INTRODUCCIÓN A LA ESTADÍSTICA
EJERCICIOS RESUELTOS
PRÁCTICO 10

Andrea Rotnitzky
arotnitzky@utdt.edu

Daniela Cuesta
dcuesta@utdt.edu

Pablo M. Escobar
escobarpm@gmail.com

27 de junio de 2022

1. Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria simple (m.a.s.) de una población normal con media $\mu = 50$ y varianza $\sigma^2 = 16$. Para $n = 1, 10, 100, 1000$ se pide:
   (a) Como se distribuye la variable aleatoria media muestral? Utilizar R para graficar las densidades
   (b) ¿Cómo cambia tu respuesta si la distribución de X_i para $i = 1, \ldots, n$ fuera desconocida?
   (c) Calcula $P(45 \leq \bar{X} \leq 55)$ para los valores de n anteriores.
   (d) Discute que relación hay entre los resultados anteriores y la ley de los grandes números.

Solution:

(a)

$$X \sim N(50; 16)$$
$$\bar{X}_{10} \sim N\left(50; \frac{16}{10}\right)$$
$$\bar{X}_{100} \sim N\left(50; \frac{16}{100}\right)$$
$$\bar{X}_{1000} \sim N\left(50; \frac{16}{1000}\right)$$

(b) En caso que no conociéramos la distribución de cada X_i, pero pudiésemos suponer que son todas independientes e idénticamente distribuidas, estaríamos bajo las hipótesis del Teorema Central del Límite y por lo tanto para los casos donde n es grande (100 y 1000) podríamos afirmar que las distribuciones son aproximadamente Normales (con los mismos parámetros obtenidos en el primer inciso)

(c)

$$P(45 \leq X \leq 55) = 0{,}7887$$
$$P\left(45 \leq \bar{X}_{10} \leq 55\right) = 0{,}9999$$
$$P\left(45 \leq \bar{X}_{100} \leq 55\right) \approx 1$$
$$P\left(45 \leq \bar{X}_{1000} \leq 55\right) \approx 1$$

(d) Si bien las probablidades calculadas para n valiendo $10,\ 100$ y 1000 en este caso resultan muy similares, en verdad ocurre que

$$P(45 \leq X \leq 55) \leq P\left(45 \leq \bar{X}_{10} \leq 55\right) \leq P\left(45 \leq \bar{X}_{100} \leq 55\right) \leq P\left(45 \leq \bar{X}_{1000} \leq 55\right)$$

lo cual es consistente con la Ley de los Grandes Números. Pues a medida que n aumenta, la LGN nos dice que la distribución de $\bar{X}_n$ se irá concentrando cada vez mas cerca alrededor de $E(X_i) = 50$.

2. Sabemos que la v.a. X, que representa una característica de interés de una población, tiene una distribución normal de parámetros $\mu = 0$ y $\sigma^2 = 1$. Si tomamos una muestra aleatoria de tamaño $n = 10$ de la población, responde a las siguientes preguntas: (Superponer las distribuciones de X y $\bar{X}$ para tener intuición sobre tu respuesta)
   (a) $P(X \leq \mu)$ es mayor, menor o igual a $P(\bar{X} \leq \mu)$?
   (b) $P(|X - \mu| \geq 1)$ es mayor, menor o igual a $P(|\bar{X} - \mu| \geq 1)$?
   (c) $P(|X - \mu| \leq 1)$ es mayor, menor o igual a $P(|\bar{X} - \mu| \leq 1)$?
   (d) ¿Qué ocurre en todos los puntos anteriores a medida que n se hace cada vez más grande? ¿En términos prácticos, que relevancia tiene?

Solution: Sabemos que $X \sim N(0;1)$ y $\bar{X}_{10} \sim N(0;1/10)$

(a) $P(X \leq 0) = P(\bar{X}_{10} \leq 0)$ No importa cuanto valga n.

(b) $P(|X - 0| \geq 1) \geq P(|\bar{X}_{10} - 0| \geq 1)$, y la diferencia se amplía a medida que crece n.

(c) $P(|X - 0| \leq 1) \leq P(|\bar{X}_{10} - 0| \leq 1)$ y la diferencia se amplía a medida que crece n.

