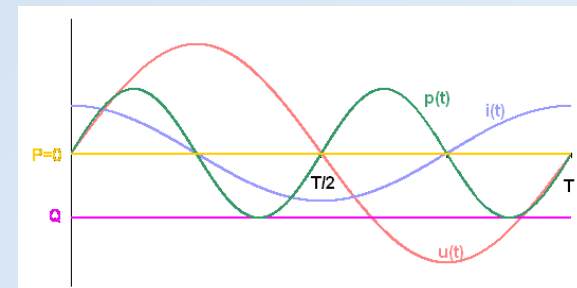


❑ Potência COMPLEXA

- ❑ Definições
- ❑ Diagrama de impedâncias e de potências
- ❑ Conservação das potências ativa e reativa
- ❑ Máxima transferência de potência em RPS
- ❑ Energia



□ Sendo:

$$\begin{cases} v(t) = \sqrt{2} V_{ef} \cos (\omega t + \theta) & \Rightarrow \dot{V} = V_{ef} \mid \underline{\theta} \\ i(t) = \sqrt{2} I_{ef} \cos (\omega t + \psi) & \Rightarrow \dot{I} = I_{ef} \mid \underline{\psi} \end{cases}$$

□ Definição de potência complexa:

$$\dot{P} = \dot{V} \dot{I}^* \quad [VA]$$

□ onde:

$$\dot{I}^* = I_{ef} \mid \underline{-\psi} \quad \rightarrow \quad \dot{V} \dot{I}^* = V_{ef} I_{ef} \mid \underline{\theta - \psi} = V_{ef} I_{ef} \mid \underline{\varphi}$$

$$\varphi = \theta - \psi = \mid \underline{\dot{Z}} \rightarrow \text{Chamado ÂNGULO DE POTÊNCIA}$$

□ **Note que:**

$$\dot{P} = \dot{V} \dot{I}^* = V I \cos \varphi + j V I \sin \varphi = P + j Q = |\dot{P}| \angle \underline{\varphi}$$
$$|\dot{P}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = P_{ap} = S$$

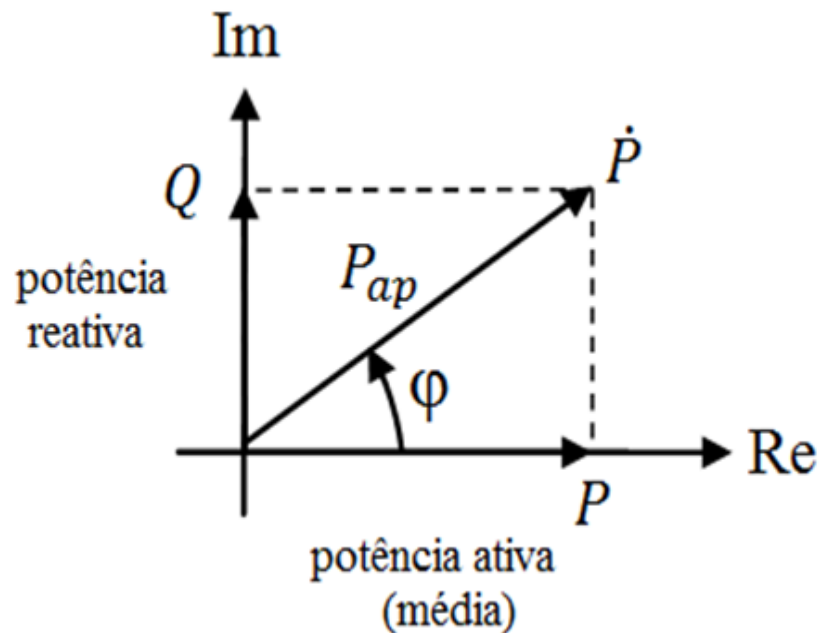
□ **Mas:**

$$|\dot{P}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = P_{ap} = S$$

□ **Logo:**

$$\dot{P} = P_{ap} \angle \underline{\varphi} \quad [VA]$$

Diagrama de potências



$$\dot{P} = P_{ap} \angle \varphi \quad [VA]$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P}, \quad \cos \varphi = \operatorname{FP} = \frac{P}{P_{ap}}$$

$$P = \operatorname{Re} [\dot{P}]$$

$$Q = \operatorname{Im} [\dot{P}]$$

❏ Relembrando

Bipolo Capacitivo	Corrente Adiantada	$\varphi < 0, Q < 0$
Bipolo Indutivo	Corrente Atrasada	$\varphi > 0, Q > 0$

