



# Tarea 1

## Modelamiento de la mecánica de fluidos en el desbordamiento de ríos

Fecha de entrega: 15 de septiembre de 2023, 18:30, vía Canvas.

### Problema

En la tercera semana de junio del presente año, acaeció un fuerte temporal en el país, lo cual provocó grandes destrozos en las ciudades, daño en viviendas y consecuencias negativas en la flora y fauna (véase las siguientes noticias Río Mapocho y Río Maule). Según la Comisión Europea por la Acción Climática (s.f), el calentamiento global causa un aumento en la intensidad de precipitaciones y frecuencia de tormentas, lo cual puede derivar en desbordes de ríos e inundaciones si es que no existe una infraestructura preparada para prevenir desastres. Además, durante el temporal hubo una alta isoterma cero, concepto referido a la altura en donde ocurre la fusión de agua, por lo que las precipitaciones iniciaron a mayor altura en sectores cordilleranos (Coumerme, 2022). Lamentablemente, las infraestructuras en las ciudades y pueblos no estaban preparadas para controlar y disminuir los daños de un fenómeno como este, por lo que hubo cientos de damnificados y se reconoció la urgencia por prepararse contra las consecuencias del cambio climático.

Dentro de las medidas de preparación frente a nuevos temporales se estudia el cambio de infraestructura de ríos para prevenir desbordamientos. Es por esto que se le solicita a su equipo de ingenieros e ingenieras modelar el cauce de un río y evaluar las propuestas que se les entregan. Específicamente se desea estudiar el Río Mapocho en el sector El Noviciado en la comuna de Pudahuel, lugar donde hubo un desbordamiento y afectó a cientos de personas.

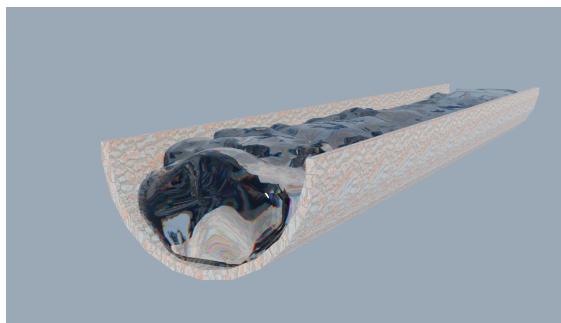
Suponga que este sector del río tiene una inclinación de  $\beta = 30^\circ$ , con una longitud real de 1000 metros (la hipotenusa del triángulo de la Figura 1).



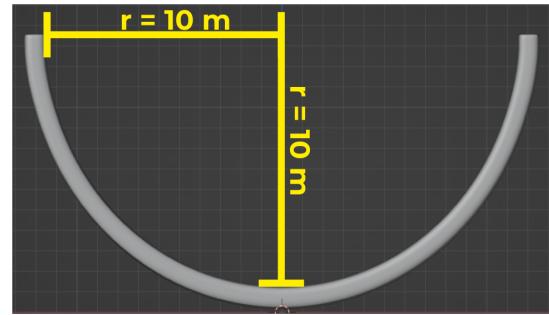
Figura 1. Diagrama de la ubicación del río y la inclinación.

1. En primer lugar, se le solicita modelar el comportamiento del caudal del río, el cual posee una geometría de medio cascarón cilíndrico recto, tal como aparece en Figura 2. Considere para las siguientes preguntas propiedades termofísicas constantes para el agua ( $\mu = 1 \text{ cP}$ ,  $\rho = 997 \text{ kg/m}^3$ ) y que es despreciable el movimiento en el eje  $\theta$ , por lo que existe velocidad solo en un eje en función de una variable.
  - a) Obtenga la expresión del perfil de velocidad  $v_z$  utilizando balances diferenciales. Escriba y justifique todos los supuestos que utilice para su desarrollo (**0,8 p**).

- b) Obtenga nuevamente la expresión del perfil de velocidad  $v_z$  utilizando las ecuaciones de Navier-Stokes. Escriba y justifique todos los supuestos que utilice para su desarrollo (**0,5 p**).
- c) Utilizando condiciones de borde apropiadas, determine el valor de las constantes obtenidas en el perfil de velocidad. Grafique el perfil de velocidad utilizando un software de su preferencia (**0,6 p**).
- d) Determine la velocidad promedio y el caudal del río. Además, calcule el número de Reynolds y concluya si el fluido es laminar o turbulento (**0,4 p**).
- e) En base al resultado de 1d, analice cómo cambiaría el caudal con el cambio de la viscosidad y el ángulo de inclinación. Si usted tuviese que diseñar un canal, ¿qué ángulo de inclinación escogería? (**0,4 p**)



(a)



(b)

Figura 2. Representación y dimensiones del río.

