Trabajo Prático 1 en R

Ignacio Pardo & Luca Mazzarello

2022-08-24

Segunda Parte: Teorema Central del Límite

Distribución Bernoulli

Sea $X \sim \text{Be}(p)$ siendo $p = 0,2$.

```r
p_1 = 0.2
```

- Indicar el valor de $\text{E}(X)$ y de $\text{V}(X)$.

$$\text{E}(X) = 0,2$$

$$\begin{aligned} \text{V}(X) &= 0,2 * 0,8 \\ &= 0,16 \end{aligned}$$

- Guardar $Nrep = 10000$ realizaciones de X en el vector `ber_N_infty` con el comando `rbinom()` (prestar atención a los parámetros que utiliza esta función). Luego, obtener la frecuencia relativa de cada posible valor del rango de X. Se puede utilizar el comando `table()`. ¿Qué valores espera observar en esas frecuencias relativas? ¿Por qué?

```r
Nrep = 10000

ber_N_infty = rbinom(Nrep, 1, p_1)
table(ber_N_infty)
```

```
## ber_N_infty
##    0    1
## 7950 2050
```

```r
table(ber_N_infty)/Nrep
```

```
## ber_N_infty
##     0     1
## 0.795 0.205
```

La frecuencia relativa de X=1 se aproxima a la probabilidad (p) de la Bernoulli, mientras que X=0 se aproxima a 1-p por la Ley de los Grandes Números: El promedio de variables aleatorias converge en probabilidad a su esperanza con $n \to \infty$

- Calcular el promedio y la varianza muestral con los datos del vector `ber_N_infty` y comparar con los obtenidos en el primer ítem. ¿Qué observa?

```r
mean(ber_N_infty)
```

```
## [1] 0.205
```

El promedio se aproxima a $\mathrm{E}(X) = 0,2$

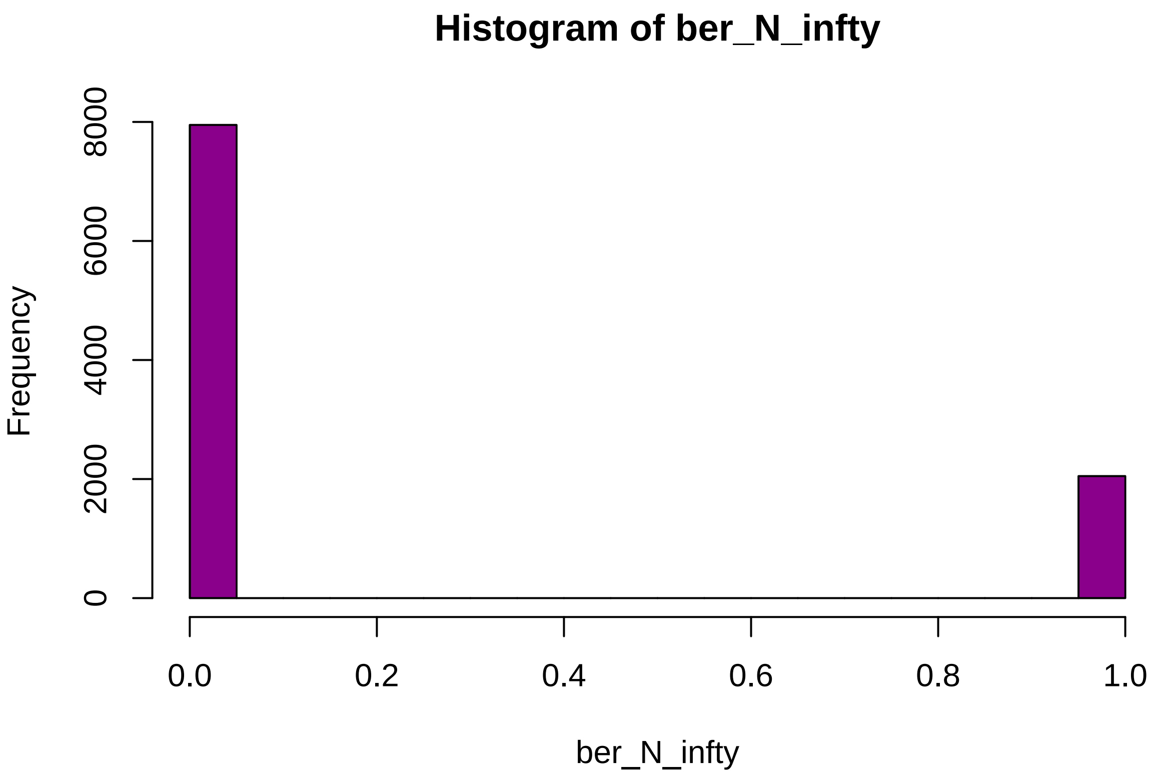
```
var(ber_N_infty)
```

```
## [1] 0.1629913
```

La varianza se aproxima a $\mathrm{V}(X) = 0,16$

- Realizar un histograma de los datos. ¿Qué observa? ¿Es consistente con la distribución a partir de la cual fueron generados los datos?

```
hist(ber_N_infty, col = "darkmagenta")
```



Las ocurrencias de $X = 0$ en la distribución se aproximan a 8000, y las de $X = 1$ a 2000, las cuales corresponden con la probabilidad $p = 0,2$ y la cantidad de repeticiones $Nrep = 10000$. Es consistente ya que $P(|\hat{\theta}_n - \theta| > \epsilon) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0, \forall\epsilon > 0$

La distribución empírica del promedio

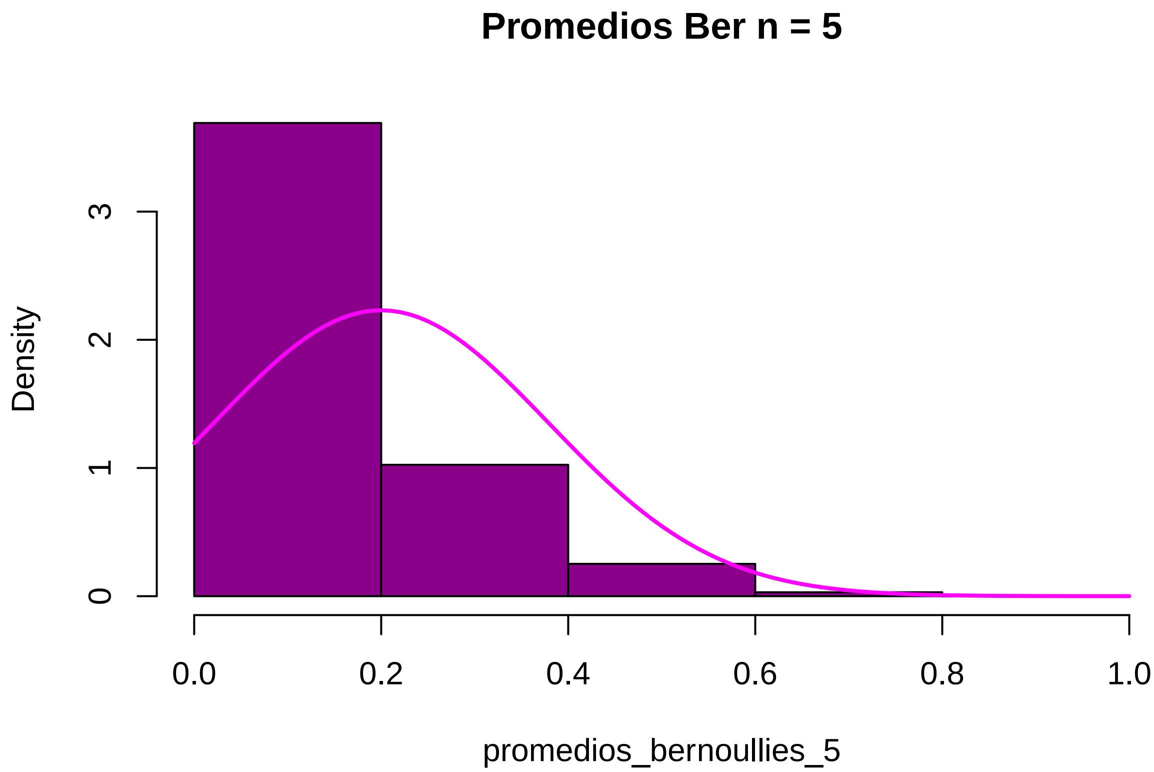
- Guardar en el vector `promedios_bernoullies`, $Nrep = 10000$ promedios utilizando $n = 5$ datos con distribución X.

```
n_dist = 5
promedios_bernoullies_5 = replicate(Nrep, mean(rbinom(n_dist, 1, p_1)))
table(promedios_bernoullies_5)
```

```
## promedios_bernoullies_5
##    0  0.2  0.4  0.6  0.8    1
## 3261 4122 2050  504   61    2
```

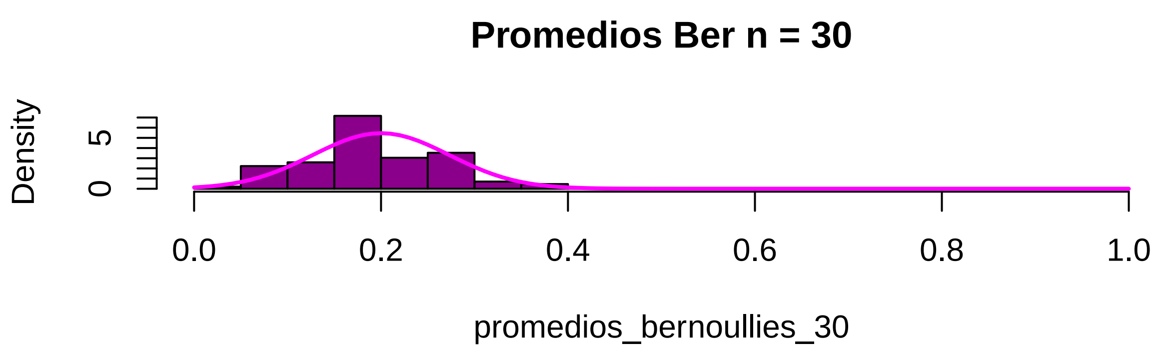
- Con los promedios guardados en promedios bernoullies, realizar un histograma de densidad. Para el histograma de densidad, usar el argumento `probability = TRUE` en el comando `hist()`. Además, como $\mathrm{n} = 5$ puede ser pequeño, al usar `hist()` puede ajustar el parámetro `breaks`. Observar qué ocurre al poner (o no) ese parámetro. Luego, superponer el gráfico de la curva de la densidad normal con la media y desvío que considere razonables.

