

Wydział	Imię i nazwisko	Rok	Grupa	Zespół
WFiIS	1. Paweł Szewczuk 2. Ihnatsi Yermakovich	II	03	03
<b>PRACOWNIA FIZYCZNA WFiIS AGH</b>	Temat			
	Kondensatory			
Data wykonania	Data oddania	Zwrot do popr.	Data oddania	Data zaliczenia
14.03.2022	21.03.2022			
				OCENA

# Kondensatory

## Ćwiczenie nr 33

Paweł Szewczuk

Ihnatsi Yermakovich

<b>1</b>	<b>Cel ćwiczenia</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Wstęp teoretyczny</b>	<b>2</b>
2.1	Kondensator płaski . . . . .	2
2.2	Prędkość światła . . . . .	3
2.3	Kondensator płaski z dielektrykiem . . . . .	3
2.4	Kondensator cylindryczny z dielektrykiem . . . . .	3
<b>3</b>	<b>Przyrządy pomiarowe</b>	<b>3</b>
<b>4</b>	<b>Przebieg ćwiczenia</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>Wyniki</b>	<b>5</b>
5.1	Kondensator płaski - wyznaczenie $\varepsilon_0$ . . . . .	5
5.2	Kondensator płaski z dielektrykami . . . . .	5
5.3	Kabel koncentryczny . . . . .	5
<b>6</b>	<b>Opracowanie wyników</b>	<b>6</b>
6.1	Stała elektryczna $\varepsilon_0$ . . . . .	6
6.2	Niepowność pomiaru stałej elektrycznej $\varepsilon_0$ . . . . .	7
6.3	Wyznaczenie prędkości światła $c$ . . . . .	8
6.4	Wyznaczenie względnej przenikalności elektrycznej $\varepsilon_r$ . . . . .	8
6.4.1	Przenikalność elektryczna drewna . . . . .	8
6.4.2	Przenikalność elektryczna plexi . . . . .	8
6.4.3	Przenikalność elektryczna rezokartu . . . . .	8
6.5	Wyznaczanie przenikalności względnej $\varepsilon_r$ dielektryka w kablu koncentrycznym . . . . .	8
<b>7</b>	<b>Wnioski</b>	<b>9</b>

# 1 Cel ćwiczenia

Celem laboratorium był pomiar pojemności kondensatorów powietrznych i kondensatorów z warstwą dielektryka w celu wyznaczenia stałej elektrycznej  $\epsilon_0$  i przenikalności względnych  $\epsilon_r$  różnych materiałów.

## 2 Wstęp teoretyczny

### 2.1 Kondensator płaski

Kondensator jest zbudowany z dwóch przewodników między którymi znajduje się warstwa izolatora. Pojemność takiego kondensatora wyrażamy przez stosunek ładunku  $Q$  na jego okładce do napięcia  $U$  pomiędzy jego okładkami:

$$C = \frac{Q}{U} \quad (1)$$

Uproszczony wzór na pojemność  $C$  kondensatora jest przedstawiany jako stosunek iloczynu stałej elektrycznej  $\epsilon_0$ , przenikalności elektrycznej  $\epsilon_r$  oraz powierzchni okładki  $S$  do odległości  $d$  między okładkami:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d} \quad (2)$$

W tym doświadczeniu nie możemy jednak bezpośrednio wykorzystać powyższego wzoru, ponieważ pomiędzy okładkami kondensatora, w trzech miejscach, znajdują się izolujące krążki, których przenikalność elektryczna  $\epsilon_r$  jest znacznie większa od jedności, dlatego będziemy traktować kondensator jako połączenie równoległe dwóch kondensatorów - kondensatora z dielektrykiem i kondensatora próżniowego. Powierzchnia okładek kondensatora z dielektrykiem jest równa  $3S_p$ , gdzie  $S_p$  jest powierzchnią jednego krążka, więc powierzchnia kondensatora próżniowego wyniesie  $S - 3S_p$ , korzystając ze wzoru (2) możemy stwierdzić, że całkowita pojemność kondensatora wynosi:

$$C = \frac{\epsilon_0 (S - 3S_p)}{d} + \frac{\epsilon_0 \epsilon_r 3S_p}{d} \quad (3)$$

