Wydział	Imie i nazwisko		Rok	Grupa	Zespół
WFiIS	1. Paweł Szewczuk 2. Ihnatsi Yermakovich		II	03	03
PRACOWNIA FIZYCZNA WFiIS AGH	Temat Opracowanie danych pomiarowych				Nr ćwiczenia 00
Data wykonania 04.03.2022	Data oddania 07.03.2022	Zwrot do popr. 07.03.2022	Data oddania 14.03.2022	Data zaliczenia	OCENA

1 Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia było zaznajomienie sie z typowymi metodami opracowania danych pomiarowych przy wykorzystaniu wyników pomiarów dla wahadła prostego.

2 Wstep teoretyczny

2.1 Wahadło proste (matematyczne)

Wahadłem prostym nazywamy wyidealizowany model ciała o masie punktowej zawieszony na nieważkiej, nierozciagliwej nici. Jeżeli ciało zostanie wyprowadzone ze stanu równowagi, to pod wpływem siły ciężkości zaczyna oscylować wokół położenia równowagi z pewnym okresem, który ilościowo zbadamy poniżej. W próżni moglibyśmy odchylić ciało o dowolny kat, ale w warunkach rzeczywistych ważne jest, aby kat był około trzech stopni ($\alpha \leq 3°$). Teraz podamy wzór na okres drgań wahadła matematycznego:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Skad w oczywisty sposób potrafimy wyprowadzić wzór na przyśpieszenie ziemskie g:

$$g = 4\pi^2\frac{l}{T^2}$$

2.2 Niepewność pomiarowa

Niepewność pomiaru możemy określić jako parametr zwiazany z wartościami (seria) pomiaru danej wielkości fizycznej w stałych warunkach. Niepewność jest konsekwencja niedokładnie wykonanego pomiaru, co kumuluje w sobie błedy zwiazane z niedoskonałościa używanych urzadzeń i pomyłkami obserwatora. Ale niewatpliwie niepewność pomiaru jest integralna cześcia każdego eksperymentu. W tym momencie spróbujemy przybliżyć rodzaje niepewności.

Z niepewnościa typu A mamy do czynienia gdyż wyniki poszczególnych pomiarów tej samej wielkości różnia sie. Jeżeli błedy pomiarowe sa losowe, tym rozkładem jest rozkład normalny. Stad dla obliczenia niepewności typu A stosuje sie wzór na przybliżenie nieobciażonego estymatora odchylenia standardowego średniej:

$$u = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2}{n\left(n-1\right)}}$$

O niepewności typu B możemy mówić przy używaniu nieidealnych urzadzeń pomiarowych. Niech q bedzie najmniejszym przedziałem pomiaru wykorzystanego urzadzenia, wówczas niepewność wyniesie:

$$u = \frac{q}{\sqrt{3}}$$

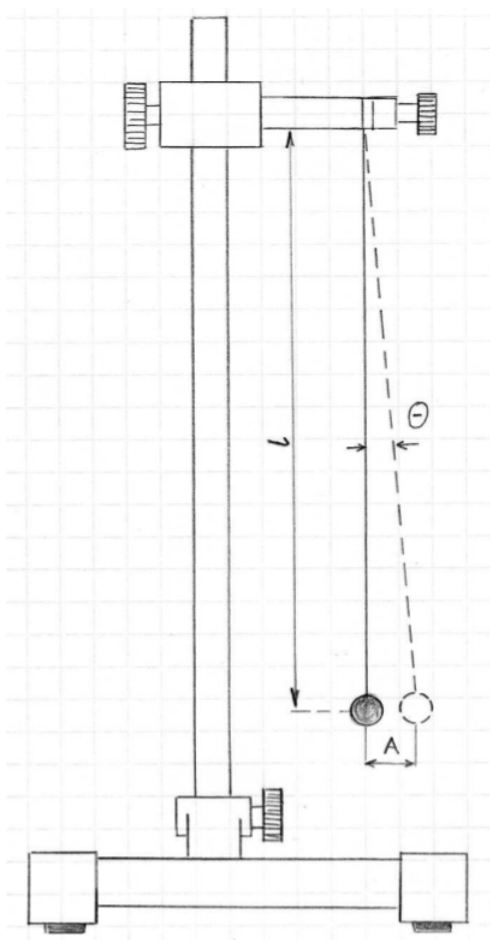
Musimy też wspomnieć o propagacji błedu. Jest to statystyczne zjawisko wystepujace w operacjach dokonywanych na wartościach obarczonych błedem, np. błedem pomiaru. Niech bedzie dana fukcja f taka, że: $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ $f\left(x_0,\, x_1,\, x_2...x_n\right)$, gdzie każda zmienna x_i jest niezależna od pozostałych i jest obdarzona błedem pomiaru, wówczas bład u można obliczyć nastepujaco:

$$u_c = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x_0} u_{x_0}\right)^2 + ... + \left(\frac{\partial f}{\partial x_n} u_{x_n}\right)^2}$$

Niepewnościa rozszerzona nazywamy $U_p = k_p u_c\left(y\right)$, gdzie k_p to współczynnik rozszerzenia, wartość którego najcześciej sie przyjmuje w przedziale od 2 do 3. Dla rozkładu normalnego błedów pomiaru $k_p = 2$ oznacza poziom ufności około 95%, a dla $k_p = 3$ oznacza poziom ufności ponad 99%.

