

MECÁNICA VIBRATORIA – Ingeniería Mecatrónica	Alumno:
Trabajo Práctico N° 7	Legajo:
Sistemas con múltiples grados de libertad	Año 2023

Sistemas con múltiples grados de libertad

Problema N°1

Las propiedades de masa y rigidez del edificio de 3 pisos son mostradas en la Figura 1.

Determinar mediante el método de descomposición modal:

- 1) Las frecuencias y modos de vibración (resuelva a mano y verifique con Matlab).
- 2) Si a la estructura se le impone los siguientes desplazamientos iniciales: $x_1(0) = 0.3\text{in}$, $x_2(0) = -0.8\text{in}$, $x_3(0) = 0.3\text{in}$, determine los desplazamientos en el instante de tiempo $t=2\pi/\omega_1$. Admitiendo una relación de amortiguamiento crítico de 0% y de 10% en cada modo.

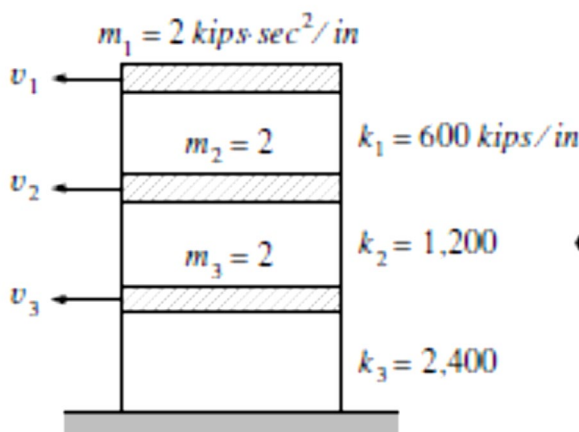


Figura 1

Problema N°2

Si a la estructura del problema N°1 se le impone una fuerza en el techo $P_1(t) = 5000\text{N} \cdot \sin(\omega \cdot t)$, en el cual $\omega = 1.1 \cdot \omega_1$. Evaluar la amplitud y fase de la respuesta de régimen permanente en los tres pisos. Admita una relación de amortiguamiento crítico de 10% en cada modo.

Problema N°3

Sabiendo que las propiedades del sistema mostrado en la Figura 2 son las siguientes:

$m = 4\text{kg}$, $k = 4\text{N/m}$, admita una relación de amortiguamiento crítico para todos los modos de $\xi = 0.1$.

Determinar mediante el método de descomposición modal:

- 1) Las frecuencias y modos de vibración (resuelva a mano y verifique con Matlab).
- 2) Si al sistema se le impone un desplazamiento inicial: $v_1(0) = 1\text{m}$, determine los desplazamientos a lo largo del tiempo de cada una de las masas.

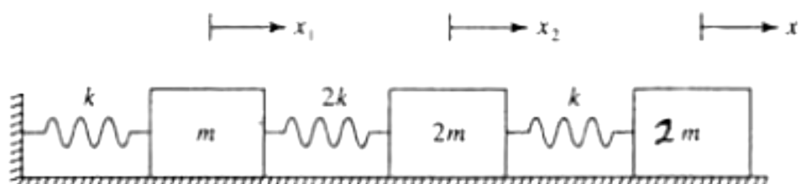


Figura 2

En clase práctica o consulta con Ayudante, se verá una guía para la solución numérica en software. Se recomienda variar los parámetros y las C.I. para comprender su incidencia en la respuesta del sistema.

MECÁNICA VIBRATORIA – Ingeniería Mecatrónica	Alumno:
Trabajo Práctico N° 7	Legajo:
Sistemas con múltiples grados de libertad	Año 2023

Problema N°4

Un sistema auxiliar que consiste de un bloque de masa m_2 está conectado a un sistema principal con masa m_1 mediante un resorte de rigidez k_2 como muestra la Figura 3. El sistema auxiliar puede ser usado como atenuador de vibraciones del sistema principal si los valores de m_2 y k_2 son elegidos correctamente. Demuestre que si $\omega = \sqrt{\frac{k_2}{m_2}}$ la amplitud del sistema primario es nula ($x_1(t) = 0$).

Se recomienda comenzar por plantear las ecuaciones de movimiento de ambas masas.

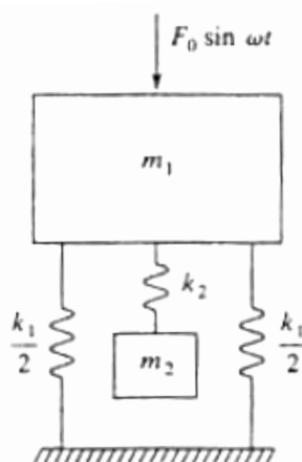


Figura 3

Problema N°5

El modelo simplificado de un vehículo mostrado en la Figura 4 se puede representar como un sistema de 2 grados de libertad como muestra el esquema. El movimiento de rotación en el plano tiene la coordenada $\theta(t)$ y el movimiento vertical la coordenada $x(t)$. Las propiedades de sistema son las siguientes: $J = m r^2$, $r^2 = 0.64 \text{ m}^2$, $m = 4000 \text{ kg}$, $c_1 = c_2 = 2000 \text{ Ns/m}$, $k_1 = k_2 = 20 \text{ kN/m}$, $l_1 = 0.9 \text{ m}$, $l_2 = 1.4 \text{ m}$.