Przekształcając wzór możemy z niego wyliczyć stałą elektryczną  $\epsilon_0$ :

$$\epsilon_0 = \frac{Cd}{S + 3(\epsilon_r - 1)S_p} \quad (4)$$

Dodatkowo musimy uwzględnić pole rozproszone powodujące wzrost pojemności kondensatora, wykonamy więc serię pomiarów pojemności dla różnych odległości między okładkami  $d$  i narysujemy na ich podstawie wykres iloczynu  $Cd(d)$ . Do wyznaczonych punktów na wykresie dopasujemy do funkcję trzeciego stopnia, gdzie wyraz stały  $a_0$  wielomianu jest wartością ekstrapolowaną iloczynu  $(Cd)_{extr}$  i tą wartość podstawiamy do wzoru (4):

$$\epsilon_0 = \frac{(Cd)_{extr}}{S + 3(\epsilon_r - 1)S_p} \quad (5)$$

Do ostatecznego wzoru musimy jeszcze wstawić pola powierzchni  $S$  oraz  $S_p$ :

$$S = \frac{\pi D^2}{4} \quad (6)$$

$$S_p = \frac{\pi D_p^2}{4} \quad (7)$$

gdzie:

$D$  - średnica okładki kondensatora

$D_p$  - średnica przekładki

Finalnie otrzymujemy:

$$\varepsilon_0 = \frac{4}{\pi} \frac{(Cd)_{extr}}{D^2 + 3(\varepsilon - 1)D_p^2} \quad (8)$$

## 2.2 Prędkość światła

Chcemy dodatkowo na podstawie wyliczonego  $\varepsilon_0$  wyznaczyć prędkość światła, skorzystamy więc ze wzoru:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad (9)$$

Potrzebujemy teraz wyznaczyć wartość stałej magnetycznej  $\mu_0$ , która to jest stałą definiowaną. Rozważmy definicję ampera - jest to wartość prądu, który płynąc przez dwa nieskończone równoległe przewody oddległe o  $a = 1m$  wytwarza siłę  $F = 2 \cdot 10^{-7} N$  na odcinku  $l = 1m$  przewodu. Wzór na oddziaływanie między przewodami:

$$F = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi a} \quad (10)$$

Przekształcając wzór otrzymujemy:

$$\mu_0 = \frac{2F\pi a}{I^2 l} \quad (11)$$

Podstawiając dane z definicji otrzymujemy:

$$\mu_0 = \frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 2\pi \cdot 1}{1^2 \cdot 1} = 4 \cdot 10^{-7} \pi \left[ \frac{Vs}{Am} \right] \approx 1,257 \cdot 10^{-6} \left[ \frac{Vs}{Am} \right] \quad (12)$$

## 2.3 Kondensator płaski z dielektrykiem

W kolejnej części doświadczenia będziemy wyznaczać przenikalność elektryczną niektórych dielektryków, wykorzystamy do tego przekształcony wzór (2):

$$\varepsilon_r = \frac{Cd}{\varepsilon_0 S} \quad (13)$$

## 2.4 Kondensator cylindryczny z dielektrykiem

Na koniec wyznaczmy przenikalność elektryczną dielektryka w kondensatorze cylindrycznym, wzór na pojemność takiego kondensatora:

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} \quad (14)$$

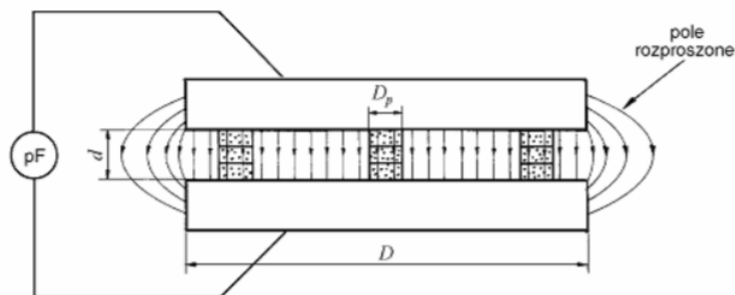
gdzie  $R$  i  $r$  to odpowiednio promienie zewnętrznej oraz wewnętrznej okładki kondensatora, a  $l$  jest jego długością. Przekształcając powyższy wzór, aby wyznaczyć  $\varepsilon_r$  otrzymujemy:

$$\varepsilon_r = \frac{C \ln\left(\frac{R}{r}\right)}{2\pi\varepsilon_0 l} \quad (15)$$

