**Electrónica**

Informática de Gestión

Problemas Tema II

# Álgebra de Boole

# Sistemas y códigos de numeración

**2.1** Obtener la tabla de verdad de cada una de las siguientes funciones lógicas:

a) $F_1 = a \cdot \overline{b} + \overline{a} \cdot b$

b) $F_2 = (a \cdot b \cdot \overline{c} + \overline{a} \cdot c) \cdot d$

c) $F_3 = \overline{(a \oplus b) \cdot c \cdot d}$

d) $F_4 = (a + b) \cdot (c + \overline{d}) \cdot \overline{(b + \overline{a})}$

e) $F_5 = a \cdot b + c \cdot d \cdot \overline{a} + (a \oplus b)$

f) $F_6 = \overline{(c + d)} \oplus (a \cdot b)$

***Solución:***

a)

| a | b | F1 |
|---|---|---|
| 0 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | **1** |
| 1 | 1 | **0** |

b)

| a | b | c | d | F2 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| 0 | 0 | 0 | 1 | **0** |
| 0 | 0 | 1 | 0 | **0** |
| 0 | 0 | 1 | 1 | **1** |
| 0 | 1 | 0 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | 0 | 1 | **0** |
| 0 | 1 | 1 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| 1 | 0 | 0 | 1 | **0** |
| 1 | 0 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 0 | 1 | 1 | **0** |
| 1 | 1 | 0 | 0 | **0** |
| 1 | 1 | 0 | 1 | **1** |
| 1 | 1 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 1 | 1 | 1 | **0** |

c)

| a | b | c | d | F3 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| 0 | 0 | 0 | 1 | **1** |
| 0 | 0 | 1 | 0 | **0** |
| 0 | 0 | 1 | 1 | **1** |
| 0 | 1 | 0 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | 0 | 1 | **1** |
| 0 | 1 | 1 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | 1 | 1 | **0** |
| 1 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| 1 | 0 | 0 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 0 | 1 | 1 | **0** |
| 1 | 1 | 0 | 0 | **0** |
| 1 | 1 | 0 | 1 | **1** |
| 1 | 1 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 1 | 1 | 1 | **1** |

**2.2** Representar el circuito en puertas lógicas correspondiente a las funciones siguientes:

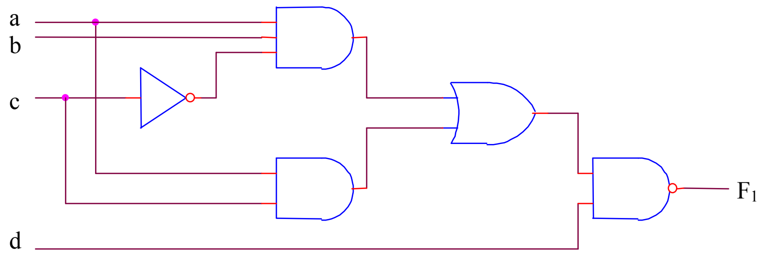
a) $F_1 = \overline{(a \cdot b \cdot \overline{c} + a \cdot c) \cdot d}$

b) $F_2 = \overline{\overline{(a_1 + a_2)} \cdot b \cdot \overline{c}}$

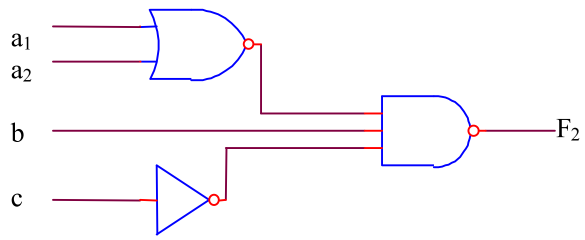
c) $F_3 = \overline{\left[(a + b) \cdot (\overline{a} + \overline{b}) \cdot \overline{(b + c)}\right]}$

***Solución:***

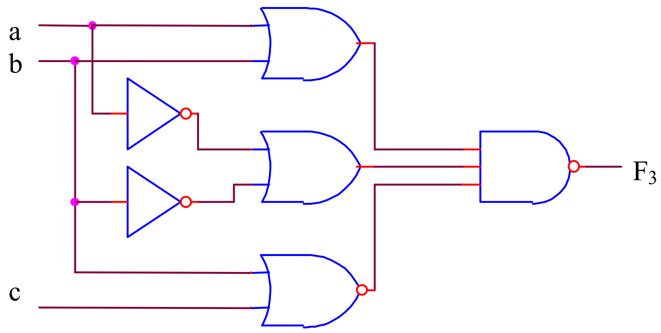
*a)*



*b)*




*c)*




**2.3** Extraer las dos formas canónicas (en minterms y en maxterms) de las siguientes tablas de verdad:

a)

