



Universidad Nacional de Lanús

DDPyT

Licenciatura en Sistemas

**Guía de Elementos de Matemática
TP N° 3 B**

(Material basado en Guía compilada
por el Prof. Lic. José Vázquez)

Trabajo Práctico N° 3 B

¡Y LLEGARON LOS POLINOMIOS...!

1. Dados los polinomios:

$$P(x) = 2x + x^3 - 1 - 4x^2, \quad Q(x) = 100 - x^4 + 3x^3, \quad R(x) = 0,5x^2 - 3x + x^5 - 0,75 + 0,3x^4$$

Se pide:

a) ordenarlos según las potencias decrecientes de su variable

b) clasificarlos por su grado y número de términos,

c) hallar sus valores numéricos para los siguientes valores de la variable: $x = 3$, $x = -\frac{1}{2}$, $x = a$

2. Desarrollar las siguientes expresiones:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } (2x-3)^2 = & \text{b) } \left(-\frac{1}{2}x + \frac{2}{5}\right)^2 = & \text{c) } \left(-\frac{3}{4}x - \frac{3}{5}\right)^2 = \\ \text{d) } (2x-3)^3 = & \text{e) } \left(-\frac{1}{2}x + \frac{2}{5}\right)^3 = & \text{f) } \left(-\frac{3}{4}x - \frac{3}{5}\right)^3 = \end{array}$$

3. Dados los polinomios, $P(x) = 3x^2 - 2x + 1$, $R(x) = -3x^3 + x$, $Q(x) = -5x^4 + 2x^2 - 2$, se pide efectuar:

$$\text{a) } P(x).R(x) \qquad \text{b) } R(x).3Q(x) \qquad \text{c) } (x-1)P(x) + (x-1)R(x)$$

4. Determinar el cociente $C(x)$ y el resto de las siguientes divisiones:

$$\begin{array}{l} \text{a) } (x^3 - 3x^2 - 5x + 2) : (2x^2 - 3x) \\ \text{b) } (2x^4 - 3x^2 + 0,5) : (0,5x^3 + x - 1) \\ \text{c) } (4x^2 + 6x^3 - 2) : (x - 2) \\ \text{d) } (x^3 - 4 + 3x^2) : (x + 1) \\ \text{e) } (0,4x + 2x^2) : (-0,1 + x) \end{array}$$

5. Buscar las raíces de los siguientes polinomios y factorizarlos.

$$\begin{array}{l} \text{a) } P(x) = x^3 - 27 \\ \text{b) } Q(x) = x^5 + 32 \\ \text{c) } R(x) = x^3 - 5x^2 + 8x - 4 \\ \text{d) } S(x) = 2x^3 + 5x - 2x^2 - 5 \\ \text{e) } T(x) = 8 + x^3 + 12x + 6x^2 \\ \text{f) } U(x) = 7x^3 + 7x^2 - 4x - 4 \\ \text{g) } V(x) = x^4 - 5x^3 + 8x^2 - 4x \\ \text{h) } W(x) = x^3 - 2x^2 - 9 \\ \text{i) } X(x) = x^4 - 10x^2 + 24 \end{array}$$

6. Encontrar el polinomio de grado 3 tal que $P(3) = 5$ y $P(2) = P(-2) = P(0) = 0$
7. Encontrar un polinomio cuyo cuadrado sea $x^4 - 10x^3 + mx^2 - 50x + n$, determinando adecuadamente m y n .
8. Encontrar el valor de m para que $x^4 + mx^2 - 5x + 1$ sea divisible por $x - 1$.
9. Dividir aplicando la regla de Ruffini $25x^6 - x^4 - 2x^3 - 8x^2$ por $5x^3 - 4x^2$.
10. Dividir $3x^2 - 2x^4 + x^5 - x^3 - 2x + k$ por $4x - 5$ y determinar el valor de k para que la división sea exacta.
11. Simplificar todo lo posible las siguientes expresiones algebraicas fraccionarias.

$$\text{i) } \frac{x^2 - 10x + 25}{8x - 40} =$$

$$\text{ii) } \frac{3x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - 3x} =$$

$$\text{iii) } \frac{x^2 - x - 2}{x^2 + 4x + 3} =$$

$$\text{iv) } \frac{x^2 - x}{x^3 - 2x^2 + x} =$$

12. Resolver simplificando el resultado cuando sea posible.

$$\text{i) } \frac{x}{x-1} + \frac{2x}{x+1} + \frac{x+2}{x^2-1} =$$

$$\text{ii) } \frac{x-1}{3x} - \frac{3}{x+1} =$$

$$\text{iii) } \frac{2}{3x} + \frac{1}{6x^2} + \frac{5}{9x} =$$

$$\text{iv) } \frac{3x-1}{x^2-x} - \frac{1-x}{x} =$$

$$\text{v) } \frac{x-3}{x+3} - \frac{x+3}{x-3} + \frac{12x}{x^2-9} =$$

13. Resolver hasta llegar a la expresión más simple posible.

$$\text{i) } \left(x + \frac{3}{x+4}\right) : \left(x - 5 + \frac{18}{x+4}\right) =$$

