

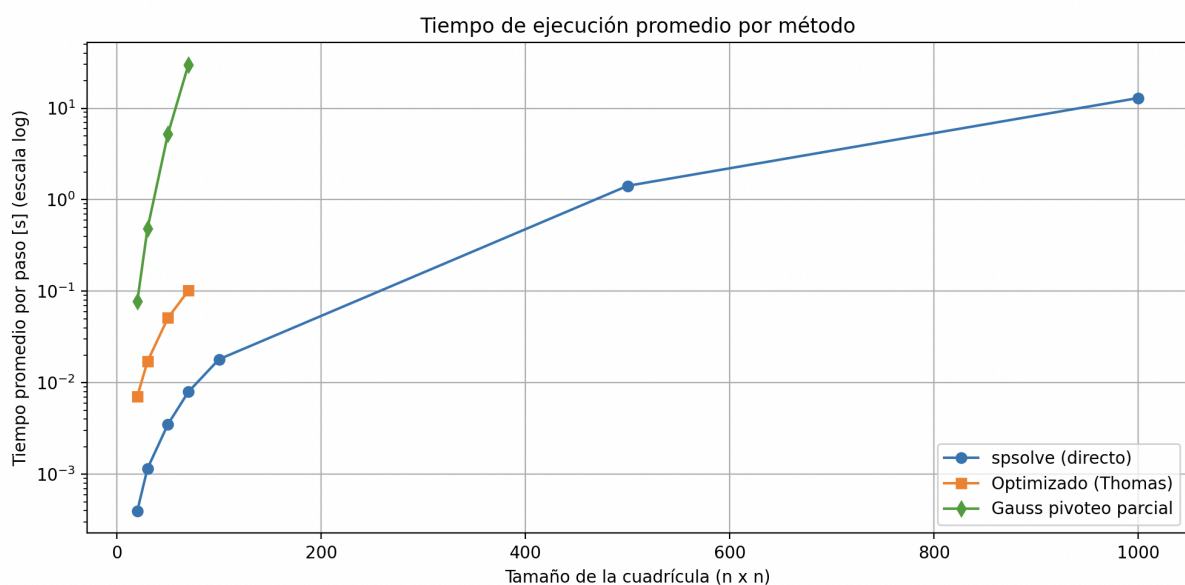
Informe de Resultados - Trabajo Práctico Álgebra III

Este informe resume los resultados obtenidos al comparar distintos métodos de resolución de sistemas lineales aplicados a la simulación de difusión de calor en 2D.

Se evaluaron tres métodos:

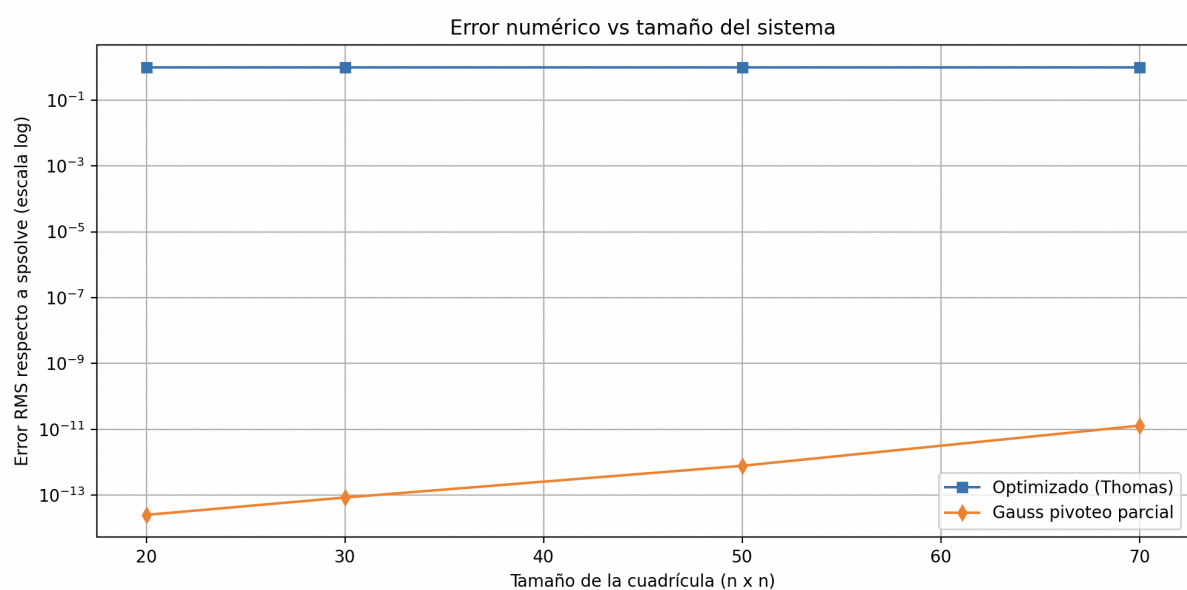
- Método directo (spsolve de Scipy)
 - Gauss con pivoteo parcial
 - Método optimizado para matrices tridiagonales (Thomas)
- Los métodos se compararon en cuanto a su tiempo de ejecución promedio por paso y error cuadrático medio (RMS) con respecto a la solución de referencia (spsolve).