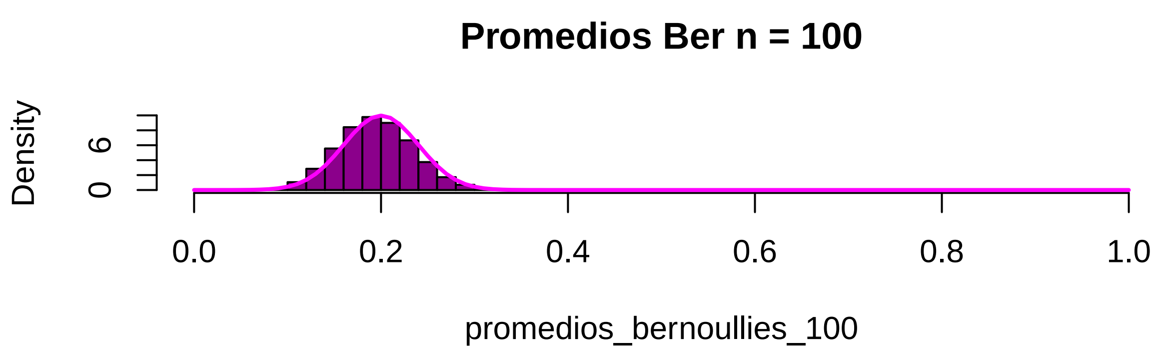
```
hist(main = "Promedios Ber n = 5", promedios_bernoullies_5,
     probability = TRUE, xlim = c(0,1), col = "darkmagenta", breaks = 4)
curve(dnorm(x, p_1, sqrt(p_1 * (1-p_1) / 5)), add=TRUE, lwd=2, col="magenta")
```



- Repetir los ítems 2 y 3 con $n = 30$ y con $n = 100$. Comparar los tres histogramas obtenidos y explicar qué observa en cada caso y a qué cree que se debe. Tener cuidado con la diferencia en las escalas.

```
n_dist = 30
promedios_bernoullies_30 = replicate(Nrep, mean(rbinom(n_dist, 1, p_1)))

par(mfrow=c(2, 1))
hist(main = "Promedios Ber n = 30", promedios_bernoullies_30,
     probability = TRUE, xlim = c(0,1), col = "darkmagenta")
curve(dnorm(x, p_1, sqrt(p_1 * (1-p_1) / 30)), add=TRUE, lwd=2, col="magenta")

n_dist = 100
promedios_bernoullies_100 = replicate(Nrep, mean(rbinom(n_dist, 1, p_1)))
hist(main = "Promedios Ber n = 100", promedios_bernoullies_100,
     probability = TRUE, xlim = c(0,1), col = "darkmagenta")
curve(dnorm(x, p_1, sqrt(p_1 * (1-p_1) / 100)), add=TRUE, lwd=2, col="magenta")
```






```
par(mfrow=c(1, 1))
```

En los graficos se puede observar que a medida que el valor de n es mas alto, los promedios se concentran mas cerca de la esperanza de la variable que estamos analizando. Con $n \to \infty$, el histograma de densidad de la estimación de la normal apartir de la muestra con elementos Exponencial se aproxima a la curva de la normal $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$. Esto se explica por la Ley de los Grandes Numeros.

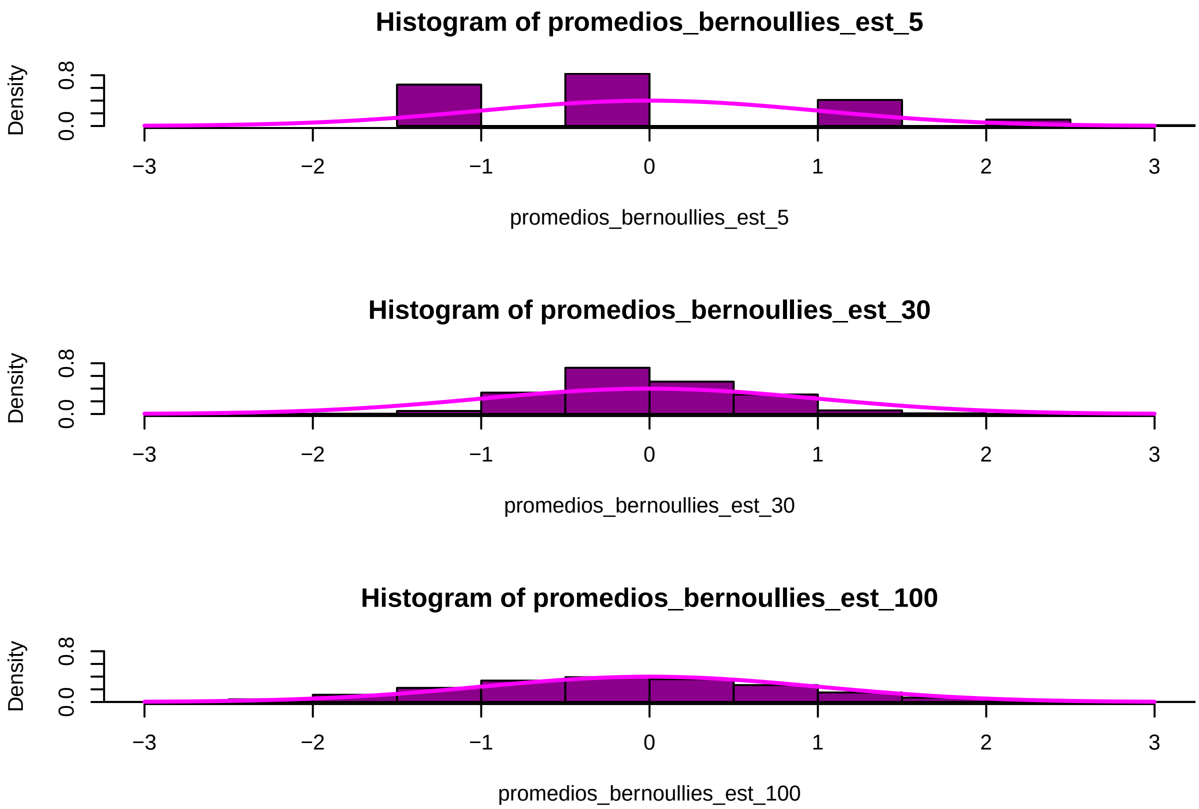
La distribución empírica del promedio estandarizado

- Realizar ahora histogramas de densidad con los datos de `promedios_bernoullies_est` donde a los valores guardados en `promedios_bernoullies` se les resta μ y se los divide por $\sqrt(\sigma^2/n)$. Utilizar $n \in \{5, 30, 100\}$. ¿Qué observa? Explicar.

  Con n cada vez mayor, la distribución de la muestra se aproxima más a la distribucíon de una $N(0, 1)$.

```
promedios_bernoullies_est_5 = (promedios_bernoullies_5 - p_1) /
  sqrt(p_1 * (1-p_1) / 5)

par(mfrow=c(3, 1))
hist(promedios_bernoullies_est_5, xlim = c(-3, 3), ylim = c(0, 0.8),
     probability = TRUE, col = "darkmagenta")
curve(dnorm(x,0,1), add=TRUE, lwd=2, col="magenta")

promedios_bernoullies_est_30 = (promedios_bernoullies_100 - p_1) /
  sqrt(p_1 * (1-p_1) / 30)
hist(promedios_bernoullies_est_30, xlim = c(-3, 3), ylim = c(0, 0.8),
     probability = TRUE, col = "darkmagenta")
curve(dnorm(x,0,1), add=TRUE, lwd=2, col="magenta")

promedios_bernoullies_est_100 = (promedios_bernoullies_100 - p_1) /
  sqrt(p_1 * (1-p_1) / 100)
```

```r
hist(promedios_bernoullies_est_100, xlim = c(-3, 3), ylim = c(0, 0.8),
     probability = TRUE, col = "darkmagenta")
curve(dnorm(x,0,1), add=TRUE, lwd=2, col="magenta")
```




```r
par(mfrow=c(1, 1))
```

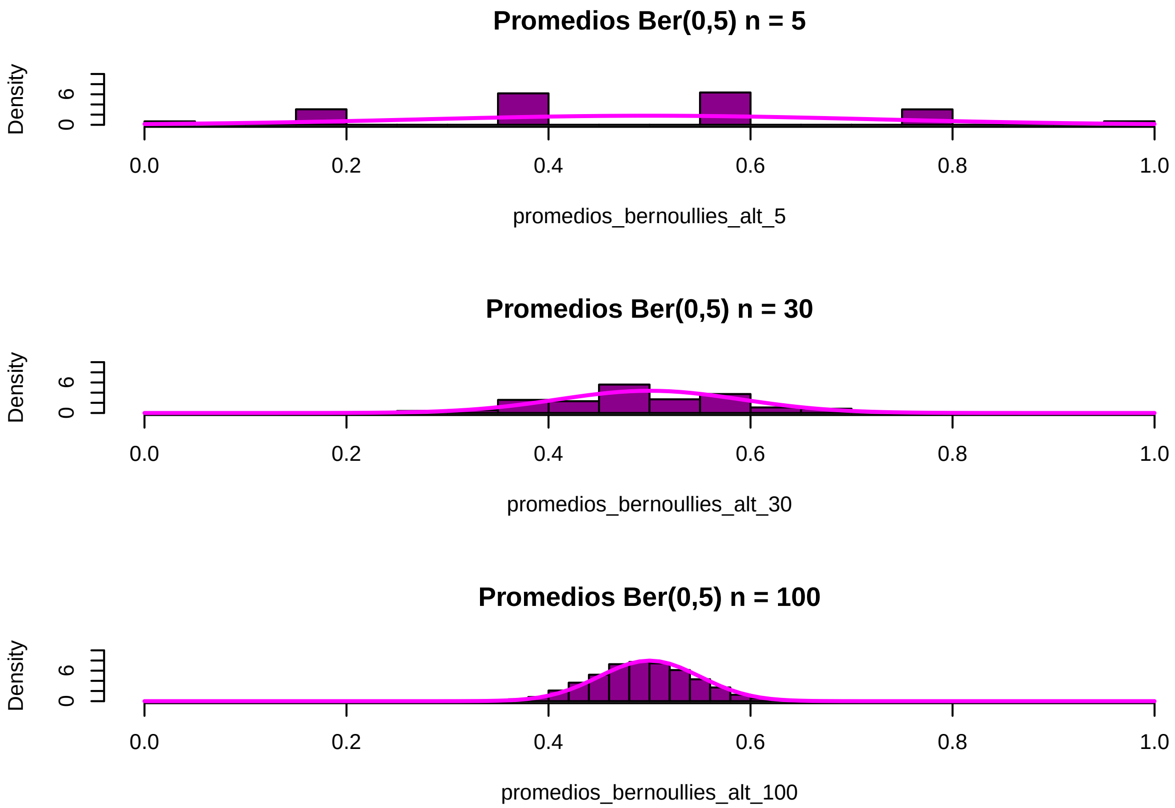
- A los histogramas de densidad del ítem anterior, superponer las curvas de la densidad normal con la media y desvío que considere adecuados. ¿Qué observa? Explicar.

