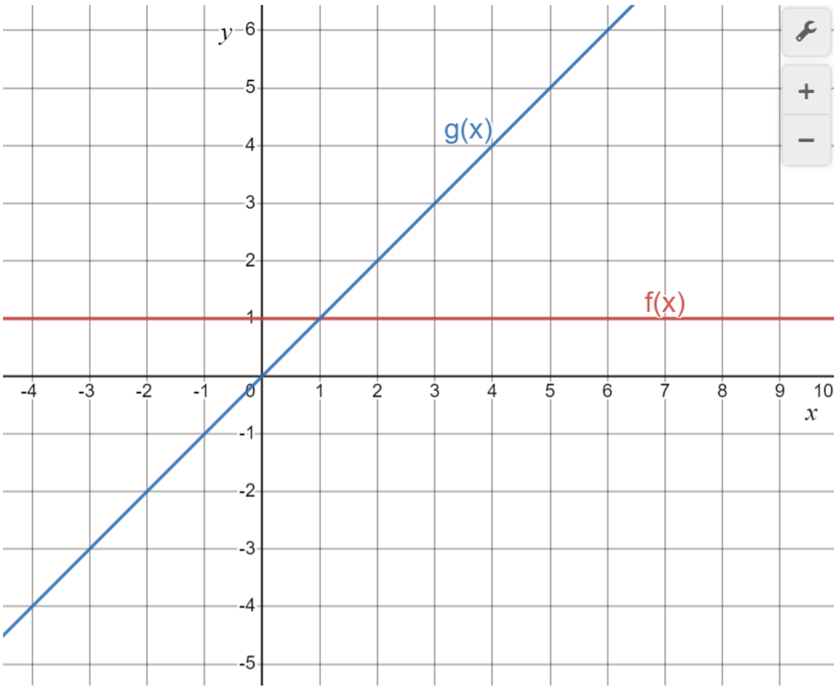
1) Consideremos $h(x) = \dfrac{1}{x}$:

a) Indicar domino de $h(x)$.

b) Hallar raíz y ordenada al origen de $h(x)$.

c) Teniendo en cuenta que h(x) puede pensarse como la división de dos funciones:
$f(x) = 1$
y
$g(x) = x$
Calcular conjuntos de positividad y negatividad de $h(x)$



d) Calcular la preimagen de $y = 0$ por $h(x)$

e) Completar las siguientes tablas:

x	$h(x)$
10	
100	
1000	

10000	
100000	

x	$h(x)$
-10	
-100	
-1000	
-10000	
-100000	

Analizando la tabla y la formula de $h(x)$ podemos anticipar como será el comportamiento de la función en los extremos.
Es decir,
Si x tiende a $+\infty$, los valores de $h(x)$ ¿tienden a algún valor?¿Se van a mas o menos infinito?
Si x tiende a $-\infty$, los valores de $h(x)$ ¿tienden a algún valor?¿Se van a mas o menos infinito?

f) Completar la siguiente tabla:

x	$h(x)$
0,1	
0,01	
0,001	
0,0001	
-0,1	
-0,01	
-0,001	
-0,0001	

i) ¿Qué sucede con los valores de $h(x)$ cuando nos acercamos a cero por valores positivos?

ii)¿Qué sucede con los valores de $h(x)$ cuando nos acercamos a cero por valores negativos?

g) Encontrar 4 puntos que pertenezcan al gráfico de la función, dos con coordenada "x" positiva, dos con coordenada "x" negativa.

h) Hacer un gráfico aproximado

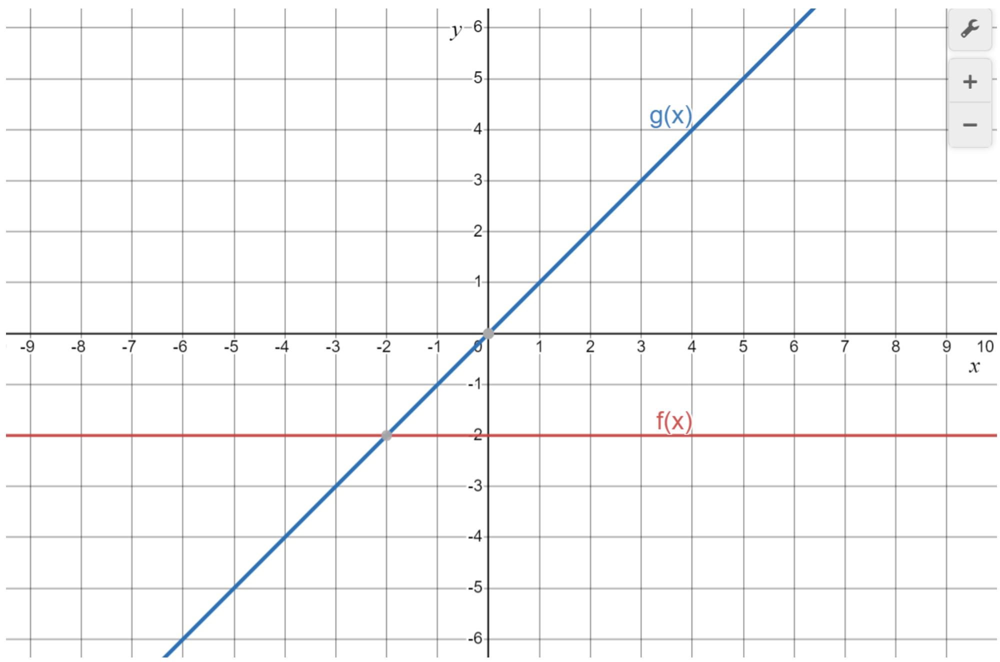
i) ¿Se puede saber conjuntos de crecimiento y decrecimiento de la función? En caso de ser posible, indicar cuales son.

