



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS E INGENIERÍA (UNIDAD TIJUANA)

CARRERA	PLAN DE ESTUDIO	CLAVE ASIGNATURA	NOMBRE DE LA ASIGNATURA
Computación	2009-2	11348	Métodos Numéricos

PRACTICA #	LABORATORIO DE	MÉTODOS NUMÉRICOS	DURACIÓN (HORA)
2	NOMBRE DE LA PRACTICA	Aplicar los métodos de la Unidad 3	2 horas

1. COMPETENCIA

Se resolverán problemas diversos, para resolver diferentes sistemas de ecuaciones de n incógnitas, donde el usuario deberá de introducir en número de incógnitas, utilizando recursos tecnológicos, visualizando los parámetros o datos del problema y la esencia del algoritmo.

2. OBJETIVO (COMPETENCIA)

Aplicar los métodos de inversa (usando matriz identidad con Gauss simple), Gauss Jordan, Jacobi y Seidel para sistemas de ecuaciones mediante los recursos tecnológicos a problemas, económicos, químicos o de ingeniería, identificando sus ventajas y desventajas, con creatividad y responsabilidad.

3. FUNDAMENTO

Para determinar los valores x_1, x_2, \dots, x_n que en forma simultánea satisfacen un sistema de ecuaciones.

$$\begin{aligned}f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0 \\&\vdots \\f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= 0\end{aligned}$$

Tales sistemas pueden ser lineales o no lineales. En esta parte trataremos con *ecuaciones algebraicas lineales*, que tienen la forma general.

$$\begin{aligned}a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\&\vdots \\a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n\end{aligned}$$

Donde las a son los coeficientes constantes, las b son los términos independientes constantes y n es el número de ecuaciones. Todas las demás ecuaciones son no lineales.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS E INGENIERÍA (UNIDAD TIJUANA)

Método de Matriz inversa

La manera formal de obtener la solución usando álgebra matricial es multiplicando cada lado de la ecuación por la inversa de $[A]$:

$$[A]^{-1}[A]\{X\} = [A]^{-1}\{B\}$$

Como $[A]^{-1}[A]$ es igual a la matriz identidad, la ecuación se convierte en:

$$\{X\} = [A]^{-1}\{B\}$$

Por lo tanto, se ha encontrado la solución $\{X\}$ de la ecuación.

Paso 1. Este método consiste en expresar el sistema como una matriz aumentada de la forma:

$$Ax = b$$

$$\left[\begin{array}{cccc|cccc} a_{10} & a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ a_{30} & a_{31} & a_{32} & \dots & a_{3n} & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & & & \vdots & & & & & \\ a_{n0} & a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{array} \right]$$

Para simplificar el sistema se avanzará por la diagonal principal. Los elementos de la diagonal principal se denominan pivote.

Paso 2. Primero se localiza en la primera columna el primer elemento que sea diferente de cero, el cual lo vamos a convertir en 1. Buscamos una ecuación la cual se va a utilizar en todo el primer renglón.

Paso 3. Se busca una ecuación que, en función al renglón anterior, es decir el elemento que se convirtió a cero nos ayude para convertir el primer elemento de los demás renglones.

Paso 4. Repetimos el paso 2 y 3 en las siguientes columnas hasta n , para convertir en 1 los elementos de la diagonal principal, los demás deberán ser ceros.

Paso 5. Multiplicar la matriz inversa resultante por la matriz B para obtener los valores.

Paso 6. Sustituir los valores en las ecuaciones, para comprobar si se cumple el sistema de ecuaciones.

Método de Gauss-Jordan

El método de Gauss Jordan implementa la misma serie de operaciones como en el método de la inversa. Este método es muy utilizado debido a su estabilidad y el procedimiento directo. El método de Gauss Jordan requiere más esfuerzo computacional de proceso de eliminación de Gauss.