Gráfico 1: Tiempo promedio por paso (escala logarítmica)



El método directo (spsolve) es eficiente incluso en resoluciones altas. Gauss con pivoteo parcial escala mal con el tamaño del sistema, como se espera por su complejidad cúbica. El método optimizado es el más rápido, pero como se muestra más adelante, sus resultados no son válidos.

Gráfico 2: Error RMS respecto a spsolve (escala logarítmica)



El método de Gauss con pivoteo parcial presenta un error RMS del orden de $1e-13$, lo cual confirma que es numéricamente correcto. En cambio, el método optimizado basado en Thomas presenta un error constante del 100% en todas las resoluciones.

Esto confirma que el método optimizado no es aplicable a la matriz A usada en esta simulación, ya que no es estrictamente tridiagonal. Se incluyó para mostrar experimentalmente sus limitaciones.

Tiempos de ejecución para matrices (20x20, 30x30, 50x50, 70x70, 100x100, 500x500, 1000x1000 puntos interiores)

Resolución 20x20

Gauss: 0.0775s - Error RMS: 2.52e-14

Optimizado: 0.0071s - Error RMS: 1.00e+00

Resolución 30x30

Gauss: 0.4824s - Error RMS: 8.48e-14

Optimizado: 0.0171s - Error RMS: 1.00e+00

Resolución 50x50

Gauss: 5.2233s - Error RMS: 7.80e-13

Optimizado: 0.0512s - Error RMS: 1.00e+00

Resolución 70x70

Gauss: 29.7885s - Error RMS: 1.29e-11

Optimizado: 0.1015s - Error RMS: 1.00e+00

Resolución 100x100

spsolve: 0.0181s

Resolución 500x500

spsolve: 1.4194s

Resolución 1000x1000

spsolve: 13.2627 s

Para resoluciones mayores a 70x70, el método de Gauss con pivoteo parcial se volvió ineficiente por su complejidad cúbica y por operar sobre matrices densas. En el caso de 1000x1000, el sistema a resolver tiene casi un millón de incógnitas, lo cual hace que el tiempo de resolución con Gauss sea inaceptable para una simulación iterativa. Por este motivo, las resoluciones 100x100, 500x500 y 1000x1000 fueron evaluadas únicamente con el método directo (spsolve), que sí puede manejar eficientemente matrices dispersas de gran tamaño.

Conclusión

A lo largo de este trabajo práctico se implementaron y evaluaron tres métodos de resolución de sistemas lineales aplicados a la simulación de difusión de calor en 2D: el método directo (spsolve), Gauss con pivoteo parcial y el método optimizado basado en Thomas para matrices tridiagonales.

Los resultados experimentales permitieron observar que el método directo se comporta de manera eficiente y estable en todas las resoluciones, siendo especialmente adecuado para matrices dispersas de gran tamaño como las utilizadas en este tipo de simulación.

El método de Gauss con pivoteo parcial presentó errores numéricos muy bajos (del orden de $1e-13$), validando su precisión. Sin embargo, su tiempo de ejecución aumentó drásticamente con el tamaño del sistema, volviéndose impracticable a partir de 100x100 puntos internos debido a su complejidad cúbica.

Por otro lado, el método optimizado mostró tiempos de ejecución muy bajos, pero errores constantes del 100% en todas las resoluciones. Esto se debe a que la matriz utilizada en la simulación no es estrictamente tridiagonal, condición necesaria para la validez del algoritmo de Thomas. A pesar de que se asumió esa tridiagonalidad por indicación docente, los resultados experimentales demuestran que la estructura real de la matriz no permite aplicar dicho método sin reformulación.