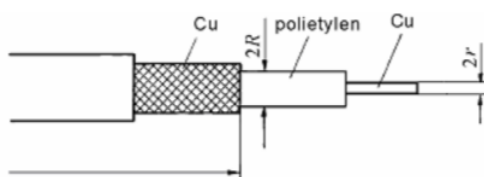
## 3 Przyrządy pomiarowe

- Kondensator płaski (dwie okrągłe płaskie płyty aluminiowe, pomiędzy którymi są wkładane przeładki pleksiglasowe)
- Kondensator cylindryczny w postaci kabla koncentrycznego
- Miernik podatności LCR
- Miarka

- Płyty z rezokartu, plexi i drewna



Rysunek 1: Kondensator płaski z trzema słupkami z dielektryka



Rysunek 2: Kabel koncentryczny jako kondensator cylindryczny

## 4 Przebieg ćwiczenia

Na początku włączyliśmy miernik LCR, wyzerowaliśmy go i ustawiliśmy na zakres do  $200\text{ pF}$ , tego zakresu używaliśmy we wszystkich doświadczeniach oprócz pomiaru pojemności kondensatora płaskiego z dielektrykiem w postaci płyty z rezokartu, wtedy potrzebowaliśmy zakresu do  $2000\text{ pF}$ . Następnie zmierziliśmy grubość trzech przekładek plexiglasowych ( $d_1, d_2, d_3$ ) oraz ustawiliśmy je na dolnej okładce kondensatora, w taki sposób aby podtrzymywały górną okładkę, w ten sposób udało nam się uzyskać układ zbliżony do kondensatora powietrznego. Dalej podłączyliśmy miernik do kondensatora, odczytaliśmy wartość i wprowadziliśmy pomiary do tabeli 1. Podobne pomiary wykonaliśmy dla kondensatora z większą odległością między okładkami, dodając kolejne przekładki do obecnie znajdujących się w kondensatorze. Dodatkowo zmierziliśmy także średnicę kondensatora i średnicę pojedynczej przekładki używając linijki.

Następnie pomiędzy okładki kondensatora włożyliśmy płytę z rezokartu, zmierziliśmy pojemność takiego kondensatora i wyniki zapisaliśmy w tabeli 2. Pomiar powtórzyliśmy dla płyt z plexi oraz drewna. Dla każdej z płyt wykonaliśmy pomiar jej grubości.

Ostatnim obiektem doświadczalnym był kondensator cylindryczny w postaci kabla koncentrycznego, zmierziliśmy jego średnicę wewnętrzną, zewnętrzną, długość oraz jego pojemność.

## 5 Wyniki

### 5.1 Kondensator płaski - wyznaczenie $\varepsilon_0$

W poniższej tabeli są przedstawione wyniki pomiaru pojemności kondensatora w funkcji odległości elektrod:

Liczba przekładek	$d_1$ [mm]	$d_2$ [mm]	$d_3$ [mm]	$d = \frac{d_1+d_2+d_3}{3}$ [mm]	C [pF]	Cd [ $pF \cdot mm$ ]
1	3,825	3,825	3,825	3,825	118,2	452,115
2	7,660	7,660	7,700	7,673	62,5	479,583
3	10,620	10,630	10,600	10,617	47,1	500,045
4	14,440	14,480	14,450	14,457	36,1	521,886
5	17,270	17,455	17,320	17,348	31,1	539,533
6	21,130	21,290	21,110	21,177	27,6	584,476

Tablica 1: Pojemność kondensatora w funkcji odległości elektrod

Średnica kondensatora:  $D = 23,9$  cm

Średnica przekładki:  $D_p = 0,19$  mm

### 5.2 Kondensator płaski z dielektrykami

Materiał	d [mm]	C [pF]	$\varepsilon_r$
rezokart	3,03	1002,0	7,64
plexi	9,98	135,6	3,40
drewno	11,95	103,3	3,10