| a | b | c | F1 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | **0** |
| 0 | 0 | 1 | **0** |
| 0 | 1 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | 0 | **1** |
| 1 | 0 | 1 | **1** |
| 1 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 1 | 1 | **1** |

b)

| a | b | c | d | F2 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| 0 | 0 | 0 | 1 | **0** |
| 0 | 0 | 1 | 0 | **0** |
| 0 | 0 | 1 | 1 | **1** |
| 0 | 1 | 0 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | 0 | 1 | **0** |
| 0 | 1 | 1 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| 1 | 0 | 0 | 1 | **0** |
| 1 | 0 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 0 | 1 | 1 | **0** |
| 1 | 1 | 0 | 0 | **0** |
| 1 | 1 | 0 | 1 | **1** |
| 1 | 1 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 1 | 1 | 1 | **0** |

c)

| a | b | c | d | F3 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| 0 | 0 | 0 | 1 | **1** |
| 0 | 0 | 1 | 0 | **0** |
| 0 | 0 | 1 | 1 | **0** |
| 0 | 1 | 0 | 0 | **0** |
| 0 | 1 | 0 | 1 | **1** |
| 0 | 1 | 1 | 0 | **1** |
| 0 | 1 | 1 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | 0 | 0 | **0** |
| 1 | 0 | 0 | 1 | **1** |
| 1 | 0 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 0 | 1 | 1 | **0** |
| 1 | 1 | 0 | 0 | **1** |
| 1 | 1 | 0 | 1 | **1** |
| 1 | 1 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 1 | 1 | 1 | **1** |

***Solución:***

*a) Forma canónica en minterms:*

$$F_1 = \overline{a} \cdot b \cdot c + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{b} \cdot c + a \cdot b \cdot c$$

*Forma canónica en maxterms:*

$$F_1 = (a + b + c) \cdot (a + b + \overline{c}) \cdot (a + \overline{b} + c) \cdot (\overline{a} + \overline{b} + c)$$

*b) Forma canónica en minterms:*

$$F_2 = \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c \cdot d + \overline{a} \cdot b \cdot c \cdot d + a \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d$$

*Forma canónica en maxterms:*

$$F_2 = (a + b + c + d) \cdot (a + b + c + \overline{d}) \cdot (a + b + \overline{c} + d) \cdot (a + \overline{b} + c + d) \cdot$$
$$(a + \overline{b} + c + \overline{d}) \cdot (a + \overline{b} + \overline{c} + d) \cdot (\overline{a} + b + c + d) \cdot (\overline{a} + b + c + \overline{d}) \cdot$$
$$(\overline{a} + b + \overline{c} + d) \cdot (\overline{a} + b + \overline{c} + \overline{d}) \cdot (\overline{a} + \overline{b} + c + d) \cdot (\overline{a} + \overline{b} + \overline{c} + d) \cdot (\overline{a} + \overline{b} + \overline{c} + \overline{d})$$

*c) Forma canónica en minterms:*

$$F_3 = \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} \cdot d + \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d + \overline{a} \cdot b \cdot c \cdot \overline{d} + \overline{a} \cdot b \cdot c \cdot d + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} \cdot d +$$
$$+ a \cdot b \cdot \overline{c} \cdot \overline{d} + a \cdot b \cdot \overline{c} \cdot d + a \cdot b \cdot c \cdot d$$

*Forma canónica en maxterms:*

$$F_3 = (a + b + c + d) \cdot (a + b + \overline{c} + d) \cdot (a + b + \overline{c} + \overline{d}) \cdot (a + \overline{b} + c + d) \cdot$$
$$\cdot (\overline{a} + b + c + d) \cdot (\overline{a} + b + \overline{c} + d) \cdot (\overline{a} + b + \overline{c} + \overline{d}) \cdot (\overline{a} + \overline{b} + \overline{c} + d)$$

**2.4** Expresar las siguientes funciones en sus dos formas canónicas (maxterms y minterms):

a) $F_1 = (a + b) \cdot (b + \overline{c}) \cdot (\overline{a} + \overline{c})$ b) $F_2 = a \cdot \overline{b} + a \cdot c + b \cdot \overline{c}$ c) $F_3 = \overline{a} + \overline{(b \cdot \overline{c})}$

***Solución:***

*a) En minterms:*

$$F_1 = a \cdot b \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} + \overline{a} \cdot b \cdot c + \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c}$$