  Con $n \to \infty$, el histograma de densidad de la estimación de la normal apartir de la muestra con elementos Bernoulli se aproxima a la curva de la normal $N(0,1)$

- Repetir todos los ítems anteriores con $X \sim \text{Be}(p)$ siendo $p = 0,5$. ¿Hay alguna diferencia? Comentar.

```r
p_2 = 0.5

par(mfrow=c(3, 1))

n_dist = 5
promedios_bernoullies_alt_5 = replicate(Nrep, mean(rbinom(n_dist, 1, p_2)))
hist(main = "Promedios Ber(0,5) n = 5", promedios_bernoullies_alt_5,
     probability = TRUE, xlim = c(0,1), ylim = c(0, 10), col = "darkmagenta")
curve(dnorm(x, p_2, sqrt(p_2 * (1-p_2) / n_dist)), add=TRUE, lwd=2, col="magenta")

n_dist = 30
promedios_bernoullies_alt_30 = replicate(Nrep, mean(rbinom(n_dist, 1, p_2)))
hist(main = "Promedios Ber(0,5) n = 30", promedios_bernoullies_alt_30,
     probability = TRUE, xlim = c(0,1), ylim = c(0, 10), col = "darkmagenta")
curve(dnorm(x, p_2, sqrt(p_2 * (1-p_2) / n_dist)), add=TRUE, lwd=2, col="magenta")
```

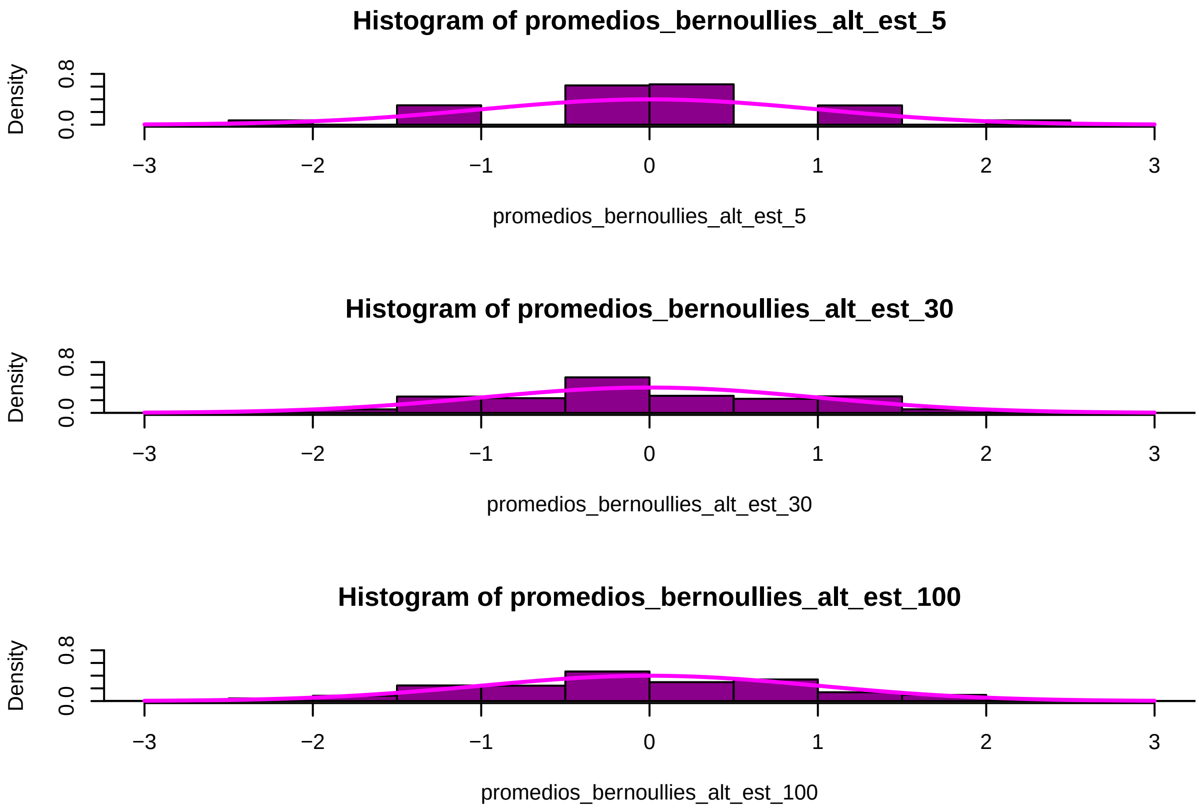
```
n_dist = 100
promedios_bernoullies_alt_100 = replicate(Nrep, mean(rbinom(n_dist, 1, p_2)))
hist(main = "Promedios Ber(0,5) n = 100", promedios_bernoullies_alt_100,
     probability = TRUE, xlim = c(0,1), ylim = c(0, 10), col = "darkmagenta")
curve(dnorm(x, p_2, sqrt(p_2 * (1-p_2) / n_dist)), add=TRUE, lwd=2, col="magenta")
```




```
par(mfrow=c(1, 1))
```

```
par(mfrow=c(3, 1))

n_dist = 5
promedios_bernoullies_alt_est_5 = (promedios_bernoullies_alt_5 - p_2) /
  sqrt(p_2 * (1-p_2) / n_dist)
hist(promedios_bernoullies_alt_est_5, xlim = c(-3, 3), ylim = c(0, 0.8),
     probability = TRUE, col="darkmagenta")
curve(dnorm(x,0,1), add=TRUE, lwd=2, col="magenta")

n_dist = 30
promedios_bernoullies_alt_est_30 = (promedios_bernoullies_alt_30 - p_2) /
  sqrt(p_2 * (1-p_2) / n_dist)
hist(promedios_bernoullies_alt_est_30, xlim = c(-3, 3), ylim = c(0, 0.8),
     probability = TRUE, col="darkmagenta")
curve(dnorm(x,0,1), add=TRUE, lwd=2, col="magenta")

n_dist = 100
promedios_bernoullies_alt_est_100 = (promedios_bernoullies_alt_100 - p_2) /
  sqrt(p_2 * (1-p_2) / n_dist)
hist(promedios_bernoullies_alt_est_100, xlim = c(-3, 3), ylim = c(0, 0.8),
```

```r
      probability = TRUE, col="darkmagenta")
curve(dnorm(x,0,1), add=TRUE, lwd=2, col="magenta")
```




```r
par(mfrow=c(1, 1))
```

Hay diferencias pero infimas, el histograma de densidad sigue aproximandose a la curva de la normal $N(0,1)$.

Distribución Uniforme

Sea $X \sim \mathcal{U}(a,b)$ siendo $a = 67$, $b = 73$.

```r
a = 67
b = 73
```

- Indicar el valor de $\mathrm{E}(X)$ y de $\mathrm{V}(X)$.

$$
\begin{aligned}
\mathrm{E}(X) &= \frac{b+a}{2} \\
&= \frac{73+67}{2} \\
&= \frac{140}{2} \\
&= 70
\end{aligned}
\qquad
\begin{aligned}
\mathrm{V}(X) &= \frac{(b-a)^2}{12} \\
&= \frac{(73-67)^2}{12} \\
&= \frac{6^2}{12} \\
&= \frac{36}{12} \\
&= 3
\end{aligned}
$$

- Guardar $Nrep = 10000$ realizaciones de X en el vector `unif_N_infty` con el comando `runif()` (prestar atención a los parámetros que utiliza esta función). Luego, obtener la frecuencia relativa de cada posible valor del rango de X. Se puede utilizar el comando `table()`. ¿Qué valores espera observar en esas frecuencias relativas? ¿Por qué?

```r
Nrep = 10000

unif_N_infty = runif(Nrep, a, b)
```

Todos los valores se aproximan a la esperanza de la variable en cuestion. Esto se explica ya que la frecuencia relativa es la proporción que representa la frecuencia absoluta (el numero de veces que se repite la variable a en este caso) en relación con el total, es decir, lo mismo que calcula la esperanza.

- Calcular el promedio y la varianza muestral con los datos del vector `ber_N_infty` y comparar con los obtenidos en el primer ítem. ¿Qué observa?

```r
e_unif = (a + b) / 2
e_unif_m = mean(unif_N_infty)
e_unif
```

```
## [1] 70
```

El promedio aproxima a la esperanza por LGN.

