Wydział WFiIS	Imię i nazwisko 1. Ihnatsi Yermakovich		Rok II	Grupa 03	
METODY **NUMERYCZNE**	Temat Równania nieliniowe z jedną niewiadomą				Nr ćwiczenia 06
Data wykonania 23.05.2022	Data oddania 29.05.2022	Zwrot do popr.	Data oddania	Data zaliczenia	OCENA

Równania nieliniowe z jedną niewiadomą

1 Wprowadzenie

Ogólnie równanie z jedną niewiadomą x można przedstawić w postaci:

$$f\left(x\right)=0 \ \text{ lub } \ g\left(x\right)=h\left(x\right), \quad x\in\mathbb{R} \tag{1}$$

Poszukiwanie rozwiązań równań nieliniowych z jedną niewiadomej jest często występującym i ważnym problemem. Równanie nieliniowe charakteryzuje się tym, że może nie mieć żadnegoro rozwiązania lub też może mieć wiele rozwiązań. Do obliczeń numerycznych można przystąpić dopiero wtedy, gdy wiemy, że poszukiwane rozwiązanie istnieje. Problem utrudnia się dodatkowo tym, że musimy wiedzieć, 'gdzie' tego rozwiązania szukać, czyli musimy podać przedział lub punkt startowy.

Rozwiązywanie równania nieliniowego mymetodami iteracyjnymi, wymaga:

- Dokonania właściwego wyboru przedziału/punktu startowego.
- Wybrania algorytmu iteracyjnego, zapewniającego zbieżność procesu obliczeniowego.
- Określenia kryterium stopu wynikającego z wymaganej dokładności obliczeń.

W tym sprawozdaniu skupimy się na 2 metodach rozwiązywania równań nieliniowych z jedną zmienną:

1.1 Metoda bisekcji

Metoda bisekcji (metoda połowienia przedziału) - to najprostsza metoda ze wszystkich możliwych metod lecz bardzo wolno zbieżna, co zobaczymy w punkcie (2). Metoda bisekcji korzysta z własności Darboux:

> Funkcja ciągła f w przedziale [a, b] przyjmuje w nim wszystkie wartości między f(a) i f(b).

Metoda polega na wybraniu punktu c takiego, że $c=\left(a+b\right)/\,2$, a później wybraniu przedziału, w którym funkcja zmienia znak. Obliczenia są przeprowadzane aż do momentu, kiedy: $\left|f\left(c\right)\right|<\varepsilon$.

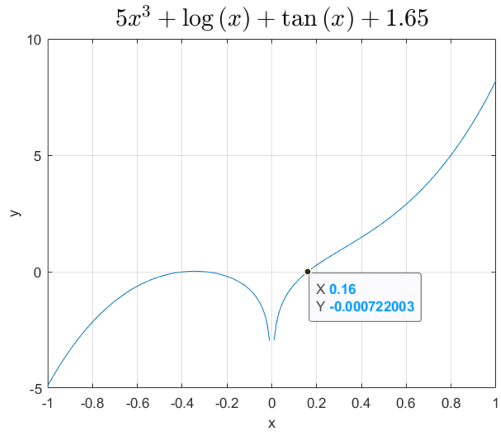
1.2 Metoda Newtona

Metoda Newtona jest szybsza od metody bisekcji, gdyż jej zbieżność jest kwadratowa (błąd maleje kwadratowo wraz z liczbą iteracji). Gdy przybliżenie początkowe x_0 jest bliskie pierwiastka, to wystarczy kilka kroków by znaleźć rozwiązanie. Niestety, metoda ta nie zawsze jest zbieżna - bywa rozbieżna, kiedy punkt startowy jest zbyt daleko od pierwiastka równania.

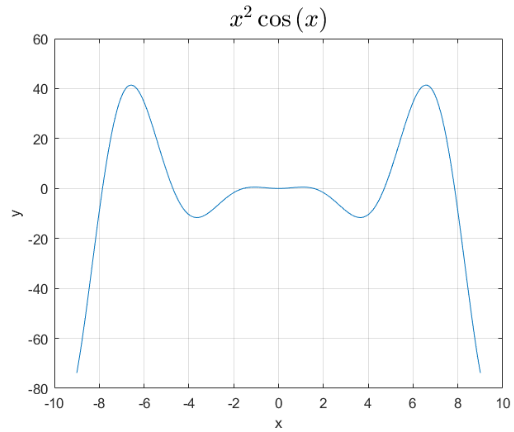
Metoda Newtona opiera się na linearyzacji funkcji f, czyli zastąpieniu jej funkcją liniową - styczną. Kolejne przybliżenia to odcięte punktu przecięcia tej stycznej z osią OX.

2 Poszukiwanie rozwiązań wybranych funkcji

W tym sprawozdaniu rozpatrzymy 2 funkcje, wykresy których są podane poniżej:



Rysunek 1: $5x^3 + \log(x) + \text{tg}(x) + 1.65 = 0$



Rysunek 2: $x^2 \cos(x) = 0$

Iteracja	$5x^3 + \log(x) + \text{tg}(x) + 1.65 = 0$		$x^2 \cos(x) = 0$	
	Metoda Bisekcji	Metoda Newtona	Metoda Bisekcji	Metoda Newtona
1	10,000	13,339	4,500	4,398
5	0,313	1,749	4,734	
10	0,166	0,153	4,712	
15	0,160		4,712	
20	0,160		4,712	
25	0,160		4,712	

Widzimy, że metoda Bisekcji w tym przypadku działa kilka razy wolniej, niż metoda Newtona.

3 Wnioski

- Rozwiązanie równań nieliniowych z jedną zmienną jest ważnym i częstym problemem.
- Nie istnieje jednego 'najlepszego' podejścia do rozwiązania powyższego problemu.
- Każda z metod ma swoje wymagania, które muszą zostać spełnione, aby ją zastosować.
- Metoda Newtona zbiega szybciej, niż metoda Bisekcji.