*En maxterms:*

$$F_1 = (a + b + c) \cdot (a + b + \overline{c}) \cdot (\overline{a} + b + \overline{c}) \cdot (\overline{a} + \overline{b} + \overline{c})$$

*b) En minterms:*

$$F_2 = a \cdot \overline{b} \cdot c + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} + a \cdot b \cdot c + a \cdot b \cdot \overline{c} + \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c}$$

*En maxterms:*

$$F_2 = (a + b + c) \cdot (a + \overline{b} + \overline{c}) \cdot (a + b + \overline{c})$$

*c) En minterms:*

$$F_3 = \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} + a \cdot \overline{b} \cdot \overline{c} + \overline{a} \cdot b \cdot \overline{c} + \overline{a} \cdot \overline{b} \cdot c + a \cdot \overline{b} \cdot c + \overline{a} \cdot b \cdot c + a \cdot b \cdot c$$

*En maxterms:*

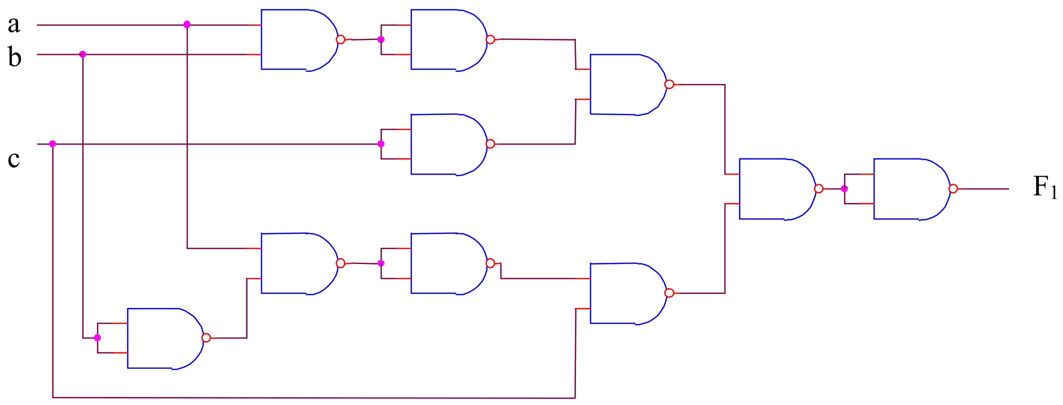
$$F_3 = \overline{a} + \overline{b} + c$$

**2.5** Implementar con puertas NAND de dos entradas las siguientes funciones:

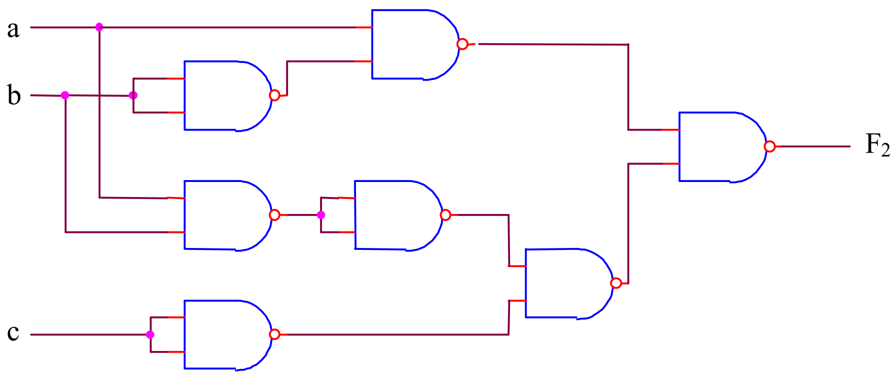
a) $F_1 = \overline{a \cdot b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot c}$ b) $F_2 = \overline{(\bar{a} + b) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + c)}$

***Solución:***

*a)* $F_1 = \overline{a \cdot b \cdot \bar{c} + a \cdot \bar{b} \cdot c} = \overline{\overline{\overline{a \cdot b \cdot \bar{c}} \cdot \overline{a \cdot \bar{b} \cdot c}}}$




*b)* $F_2 = \overline{(\bar{a} + b) \cdot (\bar{a} + \bar{b} + c)} = \overline{\overline{a \cdot \bar{b}} \cdot \overline{a \cdot b \cdot \bar{c}}}$

