Fórmulas I1 Electro

Ley de Coulomb:

Fuerza de atracción/repulsión entre cargas:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{|\vec{r}|^2}\hat{r}$$

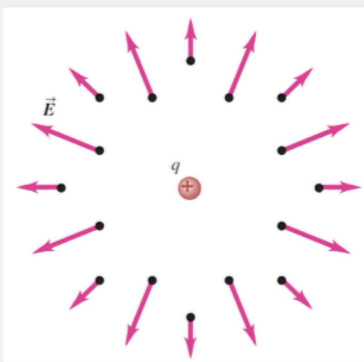
Campo eléctrico:

Campo eléctrico de una carga puntual:

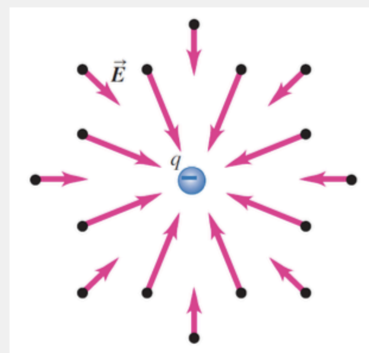
$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

En que dirección va?

*para una carga **positiva**, el campo apunta a la dirección que se aleja de la carga*



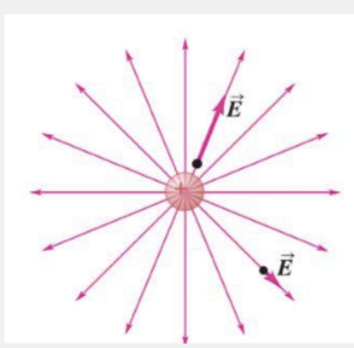
*para una carga **negativa**, el campo apunta hacia la carga*



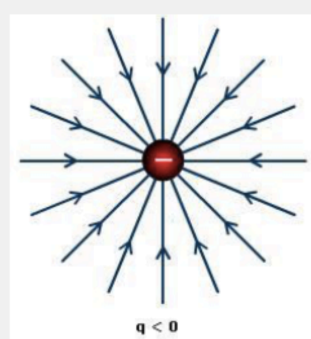
Para calcular el campo eléctrico de una carga distribuida a lo largo de la línea (dl), superficie(dA) o volumen(dV):

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \int dE_x\hat{\imath} + \int dE_y\hat{\jmath} + \int dE_z\hat{k}$$

LINEAS DE CAMPO



Para una carga puntual positiva



Para una carga puntual negativa

Lecciones importantes

- Las líneas de campo **"salen" de las cargas positivas y "entran" en las negativas**
- Las líneas de campo **están mas cerca una de otras donde el campo es mas intenso**

Dipolos:

Definición

Un dipolo eléctrico es un sistema compuesto por dos cargas puntuales con misma magnitud pero signo opuesto y separados por cierta distancia d (constante)

Energía potencial de un dipolo eléctrico:

En un desplazamiento finito de ϕ_1 a ϕ_2, el trabajo total realizado sobre el dipolo es:

$$W = \int_{\phi_1}^{\phi_2} (-pE\ sin\phi)\ d\phi = pE\ cos\phi_2 - pE\ cos\phi_1$$

como $W = U_1 - U_2$:

$$\boldsymbol{U(\phi) = -pE\ cos\phi = -\vec{p} \cdot \vec{E}}$$

Flujo eléctrico:

$$\Phi_E = \int E\ cos\phi dA = \int E_T\ dA = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

El flujo eléctrico es una medida de que tanto campo eléctrico (cuantas líneas de campo) están pasando por cierta área

El flujo eléctrico que pasa por una superficie cerrada solo depende de la magnitud de la(s) carga(s) encerrada(s).
Esta es la ley de Gauss en Electromagnetismo.

Ley de Gauss:

$$\Phi_E = \left\{ \oint_{S4} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0} \right\}$$

Notas:

- *Esta es llamada **"forma integral"** de la Ley de Gauss; mas adelante veremos la "forma diferencial"*
- *El vector **dA** es normal a cada pedazo infinitesimal de área. **Su sentido es siempre hacia afuera** de la superficie cerrada*

Aclaraciones:

Tengo una carga positiva y una superficie "gaussiana" (es decir cerrada) que no encierra esta carga

1. Puedo concluir que $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$?

   SI

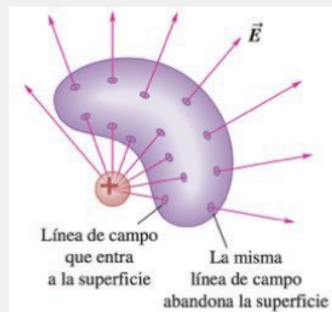
2. Puedo concluir que el campo eléctrico en la superficie de la esfera es cero?

