Laboratorio 1 Algoritmos Numéricos

Ignacio Villarroel Estay
Departamento de Ingeniería Informática
Universidad de Santiago de Chile, Santiago, Chile
ignacio.villarroel.e@usach.cl

***Resumen*—En el ámbito lógico matemático, los métodos numéricos son empleados para la resolución de sistemas complejos, es por ellos que por medio del método de Newton para multivariables se solucionará un sistema de ecuaciones, donde se analizará el error mínimo obtenido por medio de la utilización de un gráfico de error en las iteraciones. Mientras que para la resolución de matrices, de las cuales se tendrán 3 matrices de distintos tamaños, se les aplicará una serie de métodos resolutivos, de los cuales se elegirán los mejores según la categoría de eficiencia (tiempo), eficacia (error) y costo operacional (cantidad de iteraciones) para que a partir de esto se genere un GESTOR el cual solamente obtendrá los mejores para cada matriz. El gestor creado tendrá una interfaz tipo menú, donde el usuario será capaz de elegir la matriz que quiere utilizar, además de este elegir la prioridad entre las 3 categorías de realización.**

I. Introducción

Un método numérico es en pocas palabras, una forma de aplicar cálculos dentro de una herramienta informática para la resolución de problemas, como ecuaciones lineales o sistemas de ecuaciones, la herramienta a utilizar en esta experiencia de laboratorio será Matlab, la cual, se dividirá en 2 partes.
1) Resolver el sistema de ecuaciones por medio del método de Newton-Raphson y explicar los resultados de mínimo error obtenido.
2) Programar los métodos numéricos de resolución de ecuaciones para elegir cual es el mejor para ciertos casos.

II. Antecedentes

Durante años se han utilizado los métodos numéricos para la resolución de sistemas complejos, donde existe una alta probabilidad de que exista un error de cálculo manual, es por eso que la implementación de estos métodos dentro de una herramienta de software son ideales para las resoluciones de estos problemas, la aplicación de los métodos numéricos es iterativa y nos aproxima a una posible solución, sin embargo, siempre existirá un error mínimo de arrastre puesto que la máquina puede dominar hasta cierto punto respecto a la cantidad de decimales [1], además de esta clase de costo de error, es importante notar la importancia de la cantidad de iteraciones que se deben realizar para encontrar la solución puesto que esto tiene un costo operacional de uso de espacio en la memoria del computador. Por último, se tiene en cuenta la importancia del tiempo de ejecución en el desarrollo para resolver el problema, puesto que existen métodos que pese a dar un error sumamente bajo, tardan mas en resolver el problema, por lo que en este caso correspondería a una programa poco eficiente.

II-A. *Fórmulas*

Para el desarrollo efectivo de la Actividad 1, se nos entrega un sistema de ecuaciones, el cual se debe implementar el método de newton en multivariables, el cual tendrá un error mínimo por cada iteración. El sistema de ecuaciones dado es el siguiente:

$$x_1^2 + x_2 - 37 = 0 \tag{1}$$
$$x_1 - x_2^2 - 5 = 0 \tag{2}$$
$$x_1 + x_2 + x_3 = 0 \tag{3}$$
$$X_{(0)} = (1, 1, 1)^T \tag{4}$$

III. Materiales y métodos

Se procede a indicar los materiales y herramientas utilizadas para el efectivo desarrollo de la experiencia.

III-A. *Materiales*

Para la ejecución del programa se utiliza un PC con las siguientes especificaciones.
- Procesador: Intel I5-7300.
- RAM: 8,00 Gb.
- Sist. Operativo: Windows 10 Home.
- Tarjeta gráfica: Nvidia 1050.

La herramienta computacional a emplear corresponde a Matlab, para todo efecto de cálculos de tiempo y error.