Paso 1. Este método consiste en expresar el sistema como una matriz aumentada de la forma

$$\left[\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & b_3 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & b_1^{(n)} \\ 0 & 1 & 0 & b_2^{(n)} \\ 0 & 0 & 1 & b_3^{(n)} \end{array} \right] \rightarrow \begin{array}{l} x_1 = b_1^{(n)} \\ x_2 = b_2^{(n)} \\ x_3 = b_3^{(n)} \end{array}$$

Para simplificar el sistema se avanzará por la diagonal principal. Los elementos de la diagonal principal se denominan pivote.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS E INGENIERÍA (UNIDAD TIJUANA)

Paso 2. Primero se localiza en la primera columna el primer elemento que sea diferente de cero, el cual lo vamos a convertir en 1. Buscamos una ecuación la cual se va a utilizar en todo el primer renglón.

Paso 3. Se busca una ecuación que, en función al renglón anterior, es decir el elemento que se convirtió a cero nos ayude para convertir el primer elemento de los demás renglones.

Paso 4. Repetimos el paso 2 y 3 en las siguientes columnas hasta n , para convertir en 1 los elementos de la diagonal principal, los demás deberán ser ceros.

Paso 5. Los valores resultantes serán los resultados del sistema de ecuaciones. Sustituir los valores en las ecuaciones, para comprobar si se cumple el sistema de ecuaciones.

Método de Jacobi

Este método es también conocido como el método de aproximaciones sucesivas. Considera el sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{aligned}a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= b_1 \\a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= b_2 \\a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= b_3\end{aligned}$$

Aquí, asumimos que los coeficientes a_{11} , a_{22} y a_{33} son los coeficientes mas grandes en las ecuaciones respectivas. Por lo que estos sistemas, con este método siempre converge a una solución correcto de modo que:

$$\begin{aligned}|a_{11}| &\geq |a_{12}| + |a_{13}| \\|a_{22}| &\geq |a_{21}| + |a_{23}| \\|a_{33}| &\geq |a_{31}| + |a_{32}|\end{aligned}$$

Ahora se puede escribir las siguientes ecuaciones, despejamos cada una de las ecuaciones.

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3) \\x_2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3) \\x_3 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2)\end{aligned}$$

Sean las aproximaciones iniciales para x_1^0 , x_2^0 y x_3^0 respectivamente. Las siguientes iteraciones se llevan a cabo.

Iteración 1. La primera mejora es encontrada como:

$$\begin{aligned}x_{11} &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^0 - a_{13}x_3^0) \\x_{21} &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1^0 - a_{23}x_3^0) \\x_{31} &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1^0 - a_{32}x_2^0)\end{aligned}$$

Iteración 2. La segunda mejora es encontrada como:



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS E INGENIERÍA (UNIDAD TIJUANA)

$$\begin{aligned}x_{12} &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_{21} - a_{13}x_{31}) \\x_{22} &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_{11} - a_{23}x_{31}) \\x_{32} &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_{11} - a_{32}x_{21})\end{aligned}$$

El proceso de iteración anterior continua hasta que los valores de x_1 , x_2 y x_3 se encuentran en un grado pre-asignado de exactitud. Es decir, el procedimiento se continua hasta que el error relativo es satisfactoriamente pequeño. En el método de Jacobi, es una practica general asumir que los valores unciales $x_1^0 = x_2^0 = x_3^0 = 0$. El método puede ser extendido para un sistema de ecuaciones lineales simultaneas con n incógnitas.

Método de Gauss-Seidel

El método de Gauss-Seidel es aplicable a sistemas predominantemente diagonales. Un sistema predominantemente diagonal tiene sus elementos más grandes. El valor absoluto de los elementos de la diagonal en cada caso es más grande que la suma de los valores absolutos de los otros elementos en el renglón de la matriz A. Por lo que estos sistemas, con este método siempre converge a una solución correcto.

Este método es también un procedimiento iterativo el cual es una mejora del método de Jacobi. También es conocido como aproximaciones sucesivas.

Considera el sistema de ecuaciones lineales.

$$\begin{aligned}a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 &= b_1 \\a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 &= b_2 \\a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 &= b_3\end{aligned}$$

Aquí, asumimos que los coeficientes a_{11} , a_{22} y a_{33} son los coeficientes mas grandes en las ecuaciones respectivas, de modo que:

$$\begin{aligned}|a_{11}| &\geq |a_{12}| + |a_{13}| \\|a_{22}| &\geq |a_{21}| + |a_{23}| \\|a_{33}| &\geq |a_{31}| + |a_{32}|\end{aligned}$$

Ahora se puede escribir las siguientes ecuaciones, despejamos cada una de las ecuaciones.