(d) A medida que crece n la distribución de $\bar{X}_n$ se concentra más y más en torno a μ, resultado que se conoce como LGN. Intuitivamente, al tener más información en la muestra aleatoria simple, podemos aproximar de manera más certera el verdadero valor del parámetro poblacional μ (que en este caso vale cero).

3. Supongamos que, basándonos en datos históricos, sabemos que el porcentaje anual de incremento salarial para los directores ejecutivos de empresas grandes se distribuye como una normal de media $\mu = 12{,}2\,\%$ y desviación $\sigma = 3{,}6\,\%$. Para una muestra aleatoria de tamaño $n = 9$, cuál es la probabilidad de que la media de la muestra sea mayor que 14,4 %?

Solution: Sabemos que se trata de una población normal donde $\mu = 12{,}2\,\%$, $\sigma = 3{,}6\,\%$ y por otro lado el tamaño de la muestra es $n = 9$; luego $\bar{X}_9 \sim N\left(12{,}2; 3{,}6^2/9\right)$ (no es una aproximación), por lo que:

$$P(\bar{X}_9 > 14{,}4) = P\left(\frac{\bar{X}_9 - 12{,}2}{1{,}2} > \frac{14{,}4 - 12{,}2}{1{,}2}\right) = P(Z > 1{,}83) = 0{,}0334.$$

4. Una encuesta de la AFIP encontró que el 82 % de los contribuyentes manifestaron la importancia de que el organismo se asegurara de que los contribuyentes de mayores ingresos no evadieran impuestos.
   (a) Si tomás 8 contribuyentes de manera aleatoria, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 6 de ellos consideren importante que el organismo se asegure que los contribuyentes de mayores ingresos no evadan impuestos?
   (b) Si tomás 80 contribuyentes de manera aleatoria, ¿cuál es la probabilidad de que al menos 60 de ellos consideren importante que el organismo se asegure que los contribuyentes de mayores ingresos no evadan impuestos?

Resolvé ambos incisos utilizando la distribución Binomial (usá R) y la distribución Normal. Compará los resultados.

> **Solution:**
>
> (a) Consideramos la variable N = "*Cantidad de contribuyentes que consideran importante...*"
> Basándonos en todo lo que fue ocurriendo en las anteriores resoluciones, es sabido que $N \sim Bi(8; 0{,}82)$ y por lo tanto $P(6 \leq N) = 0{,}83918$.
> Si quisiéramos usar el TCL, deberíamos calcular $P(0{,}75 \leq X)$ con $X \sim N(0{,}82; 0{,}01845)$. Dicha probabilidad vale aproximadamente $P(0{,}75 \leq X) \approx 0{,}6968448$.
> Vemos que existe una diferencia notable entre ambas probabilidades, el motivo es que el tamaño de muestra no es lo suficientemente grande.
>
> (b) En este caso $N \sim Bi(80; 0{,}82)$ y $P(60 \leq N) = 0{,}9573982$.
> Aplicando el TCL, tenemos $X \sim N(0{,}82; 0{,}001845)$ y $P(0{,}75 \leq X) \approx 0{,}9484144$.
> Vemos que en este caso los valores son considerablemente similares.

5. La tasa de desempleo en Argentina del último trimestre de 2017 es de 7.2 %. Suponé que encuestás aleatoriamente a 1000 personas dentro de la población económicamente activa.
   (a) ¿Cuántos esperás encontrar desempleados?
   (b) ¿Cuál es la varianza y la desviación estándar del número de los que están desempleados?
   (c) ¿Cuál es la probabilidad de que exactamente 60 estén desempleados?
   (d) ¿Cuál es la probabilidad de que por lo menos 40 estén desempleados? Calculá esta probabilidad con la distribución exacta (usa R) y luego utilizando el TCL. Compará los resultados.

> **Solution:** Sean $X_i \sim Bernoulli(0{,}072)$ independienetes para $1 \leq i \leq 1000$ definidas como
>
> $$X_i = \begin{cases} 1 & \text{Si la persona está desempleada.} \\ 0 & \text{Si la persona no está desempleada.} \end{cases}$$
>
> (a) Consideramos
>
> $$N = \text{“}\textit{Total de desempledos encuestados}\text{”} = \sum_{i=1}^{1000} X_i \sim Bi(1000; 0{,}072)$$
>
> luego
>
> $$E(N) = 1000 \cdot 0{,}072 = 72$$
>
> (b) ${\sigma^2}_N = 1000 \cdot 0{,}072 \cdot (1 - 0{,}072) = 66{,}816$ y $\sigma_N = \sqrt{66{,}816} = 8{,}174105$
>
> (c) $P(N = 60) = \binom{1000}{60} \cdot 0{,}072^{60} \cdot (1 - 0{,}072)^{940} = 0{,}01700024$
>
> (d) Por el TCL
>
> $$\frac{N}{1000} = \bar{X}_{1000} \sim N\left(0{,}072; \frac{0{,}072 \cdot (1 - 0{,}072)}{1000}\right)$$
>
> Entonces
>
> $$P(40 \leq N) = P(0{,}04 \leq \bar{X}_{1000}) \approx 1$$