Tablica 2: Pojemność kondensatora z dielektrykiem

### 5.3 Kabel koncentryczny

Średnica zewnętrzna  $2R = 1,70$  mm

Średnica wewnętrzna  $2r = 1,07$  mm

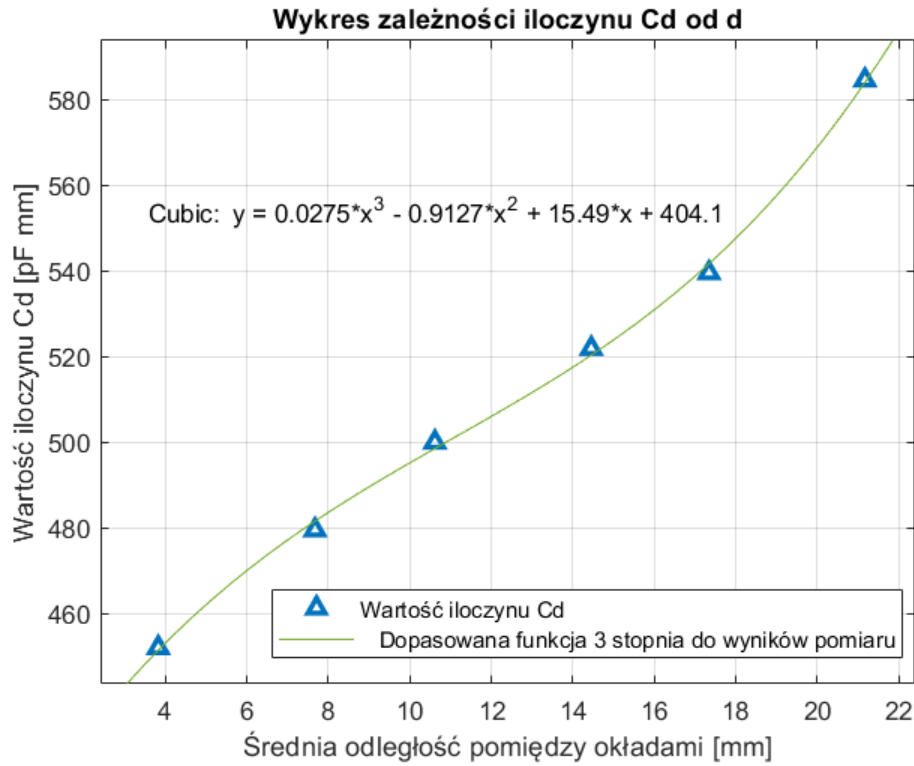
Długość  $l = 70$  cm

Pojemność kabla  $C = 47,2$  pF

## 6 Opracowanie wyników

### 6.1 Stała elektryczna $\varepsilon_0$

Na podstawie tablicy 1 sporządziliśmy wykres:



Rysunek 3: Zależność iloczynu  $C \cdot d$  od  $d$

Z równania dopasowanej funkcji 3 stopnia potrafimy wyciągnąć wartość  $(C \cdot d)_{extr}$ . Jest ona równa wyrazu wolnemu powyższej funkcji, czyli:

$$(C \cdot d)_{extr} = 404.1 \text{ (pF} \cdot \text{mm)} = 404.1 \times 10^{-15} \text{ (F} \cdot \text{m)} \quad (16)$$

