

## 0. Предупреждение.

Перепрыгнем вступление - и к Снарку!  
Льюис Кэрролл "Охота на Снарка"

Все цитаты, помеченные (ЛК), взяты из "Охоты на Снарка" Льюиса Кэрролла. Текст цитируется по изданию Льюис Кэрролл "Охота на Снарка" в переводе Григория Кружкова. Рига, Рукитис, 1991.

## 1. Карта морей. Правила игры.

Он с собою взял в плаванье Карту морей,  
На которой земли - ни следа ...  
Льюис Кэрролл "Охота на Снарка"

Начнем с игры, действие которой разворачивается на поле 10×10 точек. Точки расположены в узлах клетчатого листа бумаги, причем расстояние между двумя соседними точками примем за 1. Для удобства пронумеруем ряды точек числами от 0 до 9, а колонки - буквами от А до J. В начальной позиции наш корабль находится в правом верхнем углу - в J9. В левой нижней клетке ( A0 ) - остров с унылым пейзажем - "всюду скалы, провалы и бездны" (ЛК). Зато на нем водится Снарк. И вот наш корабль приближается к острову. Именно приближается - каждым ходом корабль должен переместиться в точку, расположенную ближе к острову чем та, в которой он стоял. Впрочем, за один ход (т.е. за один день) корабль не может переместиться больше, чем на 3 (ведь "...капитан / Из моряцких наук знал единственный трюк - / балабонить на весь океан." (ЛК).

9	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
8	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
7	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
6	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
5	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
4	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
3	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
2	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
1	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
0	○	○	○	○	○	○	○	○	○	○
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J

Рисунок 1. Игровое поле

Игровое поле и допустимые ходы определены. Осталось только определить игроков. Уже в пути обнаружился антагонизм Браконьера и Бобра, "...Но решительно не пожелал капитан / экипаж свой делить пополам" (ЛК). Поэтому Браконьер и Бобер, избегая лишних встреч, помогают капитану управлять кораблем, чередуясь через день. Мы-то знаем, что проживающий на острове Снарк оказался Буджумом со всеми вытекающими отсюда последствиями ("...если вдруг набредешь / Вместо Снарка на Буджума. Ибо / Ты без слуху и духу тогда пропадешь, / Не успев даже крикнуть "спасибо" " (ЛК), так что того, на чьей вахте корабль пристанет к берегу (т.е. встанет в точку A0 ), мы будем считать проигравшим. Чтобы не запутаться, будем называть игроков I и II , причем первым будет ходить, естественно, I .

## 2. Лоцманская карта. Анализ игры.

На обыденных картах - слова, острова,  
Все сплелось, перепуталось - жуть!  
Льюис Кэрролл «Охота на Снарка»

Как же играть в нашу игру? Разумеется, как играть так, чтобы выигрывать? И вообще, можно ли это сделать? А если да, то всегда ли? Или же победе в игре должно благоприятствовать особое расположение светил?

Светила в нашем случае, кажется, ни при чем, хотя они и полезны для навигации. Представляется правдоподобным, что, если оба игрока играют оптимально, то всегда должен выигрывать один и тот же - ведь от одной партии к другой ничего не изменяется. Кто должен выиграть, I или II, нам пока, правда, неизвестно. Как это выяснить? И как найти пути реализации своей потенциальной победы? Рецепт уже готов: "... Его надо с умом и со свечкой искать, / С упованием и крепкой дубиной ..." (ЛК). Вот давайте и попробуем. Главная сложность состоит в том, что карта большая, и на ней всюду океан - капитан Балабон "... с собою взял в плаванье Карту морей, / На которой земли - ни следа" (ЛК), не за что глазом зацепиться. Попробуем уменьшить карту и расставить на ней какие-либо "...полюса, параллели, / Зоны, тропики и зодиак..."(ЛК). Допустим, что первый игрок должен ходить, а корабль стоит в точке А0. Это означает, что игрок II уже проиграл, игра закончена, игрок I выиграл, а мы в ознаменование этого события пометим точку А0 плюсом.

