



**UNIVERSIDAD  
DE GRANADA**

**TSCAO**

**MÁSTER CIENCIA DE DATOS E INGENIERÍA DE COMPUTADORES**

---

# **METAHEURÍSTICAS**

**TRABAJO FINAL**

---

**Autor**

Ignacio Vellido Expósito  
ignaciove@correo.ugr.es



**ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR DE INGENIERÍAS INFORMÁTICA Y DE  
TELECOMUNICACIÓN**

**CURSO 2020-2021**

# 1. Maximum Diversity Problem (MD)

## 1.1. Búsqueda bibliográfica

- Lopez-Pires, Fabio & Vera, Katherine & Baran, Benjamin & Sandoya, Fernando. (2017). Multi-Objective Maximum Diversity Problem. 10.1109/CLEI.2017.8226423.
- Marti, Rafael & Gallego, Micael & Duarte, Abraham. (2010). A branch and bound algorithm for the maximum diversity problem. European Journal of Operational Research. 200. 36-44. 10.1016/j.ejor.2008.12.023.
- Aringhieri, Roberto & Cordone, Roberto. (2008). Tabu Search versus GRASP for the maximum diversity problem. 4OR. 6. 10.1007/s10288-007-0033-9.
- Parreño, Francisco & Álvarez-Valdés, Ramón & Marti, Rafael. (2020). Measuring Diversity. A review and an empirical analysis. European Journal of Operational Research. 289. 10.1016/j.ejor.2020.07.053.
- Marti, Rafael & Martínez-Gavara, Anna & Sánchez-Oro, Jesús. (2021). The capacitated dispersion problem: an optimization model and a memetic algorithm. Memetic Computing. 13. 10.1007/s12293-020-00318-1.
- Marti, Rafael & Gallego, Micael & Duarte, Abraham & G. Pardo, Eduardo. (2013). Heuristics and metaheuristics for the maximum diversity problem. Journal of Heuristics - HEURISTICS. 19. 1-25. 10.1007/s10732-011-9172-4.
- Silva, Geiza & Ochi, Luiz & Martins, Simone. (2004). Experimental Comparison of Greedy Randomized Adaptive Search Procedures for the Maximum Diversity Problem. Lecture Notes on Computer Science. 3059. 498-512. 10.1007/978-3-540-24838-5\_37.
- Zhou, Yangming & Hao, Jin-Kao & Duval, Beatrice. (2017). Opposition-Based Memetic Search for the Maximum Diversity Problem. IEEE Transactions on Evolutionary Computation. 21. 731-745. 10.1109/TEVC.2017.2674800.
- Gallego, Micael & Duarte, Abraham & Laguna, Manuel & Marti, Rafael. (2009). Hybrid heuristics for the maximum diversity problem. Computational Optimization and Applications. 44. 411-426. 10.1007/s10589-007-9161-6.
- Silva, Geiza & Andrade, Marcos & Ochi, Luiz & Martins, Simone & Plastino, Alexandre. (2007). New heuristics for the maximum diversity problem. J. Heuristics. 13. 315-336. 10.1007/s10732-007-9010-x.
- Santos, L. & Ribeiro, Marcos & Plastino, Alexandre & Martins, Simone. (2005). A Hybrid GRASP with Data Mining for the Maximum Diversity Problem. Lecture Notes in Computer Science. 3636. 116-127. 10.1007/11546245\_11.
- Zhou, Yalan & Yin, Jian & Zhang, Yunong. (2009). Competitive Hopfield Network Combined With Estimation of Distribution for Maximum Diversity Problems. Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on. 39. 1048 - 1066. 10.1109/TSMCB.2008.2010220.
- Andrade, Marcos & Andrade, Paulo & Martins, Simone & Plastino, Alexandre. (2005). GRASP with Path-Relinking for the Maximum Diversity Problem. Lecture Notes in Computer Science. 3503. 558-569. 10.1007/11427186\_48.

- Lozano, Manuel & Molina, Daniel & García-Martínez, C.. (2011). Iterated greedy for the maximum diversity problem. European Journal of Operational Research. 214. 31-38. 10.1016/j.ejor.2011.04.018.

## 1.2. Pseudocódigos

### 1.2.1. Greedy

Un algoritmo greedy se define de la siguiente forma:

---

**Algorithm 1:** Pseudocódigo algoritmo greedy

---

**Input:** datos: Conjunto de datos  
 sol = solución actual vacía ;  
**repeat**  
 | sol += elegirCandidatoGreedy(sol, datos) ;  
**until** *hasta que sol sea un solución;*  
**return** sol

---

Pudiendo ser **elegirCandidatoGreedy**:

---

**Algorithm 2:** elegirCandidatoGreedy

---

**Input:** sol, datos  
**return** *candidato no presente en sol con mayor distancia a los elementos en sol*

---

### 1.2.2. Semi-Greedy

Un algoritmo semi-greedy se define de la siguiente forma:

---

**Algorithm 3:** Pseudocódigo algoritmo semi-greedy

---

**Input:** datos: Conjunto de datos  
 sol = solución actual vacía ;  
**repeat**  
 | candidatos = elegirMejoresCandidatosGreedy(sol, datos) ;  
 | sol += random(candidatos) ;  
**until** *hasta que sol sea un solución;*  
**return** sol

---

Pudiendo ser **elegirMejoresCandidatosGreedy**:

---

**Algorithm 4:** elegirMejoresCandidatosGreedy

---

**Input:** sol, datos  
**return** *N candidatos no presentes en sol ordenados por mayor distancia a sol*

---

### 1.2.3. Iterated-Greedy

Un algoritmo de iterated-greedy se define de la siguiente forma:

---

**Algorithm 5:** Pseudocódigo algoritmo iterated-greedy

---

**Input:** datos: Conjunto de datos  
sol = solución actual vacía ;  
**repeat**  
    xd = destrucción(sol) ;  
    xc = construcción(xd, datos) ;  
    sol = aceptar(sol, xc) ;  
**until** *hasta que sol cumpla los criterios de parada;*  
**return** sol

---

Pudiendo ser **destrucción**:

---

**Algorithm 6:** destrucción

---

**Input:** sol  
sol = quitar N elementos aleatorios de la solución sol ;  
**return** sol

---

Pudiendo ser **construcción**:

---

**Algorithm 7:** construcción

---

**Input:** sol, datos  
**return** *candidato no presente en sol con mayor distancia a los elementos en sol*

---

Pudiendo ser **aceptar**:

---

**Algorithm 8:** aceptar

---

**Input:** sol, temp  
best = sol ;  
**if** *diversidad(temp) > diversidad(sol)* **then**  
    best = temp ;  
**return** best

---

### 1.3. Búsqueda local

---

**Algorithm 9:** Pseudocódigo algoritmo de búsqueda local

---

**Input:** datos: Conjunto de datos  
 sol = solución aleatoria válida ;  
 candidatos = vecindario(sol) ;  
**repeat**  
     sol = best(candidatos) ;  
     candidatos = vecindario(sol) ;  
**until** *hasta que candidatos esté vacía*;  
**return** sol

---

Pudiendo ser un posible operador de vecindario:

---

**Algorithm 10:** Operador de vecindario

---

**Input:** sol, datos  
**return** *sustituir elemento  $i$  de sol por elemento  $j$*

---

### 1.4. Algoritmo genético

Una posible representación podría ser un vector binario  $x = (x_0, \dots, x_n)$  indicando si un elemento  $x_i$  está presente o no en el subconjunto solución.

De esta forma tendríamos como operadores de cruce y mutación:

---

**Algorithm 11:** Operador de cruce

---

**Input:** sol1, sol2  
 sol = solución vacía ;  
 first = seleccionar  $n/2$  elementos incluidos en sol1 ;  
 second = seleccionar  $n/2$  elementos incluidos en sol2 ;  
 sol = first + second ;  
 /\* Reparar \*/  
 sol = añadir o quitar elementos aleatoriamente hasta que sol sea válida ;  
**return** sol

---



---

**Algorithm 12:** Operador de mutación

---

**Input:** sol  
 sol = quitar  $n$  elementos de sol aleatoriamente y añadir  $n$  aleatoriamente ;  
**return** sol

---

Y una inicialización correspondería a seleccionar  $m$  elementos de  $x$  de forma aleatoria.

## 2. Multidimensional two-way number partitioning problem (M2NP)

### 2.1. Búsqueda bibliográfica

- Kojić, Jelena. (2010). Integer linear programming model for multidimensional two-way number partitioning problem. *Computers & Mathematics with Applications*. 60. 2302-2308. 10.1016/j.camwa.2010.08.024.
- Alexandre Frias Faria, Sérgio Ricardo de Souza, Elisangela Martins de Sá, A mixed-integer linear programming model to solve the Multidimensional Multi-Way Number Partitioning Problem, *Computers & Operations Research*, Volume 127, 2021, 105133, ISSN 0305-0548.
- Santucci, Valentino & Baiocchi, Marco & Di Bari, Gabriele & Milani, Alfredo. (2019). A Binary Algebraic Differential Evolution for the MultiDimensional Two-Way Number Partitioning Problem. 10.1007/978-3-030-16711-0\_2.
- Hacibeyoglu, Mehmet & Alaykiran, Kemal & ACILAR, A. Merve & Tongur, Vahit & Ülker, Erkan. (2018). A Comparative Analysis of Metaheuristic Approaches for Multidimensional Two-Way Number Partitioning Problem. *Arabian Journal for Science and Engineering*. 43. 10.1007/s13369-018-3155-9.
- Jozef Kratica, Jelena Kojić, Aleksandar Savić, Two metaheuristic approaches for solving multidimensional two-way number partitioning problem, *Computers & Operations Research*, Volume 46, 2014, Pages 59-68, ISSN 0305-0548,
- Pop, Petrica & Matei, Oliviu. (2013). A Genetic Algorithm Approach for the Multidimensional Two-Way Number Partitioning Problem. 7997. 81-86. 10.1007/978-3-642-44973-4\_10.
- Petrică C. Pop, Oliviu Matei, A memetic algorithm approach for solving the multidimensional multi-way number partitioning problem, *Applied Mathematical Modelling*, Volume 37, Issue 22, 2013, Pages 9191-9202, ISSN 0307-904X,
- Vera, J. & Macías, Rodrigo & Heiser, Willem. (2009). A Latent Class Multidimensional Scaling Model for Two-Way One-Mode Continuous Rating Dissimilarity Data. *Psychometrika*. 74. 297-315. 10.1007/s11336-008-9104-x.