6. Un concurrido hotel de Pinamar tiene 120 habitaciones. En los meses de primavera, la ocupación del hotel es aproximadamente 75 %. Por día, el hotel tiene ganancias de \$100 por cada habitación ocupada y un costo de manutención del total de las habitaciones de \$4000. Para un día de primavera cualquiera:

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que al menos la mitad de las habitaciones se encuentre ocupada?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que 80 o menos habitaciones se encuentren ocupadas?

(c) ¿Cuál es la probabilidad de que el hotel gane $7000 o más?

(d) ¿Cuál es la ganancia esperada del hotel?

Solution: Sean $X_i \sim Bernoulli(0{,}75)$ independienetes para $1 \leq i \leq 120$ definidas como

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{Si la habitación está ocupada.} \\ 0 & \text{Si la habitación está desocupada.} \end{cases}$$

Consideramos

$$N = \text{“}Total\ de\ habitaciones\ ocupadas\text{”} = \sum_{i=1}^{120} X_i$$

y por el TCL tenemos que

$$\frac{N}{120} = \frac{\sum_{i=1}^{120} X_i}{120} = \bar{X}_{120} \sim N\left(0{,}75; \frac{0{,}75 \cdot (1 - 0{,}75)}{120}\right)$$

(a)

$$\begin{aligned} P(60 \leq N) &= P(0{,}5 \leq \bar{X}_{120}) = P\left(\frac{0{,}5 - 0{,}75}{\sqrt{0{,}0015625}} \leq \frac{\bar{X}_{120} - 0{,}75}{\sqrt{0{,}0015625}}\right) \\ &\approx P(-6{,}324555 \leq Z) = 1 - P(Z \leq -6{,}324555) \\ &= 1 - F_Z(-6{,}324555) \approx 1 \end{aligned}$$

(b)

$$\begin{aligned} P(N \leq 80) &= P(\bar{X}_{120} \leq 0{,}67) \approx P\left(Z \leq \frac{0{,}67 - 0{,}75}{\sqrt{0{,}0015625}}\right) \\ &= P(Z \leq -2{,}023858) = F_Z(-2{,}023858) = 0{,}02149238 \end{aligned}$$

(c) La ganancia es

$$G = 100 \cdot N - 4000$$

luego

$$\begin{aligned} P(7000 \leq G) &= P(7000 \leq 100 \cdot N - 4000) = P(110 \leq N) \\ &= P(0{,}92 \leq \bar{X}_{120}) = P\left(\frac{0{,}92 - 0{,}75}{\sqrt{0{,}0015625}} \leq \frac{\bar{X}_{120} - 0{,}75}{\sqrt{0{,}0015625}}\right) \\ &\approx P(4{,}300698 \leq Z) = 1 - P(Z \leq 4{,}300698) \\ &= 1 - F_Z(4{,}300698) = 8{,}513048 \cdot 10^{-6} \approx 0 \end{aligned}$$

(d) $E(G) = E(100 \cdot N - 4000) = 100 \cdot E(N) - 4000 = 100 \cdot 120 \cdot 0{,}75 - 4000 = 5000$

7. La cantidad de carillas que la impresora de una oficina imprime en el transcurso de 1 minuto es una variable aleatoria con distribución Poisson de parámetro 8 y la cantidad de carillas que imprime en cada minuto son independientes entre sí. Santiago desea usarla para imprimir un libro de probabilidad y su jefe le permite usarla durante 30 mins:

(a) Si el libro tiene 105 páginas (210 carillas), cuál es la probabilidad aproximada de que Santiago pueda imprimir el libro entero durante la media hora que puede usar la impresora?

