

---

*Mini-entrega 3:  $P=NP$ ?*

---

Dado un grafo  $G = (V, E)$  y un entero  $k \in \mathbb{Z}_+$ , un  $k$ -coloreo de  $G$  es una función  $c : V \rightarrow \{1, \dots, k\}$  tal que  $c(i) \neq c(j)$  para todo  $ij \in E$ . Es decir, un coloreo es una asignación de un número entre 1 y  $k$  (llamado un *color* en este contexto) a cada vértice de modo tal que todo par de vértices vecinos reciba colores distintos. Dado un grafo  $G$  y un entero  $k$ , la versión de decisión del problema de coloreo consiste en determinar si  $G$  admite un  $k$ -coloreo o no. Se sabe que este problema es NP-completo.

Consideremos el siguiente algoritmo **polinomial** para  $k = 2$ . Tomamos un vértice  $v \in V$  cualquiera y recorremos el grafo con BFS partiendo desde  $v$ . Coloreamos con color 1 a todos los vértices con distancia impar a  $v$ , y con color 2 a todos los vértices con distancia par a  $v$ . Si luego de realizar este procedimiento quedan dos vértices vecinos con el mismo color, entonces retornamos **false** diciendo que  $G$  no es 2-coloreable. En cambio, si todo par de vértices vecinos tiene colores distintos, entonces retornamos **true** diciendo que  $G$  sí es 2-coloreable.

Este algoritmo es lineal, con lo cual podemos resolver la versión de decisión del problema de 2-coloreo en tiempo polinomial. Por lo tanto,  $P = NP$ !

¿Qué error hay en este argumento?