

Consideremos el vector aleatorio discreto (X,Y) , con rango de $X = \{3, 4\}$, y rango de $Y = \{0, 1, 2\}$. Denotamos con p_{XY} la función de probabilidad conjunta de (X,Y) , y con p_X y p_Y las funciones de probabilidad marginal de X y de Y . Se conocen los siguientes datos: $p_X(3)=0.7$, $p_Y(0)=0.45$, $p_Y(1)=0.20$, $p_{XY}(3,1)=0.05$, $p_{XY}(4,2)=0.10$. Hallar $E(X^2|Y=0)$.

Seleccione una:

- ☐ a. Prefiero no contestar
- ☐ b. $3^2 \times 0.7 + 4^2 \times 0.3 = 11.1$
- ☐ c. $3^2 \times (0.40/0.45) + 4^2 \times (0.05/0.45) = 9.7777$
- ☐ d. Ninguna de las otras respuestas es correcta
- ☐ e. $3 \times (0.40/0.45) + 4 \times (0.05/0.45) = 3.1111$
- ☐ f. $3^2 \times (0.40/0.7) + 4^2 \times (0.05/0.3) = 7.8095$
- ☐ g. $3^2 \times 0.40 + 4^2 \times 0.05 = 4.4$

Rta: c

Belén tiene 3 bolilleros, cada uno con exactamente 100 bolillas, todas del mismo peso y tamaño. El primero contiene 90 rojas y 10 verdes, el segundo 40 rojas y 60 verdes y el tercero 50 rojas y 50 verdes. Belén elige un bolillero de acuerdo a las siguientes probabilidades: elige el primero con probabilidad 0.25, elige el segundo con probabilidad 0.33 y elige el tercero con probabilidad 0.42. Luego de elegir el bolillero, extrae 5 bolillas CON reposición del bolillero que eligió. Sabiendo que las primeras dos bolillas extraídas son rojas, ¿cuál es la probabilidad de que las últimas tres bolillas extraídas también sean rojas?

Seleccione una:

- ☐ a. $(0.9^3 \times 0.25 + 0.4^3 \times 0.33 + 0.5^3 \times 0.42) / (0.9^2 \times 0.25 + 0.4^2 \times 0.33 + 0.5^2 \times 0.42) = 0.7102$
- ☐ b. Prefiero no contestar
- ☐ c. $(0.9^5 \times 0.25 + 0.4^5 \times 0.33 + 0.5^5 \times 0.42) / (0.9^2 + 0.4^2 + 0.5^2) = 0.1345$
- ☐ d. $(0.9^5 \times 0.25 + 0.4^5 \times 0.33 + 0.5^5 \times 0.42) / (0.9^2 \times 0.25 + 0.4^2 \times 0.33 + 0.5^2 \times 0.42) = 0.4555$
- ☐ e. $(0.9^3 \times 0.25 + 0.4^3 \times 0.33 + 0.5^3 \times 0.42) = 0.2559$
- ☐ f. Ninguna de las otras respuestas es correcta
- ☐ g. $(0.9 \times 0.25 + 0.4 \times 0.33 + 0.5 \times 0.42)^3 = 0.1823$

Rta: d

Sea X una variable aleatoria con distribución normal $N(\mu, \sigma^2)$. Determinar cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA:

Seleccione una:

- ☐ a. $P[(X-\mu)/\sigma > 1] = 0.1587$
- ☐ b. $P(X > \mu+10) > P(X \leq \mu-5)$
- ☐ c. Si $\mu=15$, $\sigma=2$, entonces $F_X(14)=0.3085$ (F_X representa la función de distribución acumulada de X)
- ☐ d. $P(X \leq \mu) = P(X > \mu)$
- ☐ e. Si $\mu=10$ y $\sigma=3$, entonces el cuantil 0.85 es igual a 13.109
- ☐ f. Prefiero no contestar
- ☐ g. $P(X \geq \mu) = 0.5$

Rta: b

En un estanque el número de bacterias por cm³ (centímetro cúbico) de agua sigue una distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 0.1$. Un test diseñado para detectar la presencia de la bacteria en una muestra de 1cm³ de agua tiene una sensibilidad (probabilidad de que el test de positivo cuando la muestra contiene una o más bacterias) de 0.95 y una especificidad (probabilidad de que el test de negativo cuando la muestra no contiene bacterias) de 0.99. Entonces la probabilidad de que una muestra de agua de 1cm³ tenga una o más bacterias sabiendo que el test dio positivo es:

Seleccione una:

- ☐ a. $\frac{0.95 \times (0.005)}{0.95 \times (0.005) + 0.99 \times (0.995)} = 0.005$
- ☐ b. $0.95 \times (1 - 0.99) = 0.009$
- ☐ c. $\frac{0.95 \times (0.005)}{0.95 \times (0.005) + 0.01 \times (0.995)} = 0.323$
- ☐ d. $\frac{0.95 \times (0.095)}{0.95 \times (0.095) + 0.01 \times (0.905)} = 0.909$
- ☐ e. Prefiero no contestar.
- ☐ f. $\frac{0.95 \times (0.095)}{0.95 \times (0.095) + 0.99 \times (0.905)} = 0.092$
- ☐ g. Ninguna es correcta.

Rta: d

El vector aleatorio (X, Y) toma valores de manera discreta en los puntos (0,0), (0,1), (1,0) y (1,1) de acuerdo a la siguiente función de probabilidad de masa conjunta:

$$p_{XY}(x, y) = \begin{cases} \frac{3-x-y}{8}, & \text{si } x \in \{0, 1\}, y \in \{0, 1\}, \\ 0 & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

La covarianza entre X e Y es:

Seleccione una:

- ☐ a. $\text{Cov}(X, Y) = -0.250$
- ☐ b. Prefiero no contestar.
- ☐ c. $\text{Cov}(X, Y) = 0.2187$
- ☐ d. $\text{Cov}(X, Y) = -0.0156$
- ☐ e. $\text{Cov}(X, Y) = -0.2187$
- ☐ f. Ninguna es correcta.
- ☐ g. $\text{Cov}(X, Y) = 0.3750$

Rta: d