(b) Santiago le agradece a su jefe pero le dice que prefiere usar la impresora durante la hora (60 minutos) que dura el almuerzo, para asegurarse que nadie en la oficina necesite la impresora y porque tambien le gustaría imprimir otro libro de 130 páginas. Teniendo en cuenta que solo le quedaría tiempo para almorzar después de haber terminado de imprimir los libros, calcular la probabilidad aproximada que luego no disponga de al menos 10 minutos para almorzar.

(c) Usar R y el resultado que afirma que si se tienen n variables aleatorias $X_i \sim Pois(\lambda_i)$ independientes entonces vale que $X_1 \ldots X_n \sim Pois(\lambda_1 + \ldots + \lambda_2)$ para calcular las probabilidades exactas de los incisos previos

Solution:

8. Un videojuego fue descargado por 192 personas. El desarrollador hizo un análisis, determinando que la cantidad de horas diarias que cada usuario utiliza la app se puede suponer $U(1;7)$ y que representan cantidades aleatorias simultáneamente independientes.

(a) Para un día específico, cuál es la probibilidad aproximada de que el tiempo acumulado que juegan los 192 usuarios sea de al menos 800 hs?

(b) El desarrollador quiere establecer una tarifa proporcional al tiempo diario de uso de la app, cual debe ser esa tarifa por hora si pretende ganar al menos 2000 USD diarios con una confianza del 95 %?

Solution: Sean $T_i \sim U(1;7)$ independienetes para $1 \leq i \leq 192$ definidas como

$$T = \text{“}\textit{Cantidad de horas diarias que el usuario } i - \textit{ésimo utiliza la app}\text{”}$$

(a) Sea $N = X_1 + \ldots + X_{192}$, se nos pide aproximar el valor de $P(N \geq 800)$.
Utilizando el TCL, tendremos que

$$\frac{N}{192} = \frac{X_1 + \ldots + X_{192}}{192} = \bar{X}_{192} \sim N\left(\frac{1+7}{2}; \frac{(7-1)^2/12}{192}\right)$$

Luego

$$P(N \geq 800) = P\left(\bar{X}_{192} \geq \frac{800}{192}\right) = P\left(\bar{X}_{192} \geq 4{,}17\right) \approx 0{,}0869$$

(b) Sea a la tarifa horaria que le permitiría ganar un mínimo de 2000 USD diarios con una confianza del 95 %. Entonces

$$\begin{aligned}
& P\left(\textit{Ganancia diaria} \geq 2000\right) = 0{,}95 \\
\iff & P\left(a \cdot N \geq 2000\right) = 0{,}95 \\
\iff & P\left(X_1 + \ldots + X_{192} \geq \frac{2000}{a}\right) = 0{,}95 \\
\iff & P\left(\bar{X}_{192} \geq \frac{2000}{192 \cdot a}\right) = 0{,}95
\end{aligned}$$

Luego por el TCL y utilizando la app

$$\frac{2000}{192 \cdot a} = 3{,}794 \iff a = \frac{2000}{192 \cdot 3{,}794} \iff a = 2{,}75$$

9. Un profesor de una universidad brinda clases de consulta a sus estudiantes a las 10:00 am, un solo día a la semana, y sabe que el tiempo esperado que le demanda evacuar una duda es de 7 minutos con una desviación estándar de 4 minutos. Si a la clase de consulta se presentan 36 estudiantes los cuales harán todos preguntas distintas:
   (a) Calcule la probabilidad aproximada de que el tiempo promedio de atención sea menos de 5 minutos por estudiante.
   (b) Si el profesor debe dictar clases a la 2:00 pm ¿Cuál es la probabilidad aproximada de que atienda a los 36 estudiantes sin tener que llegar tarde a la clase?
   (c) Si hay estudiantes que después de 15 minutos iniciada la clase se retiran si el profesor aún no ha llegado ¿Cuál es la probabilidad aproximada de que el profesor llegue a clase y ya se hayan marchado estudiantes sabiendo que tuvo que atender 36 consultas distintas?

Solution: Sean X_i = "*Cantidad de minutos para contestar la duda del* i – *ésimo estudiante*" independientes, tales que $E(X_I) = 7$ y $Var(X_i) = 4^2$.

