

Wydział	Imię i nazwisko		Rok	Grupa	
WFiIS	1. Ihnatsi Yermakovich		II	03	
METODY	Temat				Nr ćwiczenia
NUMERYCZNE	Szybka transformacja Fouriera (FFT)				08
Data wykonania	Data oddania	Zwrot do popr.	Data oddania	Data zaliczenia	OCENA
13.06.2022	15.06.2022				

Szybka transformacja Fouriera

1 Wprowadzenie

Najczęściej spotykanym zastosowaniem szeregów Fouriera, DFT i DCT jest przetwarzanie sygnałów. Możliwość przedstawienia sygnałów w dziedzinie częstotliwości zamiast czasu bywa kluczowa dla przetwarzania sygnałów.

Dla sygnałów próbkowanych opisuje się tzw. dyskretną transformatę Fouriera (DFT), która przekształca skończony ciąg liczb rzeczywistych $(x_0, x_1, x_2, \dots, x_{N-1})$, $x \in \mathbb{R}$ w ciąg liczb zespolonych:

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-i \frac{2\pi}{N} kn} \quad (1)$$

Dyskretną transformatę Fouriera możemy także przestawić za pomocą następującego wzoru:

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \left(\cos \left(\frac{2\pi}{N} kn \right) - i \sin \left(\frac{2\pi}{N} kn \right) \right) \quad (2)$$

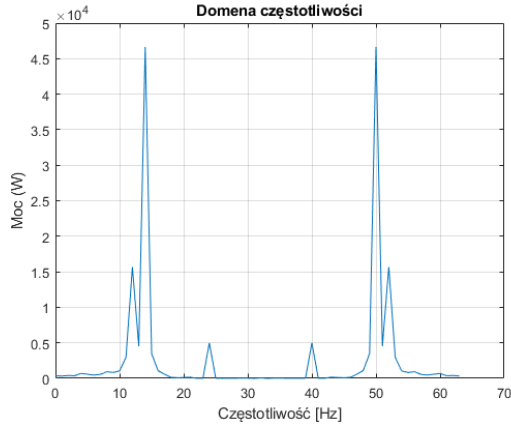
Złożoność obliczeniowa wynosi $O(n \cdot \log_2 n)$, a dla obliczania według wzoru wynosi $O(n^2)$.

2 Wyniki

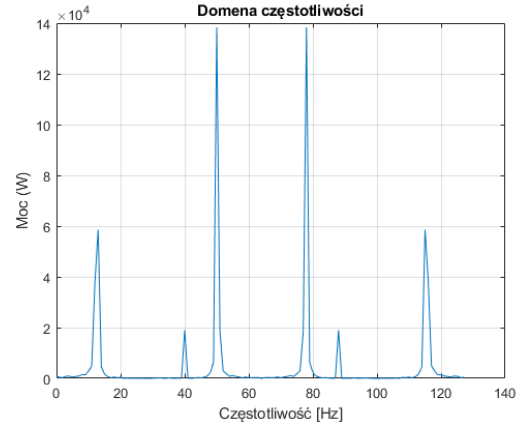
Dla funkcji:

$$f(t) = 5,3 \sin(2\pi t) - 6,7 \sin(8\pi t) + 2,1 \sin(14\pi t) \quad (3)$$

Wygenerowaliśmy zniekształcone za pomocą szumu dane. W celu zaszumienia dodaliśmy losowe wartości z przedziału $[-1, 1]$. Poniżej jest przedstawiony sygnał po procesowaniu w dziedzinie częstotliwości:



Rysunek 1: $N = 64$



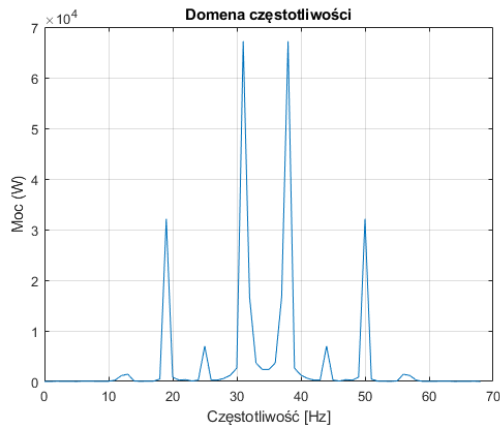
Rysunek 2: $N = 128$

Ciekawym spostrzeżeniem jest to, że sygnał jest symetryczny.

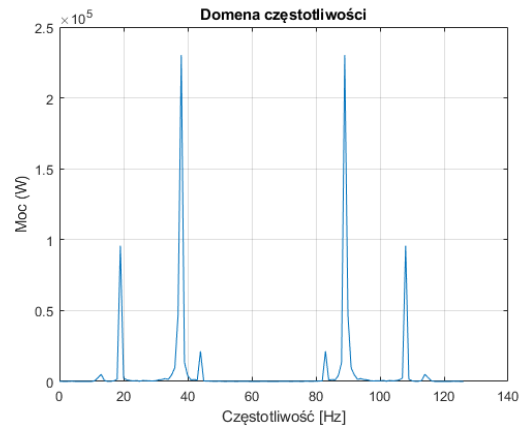
Następnie dla funkcji

$$f(t) = 9 \sin(6\pi t) - 1,6 \sin(2\pi t) + 2,1 \sin(7\pi t) - 5 \sin(3\pi t) \quad (4)$$

Wygenerowaliśmy zaszumione dane (tym razem ilość próbek nie była krotności 2). Poniżej jest przedstawiony sygnał po procesowaniu w dziedzinie częstotliwości:



Rysunek 3: $N = 69$



Rysunek 4: $N = 127$

3 Wnioski

- Szeregi i transformacje Fouriera znajdują wiele zastosowań w życiu codziennym.
- FFT jest jednym z najbardziej ważnych algorytmów w programowaniu.
- FFT jest wykorzystywany w przetwarzaniu sygnałów, kompresji, rozwiązywaniu równaniach różniczkowych.