Diagrama de Impedâncias Complexas

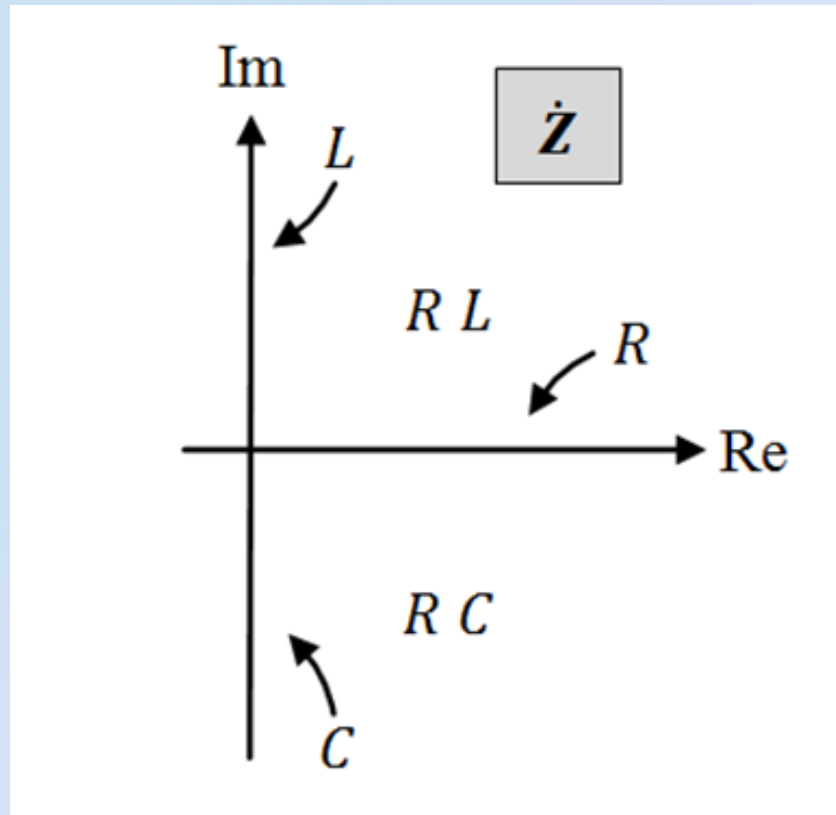
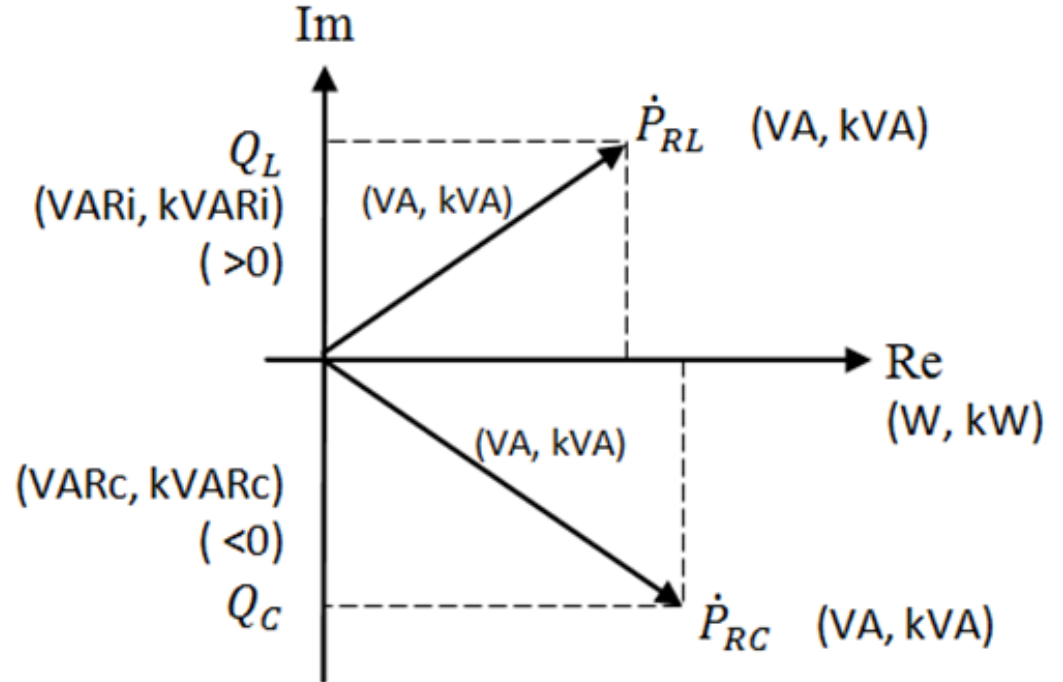
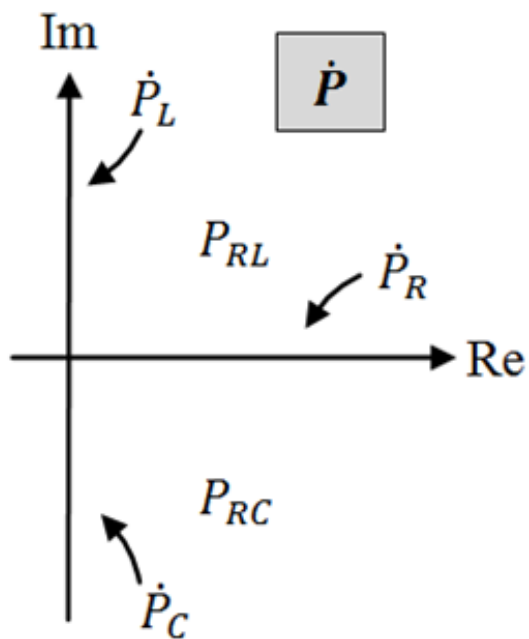