Допустим теперь, что игрок I поставил своим ходом корабль в В0. Из точки В0 возможен единственный ход - в А0 - с проигрышем. Следовательно, если игроку I удастся поставить корабль в В0, то его противник должен начинать игру с точки В0 и проигрывает. Помечаем в честь этого точку В0 минусом, а заодно (в силу симметрии) и точку А1. Спросим себя, а из каких пунктов можно попасть в точку В0? Отвечаем - из В1, В2, В3, С0, С1, С2, D0, D1, D2 и Е0. Если бы игрок I своим ходом встал бы в любую из перечисленных точек, то ответным ходом игрок II переместил бы корабль в победный пункт В0 и выиграл бы партию. Следовательно, начинать из любой из перечисленных точек даёт возможность выиграть - пометим их плюсом. Аналогично поступим с полями А2, А3, А4, С3 (из-за минуса в А1). Выберем теперь такие непомеченные точки, из которых все допустимые ходы ведут в помеченные. В нашей игре это просто точки, ближайшие к А0, и таких точек целых две: Е1 и В4. Из точки Е1 нельзя прыгнуть ни в одну из непомеченных точек - она лежит ближе всех непомеченных к А0, а корабль должен каждым ходом приближаться к А0. Из нее нельзя прыгнуть в точку, помеченную минусом - все точки, из которых можно прыгнуть в минус, уже помечены плюсом. Значит, все прыжки из Е1 ведут в плюс, из которого можно прыгнуть в минус ( В0 или А1) и выиграть. Итак, если поставить корабль в Е1, то выигрыш обеспечен. Помечаем Е1 минусом, и В4 тоже. Теперь помечаем плюсом (почему?) все точки, из которых можно попасть в Е1 (либо в В4). это точки F0, G0, F1, G1, H1, E2, F2, G2, D3, E3, F3, G3 и Е4, а также А5, А6, В5, В6, В7, С4, С5, С6, D4, D5, D6. Ближайшие к А0 непомеченные точки - F4 и Е5. Помечаем их минусами, подобно тому, как это было сделано с Е1 и В4. Затем ставим плюсы в точки H2, H3, G4, H4, I4, F5, G5, H5, E6, F6, G6, H6 и F7, а также С7, D7, E7, G7, Е8. Теперь ставим минусы в H0 и А7, плюсы в I0, J0, I1, J1, I2, J2 и А8, А9, В8, В9, С8, С9; минусы в I3 и D8, плюсы в J3, J4, I5, J5, I6 и D9, E9, F8, F9, G8; минус в H7 и, наконец, плюсы во все оставшиеся пункты - J6 и G9, I7 и H8, J7 и H9, I8, J8 и I9, J9. Все! Результат изображен на рисунке 2.

9	+	+	+	+	+	+	+	+	+
8	+	+	+	-	+	+	+	+	+
7	-	+	+	+	+	+	+	-	+
6	+	+	+	+	+	+	+	+	+
5	+	+	+	+	-	+	+	+	+
4	+	-	+	+	+	-	+	+	+
3	+	+	+	+	+	+	+	+	-
2	+	+	+	+	+	+	+	+	+
1	-	+	+	+	-	+	+	+	+
0	+	-	+	+	+	+	+	-	+
	А	В	С	Д	Е	Ф	Г	Н	И

Рисунок 2. Игровое поле, размеченное по выигрышным и проигрышным точкам.

И сразу несколько упражнений (для программирования, разумеется).

Упражнение 1. Заполните плюсами и минусами большое поле. Размером, скажем, 25×80 или 50×80, 100×100, 200×200, 1000×1000. Результат выводите в файл

Упражнение 2. Расставьте плюсы и минусы для игры, в которой корабль может перемещаться за один ход на одну или две (или три) клетки по горизонтали влево, либо по вертикали вниз, либо по диагонали влево-вниз.

Упражнение 3. То же задание, что и во 2 упражнении, но корабль может ходить на любое количество клеток в указанных направлениях (лишь бы не выходить за пределы игрового поля).

Упражнение 4. Напишите программу, которая играла бы в какую-либо из игр из упражнений 1-3 (или им подобных) с пользователем. Конечно, если пользователь умеет строить выигрышную стратегию, то игра становится совсем неинтересной. Поэтому будем предполагать, что пользователь не умеет строить выигрышной стратегии. Тем не менее, чтобы он не ушел, плюнув на прощанье, не надо превращать игру в организованное избиение - напишите программу так, чтобы она время от времени поддавалась игроку, причем, чем больше программа выигрывает, тем вероятнее она поддается. В то же время проигрывать тоже надо уметь, и надо поддаваться как-нибудь потоньше - не надо, скажем, доведя игру практически до победы, в конце делать откровенный ляп - такой подход расхолаживает пользователя еще сильнее.

### **3. Анализ игры-2. Что же мы построили?**

Просто карту выигрышных и проигрышных полей? Нет. Мы построили выигрышную стратегию. Причем удивительно простую, ее можно сформулировать в прямом смысле в двух словах - держи плюс. Неужели такая простая стратегия ведет к победе? Ведь на первый взгляд игра казалась довольно непростой для анализа. Ведет. Давайте вспомним, как мы расставляли плюсы и минусы. Мы заботились только о выполнении трех правил:

- ◆ 1 правило. Все конечные позиции игры (позиции, в которых игра закончилась победой одного из игроков) помечены плюсом или минусом в зависимости от того, кто из игроков, I или II, побеждает в этой позиции.
- ◆ 2 правило. Из любой позиции, помеченной плюсом, можно перейти в позицию, помеченную минусом.
- ◆ 3 правило. Из любой позиции, помеченной минусом, все допустимые ходы ведут в позиции, помеченные плюсом.

