



Tarea 5 - Fenómenos de Transporte

Ayudante sello Ingeniería para Chile (IPCh) : Joaquín Barros
Profesor : Felipe Huerta

La tarea consiste en dos problemas de modelación y resolución computacional de fenómenos de transporte. Cada problema se debe entregar por separado en Canvas. La fecha de entrega de la tarea es el 29 de noviembre. Sin embargo, si usted entrega el problema 1 antes del 17 de noviembre, usted obtendrá un bono de **5 décimas**. El problema 2 se publicará el martes 12 de noviembre.

Problema 1

Imagina que trabajas en el Centro de Investigación en Acuicultura Sostenible, donde se investigan y desarrollan soluciones para los desafíos en la crianza de alevines. Te piden investigar la gestión de la concentración de oxígeno en los tanques de cultivo. Tu misión es diseñar un sistema que modele la concentración de oxígeno en un tanque cilíndrico, con el fin de posteriormente optimizar su diseño para garantizar un ambiente propicio para el crecimiento saludable de los alevines.

En este sistema, se utiliza un tanque cilíndrico de 2.5 metros de radio y 2 metros de altura, abierto por arriba. En el centro del tanque, en una región de radio 0.5 metros, se ha instalado un dispositivo que genera un flujo ascendente de burbujas de aire, incrementando así la concentración de oxígeno en el agua.

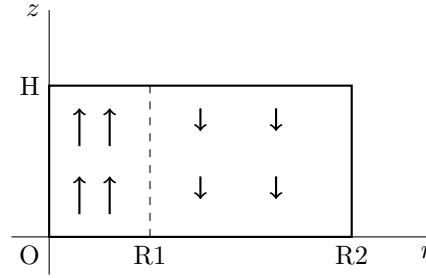


Figure 1: Sistema de cultivo post smolts en Chile Fuente: Christian Pérez-Mallea [1]

La distribución de velocidades en el tanque está dividida en dos regiones principales:

Zona 1: La región central del tanque donde ocurre la inyección de burbujas, hasta $R_1=0.5$ m. Aquí se observa un flujo ascendente de agua.

Zona 2: Esta es la zona periférica del tanque, con $0.5 \leq r \leq 2.5$ m, donde el flujo del agua es descendente. Para formular el modelo, debes considerar que ambas velocidades son constantes y que los alevines consumen oxígeno a una tasa de reacción de primer orden. El siguiente esquema describe la mitad de una sección transversal del tanque:



- 1) Si la velocidad en la zona 1 es constante e igual $v_1 = v$, calcule la velocidad en la zona 2 para cumplir con la siguiente ecuación **(0.3 pt)**:

$$\iint v(r) \cdot r \, dr \, d\theta = 0$$

- 2) A partir de un balance diferencial, demuestre que el sistema anterior puede ser descrito por la siguiente ecuación **(0.7 pt)**:

$$v_z \frac{\partial C_A}{\partial z} = D_{AB} \left(\frac{1}{r} \left(\frac{\partial C_A}{\partial r} + r \frac{\partial^2 C_A}{\partial r^2} \right) + \frac{\partial^2 C_A}{\partial z^2} \right) - k \cdot C_A$$

Asuma que la difusividad D_{AB} es constante, y que la especie A se encuentra diluida en la mezcla.

- 3) Escriba las ecuaciones para las condiciones de borde en cada pared, considere que, (i) no debe haber flux de oxígeno en las paredes cerradas ni en el eje de simetría del tanque, (ii) que en la zona donde comienzan a aparecer las burbujas (en el fondo del tanque) hay una concentración constante c_0 , y (iii) que en la zona superior del tanque hay un flux molar igual a 0 **(0.5 pt)**.

- 4) Discretice la ecuación gobernante del perfil de concentración en estado estacionario y sus condiciones de borde aplicando el método de diferencias finitas. Utilice diferencias finitas centrales de segundo orden para los términos difusivos y diferencias hacia atrás de primer orden para el término convectivo. Las condiciones de borde de Neumann deben discretizarse con diferencias hacia adelante o hacia atrás de segundo orden. **(1.5 pt)**.

- 5) Resuelva el problema a los valores de contorno 2-D utilizando el método de sobrerelajación sucesiva en Python y Jupyter Notebook. Para ello, considere que la difusividad del oxígeno en el agua es $D_{AB} = 2.1 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{s}$ y la velocidad en la zona 1 es $v_1 = 10^{-11} \text{ m/s}$. La concentración de oxígeno en la zona burbujeante es de $8 \text{ mg O}_2/\text{L-agua}$. Además, considere que el estanque se encuentra a 25°C . La constante de reacción para el consumo de oxígeno por los peces es de $k''' = 2 \times 10^{-9} \text{ 1/s}$. **(2 pts)**.

Tip: Revise el módulo 6 del MOOC

- 6) Si se denomina zona muerta a toda región con una concentración de oxígeno menor a 1 mg/L . Encuentre y grafique los puntos dentro de la zona muerta. ¿Cuáles modificaciones podrían realizarse al tanque para disminuir las zonas muertas? **(1 pt)**

References

- [1] Christian Pérez-Mallea. Chile's first post-smolt facility. <https://www.rastechmagazine.com/chiles-first-post-smolt-facility/>, nov 2022. RASTECH. Consultado el 7 de octubre de 2025.