Diagrama de Potências Complexas



- ❑ **Nota - determinação das potências em função das componentes reativa e resistiva da impedância:**
 - ❑ **a potência ativa** consumida em um bipolo RPS determina-se multiplicando **a parte resistiva** de sua impedância pelo **quadrado do valor eficaz da corrente**;
 - ❑ **a potência reativa** absorvida pelo bipolo obtém-se multiplicando o **quadrado do valor eficaz da corrente** pela **parte reativa**.

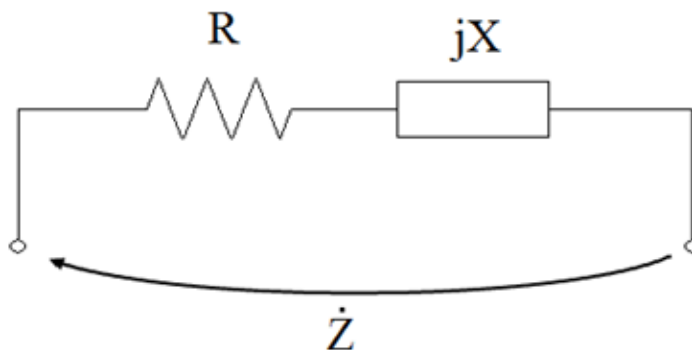
❏ Determinando pela corrente

$$\dot{P} = \dot{V} \dot{I}^* \quad \text{e} \quad \dot{V} = \dot{Z} \dot{I} \quad \Rightarrow \quad \dot{P} = \dot{Z} \dot{I} \dot{I}^* = \dot{Z} |\dot{I}|^2 = \dot{Z} I_{ef}^2$$

$$\dot{Z} = R + jX \quad \Rightarrow \quad \dot{P} = R I_{ef}^2 + j X I_{ef}^2 = P + j Q$$

$$P = R I_{ef}^2 \quad \Rightarrow \quad \text{Potência ativa útil}$$

$$Q = X I_{ef}^2 \quad \Rightarrow \quad \text{Potência reativa}$$



❑ Determinando pela tensão

$$\dot{P} = \dot{V} \dot{I}^* = \dot{V} \frac{\dot{V}^*}{\dot{Z}^*} \Rightarrow \dot{P} = \frac{V_{ef}^2}{\dot{Z}^*} = \frac{V_{ef}^2}{\dot{Z}^*} \frac{\dot{Z}}{\dot{Z}} \Rightarrow \dot{P} = \frac{V_{ef}^2 \dot{Z}}{|\dot{Z}|^2}$$

$$\dot{P} = \frac{V_{ef}^2}{|\dot{Z}|^2} R + j \frac{V_{ef}^2}{|\dot{Z}|^2} X = P + j Q$$

$$P = \frac{V_{ef}^2}{|\dot{Z}|^2} R \quad e \quad Q = \frac{V_{ef}^2}{|\dot{Z}|^2} X$$