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3) \\x_2 &= \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3) \\x_3 &= \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2)\end{aligned}$$

Sean las aproximaciones iniciales para x_1^0 , x_2^0 y x_3^0 respectivamente. Las siguientes iteraciones se llevan a cabo.

Iteración 1. La primera mejora es encontrada como:



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE CIENCIAS QUÍMICAS E INGENIERÍA (UNIDAD TIJUANA)

$$x_{11} = \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_2^0 - a_{13}x_3^0)$$
$$x_{21} = \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_{11} - a_{23}x_3^0)$$
$$x_{31} = \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_{11} - a_{32}x_{21})$$

Iteración 2. La segunda mejora es encontrada como:

$$x_{12} = \frac{1}{a_{11}}(b_1 - a_{12}x_{11} - a_{13}x_{31})$$
$$x_{22} = \frac{1}{a_{22}}(b_2 - a_{21}x_{12} - a_{23}x_{31})$$
$$x_{32} = \frac{1}{a_{33}}(b_3 - a_{31}x_{12} - a_{32}x_{22})$$

El proceso de iteración anterior continua hasta que los valores de x_1 , x_2 y x_3 se encuentran en un grado pre-asignado de exactitud. En general, se asume que los valores iniciales son $x_1^0 = x_2^0 = x_3^0 = 0$. En el método de Gauss-Seidel generalmente converge para cualquier valor inicial x_1^0, x_2^0, x_3^0 . El rango de convergencia de Gauss-Seidel es encontrado dos veces que el método de Jacobi. También puede ser extendido para un sistema de ecuaciones lineales simultáneas con n incógnitas.

4. PROCEDIMIENTO (DESCRIPCION)

Apartado 1: Agregar el código respectivo de cada método en este apartado. Hacer un pegado especial en Word para que el código se vea como se muestra a continuación

```
#include <conio.h>
#include <stdio.h>
#include <math.h>
int main(){
    float x,y,ru,rd;
    x=1.2345;
    y=5.6;
    ru=ceil(x);
    rd=floor(y);
    printf("redondeo hacia arriba: %f",ru);
    printf("redondeo hacia abajo: %f",rd);
    getch();
    return 0;
}
```

Apartado 2:

- A. **Primera parte** (Métodos Inversa y Gauss Jordan) Ejecutar los códigos respectivos a cada método.



UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE BAJA CALIFORNIA
FACULTAD DE CIENCIAS QUIMICAS E INGENIERIA (UNIDAD TIJUANA)

En la ejecución deberá mostrar los sistemas de ecuaciones, representadas como matrices (renglones-columnas) en la pantalla. Además, mostrar los resultados y si se cumplen o satisfacen el sistema de ecuaciones (es decir las comprobaciones).

B. **Segunda parte** (Métodos Jacobi y Gauss Seidel) Ejecutar los códigos respectivos a cada método.

- a) En la ejecución deberá mostrar los sistemas de ecuaciones, representadas como matrices (renglones-columnas) en la pantalla.
- b) Mostrar una tabla con los resultados de cada método en la ejecución, mostrando las iteraciones, el código deberá terminar cuando el método converja, es decir llegue al valor exacto, o cuando estos valores en las incógnitas ya no varíen.
- c) Crear un grafica en Excel para cada método, graficando las iteraciones y los valores de las aproximaciones.
- d) Hacer un análisis del comportamiento de cada método para la solución de cada función con sus respectivos valores iniciales. Además mostrar los resultados y si se cumplen o satisfacen el sistema de ecuaciones (es decir las comprobaciones).

Ejercicio 1. Utilizar los sistemas de ecuaciones (los 3 ejercicios) de la Tarea de la unidad 3.

Apartado 3. Hacer una discusión y conclusión sobre el comportamiento de los métodos, así como el aprendizaje y dificultades de la programación de métodos.

Nota: El reporte debe contener portada, agregar el escudo de la Universidad, formato tipo reporte técnico. El reporte se deberá enviar junto con los archivos fuentes.