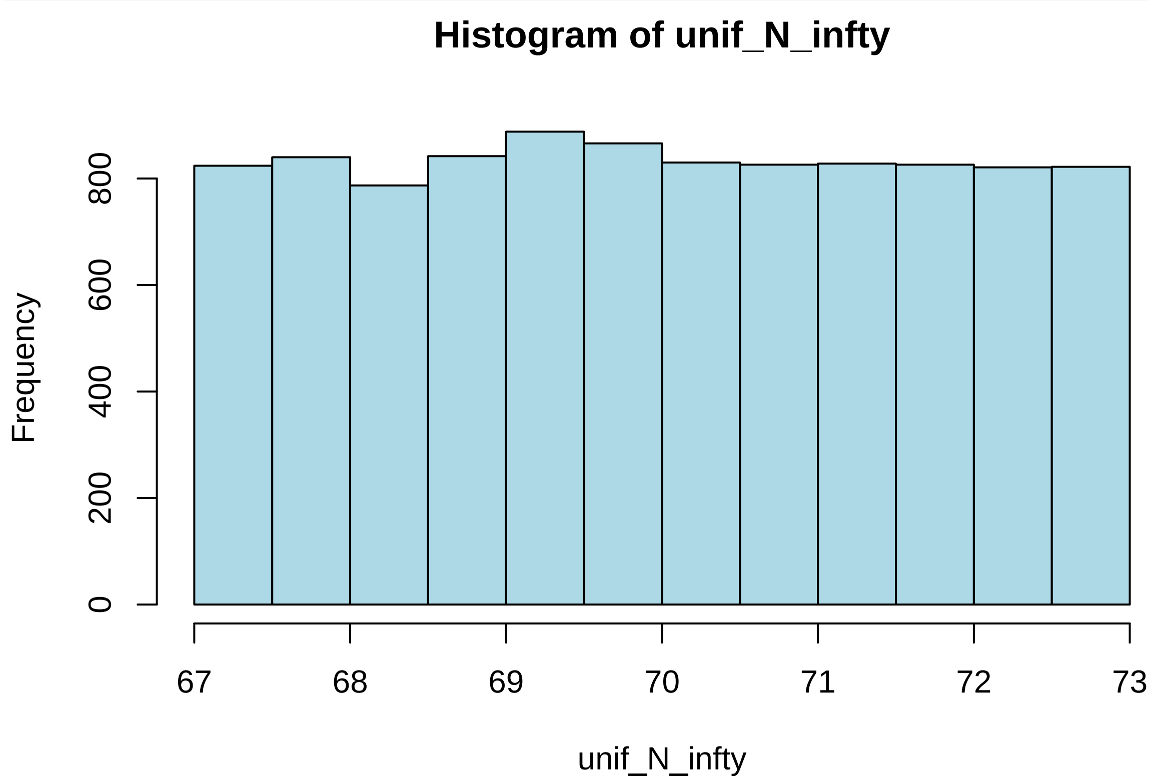
```r
var_unif = (b - a)^2 / 12
var_unif_m = var(unif_N_infty)
var_unif
```

```
## [1] 3
```

La varianza muestral aproxima a la varianza por LGN.

- Realizar un histograma de los datos. ¿Qué observa? ¿Es consistente con la distribución a partir de la cual fueron generados los datos?

```r
hist(unif_N_infty, col = "lightblue")
```



Si, el histograma aparenta la forma de una distribución uniforme, con valores entre 63 y 73.

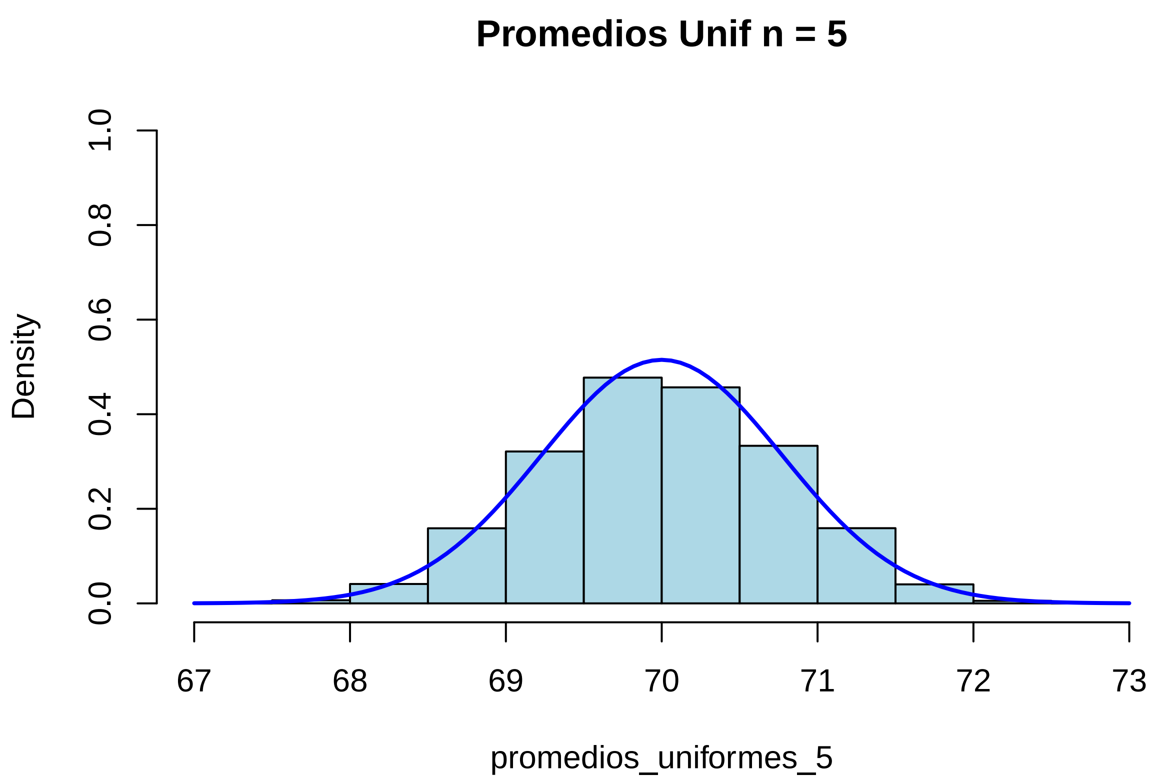
La distribución empírica del promedio

- Guardar en el vector `promedios_uniformes`, $Nrep = 10000$ promedios utilizando $n = 5$ datos con distribución X.

```
n_dist = 5
promedios_uniformes_5 = replicate(Nrep, mean(runif(n_dist, a, b)))
```

- Con los promedios guardados en promedios bernoullies, realizar un histograma de densidad. Para el histograma de densidad, usar el argumento `probability = TRUE` en el comando `hist()`. Además, como n = 5 puede ser pequeño, al usar `hist()` puede ajustar el parámetro `breaks`. Observar qué ocurre al poner (o no) ese parámetro. Luego, superponer el gráfico de la curva de la densidad normal con la media y desvío que considere razonables.

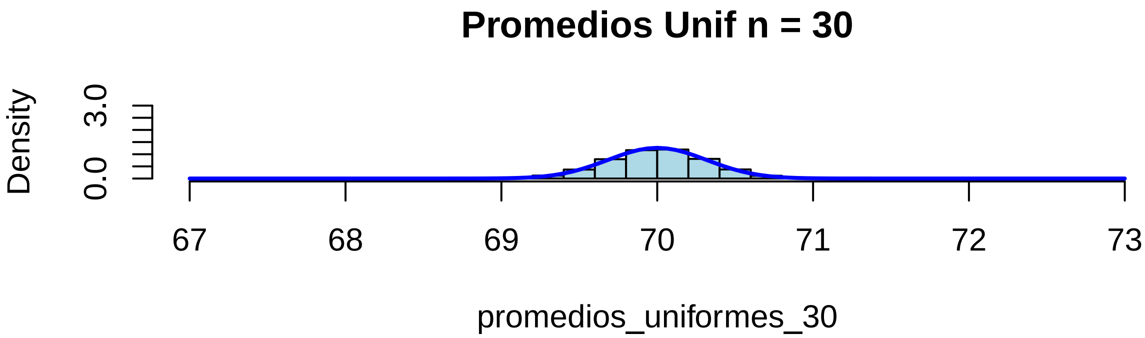
```
n_dist = 5
hist(main = "Promedios Unif n = 5", promedios_uniformes_5,
     probability = TRUE, xlim = c(a, b), ylim=c(0,1), col = "lightblue")
curve(dnorm(x, e_unif, sqrt(var_unif/n_dist)), add=TRUE, lwd=2, col="blue")
```

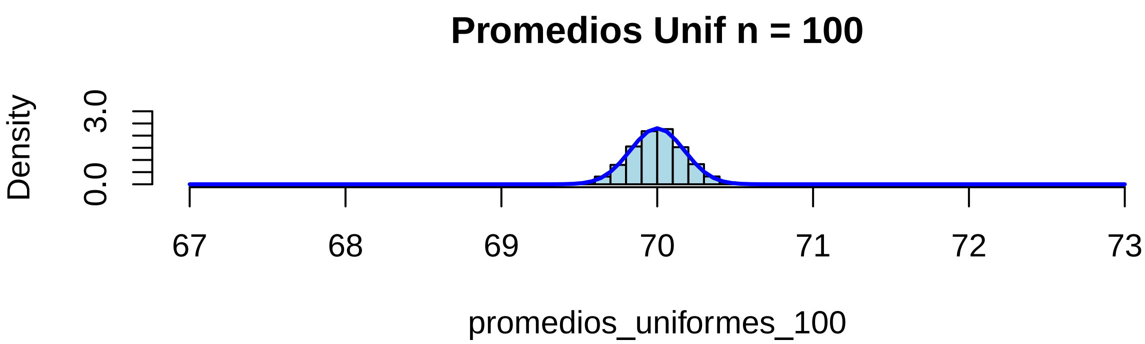


- Repetir los ítems 2 y 3 con $n = 30$ y con $n = 100$. Comparar los tres histogramas obtenidos y explicar qué observa en cada caso y a qué cree que se debe. Tener cuidado con la diferencia en las escalas.

```
n_dist = 30
promedios_uniformes_30 = replicate(Nrep, mean(runif(n_dist, a, b)))

par(mfrow=c(2, 1))
hist(main = "Promedios Unif n = 30", promedios_uniformes_30,
     probability = TRUE, xlim = c(a, b), ylim = c(0, 3), col = "lightblue")
curve(dnorm(x, e_unif, sqrt( var_unif/ n_dist)), add=TRUE, lwd=2, col="blue")

n_dist = 100
promedios_uniformes_100 = replicate(Nrep, mean(runif(n_dist, a, b)))
```

```
hist(main = "Promedios Unif n = 100", promedios_uniformes_100,
     probability = TRUE, xlim = c(a, b), ylim = c(0, 3), col = "lightblue")
curve(dnorm(x, e_unif, sqrt( var_unif/ n_dist)), add=TRUE, lwd=2, col="blue")
```






```
par(mfrow=c(1, 1))
```