2. Dado al reciente desbordamiento, se están estudiando medidas para cambiar la estructura del río y así prevenir nuevos desastres. Una de las alternativas es construir muros de 3 metros al borde del río, tal como muestra la Figura 2. Para el siguiente desarrollo, considere el modelamiento exclusivo de la capa de fluido sobre la sección cilíndrica como flujo por una rendija.
- a) Dibuje un diagrama de la sección transversal, mostrando la posición del eje de coordenadas y todas las condiciones de borde necesarias para resolver el balance diferencial de momentum -z. La interfase en  $y = 0$  tiene una velocidad igual a la mitad de la velocidad promedio del cilindro en  $r = 0$  del inciso anterior (**0,3 p**).  
Hint: Modele considerando un perfil bidimensional en coordenadas cartesianas. Además, los perfiles son simétricos respecto al centro, por lo que basta modelar una de las mitades.
- b) Derive la ecuación diferencial de momentum-z y determine el perfil de presión (**1,4 p**).
- c) ¿Qué supuestos utilizados para la resolución de los perfiles de velocidad considera que no son apropiados? ¿Cuáles sí lo serían? Justifique su respuesta para cada uno de los supuestos utilizados (**0,6 p**).
3. Otra alternativa es ensanchar el río utilizando muros diagonales y cerrar la parte superior, lo cual se puede aproximar como un canal triangular cerrado, como aparece en la Figura 4.

Suponga que el perfil de velocidad para este tipo de canal está dado por:

$$v_z(x, y) = \frac{\Delta P}{4\mu L H} (y - H)(3x^2 - y^2) \quad (1)$$

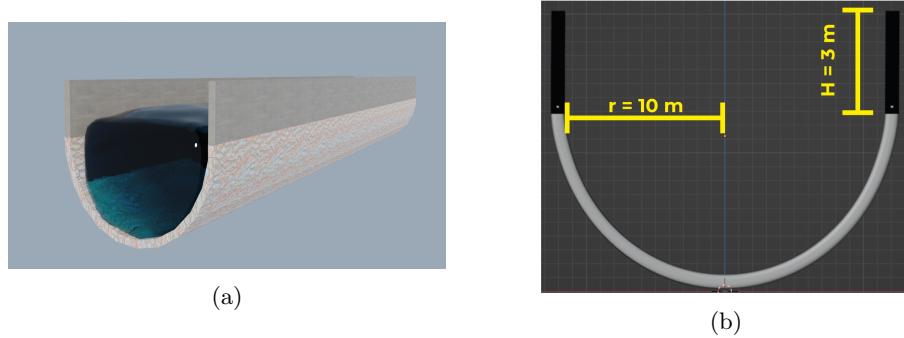


Figura 3. Representación y dimensiones del río con muros, como medida preventiva a desbordes.

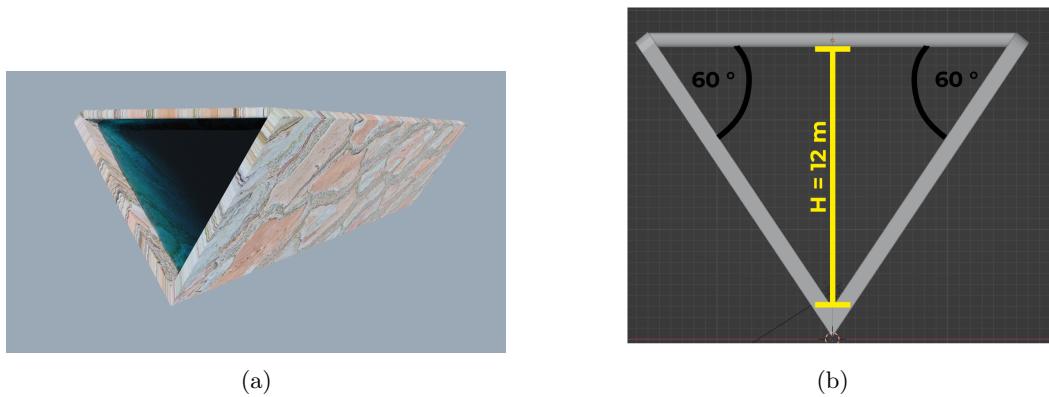


Figura 4. Representación y dimensiones del río con geometría triangular

- a) Calcule la fuerza que aplica el fluido contra las paredes laterales, para un  $\Delta P = 500 \text{ kPa}$  (**1,0 p**).

Hint: Debe integrar sobre una superficie. Para ello recuerde parametrizar y hacer el cambio de variable correspondiente. Para determinar el diferencial de superficie se utiliza:

$$\left\| \frac{\partial r}{\partial u} \times \frac{\partial r}{\partial v} \right\|$$

Donde  $r(u, v)$  es la ecuación de la superficie parametrizada. Cuando obtenga la expresión, utilice un software matemático para determinar el valor numérico.

## Referencias

Coumerme, D. (2021). *Caracterización de eventos meteorológicos extremos en la parte alta del río Maipo, Chile: efecto de eventos de lluvia sobre nieve y proyecciones por cambio climático*. Disponible en <https://repositorio.uchile.cl/handle/2250/181685>

Unión Europea por la Acción Climática (s.f). *Consecuencias del Cambio Climático*. [https://climate.ec.europa.eu/climate-change/consequences-climate-change\\_es](https://climate.ec.europa.eu/climate-change/consequences-climate-change_es)