III-B. *Métodos*

El método a utilizar en la actividad 1 es la utilización del método de newton para el desarrollo de un sistema de ecuaciones. Para la segunda actividad se genera un gestor el cual será el encargado de utilizar el método numérico mas eficiente, eficaz o con menor costo operacional según desee el usuario, los métodos a utilizar son:
- Cholesky
- Gauss - Jacobi
- Gauss - Siedel
- LU
- QR
- LSQR
- LSQR disperso

IV. RESULTADOS

IV-A. Actividad 1

En el desarrollo de la actividad, se utiliza el método de Newton multivariable, en la cual se calcula el error mínimo obtenido a través de la iteraciones, de esta forma se grafica lo obtenido resultando lo siguiente.

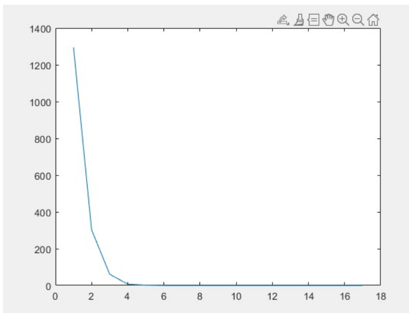

Figura 1: Gráfico de error mínimo obtenido

A partir de esto podemos que el error va disminuyendo por las iteraciones, es decir, que el mínimos error obtenido es cada vez menor según cuantas veces se tenga que iterar el sistema de ecuaciones, entre mas iteraciones, menor será el valor.

IV-B. Actividad 2 - Matriz 289 x 289

En el desarrollo de la actividad, se implementó el programa gestor, que a partir de gráficos obtenidos se obtuvo el mejor método numérico respecto al tiempo de eficiencia, al mas eficaz (menor error) y al de menor costo operacional respecto a la iteraciones, para cada tamaño de matriz. Para la matriz 289 x 289 se obtuvo.

Tabla I: Tiempo de matriz 289 x 289

Método	Tiempo (s)
Cholesky	2.1643
Gauss-Jacobi	0.1375
Gauss-Siedel	0.1219
QR	0.1545
LU	0.1511
LSQR	0.0369
LSQR disperso	1.0426

Se obtiene de la tabla de tiempo que el mas eficiente es el de LSQR, por lo tanto para esta matriz, lo que se añadió al gestor. Respecto a las figura 1, mostrada acontinuación se puede notar que el que posee menor error, es decir el mas eficaz, es el método LU, en contraparte el menos eficaz por la cantidad de error numérico sería el de Cholesky. Por último el gráfico de la figura 2 presenta el menor costo operacional, resultando el menos iterativo al método QR, mientras que el que tiene un mayor costo operacional en este caso sería el de Gauss-Jacobi.

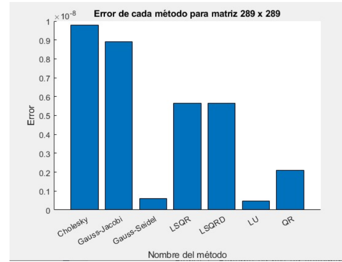

Figura 2: Gráfico de error de matriz 289 x 289

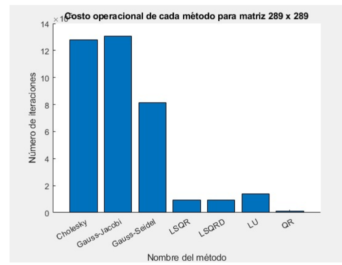

Figura 3: Gráfico de costo de matriz 289 x 289

IV-C. Actividad 2 - Matriz 1089 x 1089 289

Al igual que la implementación anterior se aplicaron los método numéricos para una matriz de 1089 x 1089 de tamaño, en esta situación en particular los tiempos aumentaron en el desarrollo de resolución como se puede observar en la tabla II.