   NO

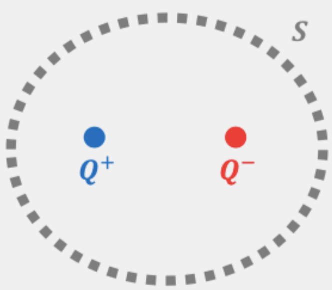
Leccion importante: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0 \nRightarrow \vec{E} = 0$

***Flujo nulo no implica campo nulo**, aunque el inverso si es cierto*

*En otras palabras, el flujo es cero porque hay campo entrando y saliendo, y estos dos se cancelan. Pero **no significa que el campo sea cero***



Tengo dos cargas de igual magnitud pero signo opuesto encerrada por una superficie esférica S



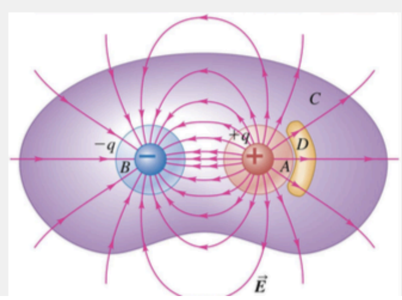
1. Puedo concluir que $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$?

   SI

2. Puedo concluir que el campo eléctrico en la superficie de la esfera es cero?

   NO

*Misma explicación que en la diapositiva anterior. Podemos concluir que "la misma cantidad de campo que entra también sale", **pero no que el campo eléctrico sea cero***



Campo producido por una placa infinita:

$$\boxed{E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{Q}{2\epsilon_0 A}}$$ recordar que $$\boxed{\sigma = \frac{Q}{V}}$$

Para extraer el campo eléctrico usando la Ley de Gauss tu tienes que:

1. *Determinar* ***la dirección del vector del campo eléctrico E*** *basándose en la geometría del problema*

2. ***Escoger una superficie cerrada*** *(Gaussiana) de forma que (i) la magnitud de E es uniforme en toda la superficie y (ii) E y dA son o paralelos, anti-paralelos o perpendiculares*
   - Si $\vec{E}$ y $d\vec{A}$ son paralelos: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = EA$
   - Si $\vec{E}$ y $d\vec{A}$ son anti-paralelos: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = -EA$
   - Si $\vec{E}$ y $d\vec{A}$ son ortogonales: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$

3. ***Aplicar la Ley de Gauss para obtener E****, notando que toda carga fuera de la superficie no contribuye*

Tipos de simetrías donde la Ley de Gauss es útil: ← *Y esencialmente esto es!*

Esferas, cilindros y planos

Carga en conductores:

LECCION 1:

El campo eléctrico es nulo en cualquier punto de un conductor que ha alcanzado el equilibrio electrostático.

LECCION 2:

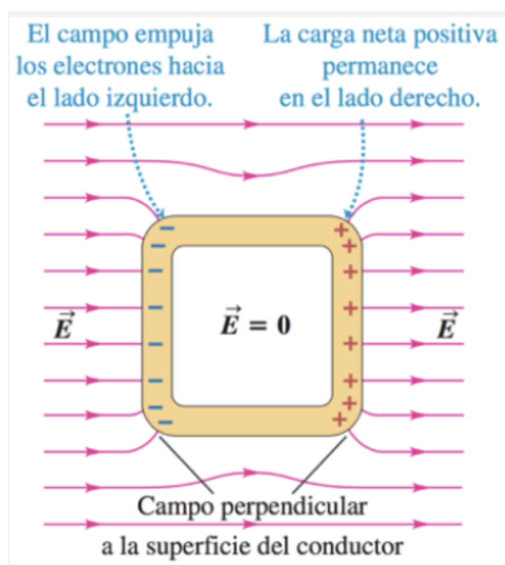
En un conductor sólido toda la carga excedente se encuentra en su superficie.

LECCION 3:

El campo justo afuera de la superficie de un conductor sólido que ha alcanzado equilibrio electrostático, es perpendicular a la superficie.