$$\text{ii) } \left(1 + \frac{1}{x}\right) \cdot \frac{6x}{x^2-1} =$$

$$\text{iii) } \left(2x - 1 + \frac{1}{3x+2}\right) : \left(x + 1 - \frac{4}{3x+2}\right) =$$

$$\text{iv) } \frac{\frac{2}{x-1} - \frac{x-1}{x+1}}{1 + \frac{x+1}{x-1}} =$$

14. Resuelva las siguientes ecuaciones verificando el resultado.

$$\text{i) } \frac{x^2+4}{x-4} + 3 = \frac{20}{x-4}$$

$$\text{ii) } \frac{x+5}{x-2} - \frac{2}{x-5} = \frac{2x}{x^2-7x+10}$$

$$\text{iii) } \sqrt{2x+2} + 3 = x$$

$$\text{iv) } 2x - \sqrt{x^2-3} = (x - \sqrt{x^2-3})(x + \sqrt{x^2-3})$$

15. Se dan para resolver las siguientes situaciones:

a) Demuestre que el producto del primero y el último de tres números enteros consecutivos, es siempre una unidad menor que el cuadrado del segundo número.

b) La diferencia de los cuadrados de dos números enteros consecutivos es 15, ¿cuáles son los números?

16. Resuelva:

a) Se separan 600 gramos de azúcar de dos paquetes, de modo que el primero pesa 70 gramos más que el segundo. ¿Cuánto pesa cada paquete?

b) En una rama de un árbol hay el triple de pájaros que en otra rama. Vuelan 4 pájaros de la primera rama a la segunda y entonces ambas ramas tienen igual número de pájaros. ¿Cuánto pájaros había en cada rama?

c) A un mini recital concurrieron 85 personas, cada una de las cuales abonó su correspondiente entrada. La recaudación total fue de \$23550. Si cada varón pagó \$300 por su entrada y cada mujer \$250, ¿qué cantidad de personas de cada sexo había?

d) ¿Qué fracción es igual a $\frac{1}{3}$ cuando se suma 1 al numerador y es igual a $\frac{1}{4}$ cuando se suma 1 al denominador?

e) Este año, la edad de un padre triplica a la de su hijo. Hace 6 años, la edad del padre era 5 veces la de su hijo. ¿Qué edad tiene actualmente?

17. **Optativo. Para reactivar las neuronas...**

a) 100! ¿En cuantos ceros termina? NOTA: $100! = 100.99.98.97.....5.4.3.2.1$

b) ¿Cuántas páginas tiene un libro en cuya numeración se utilizaron 3901 dígitos?

c) El resto de dividir $P(x)$ por $(x + 2)$ es 4, si lo dividimos por $(x - 2)$ es 8 y si lo dividimos por $(x + 3)$ es 13. ¿Cuál es el resto de dividirlo por $(x + 2)(x - 2)(x + 3)$?

d) ¿Uno igual a dos? Hay un sinnúmero de “demostraciones” en Matemática, en las que se llega a resultados un tanto absurdos, en todas se comete un ilícito, ud. debe encontrarlo.

Sean a y b dos números iguales, o sea $a = b$

Multiplicamos en ambos miembros por a y nos queda : $a^2 = ba$

Restamos b^2 : $a^2 - b^2 = ba - b^2$

Factorizamos : $(a - b)(a + b) = b(a - b)$

Cancelamos $(a - b)$ $a + b = b$

Como $a = b$ $2a = a$

Luego : $2 = 1$ ¡Impresionante!

Respuestas

7. $n = 25; m = 35$

8. $m = 3$

10. $k = \frac{1635}{1024}$

11. i) $= \frac{x-5}{8} \quad \forall x \neq 5$ ¿Por qué? ii) $= \frac{3x^2-2x+1}{x-3} \quad \forall x \neq 0$ ¿Por qué?
 iii) $= \frac{x-2}{x+3} \quad \forall x \neq ?$ iv) $= \frac{1}{x-1} \quad \forall x \neq ?$

12. i) $= \frac{3x^2+2}{x^2-1}$ ii) $= \frac{x^2-9x-1}{3x^2+3x}$ iii) $= \frac{22x+3}{18x^2}$ iv) $= \frac{x+1}{x-1}$ v) $= 0$

13. i) $= \frac{x+3}{x-2}$ ii) $= \frac{6}{x-1}$ iii) $= \frac{2x+1}{x+2}$ iv) $= \frac{-x^2+4x+1}{2x^2+2x}$

14. i) $x = -7$ ii) $x_1 = -3 ; x_2 = 7$ iii) $x = 7$ iv) $x = 2$

15. b) 7 y 8 ó -8 y -7

16. a) Un paquete pesa 265g y el otro 335g. b) 12 y 4 pájaros respectivamente.
 c) 46 varones y 39 mujeres. d) $\frac{4}{15}$ e) 36 años

17. Optativo a) 24 ceros b) 1252 páginas c) $R(x) = 2x^2 + x - 2$