(a) See nos pide aproximar el valor de $P(\bar{X}_{36} < 5)$.
Utilizando el TCL, tendremos que

$$\bar{X}_{36} = \frac{X_1 + \ldots + X_{36}}{36} \sim N\left(7; \frac{4^2}{36}\right)$$

Luego estandarizando:

$$P(\bar{X}_{36} < 5) \approx P\left(Z < \frac{5-7}{\sqrt{4^2/36}}\right) = P(Z < -3) = 0{,}00135$$

(b) Como entre las 10 am y las 2 pm hay 240 minutos:

$$P(X_1 + \ldots + X_{36} < 240) = P\left(\frac{X_1 + \ldots + X_{36}}{36} < \frac{240}{36}\right) = P(\bar{X}_{36} < 6{,}67) \approx P(Z < -0{,}5) = 0{,}30854$$

(c) Los alumnos se retiran si el profesor no llega a dar la clase habiendo transcurrido 255 minutos desde el inicio de la clase de consultas:

$$P(X_1 + \ldots + X_{36} > 255) = P\left(\bar{X}_{36} > \frac{255}{36}\right) \approx P(Z > -0{,}9375) = 1 - P(Z < -0{,}9375) = 0{,}82639$$

10. (∗) Los pesos de ciertos paquetes de café de una compañía cafetera son variables aleatorias independientes se distribuyen normalmente con media 500 grs. y desvío σ. ¿Cuál debe ser el valor de σ para tener una confianza del 99 % de que el peso promedio de 25 paquetes no se desviará en más de 10 grs. de la media?

Solution: Defininimos la variable $X \sim N(500; \sigma^2)$ como

$$X = \text{“}Peso\ de\ un\ paquete\ (en\ gramos)\text{”}$$

Tenemos $X_1, \ldots, X_{25}$ independientes y sabemos, sin necesidad de hacer uso del TCL, que

$$\bar{X}_{25} \sim N\left(500; \frac{\sigma^2}{n}\right)$$

Queremos un valor de σ tal que $P(490 \leq \bar{X}_{25} \leq 520) = 0{,}99$:

$$\begin{aligned}
&P(490 \leq \bar{X}_{25} \leq 510) = 0{,}99 \\
\iff &P\left(\frac{490-500}{\sigma/5} \leq Z \leq \frac{510-500}{\sigma/5}\right) = 0{,}99 \\
\iff &P\left((-10)\cdot\frac{5}{\sigma} \leq Z \leq 10\cdot\frac{5}{\sigma}\right) = 0{,}99
\end{aligned}$$

Para despejar σ vamos a usar una propiedad que se desprende de la simetría de la Normal. Sea $a > 0$, entonces

$$P(-a \leq Z \leq a) = p \quad \iff \quad 1 - 2\cdot F_Z(-a) = p$$

Aplicando este resultado al ejercicio:

$$\begin{aligned}
&P\left(\frac{-50}{\sigma} \leq Z \leq \frac{50}{\sigma}\right) = 0{,}99 \\
\iff &1 - 2\cdot F_Z\left(\frac{-50}{\sigma}\right) = 0{,}99 \\
\iff &F_Z\left(\frac{-50}{\sigma}\right) = 0{,}005 \\
\iff &\frac{-50}{\sigma} = -2{,}575829 \\
\iff &\sigma = \frac{-50}{-2{,}575829} = 19{,}41123
\end{aligned}$$

11. Un vuelo de Aerolíneas Argentinas dispone de 100 asientos. La experiencia indica que cada reserva tiene una probabilidad de 0,1 de ser cancelada a último momento. Suponé que no hay lista de espera y que los pasajeros hacen sus reservas individualmente, es decir, de forma independiente. Si la compañía desea que la probabilidad de que queden clientes indignados por haber hecho su reserva y no poder viajar sea menor que 0,01 ¿cuál debería ser el número máximo de reservas que deberían aceptar?