Si hay un campo eléctrico externo:

En un espacio encerrado por un conductor el campo eléctrico siempre es nulo, sin importar lo que haya afuera (siempre y cuando no hayan cargas dentro de este espacio)



Recordando: $W_{a\to b} = U_a - U_b = -(U_b - U_a) = -\Delta U$

Para calcular el trabajo de una fuerza conservativa todo lo que necesitamos es U las posiciones inicial y final. No necesitamos resolver una integral!

<u>Energía potencial:</u>

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q\,q_0}{r} \longleftarrow \textit{Energía potencial de } q_0 \textit{ bajo la presencia de } q$$

Corresponde al trabajo que realizaría la fuerza eléctrica sobre q_0 si se desplazara desde una distancia r hasta el infinito.

Cuando tenemos varias cargas:

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \cdots\right) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\sum_i\left(\frac{q_i}{r_i}\right)$$

Esta es la energía potencial de una carga individual q_0.

Si las cargas están distribuidas continuamente, la suma se convierte en una integral:

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{dq}{r}$$

$$U_{total} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i<j}\left(\frac{q_i q_j}{r_{ij}}\right)$$

Esta la energía potencial ‘total’ asociada a la configuración de la carga completa: este es el trabajo que la fuerza eléctrica ejerce sobre todas las cargas cuando se mueven desde su posición hasta el infinito.

Potencial Eléctrico:

*Hay **dos** maneras de calcular el potencial electrico*

1. ***A partir de la configuración de carga:***

   - *Potencial debido a una carga puntual:* $V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$

   - *Potencial debido a un conjunto de cargas puntuales:* $V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i}$

   - *Potencial debido a una distribución continua de cargas:* $V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{r}$

2. ***A partir del potencial eléctrico:***

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

Lección 1:

El potencial eléctrico siempre es continuo.

Lección 2:

Hay un voltaje máximo que una esfera conductora puede soportar.

Lección 3:

En electrostática, un conductor es siempre equipotencial, es decir, el potencial eléctrico dentro de un conductor que alcanzado el equilibrio es el mismo.

Superficies equipotenciales:

- Es una superficie tridimensional en la que todos los puntos tiene el mismo potencial eléctrico V.

Por ejemplo, para una carga puntual:

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

- Por lo que las superficies equipotenciales son las superficies para las cuales **r es constante**, es decir, esferas.

- Las líneas de campo y las superficies equipotenciales son perpendiculares entre sí.

- Todo conductor en equilibrio electrostático es un equipotencial. Esto incluye su superficie, mismo si tiene carga excedente.

Vimos que a partir del campo eléctrico se puede obtener el potencial eléctrico haciendo una integral de línea $\dashrightarrow$ $V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$

Esto sugiere que se debe poder hacer ***lo contrario, es decir, obtener el campo eléctrico a partir del potencial***

Podemos encontrar esta relación sin hacer una demostración formal:

La ecuación de arriba se puede escribir como: $\dashrightarrow$ $\int_a^b dV = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$

Si quitamos las integrales de ambos lados y desarrollamos el lado derecho, nos queda: $\dashrightarrow$ $-dV = E_x d_x + E_y d_y + E_z d_z$

Esto sugiere que:

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

En otras palabras:

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} V$$

Recordatorio (en coordenadas cartesianas): $\vec{\nabla} f = (\hat{\imath}\frac{\partial}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial}{\partial z})$

En coordenadas cilíndricas o esféricas, si V depende sólo de r, entonces:

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dr}\hat{r}$$

Capacitancia:

- Un capacitador consiste en dos conductores que están separados por un aislante (que puede ser el vacío). En todo momento los conductores tienen igual magnitud pero de signos opuestos.
- Los capacitadores almacenan carga (y por ende energía).

En un capacitor la carga en las placas es proporcional al voltaje entre ellas. A la constante de proporcionalidad se llama ***capacitancia***

$$C = \frac{Q}{V_{ab}}$$

Nota: en otras palabras, si en cualquier momento mido la cantidad de Coulombs en una de las placas y el voltaje entre ambas terminales, yo siempre voy a obtener el mismo valor

Algunos comentarios de la capacitancia:

1. *Unidades:*

$$1\,F = 1\,farad = 1\frac{C}{V} = 1\frac{Coulomb}{Volt}$$

2. *En otras palabras, que es la capacitancia?*

Es la capacidad para almacenar carga

3. *De que depende la capacitancia?*

De la geometría del capacitor (como veremos a continuación) y el dieléctrico usado

RECETA PARA CALCULAR LA CAPACITANCIA

1. *Asumir que las placas tienen carga* $\pm Q$
2. *Calcular el campo eléctrico entre las placas usando la Ley de Gauss*
3. *Integrar el campo eléctrico que va desde una de las placas a la otra usando la trayectoria mas simple posible de forma de obtener la diferencia de potencial*

$$V_{ab} = V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

4. *Calcular la capacitancia como* $C = \frac{Q}{V_{ab}}$*; notar que el resultado no debería depender de* Q

Lección 1:

Los capacitores (y en general cualquier elemento de un circuito) conectados en paralelo tienen el mismo voltaje.