Заметим, что в нашей игре имеется только одна конечная позиция - точка A0, помеченная плюсом. В последней фразе ощущается некоторая неуклюжесть: позиция - и вдруг - точка. Понятно, что раз уж об этом сказано явно, то неуклюжесть умышленная. И вот зачем она допущена. Взглянем еще раз на сформулированные три правила. Видно, что они носят довольно общий характер и применимы ко многим играм. К каким именно, мы поговорим в следующем разделе, а пока попробуем определить понятие позиции. Если не особенно заботится о строгости, то под позицией мы будем понимать всю информацию о текущем состоянии игры, необходимую для того, чтобы продолжить партию и определить (если это вообще возможно) ее конечный результат. Например, в шахматах позиция включает в себя не только расположение фигур (и пешек, конечно) и очередность хода, но и другие сведения - ходил ли уже тот или иной король (это влияет на рокировку), как давно происходило взятие или ход пешкой (для правила "50 ходов"), наконец, всю историю партии - все возникавшие по ходу расположения фигур (для правила троекратного повторения) и т.д. В нашей игре все проще - ход партии в любой момент не зависит от предыстории; чтобы продолжить прерванную партию, достаточно знать, где остановился корабль, и чья очередь ходить. Далеко не всегда дело обстоит так просто. И не только в шахматах. Например, стоит в нашей игре заменить правило, согласно которому корабль должен каждым ходом приближаться к острову, на правило - корабль не может после своего хода удалиться от острова или встать в ранее посещенную точку (последнее предотвращает вечное заикливание), как нам потребуется включать в позицию и сведения о том, какие точки, удаленные от острова на такое же расстояние, что и корабль, мы уже посещали. Так что в такой

модификации расставить знаки, просто глядя на поле, не удастся. Но в нашей игре местоположение корабля (и очередь хода) позволяет продолжить игру, т.е. позиция и точка в данном случае означают одно и то же, и фраза “позиция – точка”, все-таки, приемлема.

#### **4. Мировой океан. Обобщение.**

Если Снарк - просто Снарк, без подвоха,  
Его можно тушить, и в бульон покрошить,  
И подать с овощами неплохо.  
*Льюис Кэрролл “Охота на Снарка”*

Наши три правила просты, понятны, естественны и, как в таких случаях часто бывает, применимы ко многим, на первый взгляд очень не похожим друг на друга, играм. Но, все-таки не к любым. Например, к рулетке или к подбрасыванию монеты (“орел или решка”), к игре в кости или к нардам, в которых ход тоже зависит от результатов подбрасывания костей, к большинству карточных игр, в которых игрок видит только свои карты, но не видит как разложились остальные карты (в колоде и у соперников) и т.д. Давайте постараемся сформулировать, какие свойства нашей игры позволяют применить к ней три правила, к каким играм вообще три правила применимы. Для этого возьмем все свойства нашей игры и выбросим те, которые связаны с ее конкретикой- допустимыми ходами и игровым полем (не забывая, впрочем, о том, что к остатку должны быть применимы три правила). Что же останется? Не так уж и много, и это хорошо - ведь чем меньше ограничений, тем шире класс игр, которые мы можем проанализировать с помощью одного и того же подхода, тем универсальней описанный подход. Но и не так уж и мало, а именно:

1. играют два игрока; ходят по очереди;
2. в любой момент оба игрока располагают всей информацией о состоянии партии;
3. любая партия заканчивается за конечное количество ходов, как бы она ни протекала;
4. любая партия заканчивается победой одного из игроков.

Оказывается, что для любой игры, обладающей всеми четырьмя перечисленными свойствами, существует выигрышная стратегия для одного из игроков. В самом деле, пометим сначала все конечные позиции, в которых тот, чья очередь сейчас была бы ходить, если бы игра не закончилась, создав которые своим ходом, игрок выигрывает, плюсом, а все прочие конечные позиции минусом. Затем размечаем все остальные позиции в соответствии с правилами 1 и 2. В конце концов мы поднимемся до начальной позиции. Если она помечена минусом, то в игре побеждает при правильной игре игрок II, если же плюсом, то игрок I. В нашем путешествии до острова Снарка точка О9 помечена плюсом, и, значит, выигрывает в ней игрок I. А может ли так оказаться, что какая-либо позиция окажется непомеченной? Нет. Если такая позиция найдется, то из нее нельзя пойти ни в какую минусовую позицию (иначе бы мы пометили ее плюсом), но не все ходы из нее ведут в плюсовые позиции (иначе бы мы пометили ее минусом). Вместе с тем, непомеченная позиция не может быть конечной - все конечные позиции уже помечены. Значит, из непомеченной позиции должен существовать ход в другую непомеченную позицию, а из той - в третью непомеченную и т.д. Но, в силу свойства 3, бесконечной последовательности ходов игра не допускает. Следовательно, непомеченных позиций появиться не может.