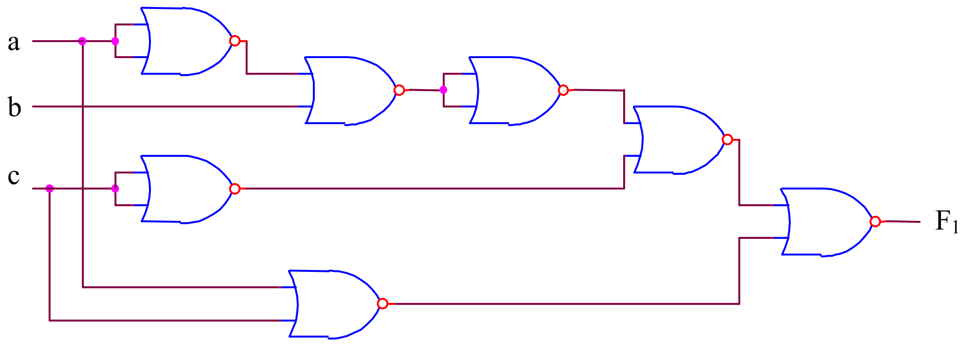



**2.6** Implementar con puertas nor de dos entradas las siguientes funciones:

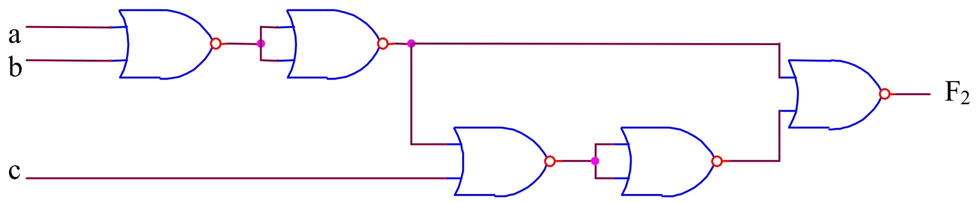
a) $F_1 = \overline{a \cdot \bar{b} \cdot c} \cdot \overline{\bar{a} \cdot \bar{c}}$ b) $F_2 = \overline{(a + b)} \cdot \overline{(a + b + c)}$

***Solución:***

*a)* $F_1 = \overline{a\cdot\bar{b}\cdot c}\cdot\overline{\bar{a}\cdot\bar{c}} = \overline{\overline{\bar{a}+b+\bar{c}}+\overline{a+c}}$




*b)* $F_2 = \overline{(a+b)}\cdot\overline{(a+b+c)} = \overline{\overline{\overline{(a+b)}}+\overline{\overline{(a+b+c)}}}$




**2.7** Simplificar por el método algebraico las siguientes expresiones:

a) $\overline{\left[a\cdot\left(\bar{b}\cdot c\right)\right]}$

b) $\overline{\left(a+\bar{b}\right)\cdot\left(\bar{c}+a\right)}$

c) $\left[(a\cdot b)\cdot a\right]+\left(b\cdot\bar{a}\right)$

d) $a\cdot b\cdot c+a\cdot\bar{b}\cdot c+a\cdot b\cdot\bar{c}\cdot d$

e) $a\cdot b\cdot c\cdot d+a\cdot b+a\cdot b\cdot d\cdot\left(\bar{e}+\bar{f}\right)$

***Solución:***

*a)* $\bar{a}+b+\bar{c}$

*b)* $\bar{a}\cdot(b+c)$

*c)* *b*

*d)* $a\cdot c+a\cdot b\cdot\bar{c}\cdot d$

*e)* $a\cdot b$

**2.8** Realizar un circuito lógico lo más simplificado posible para la activación de una lámpara, empleando tres interruptores, de forma que la lámpara solamente se encienda cuando esté activado un sólo interruptor o los tres simultáneamente.

***Solución:***

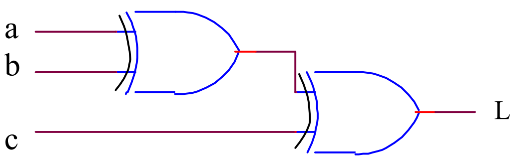
*Tabla de verdad:*

| a | b | c | L |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | **0** |
| 0 | 0 | 1 | **1** |
| 0 | 1 | 0 | **1** |
| 0 | 1 | 1 | **0** |
| 1 | 0 | 0 | **1** |
| 1 | 0 | 1 | **0** |
| 1 | 1 | 0 | **0** |
| 1 | 1 | 1 | **1** |