Lección 2:

N capacitores en paralelo pueden ser reemplazados por un solo capacitor con capacitancia equivalente igual a:

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \cdots + C_N$$

Lección 3:

Los capacitores en serie tienen la misma carga.

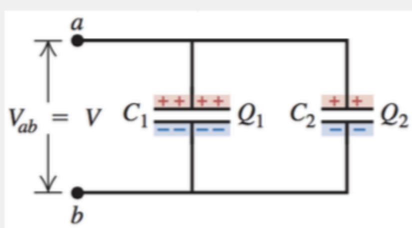
Lección 4:

N capacitores en serie pueden ser reemplazados por un solo capacitor que tiene capacitancia:

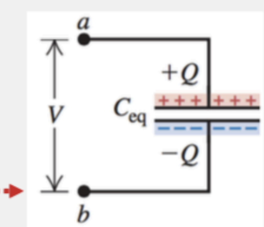
$$C_{eq} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_n}\right)^{-1}$$

RESUMEN DE LA CLASE

Capacitores en ***paralelo*** *tienen el* ***mismo voltaje***

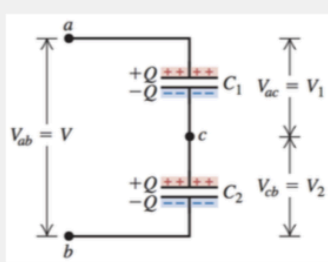


Es equivalente a:

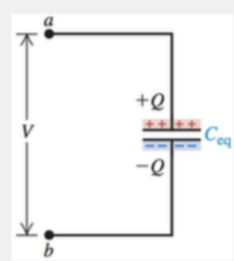


$$C_{eq} = C_1 + C_2 + \cdots + C_N$$

Capacitores en ***serie*** *tienen la* ***misma carga***



Es equivalente a:



$$C_{eq} = \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots + \frac{1}{C_N}\right)^{-1}$$

ENERGIA ALMACENADA EN UN CAPACITOR

Tenemos: $U = \int_0^W dW = \frac{1}{C}\int_0^Q q dq = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$

Recordamos que $C = Q/_V$*, por lo que podemos reescribirlo como:* $\left\{ U = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV \right\}$

DENSIDAD DE ENERGIA ELECTRICA

Esto es un resultado importante. Sugiere que podemos hablar de una densidad de energía electrica

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2$$

Nótese que esto es una densidad, expresada por una ***u*** *minúscula. Las unidades son* $J/_{m^3}$*. Si quiero la energía potencial total, hay que integrar sobre el volumen:*

$$U = \frac{\epsilon_0}{2}\int \left|\vec{E}\right|^2 dV$$

Resulta ser que este resultado es bastante ***general****, y no solo sirve para otros tipos de capacitores, sino que también* ***es valido para cualquier configuración de carga***

Dieléctricos:

- Un **dieléctrico** es un mal conductor de electricidad que se **polariza en presencia de un campo eléctrico externo**. Todos los dieléctricos son aislantes, no así todos los aislantes son dieléctricos.
- Permiten que el capacitador aguante más voltaje.
- Aumenta la capacitancia.

campo sin dieléctrico

$$E = \frac{E_0}{K} \quad \text{donde: } K = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$$

campo con dieléctrico

Considere el caso donde un dieléctrico es introducido entre un capacitor cargado

$$E = \frac{E_0}{K} \qquad \text{entonces: } V = \frac{V_0}{K}$$

se mantiene igual

significa que la capacitancia se incrementa en un factor K! $\longrightarrow$ $C = \frac{Q}{V}$

$$C = KC_0$$

decrece en un factor K

DIELECTRICOS EN CAPACITORES

En otras palabras: si tengo dos capacitores idénticos, uno con un dieléctrico y el otro sin, y a ambos les aplico el mismo voltaje, el que tiene dieléctrico tendrá mas carga