2) Consideremos $i(x) = \dfrac{-2}{x}$:

a) Indicar domino de $i(x)$.

b) Hallar raíz y ordenada al origen de $i(x)$.

c) Teniendo en cuenta que $i(x)$ puede pensarse como la división de dos funciones:
$f(x) = -2$
y
$g(x) = x$
Calcular conjuntos de positividad y negativa de $i(x)$



d) Calcular la preimagen de $y = 0$ por $i(x)$

e) Completar las siguientes tablas:

x	$h(x)$
10	
100	
1000	
10000	
100000	

x	$h(x)$
-10	
-100	
-1000	
-10000	
-100000	

Analizando la tabla y la formula de $i(x)$ podemos anticipar como será el comportamiento de la función en los extremos.
Es decir,
Si x tiende a $+\infty$, los valores de $i(x)$ ¿tienden a algún valor?¿Se van a mas o menos infinito?
Si x tiende a $-\infty$, los valores de $i(x)$ ¿tienden a algún valor?¿Se van a mas o menos infinito?

f) Completar la siguiente tabla:

x	$h(x)$
0,1	
0,01	

0,001	
0,0001	
-0,1	
-0,01	
-0,001	
-0,0001	

i) ¿Qué sucede con los valores de $h(x)$ cuando nos acercamos a cero por valores positivos?
ii)¿Qué sucede con los valores de $h(x)$ cuando nos acercamos a cero por valores negativos?

g) Encontrar 4 puntos que pertenezcan al gráfico de la función, dos con coordenada "x" positiva, dos con coordenada "x" negativa.

h) Hacer un gráfico aproximado

i) ¿Se puede saber conjuntos de crecimiento y decrecimiento de la función? En caso de ser posible, indicar cuales son.

3) Teniendo en cuenta lo trabajado en el punto 1) y 2), hacer un gráfico aproximado de:

i)$j(x) = h(x) + 2$

ii) $k(x) = i(x) - 3$

Pueden ayudarse con los siguientes links de Desmos

[Gráfico de i)]

[Gráfico de ii)]

a) Indicar dominio e imagen de ambas funciones.
b) Hallar, si existen, conjunto de ceros e imagen de ambas funciones.
c) Si x tiende a $+\infty$, los valores de $j(x)$ ¿tienden a algún valor?¿Se van a mas o menos infinito?
Si x tiende a $-\infty$, los valores de $j(x)$ ¿tienden a algún valor?¿Se van a mas o menos infinito?
d) ¿Qué sucede con los valores de $j(x)$ cuando nos acercamos a cero por valores positivos?

¿Qué sucede con los valores de $j(x)$ cuando nos acercamos a cero por valores negativos?

e) Si x tiende a $+\infty$, los valores de $k(x)$ ¿tienden a algún valor?¿Se van a mas o menos infinito?
Si x tiende a $-\infty$, los valores de $k(x)$ ¿tienden a algún valor?¿Se van a mas o menos infinito?
f) ¿Qué sucede con los valores de $k(x)$ cuando nos acercamos a cero por valores positivos?
¿Qué sucede con los valores de $k(x)$ cuando nos acercamos a cero por valores negativos?

4) Calcular asíntotas horizontales y verticales de las siguientes funciones y realizar un gráfico aproximado:

i) $l(x) = \dfrac{1}{x-3}$

ii) $m(x) = \dfrac{4}{x+2}$

iii) $n(x) = \dfrac{-1}{4x-2}$

iv) $o(x) = \dfrac{1}{x-3} + 1$

v) $p(x) = \dfrac{4}{x+2} - 1$

vi) $q(x) = \dfrac{4}{x+2} - 3$

5) Calcular asíntotas horizontales y verticales de las siguientes funciones y realizar un gráfico aproximado utilizando al menos 4 puntos de paso (2 de cada rama de la hipérbola). Indicar Dominio, imagen, intervalos de crecimiento, decrecimiento, conjuntos de positividad y negatividad.

