Trabajo Práctico 4

Ignacio Pardo & Luca Mazzarello

2022-10-20

1.

a) μ: concentración **media** arsenico (ppb) en pollos del proveedor A

b) $H_0 : \mu = 80$ versus $H_1 : \mu > 80$

c) X_i: concentración de arsénico (ppb) del $i - esimo$ pollo de la muestra, $1 \leq i \leq n$. Sabemos que X_i son variables aleatorias i.i.d de distribución $\mathcal{N}(\mu, 16)$. Consideramos una muestra aleatoria $X_1, \ldots, X_n \sim \mathcal{N}(\mu, 16)$.

d) Nivel $\alpha = 0.1$

e) $T = \frac{\overline{X}_n - 80}{\sqrt{\frac{16}{n}}}$ y **bajo** H_0 sabemos que $T \sim \mathcal{N}(0, 1)$

f) $\mathcal{R} = \{\mathcal{T} > \ddagger_\alpha = 1.281552\}$

2.

a)

```
n = 5
set.seed(44512364)
concentraciones = rnorm(5, 80, 4)
(mean(concentraciones) - 80) / sqrt(16/n)
```

```
## [1] -0.9283433
```

```
(mean(concentraciones) - 80) / sqrt(16/n) < qnorm(0.9)
```

```
## [1] TRUE
```

b) Segun el test planteado en el ejercicio 1, no rechazariamos H_0 dado que el valor es menor a 1.281552

c) Dado el contexto, no puedo asegurarme de que puedo aceptar H_0 si no que la informacion conseguida no es suficiente como para rechazar la hipotesis nula. Es decir, no rechazo H_0

d) No se cancela la relación con el proovedor.

3.

```
estadistico = function(a){
  (mean(a)-80) / sqrt(16/length(a))
}

estadistico(concentraciones)
```

```
## [1] -0.9283433
```

4.

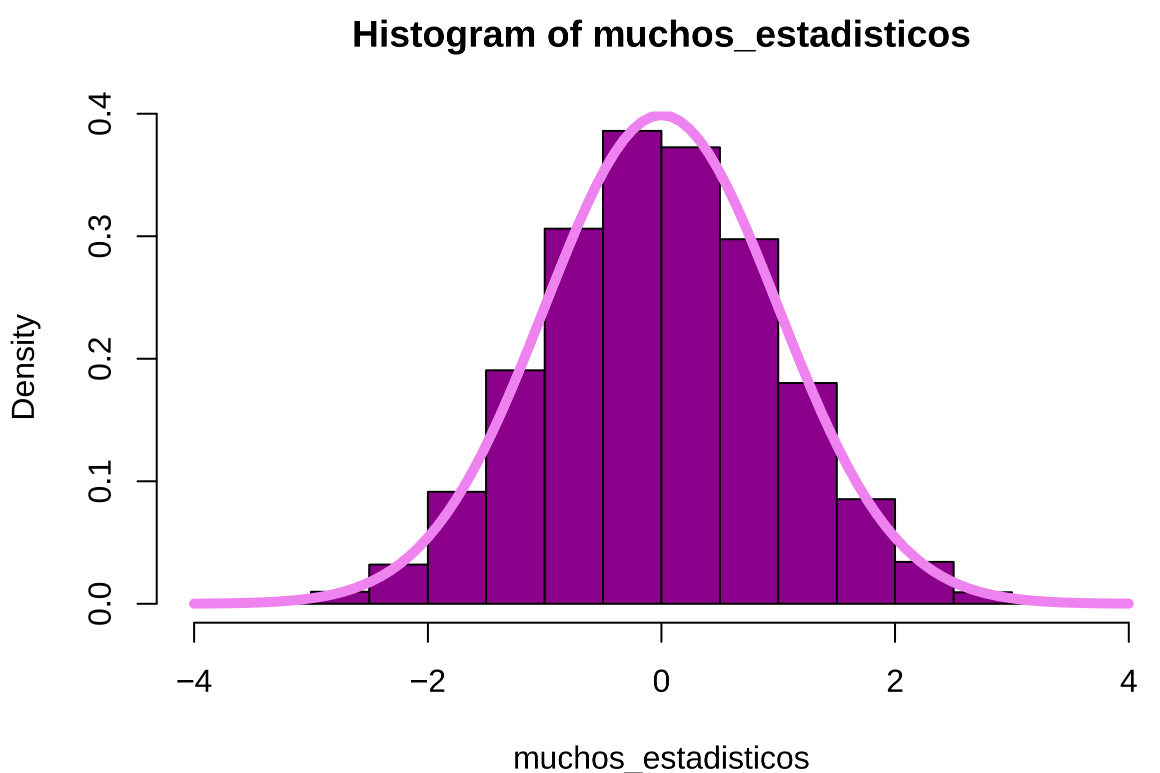
```r
Nrep = 10000
muchos_estadisticos = replicate(Nrep,estadistico(rnorm(5, 80, 4)))
mean(muchos_estadisticos > qnorm(0.9))
```

```
## [1] 0.097
```

A partir de los resultados podemos decir que en el diez porciento de las veces rechazo H_0 ya que solo el noventa porciento de las muestras satisface la hipotesis nula, es decir, $T > z_{0.1004} = 1.281552$

5.

```r
hist(muchos_estadisticos,
     probability = TRUE,
     col="darkmagenta")

curve(dnorm(x, 0, 1),
      col="violet",
      add=TRUE,
      lwd=5)
```



a) Podemos observar que el promedio se concentra en 0 (coincide con el hecho de tener una distribucion $N(0, 1)$)
b) Es de esperarse por el Teorema Central del Limite ya que trabajamos con un valor de “n” grande.