А что будет, если игра может закончиться вничью, если отказаться от 4-го свойства? Покажем, что тогда либо у одного из игроков имеется выигрышная стратегия, либо игра должна закончиться вничью при правильной игре обоих партнеров. Для этого рассмотрим наряду с основной игрой, которая, напомним, может закончиться вничью, еще две: игру А, которая отличается от основной игры тем, что ничья считается выигрышем игрока I, и игру В, в которой ничья в основной игре считается выигрышем игрока II. И игра А, и игра В обладают всеми четырьмя свойствами, множество позиций в них совпадает с множеством позиций основной игры. Разметим все позиции плюсами и минусами сначала с точки зрения игры А, а

затем - игры В. Каждая позиция основной игры получила две метки. Если позиция помечена двумя минусами, то игрок I проигрывает и в игре А, т.е. основная игра не может закончиться вничью, и в игре В, и такая позиция проигрышна для I и в основной игре. Если позиция помечена двумя плюсами, то игрок I выигрывает в игре А (т.е. основная игра заканчивается победой I или вничью) и в игре В (т.е. ничьей в основной игре не будет) - такая позиция выигрышна для I в основной игре. Наконец, если позиция помечена плюсом и минусом, то игрок I выигрывает в игре А (т.е. основная игра заканчивается его победой или вничью) и проигрывает в игре В (т.е. основная игра заканчивается его поражением или вничью) - следовательно, такие позиции ведут к ничьей. А минусом и плюсом никакая позиция не может быть помечена - ведь это означало бы, что игрок I проигрывает в игре А (и в основной игре), и выигрывает в игре В (и в основной).

Упражнение 5 (не для программирования). Обладает ли всеми четырьмя (или хотя бы первыми тремя) свойствами известная игра в "Города"? Если да, то что означают полученные результаты в применении к ней?

Упражнение 6. (для размышлений). Рассмотрим такую игру. Где-то на игровой плоскости находится (точечный) корабль. За один ход корабль может переместиться на любое расстояние, не превосходящее 3, при этом расстояние до острова (начала координат) должно уменьшиться по крайней мере на 1. Считаем, что корабль достиг цели, и игра заканчивается, если расстояние от корабля до начала координат станет меньше 1. Особенность этой игры состоит в том, что, вообще говоря, количество допустимых ходов бесконечно. Не касаясь того, как фиксировать ход данной игры, заметим, что эта игра обладает всеми свойствами 1-4. Подумайте, как построить для нее оптимальную стратегию, или хотя бы, что вообще означает построить оптимальную стратегию в данном случае?

Что же из всего сказанного следует? Ну, во-первых, стало понятно, что для игр, обладающих свойствами 1-3 имеется оптимальная стратегия, и есть смысл ее искать. Более того, понятна в общих чертах и методика построения такой стратегии. Гораздо более неожиданно "во-вторых". Шахматы, шашки, го, рэндзю, калах, реверси - все перечисленные (и многие другие популярные) игры обладают свойствами 1-3, т.е. для любой из них верно по крайней мере одно из следующих трех утверждений - при правильной игре обоих партнеров любая шахматная (шашечная и т.д.) партия закончится ... а). ... победой начинающего, б ). ... победой его противника, в). ... вничью. Как же так? Ведь по шахматам, шашкам, го, рэндзю проводятся турниры, имеется спортивная классификация и т.д. Проводятся и турниры по калаху (правда, среди компьютеров - в калах программы играют многократно сильнее человека). Все дело в том, что оптимальная стратегия для всех этих игр, конечно существует, и, в принципе, ее можно найти, но такая возможность носит чисто теоретический характер. Количество позиций во всех этих играх настолько велико, что никакой супермозг, вооруженный любой супертехникой, не в состоянии перебрать даже ничтожнейшую долю возможных позиций за время жизни Вселенной. Впрочем, для калаха и реверси это утверждение, пожалуй, слишком сильное - недаром в калах программы играют сильнее человека, да и в реверси и в шахматы тоже хорошие программы играют заметно сильнее человеческого игрока. Но и в калахе, и в реверси, и в шахматах до полного перебора всех позиций и получения точного ответа на вопрос, кто же выигрывает при правильной игре, очень далеко.

Что же тогда нам делать со вновь обретенной методикой? Во-первых, применять ее для частичного анализа перечисленных игр (например, для решения шахматных задач и этюдов).

## **0. Поступедомление.**

Судья, посмотрев на часы,  
Заседание поспешно закрыл.  
Льюис Кэрролл "Охота на Снарка"

а, во-вторых, применять ее для других игр, легче поддающихся анализу.