$r(x) = \dfrac{-1}{3x-2} + \dfrac{1}{3}$

$s(x) = \dfrac{\frac{2}{3}}{-3x+\frac{1}{3}} + 2$

$$t(x) = -1 + \frac{2}{\frac{1}{2}x + 2}$$

6) Expresar como una única división la fórmula de $o(x)$; $p(x)$ y $q(x)$ del problema 5.
Ejemplo:

$$o(x) = \frac{1}{x-3} + 1 = \frac{1}{x-3} + 1 \cdot \frac{x-3}{x-3} = \frac{1+x-3}{x-3} = \frac{x-2}{x-3}$$

7) Calcular asíntotas horizontales y verticales de las siguientes funciones y realizar un gráfico aproximado utilizando al menos 4 puntos de paso (2 de cada rama de la hipérbola). Indicar Dominio, imagen, intervalos de crecimiento, decrecimiento, conjuntos de positividad y negatividad.

i) $f(x) = \dfrac{-3x+8}{-x+2}$

ii) $g(x) = \dfrac{-5-6x}{3x+3}$

iii) $h(x) = \dfrac{4x+2}{4x}$

iv) $i(x) = \dfrac{\frac{-1}{4}x - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{4}x}$

v) $j(x) = \dfrac{4-x}{-2x+4}$

<u>Notación:</u>
Cuando queremos indicar el comportamiento de una función $f(x)$ en los extremos, escribimos

$$\lim_{x \to +\infty} f(x)$$

para indicar el comportamiento de la función para valores muy grandes de x, es decir que sucede a la derecha del gráfico de $f(x)$.

Por otra parte, escribimos:

$$\lim_{x \to -\infty} f(x)$$

para indicar el comportamiento de la función para valores "muy negativos" de x, es decir que sucede a la izquierda del gráfico de $f(x)$.

Ejemplos:

- Si $f(x) = 2x^3$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} 2x^3 = +\infty$$

y

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \lim_{x \to -\infty} 2x^3 = -\infty$$

- Si $h(x) = \frac{1}{x}$

$$\lim_{x \to +\infty} h(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = 0$$

y

$$\lim_{x \to -\infty} h(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

Definición 1 *Asíntota horizontal*

Sea α un número Real cualquiera.
La recta $y = \alpha$ es asíntota horizontal de $f(x)$ si

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \alpha$$

ó

$$\lim_{x \to -\infty} f(x) = \alpha$$

Es decir, una función $f(x)$ tiene asíntota horizontal si en los extremos se "acerca" tanto como queremos a un valor numérico fijo $''\alpha''$.

Ejemplo:

Como $\lim_{x \to +\infty} j(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} + 2 = 2$

$j(x)$ tiene una asíntota horizontal: $y = 2$ (aquí $\alpha = 2$)

Notación:

Queremos indicar el comportamiento de una función $h(x)$ al acercarnos a un valor puntual de x.
Consideremos $h(x) = \frac{1}{x}$, nos interesa saber como se comporta $h(x)$ para valores cercanos a $x = 0$

Existen dos formas de aproximarnos a $x = 0$
Por valores mayores a cero:
$x \to 0^{+}$

ó

Por valores menores a cero:
$x \to 0^{-}$
Entonces,
Para si queremos indicar el comportamiento de $h(x)$ cuando nos acercamos a $x = 0$ por

valores mayores a cero escribimos:

$$\lim_{x \to 0^+} h(x)$$

En este caso

$$\lim_{x \to 0^+} h(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$$

Por otra parte,
Para si queremos indicar el comportamiento de $h(x)$ cuando nos acercamos a $x = 0$ por valores menores a cero escribimos:

$$\lim_{x \to 0^-} h(x) = \lim_{x \to 0-} \frac{1}{x} = -\infty$$

Definición 2 *Asíntota vertical*

Sea β un número Real cualquiera.
La recta $x = \beta$ es asíntota vertical de $f(x)$ si

$$\lim_{x \to \beta^+} f(x) = +\infty$$

ó

$$\lim_{x \to \beta^-} f(x) = -\infty$$

Es decir, una función $f(x)$ tiene asíntota vertical si al acercarnos a un valor puntual de x, los valores que retorna la función son arbitrariamente grandes o arbitrariamente pequeños (muy negativos).

Ejemplo:

Como $\lim_{x \to 0^+} h(x) = \lim_{x \to 0^+} \frac{1}{x} = +\infty$

$j(x)$ tiene una asíntota vertical: $x = 0$ (aquí $\beta = 0$)