## 2.2. Pseudocódigos

### 2.2.1. Greedy

Siendo  $t$  el valor de la función objetivo a minimizar, un posible algoritmo greedy se define de la siguiente forma:

---

**Algorithm 13:** Pseudocódigo algoritmo greedy

---

**Input:** datos: Conjunto de datos  
 sol = solución actual vacía ;  
 i = 0 ;  
**repeat**  
     sol = elegirCandidatoGreedy(sol, datos, i) ;  
     i++ ;  
**until** *hasta que sol sea un solución*;  
**return** sol

---

Pudiendo ser **elegirCandidatoGreedy**:

---

**Algorithm 14:** elegirCandidatoGreedy

---

**Input:** sol, datos, i  
 sol = añadir  $\text{datos}_i$  al subconjunto de sol que menos incremente  $t$  ;  
**return** sol

---

### 2.2.2. Semi-Greedy

Un algoritmo semi-greedy se define de la siguiente forma:

---

**Algorithm 15:** Pseudocódigo algoritmo semi-greedy

---

**Input:** datos: Conjunto de datos  
 sol = solución actual vacía ;  
**repeat**  
     candidatos = elegirMejoresCandidatosGreedy(sol, datos) ;  
     sol += random(candidatos) ;  
**until** *hasta que sol sea un solución*;  
**return** sol

---

Pudiendo ser **elegirMejoresCandidatosGreedy**:

---

**Algorithm 16:** elegirMejoresCandidatosGreedy

---

**Input:** sol, datos  
**return**  $N$  candidatos no presentes en sol ordenados por menor incremento de  $t$  en cualquier subconjunto

---

### 2.2.3. Iterated-Greedy

Un algoritmo de iterated-greedy se define de la siguiente forma:

---

**Algorithm 17:** Pseudocódigo algoritmo iterated-greedy

---

**Input:** datos: Conjunto de datos  
sol = solución actual vacía ;  
**repeat**  
    xd = destrucción(sol) ;  
    xc = construcción(xd, datos) ;  
    sol = aceptar(sol, xc) ;  
**until** *hasta que sol cumpla los criterios de parada*;  
**return** sol

---

Pudiendo ser **destrucción**:

---

**Algorithm 18:** destrucción

---

**Input:** sol  
sol = quitar elemento aleatorio de un subconjunto de sol ;  
**return** sol

---

Pudiendo ser **construcción**:

---

**Algorithm 19:** construcción

---

**Input:** sol, datos  
**return** *candidato no presente en sol que menos incremente t*

---

Pudiendo ser **aceptar**:

---

**Algorithm 20:** aceptar

---

**Input:** sol, temp  
best = sol ;  
**if**  $t_{temp} < t_{sol}$  **then**  
    best = temp ;  
**return** best

---



## 2.3. Búsqueda local

---

**Algorithm 21:** Pseudocódigo algoritmo de búsqueda local

---

**Input:** datos: Conjunto de datos  
 sol = solución aleatoria válida ;  
 candidatos = vecindario(sol) ;  
**repeat**  
     sol = best(candidatos) ;  
     candidatos = vecindario(sol) ;  
**until** *hasta que candidatos esté vacía*;  
**return** sol

---

Pudiendo ser un posible operador de vecindario:

---

**Algorithm 22:** Operador de vecindario

---

**Input:** sol, datos  
**return** sol cambiando elemento  $i$  de subconjunto

---

## 2.4. Algoritmo genético

Una posible representación podría ser un vector binario  $x = (x_0, \dots, x_n)$  indicando a qué subconjunto un elemento  $x_i$  pertenece.

De esta forma tendríamos como operadores de cruce y mutación:

---

**Algorithm 23:** Operador de cruce

---

**Input:** sol1, sol2  
 sol = solución vacía ;  
 first = asignación en subconjuntos de  $n/2$  elementos de sol1 ;  
 second = asignación en subconjuntos de  $n/2$  elementos de sol2 ;  
 sol = first + second ;  
 /\* Reparar \*/  
 sol = incluir o quitar elementos aleatoriamente de los subconjuntos hasta que sol  
     sea válida ;  
**return** sol

---



---

**Algorithm 24:** Operador de mutación

---

**Input:** sol  
 sol = cambiar  $n$  elementos de subconjunto aleatoriamente ;  
**return** sol

---

Y una inicialización asignar un subconjunto a cada elemento de forma aleatoria.