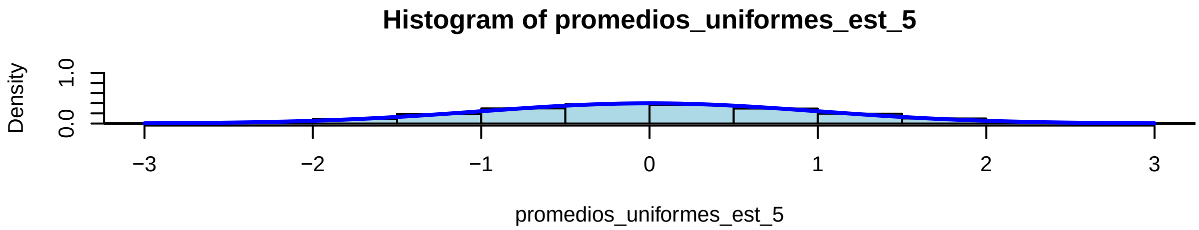
En los graficos se puede observar que a medida que el valor de n es mas alto, los promedios se concentran mas cerca de la esperanza de la variable que estamos analizando. Con $n \to \infty$, el histograma de densidad de la estimación de la normal apartir de la muestra con elementos Uniformes se aproxima a la curva de la normal $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.

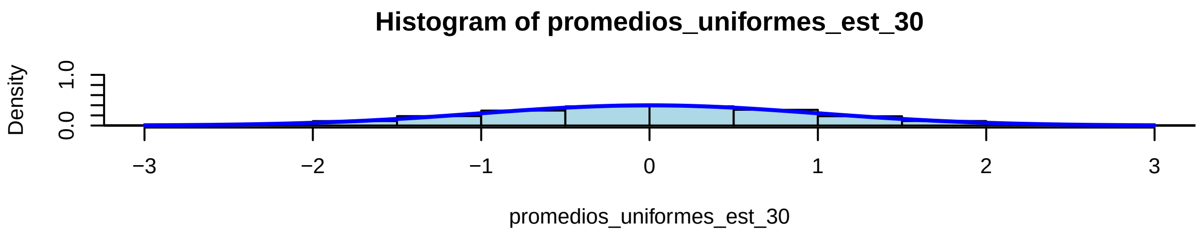
La distribución empírica del promedio estandarizado

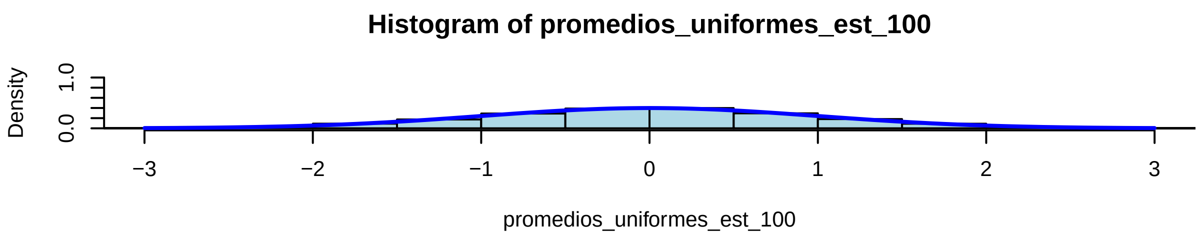
- Realizar ahora histogramas de densidad con los datos de `promedios_uniformes_est` donde a los valores guardados en `promedios_uniformes` se les resta μ y se los divide por $\sqrt{(\sigma^2/n)}$. Utilizar $n \in \{5, 30, 100\}$. ¿Qué observa? Explicar.

```
promedios_uniformes_est_5 = (promedios_uniformes_5 - e_unif) / sqrt(var_unif / 5)

par(mfrow=c(3, 1))
hist(promedios_uniformes_est_5, xlim = c(-3, 3), ylim = c(0, 1),
     probability = TRUE, col = "lightblue")
curve(dnorm(x,0,1), add=TRUE, lwd=2, col="blue")

promedios_uniformes_est_30 = (promedios_uniformes_30 - e_unif) / sqrt(var_unif / 30)
hist(promedios_uniformes_est_30, xlim = c(-3, 3), ylim = c(0, 1),
     probability = TRUE, col = "lightblue")
curve(dnorm(x,0,1), add=TRUE, lwd=2, col="blue")

promedios_uniformes_est_100 = (promedios_uniformes_100 - e_unif) / sqrt(var_unif / 100)
```

```r
hist(promedios_uniformes_est_100, xlim = c(-3, 3), ylim = c(0, 1),
     probability = TRUE, col = "lightblue")
curve(dnorm(x,0,1), add=TRUE, lwd=2, col="blue")
```








```r
par(mfrow=c(1, 1))
```

- Con n cada vez mayor, la distribución de la muestra se aproxima más a la distribucíon de una $N(0, 1)$.
- A los histogramas de densidad del ítem anterior, superponer las curvas de la densidad normal con la media y desvío que considere adecuados. ¿Qué observa? Explicar.

  Con $n \to \infty$, el histograma de densidad de la estimación de la normal apartir de la muestra con elementos Uniforme se aproxima a la curva de la normal $N(0, 1)$

Distribución Exponencial

Sea $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$ siendo $\lambda = \frac{1}{10}$.

```r
l = 0.1
```

- Indicar el valor de $\mathrm{E}(X)$ y de $\mathrm{V}(X)$.

$$\begin{aligned} \mathrm{E}(X) &= \frac{1}{\lambda} & \mathrm{V}(X) &= \frac{1}{\lambda^2} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{10}} & &= \frac{1}{(\frac{1}{10})^2} \\ &= 10 & &= \frac{1}{\frac{1}{100}} \\ & & &= 100 \end{aligned}$$

- Guardar $Nrep = 10000$ realizaciones de X en el vector `exp_N_infty` con el comando `rexp()` (prestar atención a los parámetros que utiliza esta función). Luego, obtener la frecuencia relativa de cada posible valor del rango de X. Se puede utilizar el comando `table()`. ¿Qué valores espera observar en esas frecuencias relativas? ¿Por qué?

```
Nrep = 10000

exp_N_infty = rexp(Nrep, l)
```

- Calcular el promedio y la varianza muestral con los datos del vector `ber_N_infty` y comparar con los obtenidos en el primer ítem. ¿Qué observa?

```
e_exp = mean(exp_N_infty)
e_exp = 1/l
e_exp
```

```
## [1] 10
```

El promedio aproxima a la esperanza

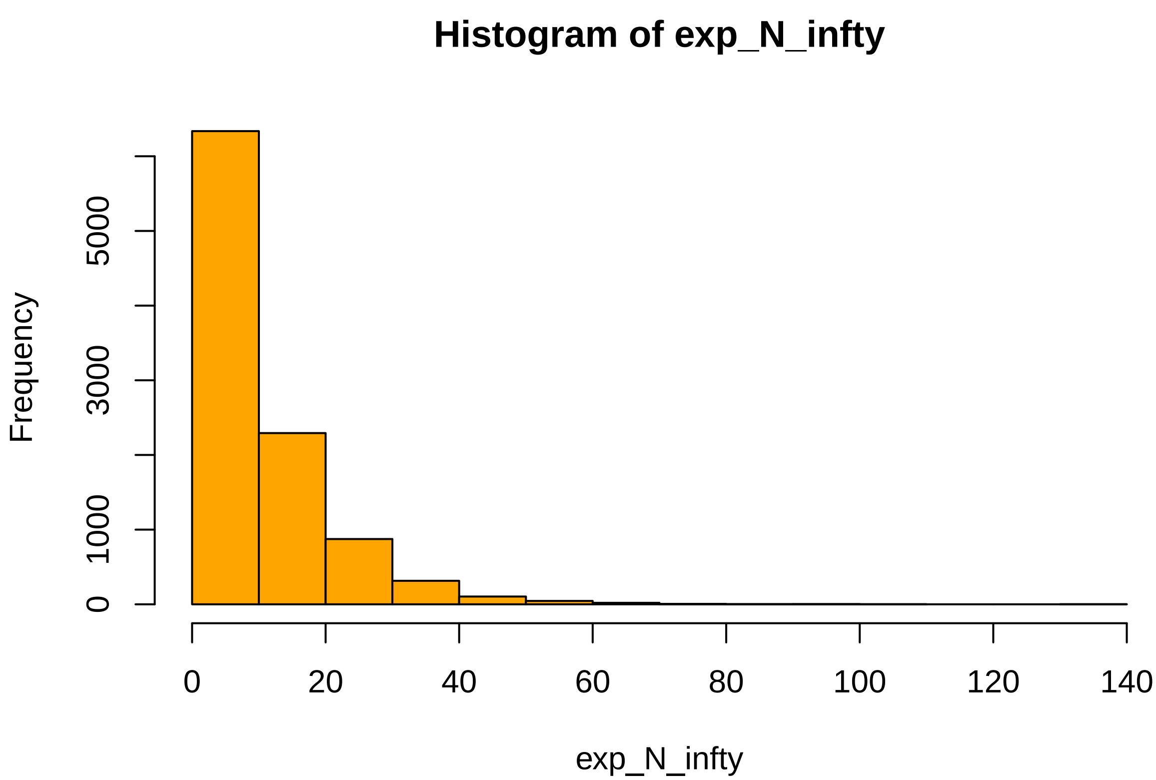
```
var_exp = var(exp_N_infty)
var_exp = 1/(l^2)
var_exp
```

```
## [1] 100
```

La varianza muestral aproxima a la varianza

- Realizar un histograma de los datos. ¿Qué observa? ¿Es consistente con la distribución a partir de la cual fueron generados los datos?

```
hist(exp_N_infty, col = "orange")
```



Si, el histograma tiene la forma de una distribución exponencial.

