

Práctica 11:

Diagonalización de matrices. Método de Jacobi.

Planteamiento:

En esta práctica diagonalizaremos una matriz simétrica mediante el método de Jacobi. Este método consiste en rotar la matriz inicial anulando los elementos de fuera de la diagonal. Para ello el primer paso es crear la matriz de rotación. Esto lo hace la función Rotm que genera una matriz de rotación de dimensión n. Después debemos conocer el ángulo que queremos rotar. Para ello sabemos que para rotar una matriz hay que multiplicar $B=R^t \cdot A \cdot R$ entonces lo resolvemos de forma analítica e imponemos que el elemento b_{ij} con $i \neq j$ sea cero. De este modo obtenemos una ecuación en la que la única incógnita es el ángulo que sigue la siguiente relación:

Como el objetivo era anular los elementos de fuera de la diagonal el elemento b_{ij} que haremos 0 será el que, en valor absoluto, sea el mayor de ellos, y esos i y j marcan el plano en el que se gira.

$$\theta = \begin{cases} \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{2a_{ij}}{a_{ii} - a_{jj}} & \text{si } a_{ii} \neq a_{jj} \\ \frac{\pi}{4} & \text{si } a_{ii} = a_{jj} \end{cases}$$

Una vez tenemos el ángulo obtenemos la matriz R y haciendo la operación anterior obtendremos B que será la nueva A y seguiremos rotando sobre el elemento mayor de fuera de la diagonal hasta que el mayor tenga un valor menor de 10^{-10} . Una vez llegado a este punto los elementos de la diagonal serán los autovalores de A y para conocer los autovectores lo que haremos será rotar la base en la que estaba A a la vez que la rotamos. Por defecto consideramos que la base de A es la matriz identidad.

Por último, para comprobar el resultado comprobaremos que la traza es la misma para A y para A diagonal.

Resultados:

Ignacio Hernández-Ros.

```
Leyendo matriz del archivo A.txt ...
Lectura completada
A:
8 , -1 , 3 , -3
-1 , 6 , 2 , 0
3 , 2 , 9 , 1
-3 , 0 , 1 , 7

A diagonal:
9.63768 , 0 , 0 , 0
0 , 5.97447 , 0 , 0
0 , 0 , 11.9854 , 0
0 , 0 , 0 , 2.40249

U:
0.360127 , -0.226876 , 0.683382 , 0.593148
-0.408069 , 0.798911 , 0.108524 , 0.428304
-0.562149 , -0.123638 , 0.666467 , -0.47384
-0.622717 , -0.543123 , -0.277548 , 0.49011

Comprobaciones:
Suma de la diagonal de A:
30

Suma de la diagonal de A diagonalizada:
30
Presione una tecla para continuar . . .
```