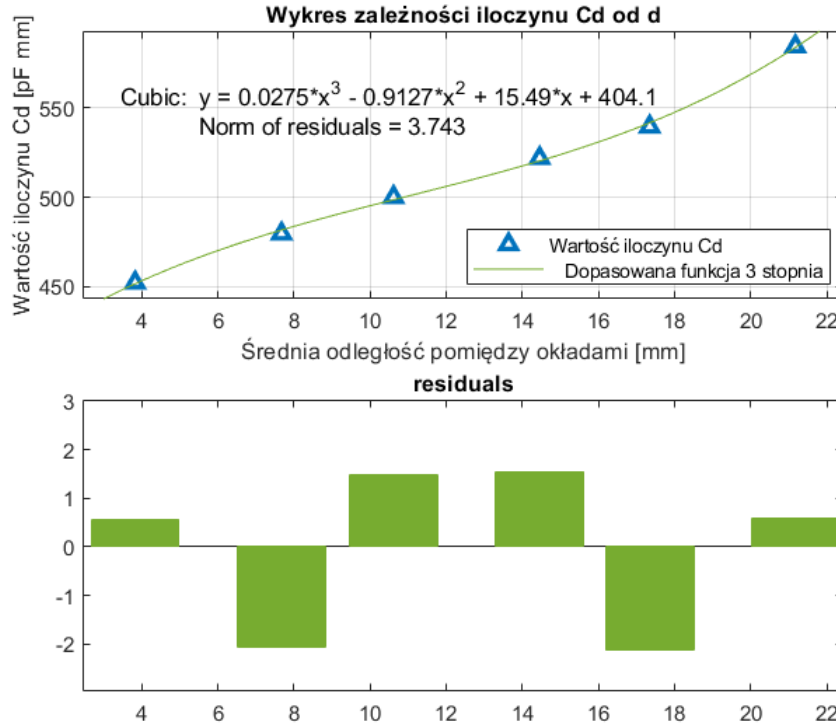
Teraz obliczymy wartość  $\varepsilon_0$ . Dla tego przyjmujemy, że wartość  $\varepsilon_r$  jest równa 2,6 i skorzystamy ze wzoru (8):

$$\varepsilon_0 = \frac{4}{\pi} \frac{(Cd)_{extr}}{D^2 + 3(\varepsilon_r - 1)D_p^2} = \frac{4}{\pi} \times \frac{404,1}{239 + 3(2,6 - 1)19^2} = 8,74227 \times 10^{-12} \left( \frac{\text{F}}{\text{m}} \right) \quad (17)$$

Otrzymaany wynik jest bliski tablicowej wartości: 8,85 (F/m).

## 6.2 Niepewność pomiaru stałej elektrycznej $\varepsilon_0$

Najpierw określimy niepewność pomiaru  $(C \cdot d)_{extr}$  za pomocą programu MATLAB:



Rysunek 4: Zależność iloczynu  $C \cdot d$  od  $d$  wraz z niepewnością pomiaru  $u_{C \cdot d}$

Wobec  $u_{(Cd)_{extr}}$  wynosi:

$$u_{(Cd)_{extr}} = 3,743 \text{ (pF} \cdot \text{mm)} = 3,743 \times 10^{-15} \text{ (F} \cdot \text{m)} \quad (18)$$

Ze względu na zastosowanie mikrometru analogowego z minimalną działką  $0,01 \text{ mm}$  dla obliczenia wszystkich możemy wnioskować, że:

$$u_D = u_{D_p} = \frac{0,01 \times 10^{-3}}{\sqrt{3}} = 5,7735 \times 10^{-6} \text{ (m)} \quad (19)$$

Teraz korzystając z prawa przenoszenia potrafimy obliczyć  $u_{\varepsilon_0}$ :

$$u_{\varepsilon_0} = \frac{4}{\pi} \frac{1}{D^2 + 3(\varepsilon_r - 1) D_p^2} \times \sqrt{u_{(Cd)_{extr}}^2 + \frac{4(Cd)_{extr}^2 u_D^2}{(D^2 + 3(\varepsilon_r - 1) D_p^2)^2} [D^2 + 3(\varepsilon_r - 1) D_p^2]^2} \quad (20)$$

A więc  $u_{\varepsilon_0}$  wynosi:

$$u_{\varepsilon_0} = 21,63393944 \times \sqrt{1,4 \times 10^{-29} + 6,2859 \times 10^{-33} \times 0,0654} = 8,0947976 \times 10^{-14} \text{ (F/m)} \quad (21)$$

Obliczymy niepewność rozszerzoną ze współczynnikiem  $k = 3$ :

$$U_{\varepsilon_0} = 2,428439 \times 10^{-13} \text{ (F/m)} \quad (22)$$

Ostatecznie zapiszemy:

$$\varepsilon_0 = (8,74 \pm 0,25) \times 10^{-12} \text{ (F/m)} \quad (23)$$

Przyjmując wartość tabelaryczną  $\varepsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$  łatwo zauważyć, że otrzymany przez nas wynik w granicach obliczonej niepewności jest zgodny z wartością tabelaryczną.

