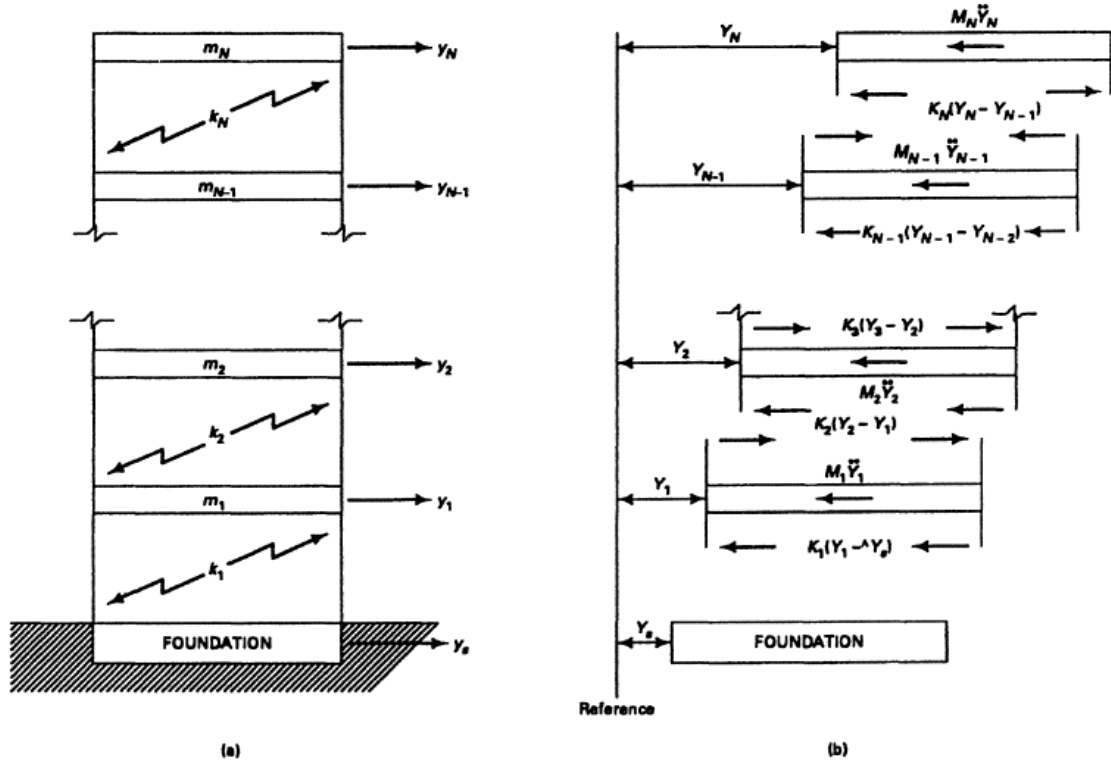


MOVIMIENTO DEL SOPORTE

Sea el sistema de múltiples grados de libertad como el mostrado en la Figura (1).



La ecuación de movimiento del sistema de N grados de libertad (Figura 1a) sometido a una excitación en la base se obtiene igualando a cero la suma de las fuerzas mostradas en los diagramas de cuerpo libre de cada una de las masas (Figura 1b).

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{y}_1 + k_1 (y_1 - y_s) - k_2 (y_2 - y_1) &= 0 \\
 m_2 \ddot{y}_2 + k_2 (y_2 - y_1) - k_3 (y_3 - y_2) &= 0 \\
 &\dots \\
 m_{N-1} \ddot{y}_{N-1} + k_{N-1} (y_{N-1} - y_{N-2}) - k_N (y_N - y_{N-1}) &= 0 \\
 m_N \ddot{y}_N + k_N (y_N - y_{N-1}) &= 0
 \end{aligned} \tag{1}$$

Introduciendo el desplazamiento relativo de cada masa respecto al soporte:

$$u_i = y_i - y_s \quad (i = 1, 2, \dots, N) \tag{2}$$

Resulta en:

$$\begin{aligned}
m_1 \ddot{u}_1 + k_1 u_1 - k_2 (u_2 - u_1) &= -m_1 \ddot{y}_s \\
m_2 \ddot{u}_2 + k_2 u_2 - k_3 (u_3 - u_2) &= -m_2 \ddot{y}_s \\
&\dots \\
m_{N-1} \ddot{u}_{N-1} + k_{N-1} (u_{N-1} - u_{N-2}) - k_N (u_N - u_{N-1}) &= -m_{N-1} \ddot{y}_s \\
m_N \ddot{u}_N + k_N (u_N - u_{N-1}) &= -m_N \ddot{y}_s
\end{aligned} \tag{3}$$

Donde: $\ddot{y}_s = \ddot{y}_s(t)$ es la aceleración que excita el soporte del sistema.

La Ec.(3) puede escribirse en forma matricial como:

$$[M] \{\ddot{u}\} + [K] \{u\} = -[M] \{1\} \ddot{y}_s(t) \tag{4}$$

En el cual $[M]$ es la matriz de masa, $[K]$ es la matriz de rigidez, simétrica, $\{1\}$ es un vector con todos sus elementos igual a la unidad y $\{u\}$ y $\{\ddot{u}\}$ son el desplazamiento y aceleración relativos al movimiento del soporte.

El vector dado en Ec.(5) es llamado **carga efectiva**

$$\{F_{eff}\} = -[M] \{1\} \ddot{y}_s(t) \tag{5}$$

La Ec.(4) es similar a la Ec.(32) de la Unidad 7 en el cual el sistema tiene el soporte fijo (sin movimiento) y los elementos del vector $\{F_{eff}\}$ representan las cargas aplicadas en cada uno de los grados de libertad del sistema.