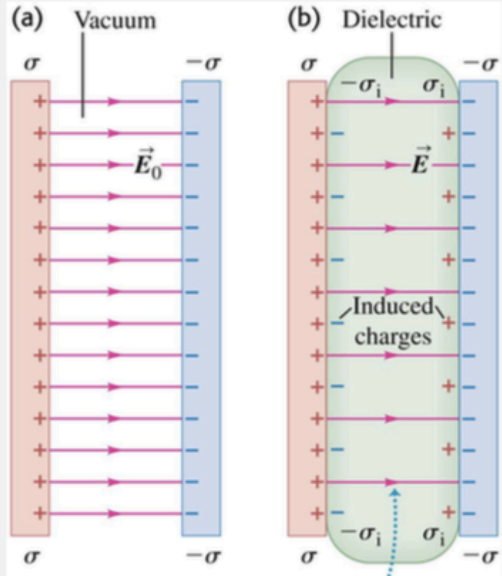
Terminologia: *la carga entre las placas capacitoras es comúnmente conocida como "carga libre", dado que entra y sale sin problemas. Por otro lado, la carga inducida en el dieléctrico es conocida como "carga ligada" ya que no se puede mover*

Podemos calcular la densidad de carga inducida ("carga ligada") de la carga libre usando:

$$E = \frac{\sigma - \sigma_i}{\epsilon_0} = \frac{E_0}{K}, \qquad pero: E_0 = \frac{\sigma}{e_0}$$

Por lo que concluimos que:

$$\sigma_i = \sigma(1 - \frac{1}{K})$$



For a given charge density σ, the induced charges on the dielectric's surfaces reduce the electric field between the plates.

LEY DE GAUSS EN DIELECTRICOS

Por lo que se concluye que:

$$\oint K\vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc-libre}}{\epsilon_0}$$

*Esta ecuación dos da **grandes noticias**: podemos continuar usando la Ley de Gauss al igual que antes, incluso si parte de la superficie Gaussiana pasa por un dieléctrico, pero siempre y cuando la multipliquemos por la constante dieléctrica correspondiente. **Ni si quiera nos tenemos que preocupar por la carga inducida**, ya que el factor K automáticamente toma esto en cuenta*

Por favor tomar en cuenta que esto sólo es valido para un tipo de dieléctrico que se conoce como "dieléctrico lineal". Todos los que luego de este curso tomen un curso de electromagnetismo más avanzado tendrán que aprender sobre el "desplazamiento del vector eléctrico" (electric displacement vector)

Hasta el momento hemos estudiado cargas que se encuentran es reposo (*electrostática*). Ahora vamos a empezar cargas en movimiento:

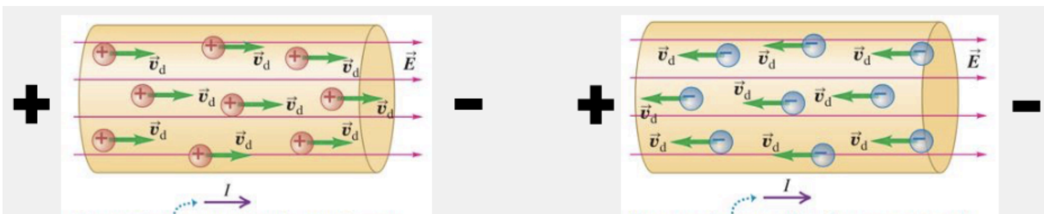
<u>Corriente eléctrica:</u>

- Movimiento de una carga de un punto a otro.

$$\boxed{I = \frac{dQ}{dt}}$$

Unidad: $Ampere$, que es lo mismo que $Coulomb/segundo$.

Convención de signo: Por convención, la dirección de la corriente es en la que fluyen las cargas positivas (de $+$ a $-$).



Una **corriente convencional** es tratada como un flujo de cargas positivas, sin importar si las cargas libres en el conductor son positivas, negativas o ambas.

En un conductor metálico, las cargas en movimiento son electrones, pero la corriente aún apunta en la dirección en que fluirían las cargas positivas.

Densidad de corriente: La corriente es técnicamente un escalar: Es la medida del flujo de carga que está circulando por un conductor o circuito, independientemente de la dirección.

$$Densidad\ de\ carga = \boxed{J = \frac{I}{A}}$$

Vector que apunta en dirección en la cual una carga positiva se movería.

Considere una área transversal volumétrica pequeña, siendo n la concentración de portadores de carga (cargas libres por unidad de volumen).