- 1) Deduzca las ecuaciones de movimiento y las matrices de masa, rigidez y amortiguamiento.
- 2) Si al sistema se le imparte un desplazamiento inicial $x(0) = 0.05 \text{ m}$ determine la respuesta a lo largo del tiempo del sistema.

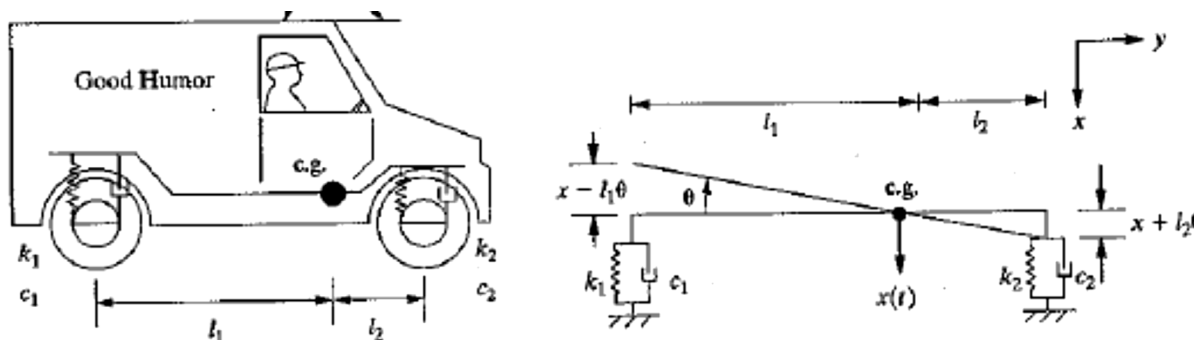


Figura 4

MECÁNICA VIBRATORIA – Ingeniería Mecatrónica	Alumno:
Trabajo Práctico N° 7	Legajo:
Sistemas con múltiples grados de libertad	Año 2023

Problema N°6

La vibración vertical de las alas de un avión puede ser modelada como muestra la Figura 5. La rigidez que conecta la masa de las turbinas es función de las propiedades de las alas, $E = 6.9 \times 10^9 \text{ N/m}^2$, $I = 5.2 \times 10^{-6} \text{ m}^4$ y $l = 2 \text{ m}$. Admita que la masa de la turbina es $m = 3000 \text{ kg}$. Para las siguientes condiciones iniciales determine la respuesta. $\dot{x}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T \text{ m/s}$, $x(0) = [0.2 \ 0 \ 0]^T \text{ m}$.

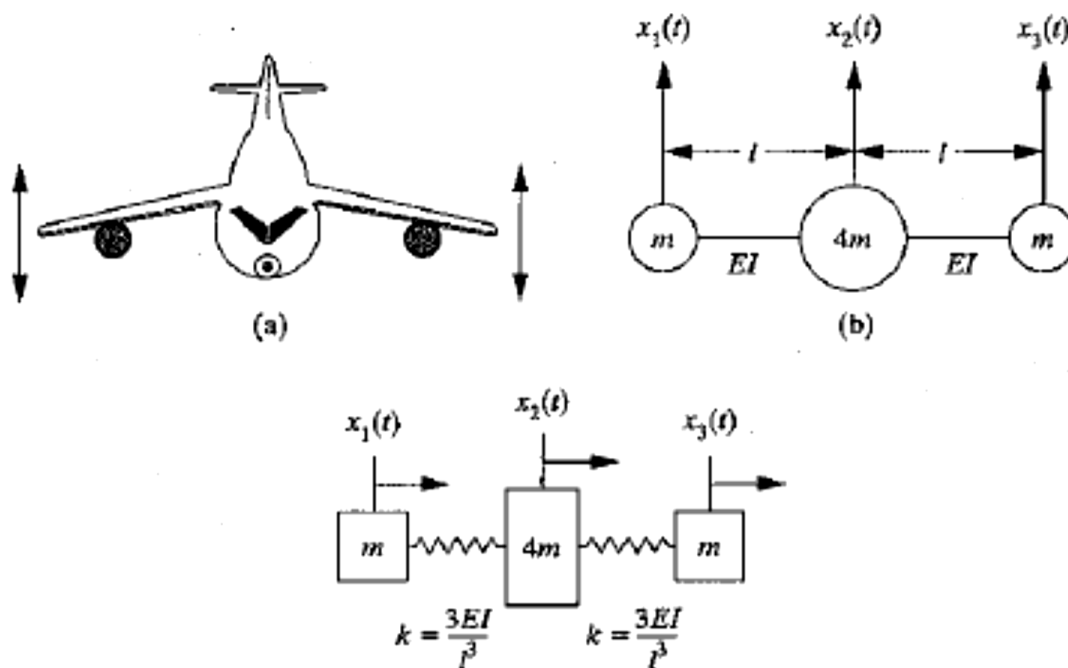


Figura 5

Problema N°7

A partir de los datos obtenidos en el sistema ensayado en clase, determinar las frecuencias naturales, formas modales y la relación de amortiguamiento crítico de cada modo.