Solution: Si n es la cantidad de reservas aceptadas, consideramos las variables $X_i \sim Bernoulli(0{,}1)$ independientes con $1 \leq i \leq n$ definidas como

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{Si el pasajero cancela su vuelo.} \\ 0 & \text{Si el pasajero no cancela su vuelo.} \end{cases}$$

Sea

$$N = \text{“}\textit{Cantidad de clientes que cancelan su vuelo}\text{”} = \sum_{i=1}^{n} X_i,$$

luego el evento “hay clientes con reserva que quedan indigndos” es equivalente a $100 < n - N$ y nos interesa encontrar un n apropiado para que $P(100 < n - N) = P(N < n - 100) < 0{,}01$.
Por el TCL

$$\frac{N}{n} = \bar{X}_n \sim N\left(0{,}1; \frac{0{,}1\cdot(1-0{,}1)}{n}\right)$$

y el problema se reduce a encontrar n de manera que

$$P(N < n - 100) = P\left(\hat{X}_n < 1 - \frac{100}{n}\right) < 0{,}01$$

Estandarizando

$$\begin{aligned} & P\left(\hat{X}_n < \frac{n-100}{n}\right) < 0{,}01 \\ \iff & P\left(Z < \left(\frac{n-100}{n} - 0{,}1\right) \cdot \frac{\sqrt{n}}{0{,}3}\right) < 0{,}01 \\ \iff & P\left(Z < \left(\frac{0{,}9 \cdot n - 100}{n}\right) \cdot \frac{\sqrt{n}}{0{,}3}\right) < 0{,}01 \\ \iff & F_Z\left(\frac{3 \cdot n - 1000/3}{\sqrt{n}}\right) < 0{,}01 \\ \iff & \frac{3 \cdot n - 1000/3}{\sqrt{n}} \leq -2{,}326348 \end{aligned}$$

Realizando la sustitución $\sqrt{n} = z$ y planteando habrá que resolver

$$3 \cdot z^2 + 2{,}37 \cdot z - \frac{1000}{3} = 0,$$

aplicando la fórmula resolvente se obtiene $z = 10{,}15$ (la otra raíz se descarta porque es negativa) y consecuentemente $n = 103{,}0225$.
Teniendo en cuenta que el n que buscamos debe ser un número entero y que lo que pretendemos no es que necesariamente valga la igualdad, sino la desigualdad, tomaremos $n = 103$ como respuesta ($n = 104$ no verifica la desigualdad).

12. (∗) El gobierno de la Ciudad de Buenos Aires está interesado en estimar la proporción de fumadores que habitan la Ciudad. Para ello, el Ministerio de Salud decidió encuestar a n habitantes al azar y preguntarles si son o no fumadores. ¿Qué valor debe tener n para que esta proporción no difiera de la real en más de 0,01 con una probabilidad mayor o igual que 0,95?

Solution: Sean $X_i \sim Bernoulli(p)$ independienetes para $1 \leq i \leq n$, definidas como

$$X_i = \begin{cases} 1 & \text{Si la persona fuma.} \\ 0 & \text{Si la persona no fuma.} \end{cases}$$

Consideramos la proporción de fumadores encuestados

$$\hat{p} = \frac{\sum_{i=1}^{500} X_i}{n}.$$

Luego si n es un valor lo suficientemente grande, utilizando el TCL:

$$\hat{p} \sim N\left(p; \frac{p \cdot (1-p)}{n}\right)$$

Se busca establecer condiciones para n de manera que

$$P(p - 0{,}01 \leq \hat{p} \leq p + 0{,}01) \geq 0{,}95$$

Estandarizando:

$$P\left(-0{,}01 \cdot \sqrt{\frac{n}{p \cdot (1-p)}} \leq Z \leq 0{,}01 \cdot \sqrt{\frac{n}{p \cdot (1-p)}}\right) \geq 0{,}95$$

para que esta desigualdad se cumpla para cualquier p, es suficiente que se cumpla para $p = 0{,}5$:

$$P\left(-0{,}01 \cdot \frac{\sqrt{n}}{0{,}5} \leq Z \leq 0{,}01 \cdot \frac{\sqrt{n}}{0{,}5}\right) \geq 0{,}95$$

y por la simetría de la normal

$$\begin{aligned}
& P\left(-0{,}02 \cdot \sqrt{n} \leq Z \leq 0{,}02 \cdot \sqrt{n}\right) \geq 0{,}95 \\
\iff & 1 - 2 \cdot F_Z\left(-0{,}02 \cdot \sqrt{n}\right) \geq 0{,}95 \\
\iff & F_Z\left(-0{,}02 \cdot \sqrt{n}\right) \leq 0{,}025 \\
\iff & -0{,}02 \cdot \sqrt{n} \leq -1{,}959964 \\
\iff & 97{,}9982 \leq \sqrt{n} \\
\iff & 9603{,}647 \leq n
\end{aligned}$$