3 Przyrzady pomiarowe

- Wahadło proste
- Linijka
- Stoper



Rysunek 1: Rysunek wahadła prostego

4 Przebieg ćwiczenia

4.1 Pomiar okresu drgań przy ustalonej długości nici

Wykonaliśmy 8 pomiarów, za każdym razem mierzac k = 20 okresów wahadła.

4.2 Pomiar zależności okresu drgań od długości nici

Wykonaliśmy 6 pomiarów, za każdym razem mierzac k = 20 okresów wahadła oraz przy każdym pomiarze stopniowo skracaliśmy jego długość od $634mm$ do $479mm$.

5 Wyniki

5.1 Pomiar okresu drgań przy ustalonej długości nici

Długość wahadła: $l = 630mm = 0,63(m)$
Niepewność pomiaru: $u(l) = 0,577mm = 0,000577(m)$

Lp.	liczba okresów k	czas t dla k okresów[s]	jeden okres T[s]
1	20	31,56	1,5780
2	20	31,82	1,5910
3	20	31,69	1,5845
4	20	31,62	1,5810
5	20	31,82	1,5910
6	20	31,59	1,5795
7	20	31,81	1,5905
8	20	31,72	1,5860

5.2 Pomiar zależności okresu drgań od długości nici

Lp.	l [mm]	k	t[s]	T[s]	$T^2[s^2]$
1	634	20	31,09	1,5545	2,4165
2	599	20	30,22	1,5110	2,2831
3	568	20	29,40	1,4700	2,1609
4	536	20	28,65	1,4325	2,0521
5	506	20	27,72	1,3860	1,9210
6	479	20	26,25	1,3125	1,7227

6 Opracowanie wyników

6.1 Pomiar okresu drgań przy ustalonej długości nici

1) Żaden ze zmierzonych wyników pomiarów okresów nie zawiera błedów dyskwalifikujacych go z opracowania wyników - miedzy okresami nie zaobserwowano drastycznie dużych różnic.

2) Najpierw obliczymy średni okres drgań:

$$\overline{T} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} T_i = 1,5852\,(s)$$

Teraz możemy uzyskać wartość niepewności typu A korzystajac z rodziału **2.2**:

$$u_{\overline{T}} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{n} \left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n\left(n-1\right)}} = 0,001882574\,(s)$$

3) Niepewność pomiaru długości wahadła możemy określić jako:

$$u_l = \frac{1 \times 10^{-3}}{\sqrt{3}} = 0,00057735\,(m)$$

4) Obliczymy wartość przyśpieszenia ziemskiego g:

$$\overline{g} = 4\pi^2 \frac{l}{\overline{T}^2} = 9,897651518\,\left(m/s^2\right)$$

5) Oszacujemy niepewność złożona $u_c\left(g\right)$ nastepujaco:

$$u_c\left(g\right) = \sqrt{\left(-8\pi^2 \frac{l}{\overline{T}^3} u_{\overline{T}}\right)^2 + \left(4\pi^2 \frac{1}{\overline{T}^2} u_l\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\left(-8\pi^2 \frac{0,63}{1,5852^2} 0,00188\right)^2 + \left(4\pi^2 \frac{1}{1,5852^2} 0,00058\right)^2} = 0,025\,\left(m/s^2\right)$$

6) Obliczymy wartość niepewnośći rozszerzonej U_g przyjawszy $k_p = 3$:

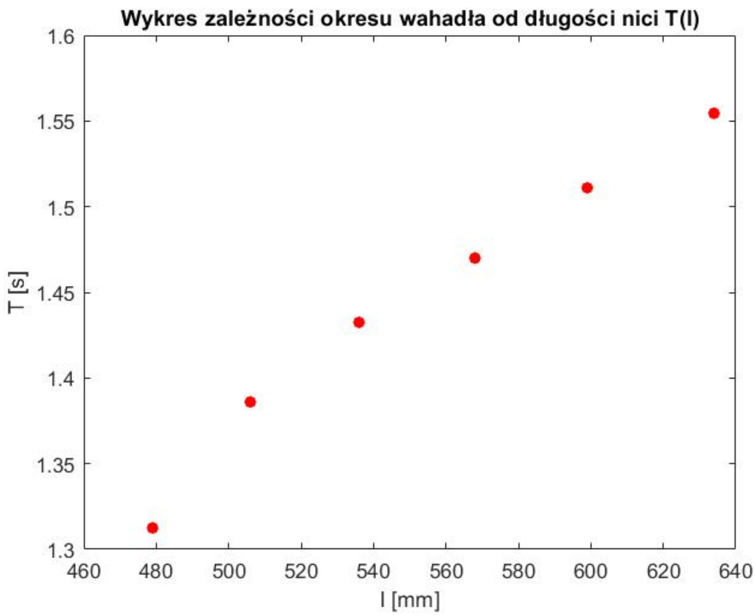
$$U_g = 2u_c(g) \; = 0,075(m/s^2)$$

7) Otrzymana wartość g nie jest zgodna z wartościa tabelaryczna dla Krakowa $g = 9,811 m/s^2$, natomiast jest bardzo blizko tej wartości, bo:

$$|g - g_0| = |9,89765 - 9,81100| = 0.08665\,(m/s^2)$$

$$|g - g_0| > U_g$$

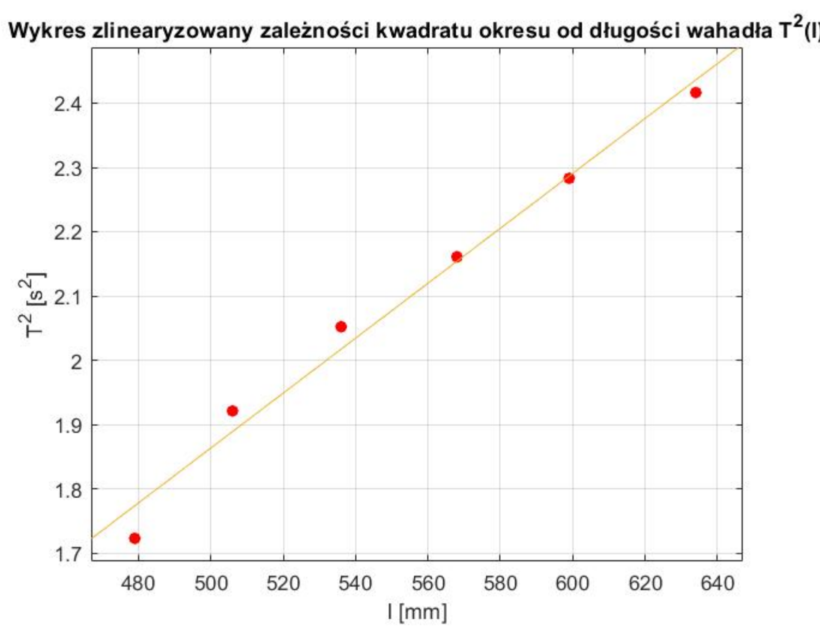
6.2 Pomiar zależności okresu drgań od długości nici



Rysunek 2: Wykres zależności T(l)

Wykres regresji liniowej wraz z wartościami a oraz $u(a)$ otrzymaliśmy za pomoca funkcji plot w programie MATLAB.

$$a = 4,276 \left(\frac{s}{m^2}\right), \quad u_a = 0,072 \left(\frac{s}{m^2}\right)$$



Rysunek 3: Wykres zależności T^2(l)

Wykorzystujac te dane ponownie policzyliśmy przyśpieszenie ziemskie:

$$g = \frac{4\pi^2}{a} = 9,232 \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

Oraz niepewność złożona:

$$u_c\left(g\right) = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{a^2}u_a\right)^2} = 0,15545 \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

Niepewność rozszerzona wyliczona dla $k = 3$ wyniosła $U_g = 0,46637 (m/s^2)$. Stad obliczone przyspieszenie ziemskie ma wartość:

$$g = 9.232 \pm 0,46637 \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

Co nie jest zgodne z wartościa tabelaryczna g_0 :

$$|g - g_0| = |9,232 - 9,811| = 0.579\,(m/s^2)$$

$$|g - g_0| > U_g$$

7 Wnioski

- Dla danej długości wahadła obliczyliśmy okres drgań dla wahadła prostego. Na podstawie tych obliczeń byliśmy w stanie wyprowadzić wartość przyspieszenia ziemskiego $g = 9,897 \pm 0,075$ m/s^2. Przyśpieszenie, które udało nam sie osiagnać na podstawie wyników doświadczenia nie mieści sie w obliczonej niepewności w porównaniu do faktycznej wartości przyśpieszenia ziemskiego w Krakowie ($g = 9,811 m/s^2$), co może być spowodowane niedokładnościa pomiarów. Prawdopodobnie osiagalna była wieksza dokładność, gdyby nie czynnik ludzki w postaci opóźnienia we właczeniu stopera oraz nieidealne zmierzenie długości wahadła.

- Badajac zależność kwadratu okresu od długości wahadła oraz wykres wyznaczyliśmy przyspieszenie ziemskie $g = 9,232 \pm 0,466$ m/s^2. Wyliczone w ten sposób przyspieszenie ziemskie też mieści sie w niepewności pomiarowej.

- Najwiekszy wpływ na niedokładności podczas pomiarów miały czynniki ludzkie, czyli:

  1. Zbyt duży kat wychylenia cieżarka.
  2. Opóźnienie przy właczaniu i wyłaczaniu stopera.
  3. Rozmiary wahadła - długość wahadła oraz rozmiar nakretki.