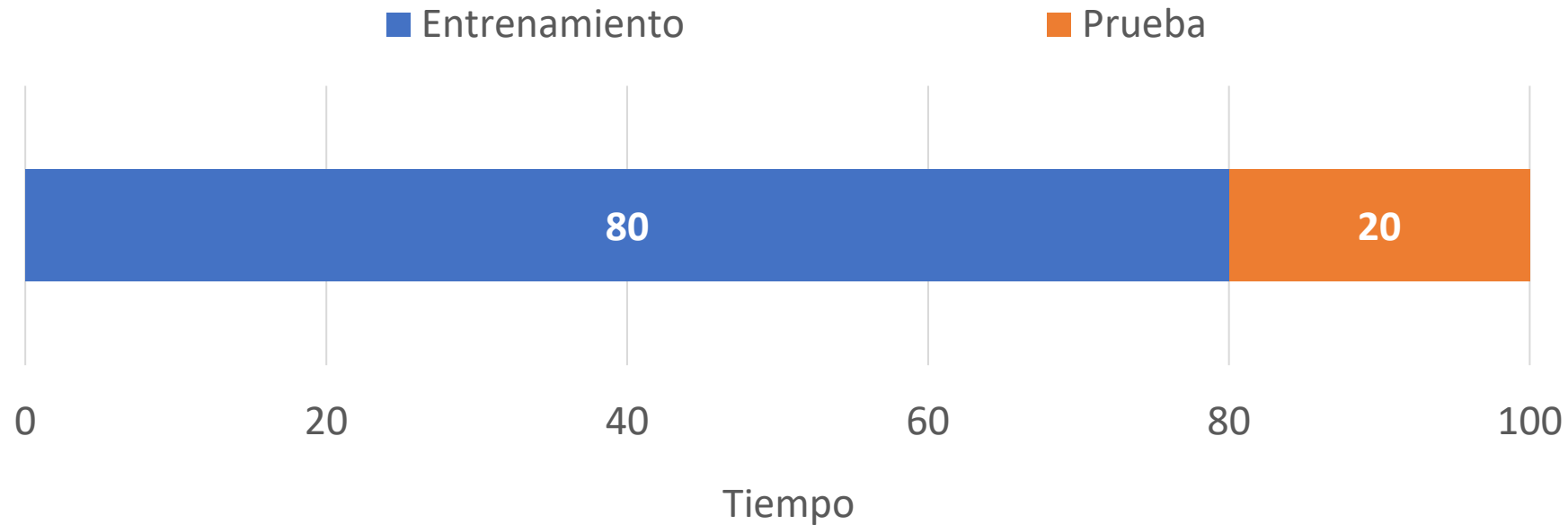
- Hay dos decisiones a tomar cuando se estima un VAR: (i) cantidad de variables (dimensión) y (ii) cantidad de rezagos (orden).
- Estas decisiones determinan la cantidad de parámetros. Por ejemplo, en un VAR de 5 variables y 3 rezagos, tenemos 16 coeficientes por ecuación (15 más la constante), alcanzando un total de 80 coeficientes. Cuántos más coeficientes sean necesarios, mayor será el error de estimación de la proyección.
- En la práctica, es usual tener poca cantidad de rezagos y solo incluir las variables que están correlacionadas entre sí.
- La cantidad de rezagos más apropiada puede ser determinada utilizando los criterios vistos en la clase 2 (AIC y BIC).

Evaluación de la precisión de la proyección

- A la hora de evaluar la precisión de las proyecciones es importante hacerlo sobre proyecciones reales. Por este motivo, los residuos muestrales no son un indicador confiable para este fin, y es necesario evaluar la precisión de las proyecciones sobre nuevos datos que no fueron utilizados para ajustar el modelo.
- Para ello se requiere separar la información disponible en dos porciones: entrenamiento y prueba, donde la porción de entrenamiento es usada para estimar los parámetros del modelo y la de prueba para evaluar su precisión para realizar proyecciones.

Evaluación de la precisión de la proyección

El tamaño de la muestra de prueba es comúnmente el 20% de la muestra total. No obstante ese valor depende de qué tan grande sea la muestra y cuán extenso sea el período que se quiere proyectar hacia adelante. La muestra de prueba debería ser idealmente al menos tan grande como el horizonte de proyección.