6.

El valor se debería aproximar al nivel $alpha = 0.1$

```
mean(muchos_estadisticos > qnorm(0.9))
```

```
## [1] 0.097
```

a) La proporción de muestras generadas en el ejercicio 4) para las cuales se rechazaría H_0 en base al test propuesto en el ejercicio 1) deberia acercarce al nivel propuesto α, ya que asumimos H_0 como verdadera cuando generamos muchos_estadisticos, y estamos ahora calculando la proporcion de estadisticos con los que rechazamos H_0.

b) Efectivamente el valor obtenido aproxima 0.1

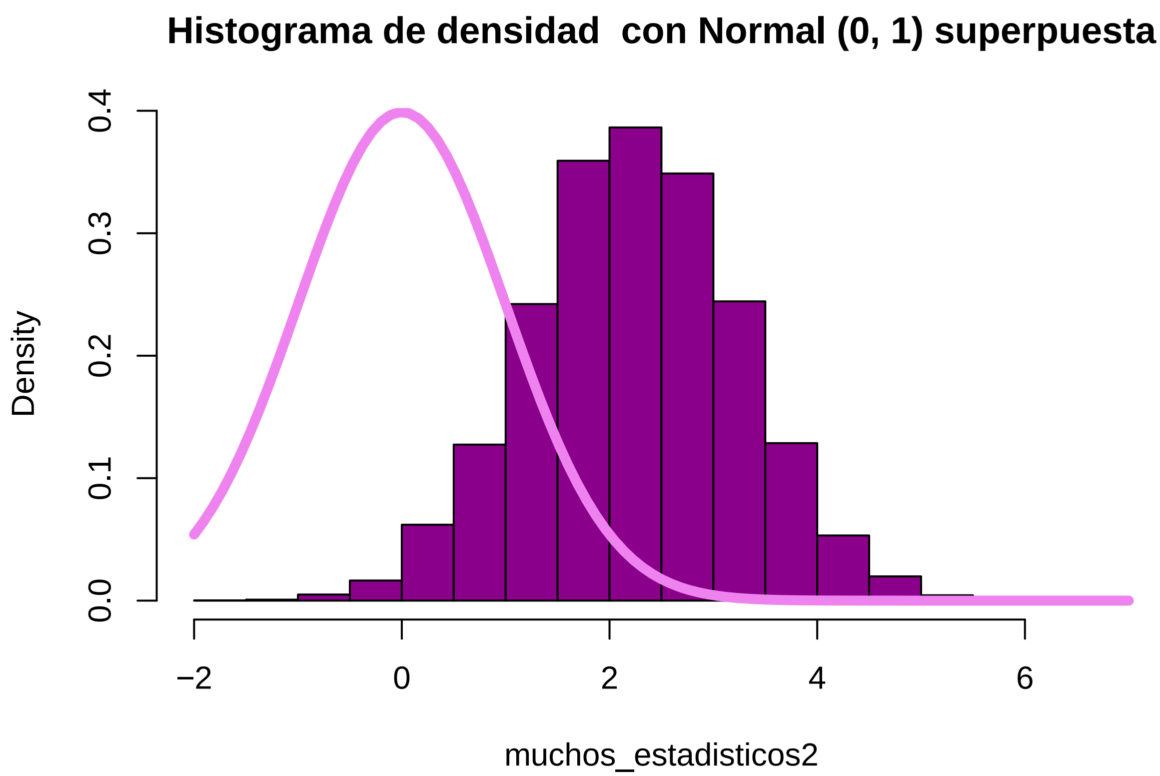
7.

```
Nrep = 10000
muchos_estadisticos2 <- replicate(Nrep, estadistico(rnorm(5, 84, 4)))

sum(muchos_estadisticos2 > qnorm(0.9))
```

```
## [1] 8347
```

8.

```
hist(muchos_estadisticos2,
     probability = TRUE,
     main = "Histograma de densidad  con Normal (0, 1) superpuesta",
     col="darkmagenta")

curve(dnorm(x, 0, 1),
      add=TRUE,
      lwd=5,
      col="violet")
```

