

Introducción a la Estadística
FINAL - TEMA 1 - 05/07/2019

Nombre y apellido:

Legajo:

Sección:

Ej 1	Ej 2	Ej 3	Calificación

Resolver cada ejercicio en hoja aparte. Numerar todas las hojas, colocar el nombre en ellas e indicar en la última, antes de la firma, el número total de hojas. Es obligatorio entregar la hoja de fórmulas que pueden llevar al examen. En caso de no entregarla el examen será aplazado y se le otorgará a ese examen una calificación igual a 0. Aquel que no haya llevado hoja de fórmulas deberá consignarlo en la primera hoja del examen y al comienzo del examen consignarlo al ayudante presente en el aula.

- Justifique todas sus respuestas -

1. (40 points) Suponé que un cajero automático sólo permite extraer las cantidades de \$500, \$1000 o \$2000. Para las extracciones de \$1000 el cajero dispensa cinco billetes de \$200, para las de \$2000 el cajero dispensa diez billetes de \$200 y para las de \$500 el cajero dispensa dos billetes de \$200 y un billete de \$100.

Suponé que los clientes que arriban al cajero no están relacionados entre sí y las cantidades extraídas por ellos son mutuamente independientes. Suponé que la probabilidad de que un cliente extraiga \$500 es 0.3, de que extraiga \$1000 es 0.5 y de que extraiga \$2000 es 0.2 .

- (a) (5 points) Calculá la probabilidad de que en una extracción se dispense un billete de \$100.
- (b) (5 points) Calculá la probabilidad de que en las 5 primeras extracciones del día se hayan dispensado un total de dos billetes de \$100.
- (c) (10 points) Calculá la esperanza y la varianza del número de billetes de \$200 dispensados en una extracción.
- (d) (5 points) Calculá la probabilidad de que en las tres primeras extracciones del día se hayan dispensado exactamente 17 billetes de \$200.

Suponé que el número de extracciones que se realizan en un día es una variable aleatoria Poisson con parámetro $\lambda = 1000$. Si no pudiste resolver el item c), suponé que la esperanza solicitada en ese inciso es 4 y la varianza solicitada en ese inciso es 7.

- (e) (15 points) Calculá la esperanza y la varianza del número total de billetes de \$200 que se dispensarán en un día.

2. (30 points) Un agricultor va a probar dos fertilizantes, A y B , en dos lotes vecinos de su campo. A principio del año, el agricultor coloca el fertilizante A en un lote, el fertilizante B en el otro lote y en ambos lotes siembra trigo. El rendimiento en toneladas de la cosecha en el lote con fertilizante A es un variable aleatoria X , mientras que el rendimiento en toneladas de la cosecha en el lote con el fertilizante B es una variable aleatoria Y . Se sabe que (X, Y) sigue una distribución normal bivariada

$$\begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} \sim N \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & cov(X, Y) \\ cov(X, Y) & 2 \end{pmatrix} \right)$$

- (a) (15 points) Si se sabe que

$$\text{var}(X + Y) = \text{var}(2X - Y).$$

¿Cuál es el valor de $\text{cov}(X, Y)$? ¿Cuál es el valor de la correlación entre X e Y ?

Si no pudiste resolver el inciso (a), para resolver el siguiente inciso en caso que necesites saber el valor de $\text{cov}(X, Y)$ podés asumir que $\text{cov}(X, Y) = 0,3$.

- (b) (15 points) Calculá la probabilidad de que el rendimiento del lote con el fertilizante A sea mayor al rendimiento del lote con el fertilizante B
3. (30 points) Una banco emite tres tipos de tarjetas de crédito: standard, gold y platino. El 60 % de las tarjetas emitidas son standard, el 30 % son gold y el 10 % son platino. En cualquier mes, la probabilidad de que un cliente con tarjeta standard pague el balance total a término (es decir antes o durante la fecha de vencimiento) es 0.2, mientras que la probabilidad de que un cliente con tarjeta gold pague el balance a término es 0.4. A su vez, se sabe que en cualquier mes, entre los clientes que pagan a término, el 25 % poseen tarjetas platino.
- (a) (10 points) ¿Cuál es la probabilidad de que el próximo mes un cliente pague la totalidad del balance de su tarjeta de crédito a término?
- Si no pudiste resolver el inciso (a), para responder lo que sigue podés suponer que la probabilidad solicitada en ese inciso es 0.3
- (b) (10 points) ¿Cuál es la probabilidad de que en un mes cualquiera, un cliente con tarjeta platino pague la totalidad del balance de su tarjeta de crédito a término?
- (c) (10 points) Suponé que en un mes dado, una sucursal del banco emite tarjetas para 10 nuevos clientes no relacionados entre sí. Suponé que los nuevos clientes tienen el mismo patrón de comportamiento que los clientes ya existentes. Si las diez nuevas tarjetas emitidas son standard, ¿cuál es la probabilidad de que exactamente tres de los diez clientes que recibieron las nuevas tarjetas paguen la totalidad del balance del primer mes a término?.