Evaluación de la precisión de la proyección

- Siempre es importante tener en cuenta que un modelo que ajuste bien a los datos de entrenamiento no necesariamente proyecta bien. Un ajuste perfecto siempre puede obtenerse usando un modelo con una suficiente cantidad de parámetros. Sobreajustar un modelo a los datos es tan malo como fallar en identificar patrones sistemáticos.
- Si el modelo está sobreajustado a los datos puede suceder que estemos captando el componente aleatorio de la serie que no será el mismo cuando lo probemos en otra muestra. Por lo tanto va a dar lugar a un peor desempeño predictivo cuando salgamos de la muestra de entrenamiento.
- Algunas autores describen el conjunto de prueba como el “conjunto de reserva” porque estos datos se “excluyen” de los datos utilizados para el ajuste. Otros autores llaman al conjunto de entrenamiento los “datos dentro de la muestra” y al conjunto de prueba los “datos fuera de la muestra”.

Error de proyección

El error de proyección es la diferencia entre el valor observado y su proyección. La palabra “error” hace referencia a la parte impredecible de cada observación.

$$e_{T+h} = y_{T+h} - \hat{y}_{T+h|T}$$

Notar que los errores de proyección son diferentes en dos sentidos a los residuos:

1. Los residuos son calculados sobre la muestra de entrenamiento, mientras que los errores de pronóstico son calculados sobre la muestra de prueba.
2. Los residuos están basados en proyecciones un período hacia adelante, mientras que los errores de pronóstico pueden involucrar varios períodos hacia adelante.

Métricas para evaluar la precisión de las proyecciones

Podemos medir la precisión de las proyecciones resumiendo los errores de pronóstico a partir del cálculo de las siguientes tres métricas:

1. **Mean Absolute Error: MAE**

$$MAE = mean(|e_t|)$$

2. **Root Mean Squared Error: RMSE**

$$RMSE = \sqrt{mean(e_t^2)}$$

3. **Mean Absolute Percentage Error: MAPE**

$$MAPE = mean\left(\left|100 * \frac{e_t}{y_t}\right|\right)$$

¿Qué métrica usar?

1. **MAE:** se usa para una o varias series de tiempo con la misma escala. Un modelo de pronóstico que minimice el MAE conducirá a pronósticos de la mediana y por lo tanto será menos sensible a valores atípicos.
2. **RMSE:** se usa para una o varias series de tiempo con la misma escala. Un modelo de pronóstico que minimice el RMSE conducirá a pronósticos de la media y será más sensible a los valores atípicos. Por este motivo puede ser útil para investigar la presencia y características de valores atípicos.
3. **MAPE:** se usa para una o varias series de tiempo que pueden no tener la misma escala. También tiene desventajas: es indefinido o infinito cuando la variable es cero, o tiene valores extremos cuando está cercana a cero.

En resumen...

- Los **modelos VAR** son útiles cuando queremos proyectar una variable (o un conjunto de variables) cuyas explicativas no las podemos asumir como estrictamente exógenas, y debemos poder captar las relaciones de interdependencia entre ellas.
- En los modelos VAR más simples se trata de manera simétrica a todas las variables: se asume que todas son endógenas. Por este motivo es que son modelos desprovistos de teoría: no se realizan supuestos *ex ante* sobre cómo es que se relacionan.
- Para evaluar qué tan preciso es un modelo para proyectar podemos calcular el **error de pronóstico** sobre un conjunto de datos que no fueron utilizados para ajustar los coeficientes del modelo (muestra de control).
- Con los errores de pronóstico luego podemos construir indicadores que nos permitan comparar entre distintos modelos. Para modelos estimados sobre una misma variable o sobre variables con la misma escala, podemos utilizar el **MAE** y el **RMSE**. Para el resto de los casos podemos utilizar el **MAPE**.

Bibliografía

- **Enders, W.** (2008). Applied econometric time series. John Wiley & Sons.
- **Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G.** (2018) Forecasting: principles and practice, 2nd edition, OTexts: Melbourne, Australia. [OTexts.com/fpp2](https://otexts.com/fpp2).
- **Wooldridge, J. M.** (2015). Introductory econometrics: A modern approach. Cengage learning.