caracterización-conjunto-ec

> Sean $S \subseteq \omega^n \times \Sigma^{*m}$. Son equivalentes:
> (a) S es Σ-efectivamente computable
> (Es decir) Hay un procedimiento que computa a $\chi_S^{\omega^n \times \Sigma^{*m}}$
> (b) S y $\omega^n \times \Sigma^{*m} - S$ Σ-efectivamente enumerables

(Solo caso $(b) \implies (a)$)

S Σ-ec $\implies S$ y $\bar{S}$ Σ-ee

> Suponemos que podemos generar S y S^{-1}
> Dado un $(\vec{x}, \vec{\alpha})$ de consulta vamos a realizar un ciclo finito, ya que eventualmente se cumple la condición
> En cada paso generamos valores de ambos conjuntos, y si alguno de los valores generados es el valor de consulta devolvemos `0` o 1 según cual de los generados coincida

Si $S = \emptyset$ o $S = \omega^n \times \Sigma^{*m}$ entonces es trivial, por lo tanto suponemos $S \subset \omega^n \times \Sigma^{*m}$ **no vacío**. Sea

- $\mathbb{P}_1$ un procedimiento efectivo que enumera a S y
- $\mathbb{P}_2$ un procedimiento efectivo que enumera a $\omega^n \times \Sigma^{*m} - S$ }.

Es fácil ver que el siguiente procedimiento computa al predicado $\chi_S^{\omega^n \times \Sigma^{*m}}$.

$$
\begin{aligned}
&Etapa 1: \\
&\qquad \text{Asignar a la variable T el valor 0} \\
&Etapa 2: \\
&\qquad \text{Realizar } \mathbb{P}_1 \text{ con el valor de T como entrada, obteniendo como salida la upla } (\vec{y}, \vec{\beta}). \\
&Etapa 3: \\
&\qquad \text{Realizar } \mathbb{P}_2 \text{ con el valor de T como entrada, obteniendo como salida la upla } (\vec{z}, \vec{\gamma}). \\
&Etapa 4: \\
&\qquad \text{Si } (\vec{y}, \vec{\beta}) = (\vec{x}, \vec{\alpha}) \text{ detenerse y devolver 0.} \\
&\qquad \text{Si } (\vec{z}, \vec{\gamma}) = (\vec{x}, \vec{\alpha}) \text{ detenerse y devolver 1.} \\
&\qquad \text{Caso contrario, aumentar T en 1 e ir a la etapa 2}
\end{aligned}
$$

$\blacksquare$