L=0 (lámpara apagada)
L=1 (lámpara encendida)

a,b,c=0 interruptor apagado
a,b,c=1 interruptor encendido

$$L=\overline{a}\cdot\overline{b}\cdot c+\overline{a}\cdot b\cdot\overline{c}+a\cdot\overline{b}\cdot\overline{c}+a\cdot b\cdot c=\overline{a}\cdot\left(\overline{b}\cdot c+b\cdot\overline{c}\right)+a\cdot\left(\overline{b}\cdot\overline{c}+b\cdot c\right)=$$
$$=\overline{a}\cdot\left(b\oplus c\right)+a\cdot\overline{\left(b\oplus c\right)}=a\oplus b\oplus c$$



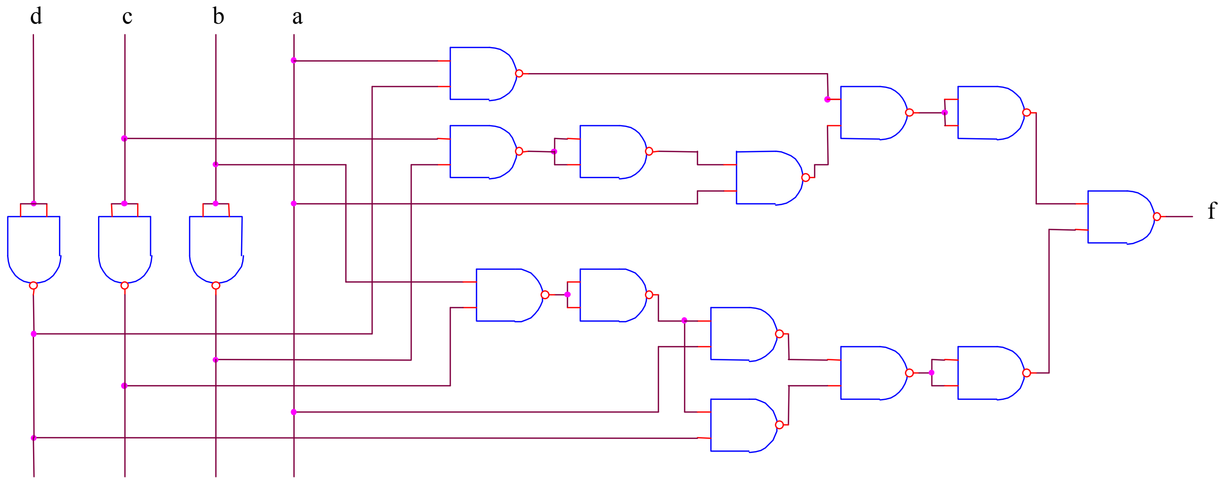

**2.9** Diseñar un circuito lógico, empleando exclusivamente puertas nand, que detecte los números primos entre el 0 y el 15, representados en binario natural. Considérese el cero como número no primo.

***Solución:***

*Tomando el número A(d,c,b,a) de entrada con d como mayor peso y a como menor peso, la función resultante en puertas NAND es la siguiente:*

$$f=\overline{\overline{\overline{d}\cdot\overline{c}\cdot b}\cdot\overline{\overline{c}\cdot b\cdot a}\cdot\overline{c\cdot\overline{b}\cdot a}\cdot\overline{\overline{d}\cdot a}}$$

*Implementación de la función anterior con puertas NAND de dos entradas:*




**2.10** Se dispone de una prensa que se pone en marcha mediante la actuación simultánea de tres pulsadores: p1, p2 y p3. si se pulsan solamente dos cualesquiera, la prensa funcionará, pero se activará una lámpara indicando manipulación incorrecta. cuando se pulse un sólo dispositi vo, también se encenderá la lámpara, pero no se activará la prensa. diseñar el circuito correspondiente utilizando únicamente puertas nand de dos o tres entradas.

***Solución:***

*Tabla de verdad:*

| a | b | c | P | L |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | **0** | **0** |
| 0 | 0 | 1 | **0** | **1** |
| 0 | 1 | 0 | **0** | **1** |
| 0 | 1 | 1 | **1** | **1** |
| 1 | 0 | 0 | **0** | **1** |
| 1 | 0 | 1 | **1** | **1** |
| 1 | 1 | 0 | **1** | **1** |
| 1 | 1 | 1 | **1** | **0** |

*P=prensa (1 si funciona y 0 si no funciona)*
*L=Lámpara (1 si se enciende y 0 si no se enciende)*

*a, b y c representan los tres pulsadores, poniéndose a 1 cuando éstos están activados.*

$$P = \overline{\overline{a \cdot b} \cdot \overline{b \cdot c} \cdot \overline{a \cdot c}}$$

$$L = \overline{\overline{\overline{a} \cdot \overline{b} \cdot \overline{c}} \cdot \overline{a \cdot b \cdot c}}$$

*El circuito lógico resultante es el siguiente:*