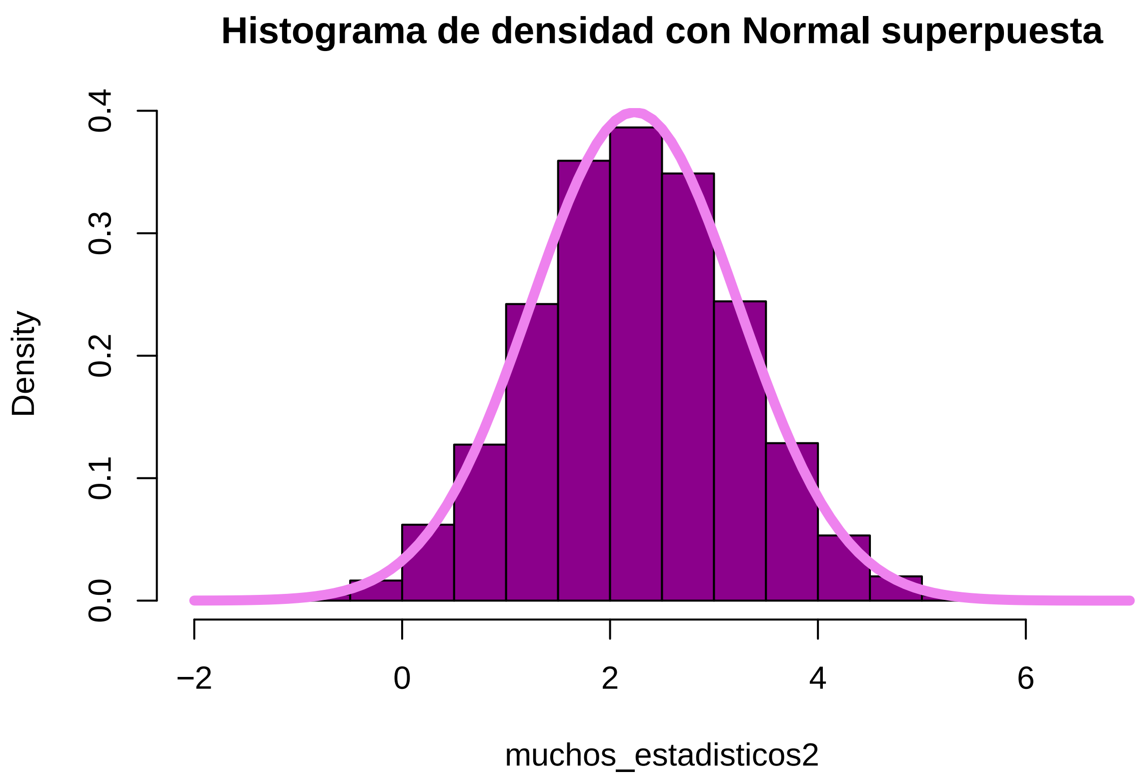


a) Se observa que muchos_estadisticos2 tiene forma de una distribucion normal, pero con media corrida para la derecha.

b) Como la funcion `estadistico` estandariza la distribución con una media de 80, pero la distribución original fue generada con una media de 84.

c)

```
hist(muchos_estadisticos2,
     probability = TRUE,
     main = "Histograma de densidad con Normal superpuesta",
     col="darkmagenta")

curve(dnorm(x, 4 / sqrt(16/5) ,1),
      add=TRUE,
      lwd=5,
      col="violet")
```



$$\overline{X}_5 \sim N(84, 16/5)\overline{X}_5 - 80 \sim N(84-80, 16/5)\overline{X}_5 - 80 \sim N(4, 16/5)\frac{\overline{X}_n - 80}{\sqrt{16/n}} \sim N(\frac{4}{\sqrt{16/5}}, 1)$$

9.

```
mean(muchos_estadisticos2 < qnorm(0.9))
```

```
## [1] 0.1653
```

10.

a) $\mathrm{H}_1 = \mu > 80$, la región de rechazo $R = \{\mathrm{T} > z_\alpha\}$ con $z_{0,05} = 1,644854$

```
nivel = 0.05
qnorm(1 - nivel)
```

```
## [1] 1.644854
```

b)

```
mean(muchos_estadisticos2 < qnorm(0.95))
```

```
## [1] 0.2733
```

c) En este caso la región de rechazo va a ser más grande, debido que tratamos con un nivel mas bajo, y, como consecuencia, la proporción de muestras que no rechacen H_0 va a ser mayor en el ejercicio 7 que en el ejercicio 9.

11.

a)

```r
valores = c(81.12, 82.87, 82.08, 81.19, 78.31, 82.26, 87.85)

estadistico_valores = estadistico(valores)
p_valor = 1 - pnorm(estadistico_valores, 0, 1)

estadistico_valores
```

```
## [1] 1.481621
```

```r
p_valor
```

```
## [1] 0.06922062
```

b)

Cuando el nivel es 0.05 no rechazamos H_0 porque el p-valor $= 0.06922062$ no es menor al nivel. Pero cuando el nivel es 0.1, si rechazamos H_0 porque el p-valor $= 0.06922062$ es menor al nivel.

c)

```r
Nrep = 10000
mean(replicate(Nrep, estadistico(rnorm(7, 80, 4))) > estadistico_valores)
```

```
## [1] 0.0675
```

El p-valor se aproxima al valor obtenido.