*La cantidad de cargas que cruzan el área **A** en un tiempo infinitesimal **dt** está dada por:*

$$dQ = |q|(n \cdot A \cdot v_d)dt = n|q|v_d \cdot Adt$$

$\boldsymbol{q}$ = carga de cada portador de carga

$\boldsymbol{n}$ = densidades de los portadores de carga (por unidad de volumen)

$\boldsymbol{v_d}$ = velocidad de deriva

Concluimos que:

$$I = \frac{dQ}{dt} = n|q|v_d A\ , entonces:\ \ J = n|q|v_d$$

Resistencia(Ohms ‘Ω’):

Ley de Ohm:

$$\boxed{\boldsymbol{V = IR}}$$

La resistencia depende del material ocupado y la geometría del conductor.

$$Resistividad(\Omega m) = \boxed{\rho = \frac{E}{J}}$$

$$\boxed{\vec{E} = \rho\vec{J}}$$

Depende solo del material.

$$Conductividad = \boxed{\sigma = \frac{1}{\rho}}$$

$$\boxed{R = \rho\frac{L}{A}}$$

La resistencia depende de la elección del material (resistividad) y la geometría (L y A).

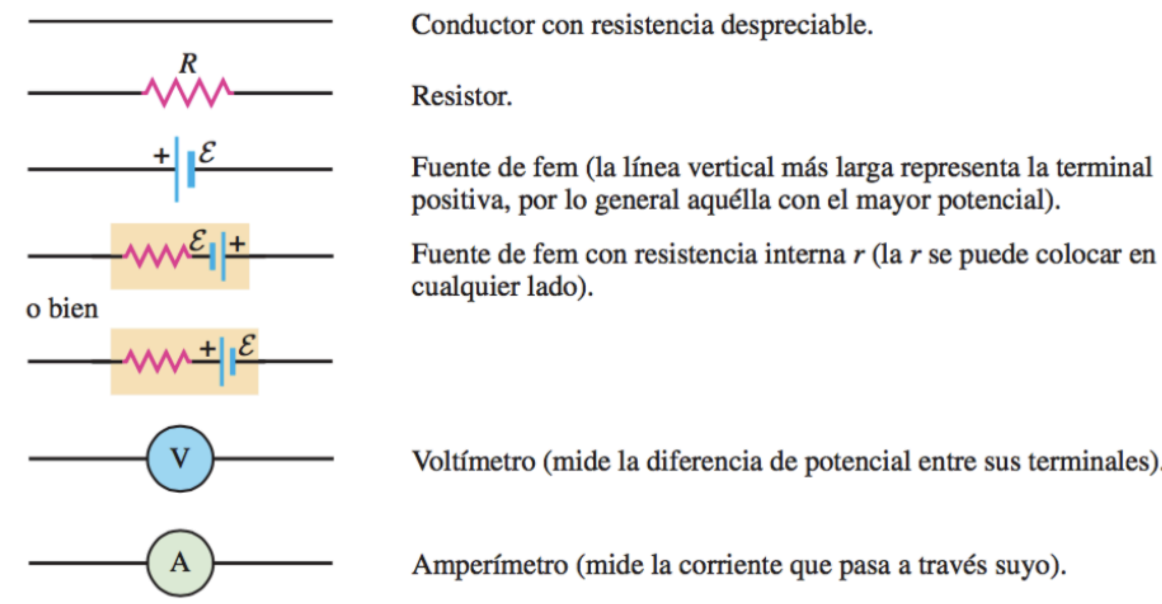
La resistividad es propia de cada material pero puede variar con la temperatura:

$$\boxed{\rho(T) = \rho_0[1 + \alpha(T - T_0)]}$$

Potencia(Vatio o Watt ‘W’):

$$\boxed{P = V_{ab}I = I^2R = \frac{V_{ab}^2}{R}}$$

Algunos símbolos:



<u>Circuitos en serie:</u>

Resistencia:

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N}$$

Voltaje:

$$\boxed{V = V_1 + V_2 + \cdots + V_N}$$

Intensidad:

$$\boxed{I = I_1 = I_2 = \cdots = I_N}$$

<u>Circuitos en paralelo:</u>

Resistencia:

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}}$$

Voltaje:

$$\boxed{V = V_1 = V_2 = \cdots = V_N}$$

Intensidad:

$$\boxed{I_{total} = V\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}\right)}$$

Leyes de Kirchhoff

1era ley: En cualquier unión

$$\boxed{\sum I = 0}$$

2da ley: Para cualquier espire cerrada

$$\boxed{\sum V = 0}$$

Como resolver un problema usando las reglas de Kirchhoff (ejemplo):
q