Tabla II: Tiempo de matriz 1089 x 1089

Método	Tiempo (s)
Cholesky	0.7593
Gauss-Jacobi	2.0453
Gauss-Siedel	2.3829
QR	1.4190
LU	1.4975
LSQR	0.6782
LSQR disperso	0.1225

A partir de la información entregada de los datos de los gráficos, se infiere que a partir de la figura 3, sobre el menor error obtenido, es decir, el mas eficiente sería el método LU, mientras que respecto al costo operacional de iteraciones generadas al igual que la anterior matriz el método QR es el mejor.

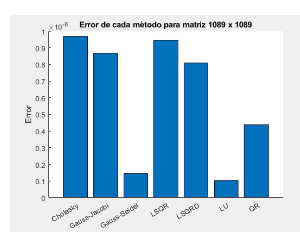

Figura 4: Gráfico de error de matriz 1089 x 1089

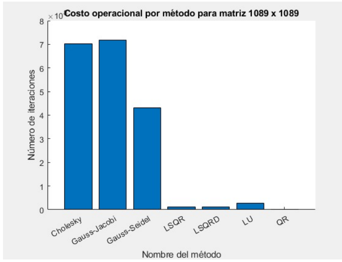

Figura 5: Gráfico de costo de matriz 1089 x 1089

IV-D. Actividad 2 - Matriz 4225 x 4225 289

Nuevamente, se verifican los datos obtenidos de todos los métodos numéricos, con la necesidad de elegir los mejores en cada aspecto solicitado. A partir de la siguiente tabla se obtiene que el mejor método numérico respecto a la eficiencia sería el de LSQR-disperso.

Tabla III: Tiempo de matriz 4225 x 4225

Método	Tiempo (s)
Cholesky	158.6718
Gauss-Jacobi	334.6236
Gauss-Siedel	199.4474
QR	219.4975
LU	60.7441
LSQR	63.0899
LSQR disperso	1.5229

A partir de los datos obtenidos en las figuras 5 y 6, se puede concluir a partir del primero que nuevamente el método LU es el que posee menos error por lo tanto es el mas eficaz a la hora de la ejecución, mientras que nuevamente respecto a los costos por iteración el método QR es el mejor.

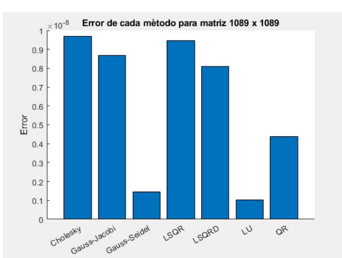

Figura 6: Gráfico de error de matriz 4225 x 4225

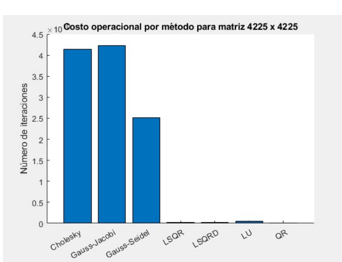

Figura 7: Gráfico de costo de matriz 4225 x 4225

V. Conclusiones

Efectúa una revisión del trabajo realizado, resumiendo los resultados obtenidos y la aportación de éstos en el ámbito estudiado. Debe ser breve y concisa. Además contiene los aspectos que se desprenden o quedaron fuera del alcance, que pueden ser considerados en actividades futuras. A partir de lo realizado, se evalúa que lo realizado fue efectivo puesto que ambas actividades se realizaron sin problemas, indicando el desarrollo del método de newton para multivariables indicando su valor de error, cumpliendo a cabalidad con el objetivo propuesto para la actividad 1. Mientras que para la actividad 2 se desarrollo el gestor, donde en primer lugar se desarrollaron todos lo métodos para cada matriz, para luego hacer una elección manual de los mejores métodos para cada categoría, eficiencia, eficacia y costo operacional, para luego incorporarlos en el gestor, de esta forma de cumplen el objetivo para esta actividad, dando por finalizada la experiencia.

Referencias

[1] R. Seminario, "Metodos numericos para ingenieria," *UNAL informatics*, vol. 1, no. 1, pp. 85:1–85:12, 2010.