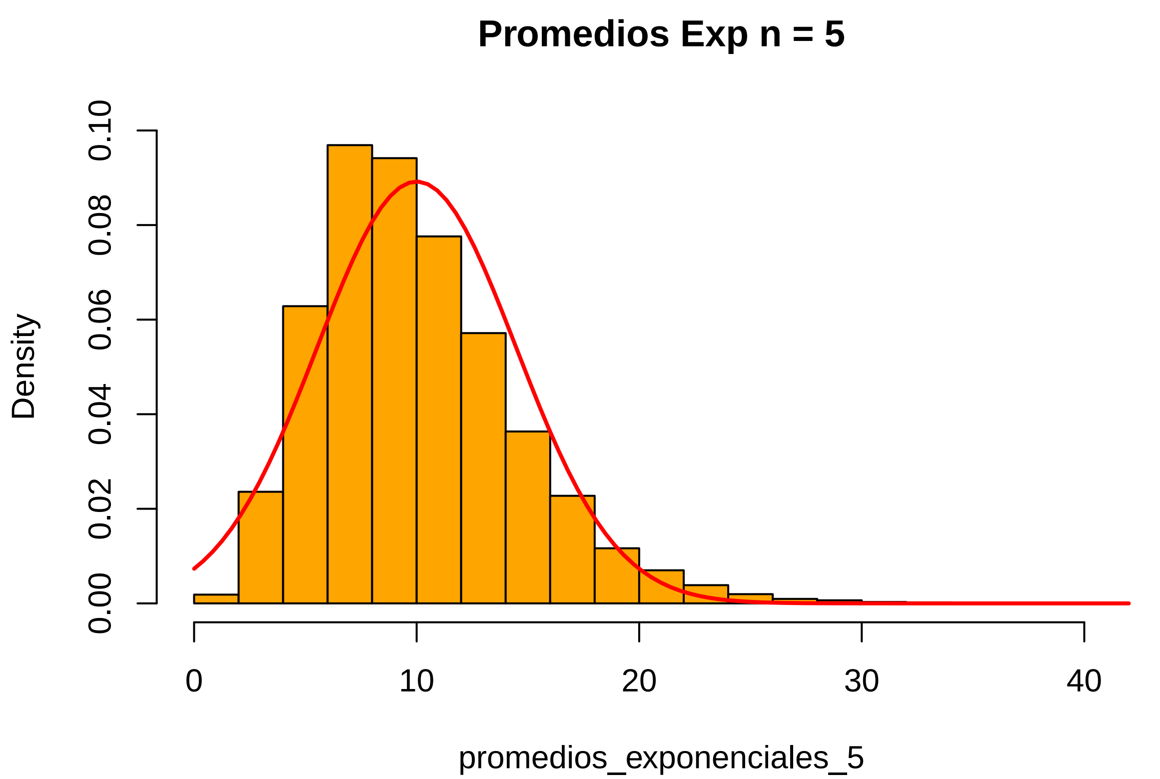
La distribución empírica del promedio

- Guardar en el vector `promedios_exponenciales`, $Nrep = 10000$ promedios utilizando $n = 5$ datos con distribución X.

```
n_dist = 5
promedios_exponenciales_5 = replicate(Nrep, mean(rexp(n_dist, l)))
```

- Con los promedios guardados en promedios bernoullies, realizar un histograma de densidad. Para el histograma de densidad, usar el argumento `probability = TRUE` en el comando `hist()`. Además, como n = 5 puede ser pequeño, al usar `hist()` puede ajustar el parámetro `breaks`. Observar qué ocurre al poner (o no) ese parámetro. Luego, superponer el gráfico de la curva de la densidad normal con la media y desvío que considere razonables.

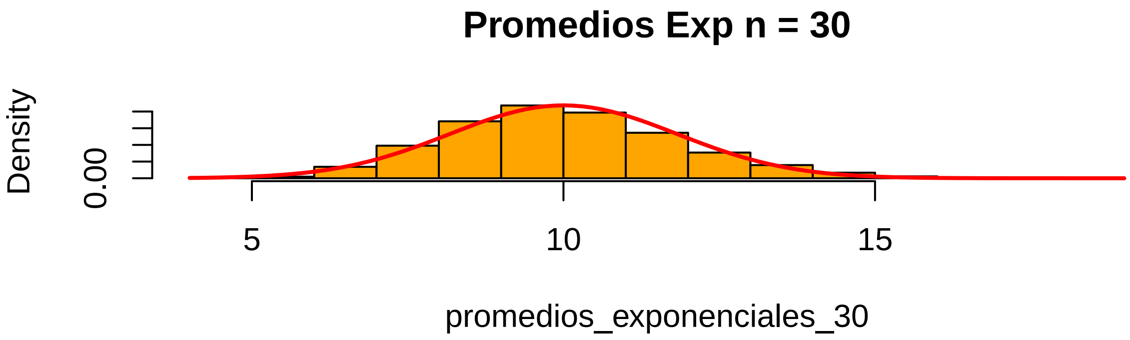
```
n_dist = 5
hist(main = "Promedios Exp n = 5", promedios_exponenciales_5,
     probability = TRUE, ylim=c(0, 1), col = "orange")
curve(dnorm(x, e_exp, sqrt(var_exp/ n_dist)), add=TRUE, lwd=2, col="red")
```

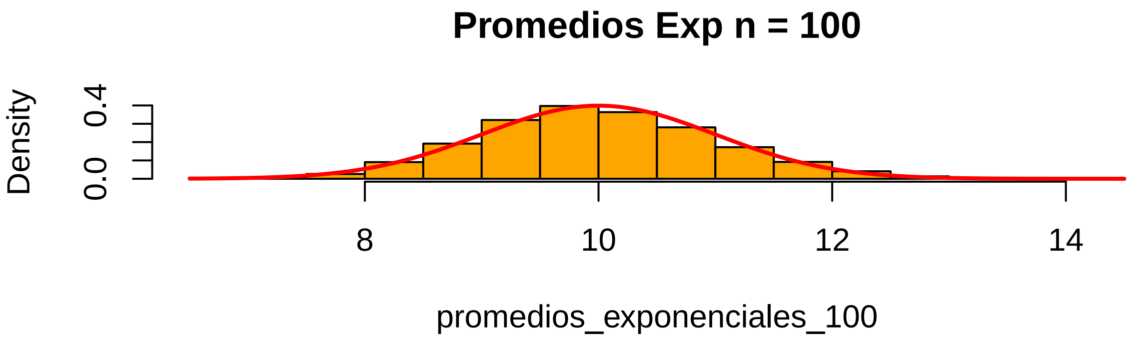


- Repetir los ítems 2 y 3 con $n = 30$ y con $n = 100$. Comparar los tres histogramas obtenidos y explicar qué observa en cada caso y a qué cree que se debe. Tener cuidado con la diferencia en las escalas.

```
n_dist = 30
promedios_exponenciales_30 = replicate(Nrep, mean(rexp(n_dist, l)))

par(mfrow=c(2, 1))
hist(main = "Promedios Exp n = 30", promedios_exponenciales_30,
     probability = TRUE, col = "orange")
curve(dnorm(x, e_exp, sqrt( var_exp/ n_dist)), add=TRUE, lwd=2, col="red")

n_dist = 100
promedios_exponenciales_100 = replicate(Nrep, mean(rexp(n_dist, l)))
```

```
hist(main = "Promedios Exp n = 100", promedios_exponenciales_100,
     probability = TRUE, col = "orange")
curve(dnorm(x, e_exp, sqrt( var_exp/ n_dist)), add=TRUE, lwd=2, col="red")
```






```
par(mfrow=c(1, 1))
```

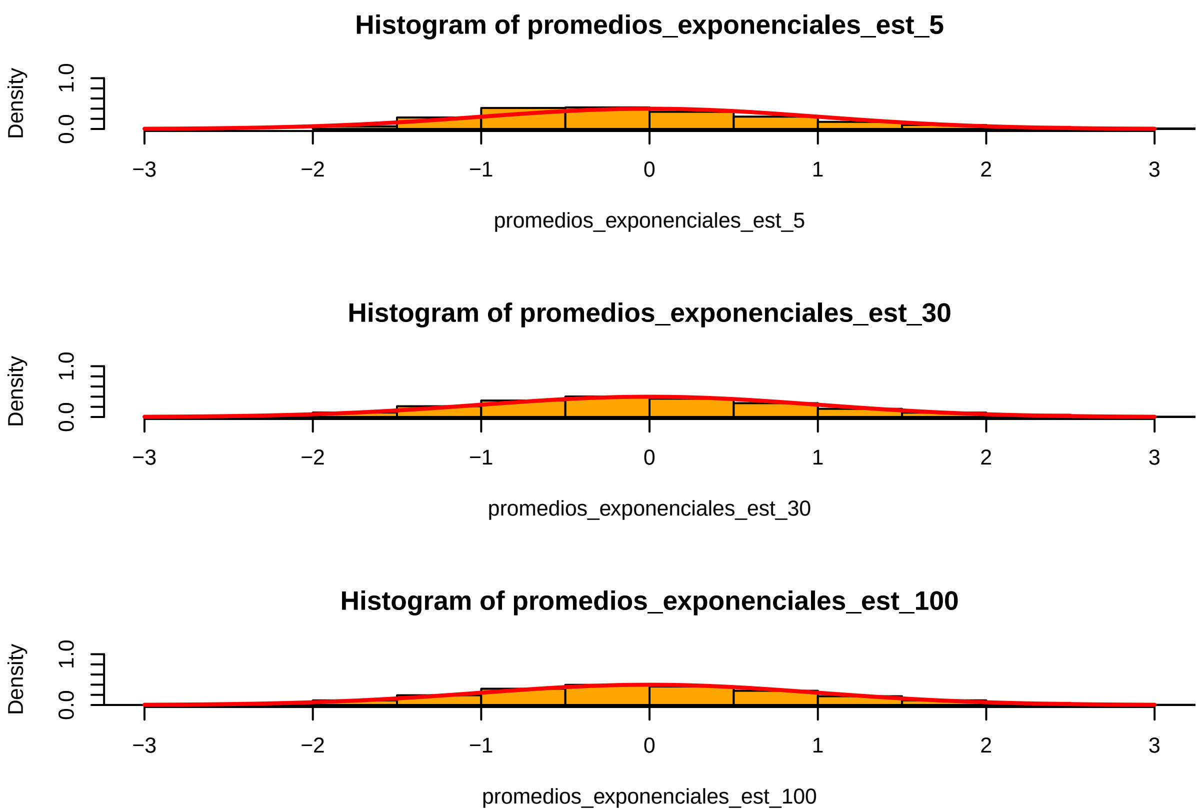
En los graficos se puede observar que a medida que el valor de n es mas alto, los promedios se concentran mas cerca de la esperanza de la variable que estamos analizando. Con $n \to \infty$, el histograma de densidad de la estimación de la normal apartir de la muestra con elementos Exponencial se aproxima a la curva de la normal $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$.