### 6.3 Wyznaczenie prędkości światła $c$

Dla wyznaczenia prędkości światła  $c$  zastosujemy wzór (9) i wartość  $\mu_0$  z równania (12):

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} = \frac{1}{\sqrt{1,256 \times 10^{-6} \cdot 8,742 \times 10^{-12}}} = 301.786.479,8 \left( \frac{m}{s} \right) \quad (24)$$

Nie jest ta wartość zbyt daleka od wartości tablicowej:  $c = 299792458 \text{ m/s}$ .

### 6.4 Wyznaczenie względnej przenikalności elektrycznej $\varepsilon_r$

We wszystkich poniższych podpunktach skorzystamy ze wzoru (13). Tutaj go zdublujemy:

$$\varepsilon_r = \frac{Cd}{\varepsilon_0 S} \quad (25)$$

#### 6.4.1 Przenikalność elektryczna drewna

Wyznamy względą przenikalność elektryczną drewna następująco:

$$\varepsilon_r = \frac{103,3 \times 10^{-12} \cdot 11,95 \times 10^{-3} \cdot 4}{8,74 \times 10^{-12} \cdot \pi \cdot (23,9 \times 10^{-2})} = 3,148 \quad (26)$$

Zgodnie z wartościami tablicowymi, wartość  $\varepsilon_r$  mieści się od 2 do 9, nasz pomiar jest w tym przedziale.

#### 6.4.2 Przenikalność elektryczna plexi

Wyznamy względą przenikalność elektryczną plexi następująco:

$$\varepsilon_r = \frac{135,6 \times 10^{-12} \cdot 9,98 \times 10^{-3} \cdot 4}{8,74 \times 10^{-12} \cdot \pi \cdot (23,9 \times 10^{-2})} = 3,451 \quad (27)$$

Z tablic wynika, że wartość  $\varepsilon_r$  jest równa 3,5, nasz pomiar jest bardzo bliski wartości referencyjnej.

#### 6.4.3 Przenikalność elektryczna rezokartu

Wyznamy względą przenikalność elektryczną rezokartu następująco:

$$\varepsilon_r = \frac{1002 \times 10^{-12} \cdot 3,03 \times 10^{-3} \cdot 4}{8,74 \times 10^{-12} \cdot \pi \cdot (23,9 \times 10^{-2})} = 7,743 \quad (28)$$

Znaleziono, że wartość  $\varepsilon_r$  jest około 7. Nasz pomiar nie jest zbyt daleki od wartości referencyjnej.

### 6.5 Wyznaczanie przenikalności względnej $\varepsilon_r$ dielektryka w kablu koncentrycznym

W celu wyznaczenia  $\varepsilon_r$  zastosujemy wzór (15):

$$\varepsilon_r = \frac{C \ln \left( \frac{R}{r} \right)}{2\pi \varepsilon_0 l} = \frac{47,2 \times 10^{-12} \ln \left( \frac{1,7}{1,07} \right)}{2 \cdot 8,74 \times 10^{-12} \cdot 70 \times 10^{-2} \pi} = 0,568 \quad (29)$$

Biorąc pod uwagę, że otrzymana wartość jest mniejsza od 1, można wnioskować, że pomiar został obdarzony błędem grubym i wynik jest niereprezentatywny.



## 7 Wnioski

- Wyznaczona wartość  $\epsilon_0$  jest bardzo bliska wartości tablicowej, co pokazuje słuszność zastosowania poprawek do wzoru, które negują wpływ niedoskonałego zestawu doświadczalnego i uproszczenia pierwotnego wzoru.
- Wyznaczenie wartości elektromagnetycznych próżni wymaga tylko stałej  $\epsilon_0$ .
- Umieszczenie dielektryka między okładkami kondensatora płaskiego może znacznie wpłynąć na wzrost jego pojemności.