La distribución empírica del promedio estandarizado

- Realizar ahora histogramas de densidad con los datos de `promedios_exponenciales_est` donde a los valores guardados en `promedios_exponenciales` se les resta μ y se los divide por $\sqrt{(\sigma^2/n)}$. Utilizar $n \in \{5, 30, 100\}$. ¿Qué observa? Explicar.

```
promedios_exponenciales_est_5 = (promedios_exponenciales_5 - e_exp) /
  sqrt(var_exp / 5)

par(mfrow=c(3, 1))
hist(promedios_exponenciales_est_5, xlim = c(-3, 3), ylim = c(0, 1),
     probability = TRUE, col = "orange")
curve(dnorm(x,0,1), add=TRUE, lwd=2, col="red")

promedios_exponenciales_est_30 = (promedios_exponenciales_30 - e_exp) /
  sqrt(var_exp / 30)
hist(promedios_exponenciales_est_30, xlim = c(-3, 3), ylim = c(0, 1),
     probability = TRUE, col = "orange")
curve(dnorm(x,0,1), add=TRUE, lwd=2, col="red")
```

```r
promedios_exponenciales_est_100 = (promedios_exponenciales_100 - e_exp) /
  sqrt(var_exp / 100)
hist(promedios_exponenciales_est_100, xlim = c(-3, 3), ylim = c(0, 1),
     probability = TRUE, col = "orange")
curve(dnorm(x,0,1), add=TRUE, lwd=2, col="red")
```




```r
par(mfrow=c(1, 1))
```

- A los histogramas de densidad del ítem anterior, superponer las curvas de la densidad normal con la media y desvío que considere adecuados. ¿Qué observa? Explicar.

  Con $n \to \infty$, el histograma de densidad de la estimación de la normal apartir de la muestra con elementos Exponencial se aproxima a la curva de la normal $N(0, 1)$.

Distribución Normal: un caso particular

Sea $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2)$ siendo $\mu = 70$, $\sigma^2 = 1,2$.

```r
mu = 70
sd2 = 1.2
sd = sqrt(sd2)
```

- Indicar el valor de $\mathrm{E}(X)$ y de $\mathrm{V}(X)$.

$$\mathrm{E}(X) = \mu = 70$$
$$\mathrm{V}(X) = \sigma^2 = 1,2$$

- Guardar $Nrep = 10000$ realizaciones de X en el vector `norm_N_infty` con el comando `rnorm()` (prestar atención a los parámetros que utiliza esta función). Luego, obtener la frecuencia relativa de cada posible valor del rango de X. Se puede utilizar el comando `table()`. ¿Qué valores espera observar en esas frecuencias relativas? ¿Por qué?

```
Nrep = 10000

norm_N_infty = rnorm(Nrep, mu, sd)
```

- Calcular el promedio y la varianza muestral con los datos del vector `ber_N_infty` y comparar con los obtenidos en el primer ítem. ¿Qué observa?

```
e_norm = mean(norm_N_infty)
e_norm = mu
e_norm
```

```
## [1] 70
```

El promedio aproxima

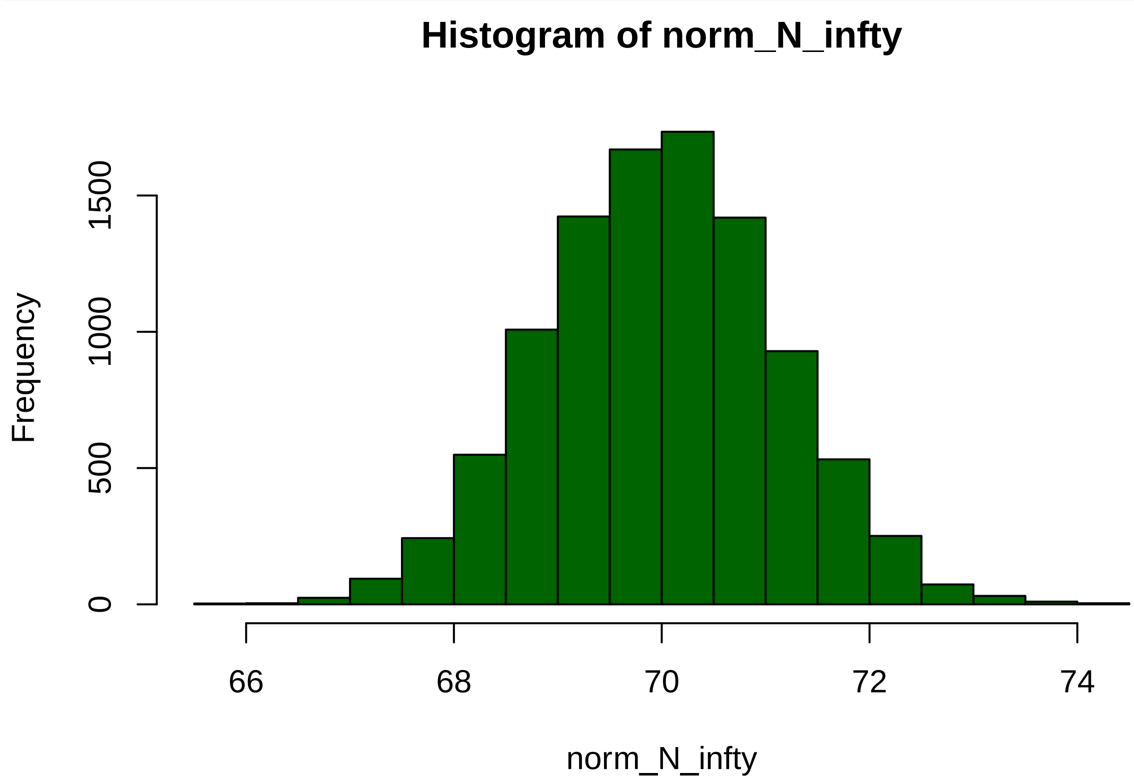
```
var_norm = var(norm_N_infty)
var_norm = sd ^ 2
var_norm
```

```
## [1] 1.2
```

La varianza aproxima

- Realizar un histograma de los datos. ¿Qué observa? ¿Es consistente con la distribución a partir de la cual fueron generados los datos?

```
hist(norm_N_infty, col = "darkgreen")
```



Si, el histograma tiene la forma de una distribución normal con su esperanza en 70 y se encuentra aproximadamente acotada entre 70 - 3 * 1.2 y 70 + 3 * 1.2.

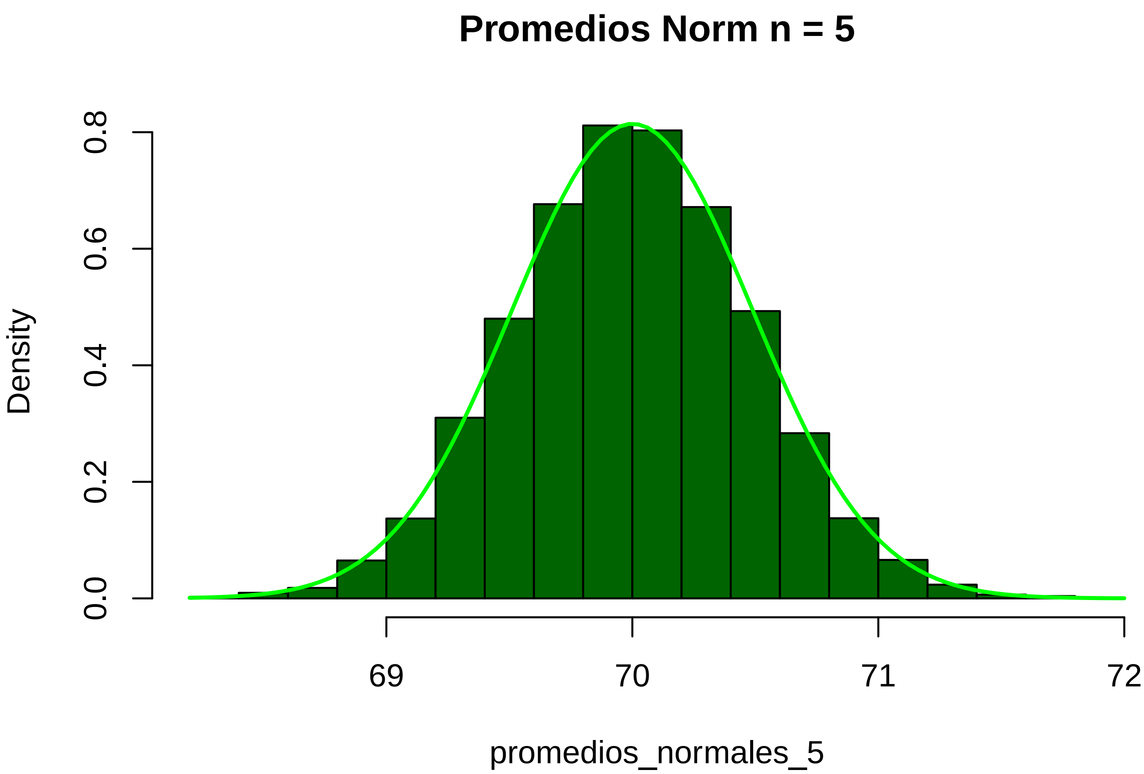
La distribución empírica del promedio

- Guardar en el vector `promedios_normales`, $Nrep = 10000$ promedios utilizando $n = 5$ datos con distribución X.

```
n_dist = 5
promedios_normales_5 = replicate(Nrep, mean(rnorm(n_dist, mu, sd)))
```

- Con los promedios guardados en promedios bernoullies, realizar un histograma de densidad. Para el histograma de densidad, usar el argumento `probability = TRUE` en el comando `hist()`. Además, como n = 5 puede ser pequeño, al usar `hist()` puede ajustar el parámetro `breaks`. Observar qué ocurre al poner (o no) ese parámetro. Luego, superponer el gráfico de la curva de la densidad normal con la media y desvío que considere razonables.

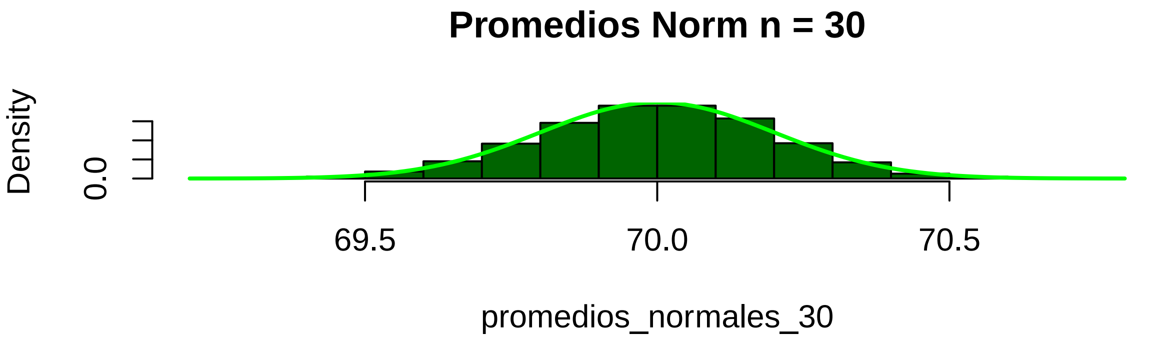
```
n_dist = 5
hist(main = "Promedios Norm n = 5", promedios_normales_5,
     probability = TRUE, col = "darkgreen")
curve(dnorm(x, e_norm, sqrt( var_norm/ n_dist)), add=TRUE, lwd=2, col="green")
```

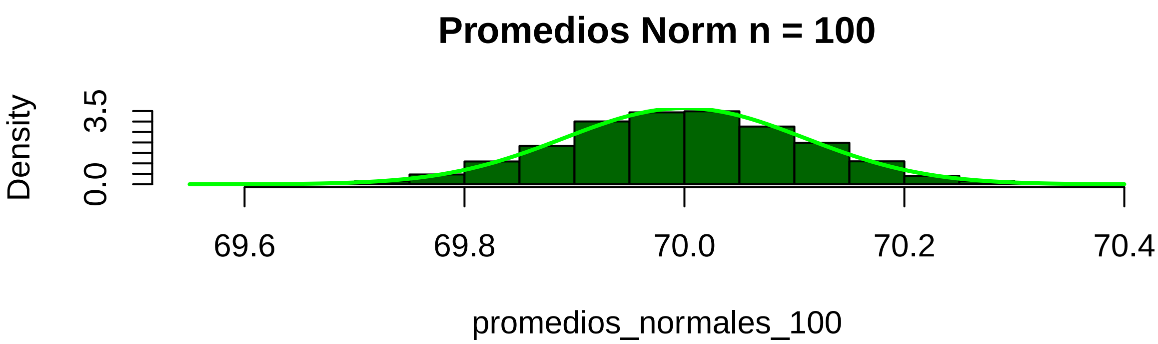


- Repetir los ítems 2 y 3 con $n = 30$ y con $n = 100$. Comparar los tres histogramas obtenidos y explicar qué observa en cada caso y a qué cree que se debe. Tener cuidado con la diferencia en las escalas.

```
n_dist = 30
promedios_normales_30 = replicate(Nrep, mean(rnorm(n_dist, mu, sd)))

par(mfrow=c(2, 1))
hist(main = "Promedios Norm n = 30", promedios_normales_30,
     probability = TRUE, col = "darkgreen")
curve(dnorm(x, e_norm, sqrt( var_norm/ n_dist)), add=TRUE, lwd=2, col="green")

n_dist = 100
promedios_normales_100 = replicate(Nrep, mean(rnorm(n_dist, mu, sd)))
```

```
hist(main = "Promedios Norm n = 100", promedios_normales_100,
     probability = TRUE, col = "darkgreen")
curve(dnorm(x, e_norm, sqrt( var_norm/ n_dist)), add=TRUE, lwd=2, col="green")
```





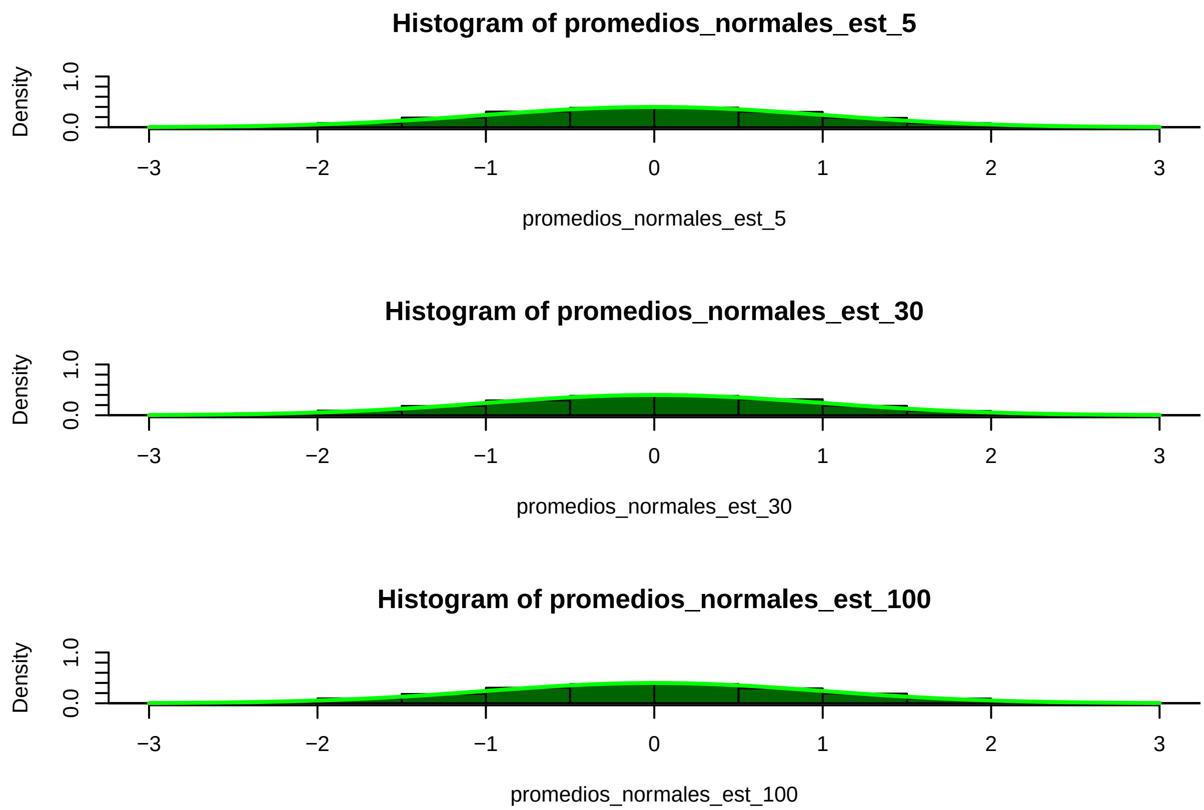

```
par(mfrow=c(1, 1))
```

La distribución empírica del promedio estandarizado

- Realizar ahora histogramas de densidad con los datos de `promedios_normales_est` donde a los valores guardados en `promedios_normales` se les resta μ y se los divide por $\sqrt{(\sigma^2/n)}$. Utilizar $n \in \{5, 30, 100\}$. ¿Qué observa? Explicar.

```
promedios_normales_est_5 = (promedios_normales_5 - e_norm) /
  sqrt(var_norm / 5)

par(mfrow=c(3, 1))
hist(promedios_normales_est_5, xlim = c(-3, 3), ylim = c(0, 1),
     probability = TRUE, col = "darkgreen")
curve(dnorm(x,0,1), add=TRUE, lwd=2, col="green")

promedios_normales_est_30 = (promedios_normales_30 - e_norm) /
  sqrt(var_norm / 30)
hist(promedios_normales_est_30, xlim = c(-3, 3), ylim = c(0, 1),
     probability = TRUE, col = "darkgreen")
curve(dnorm(x,0,1), add=TRUE, lwd=2, col="green")

promedios_normales_est_100 = (promedios_normales_100 - e_norm) /
  sqrt(var_norm / 100)
hist(promedios_normales_est_100, xlim = c(-3, 3), ylim = c(0, 1),
     probability = TRUE, col = "darkgreen")
```

```r
curve(dnorm(x,0,1), add=TRUE, lwd=2, col="green")
```




```r
par(mfrow=c(1, 1))
```

- A los histogramas de densidad del ítem anterior, superponer las curvas de la densidad normal con la media y desvío que considere adecuados. ¿Qué observa? Explicar.

  Con $n \to \infty$, el histograma de densidad de la estimación de la normal apartir de la muestra con elementos Normales es exactamente la curva de la normal $N(0,1)$

- Explicar las diferencias que puede haber en las conclusiones para este apartado (distribución normal) y las de las distribuciones anteriores (Bernoulli, uniforme y exponencial).

  El promedio de variables aleatorias $X_i \sim N(\mu, \sigma^2)$ tiene distribución exactamente $N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$, mientras que en los items anteriores, las distribuciones aproximaban a la distribicion de una normal. En este caso, la distribución es exactamente $N(0,1)$