Em resumo

	R	L	C
Potência Ativa P	$R I_{ef}^2 ; \frac{V_{ef}^2}{R}$	0	0
Potência Reativa Q	0	$X_L I_{ef}^2 ; \frac{V_{ef}^2}{X_L}$	$X_C I_{ef}^2 ; \frac{V_{ef}^2}{X_C}$

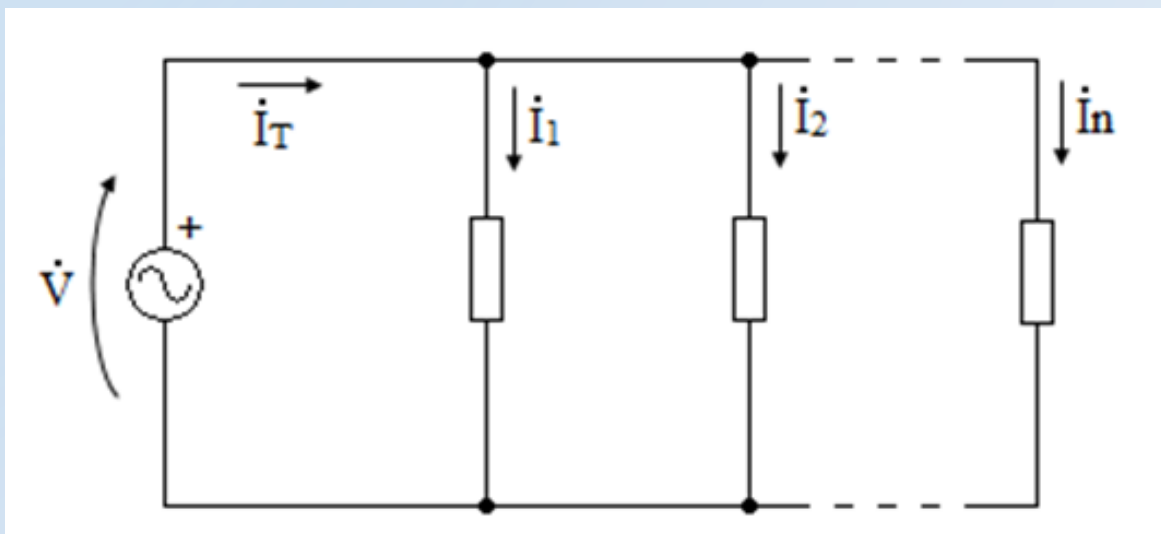
$$X_L = \omega L ; \quad X_C = -\frac{1}{\omega C}$$

- ❑ **Conservação das Potências Ativa e Reativa no RPS**
 - ❑ A soma das **potências complexas** nos bipolos receptores é igual à soma das potências complexas fornecidas pelos geradores;
 - ❑ A soma algébrica das **potências ativas** nos bipolos receptores é igual à soma algébrica das potências ativas fornecidas pelos bipolos geradores;
 - ❑ A soma algébrica das **potências reativas** recebidas pelos bipolos receptores é igual à soma algébrica das potências fornecidas pelos geradores.

Conservação das Potências Ativa e Reativa no RPS

13

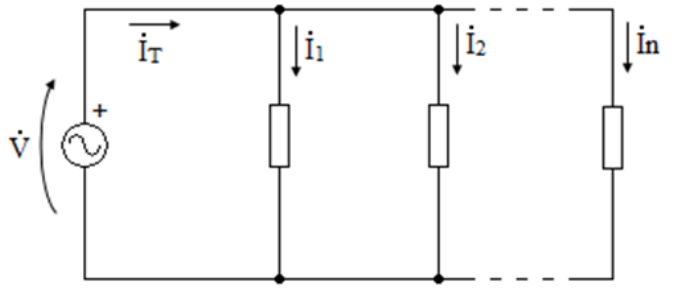
- ❑ **Exemplo 1 – Cargas em paralelo:** é a forma de ligação da maioria das cargas industriais.



Conservação das Potências Ativa e Reativa no RPS

14

Exemplo 1



- Corrente no gerador:

$$\dot{I}_T = \sum_{i=1}^n \dot{I}_i$$

- A potência complexa fornecida pela linha e dada por:

$$\dot{P}_T = \dot{V} \dot{I}_T^* = \sum_{i=1}^n (\dot{V} \dot{I}_i^*) = \sum_{i=1}^n \dot{P}_i$$

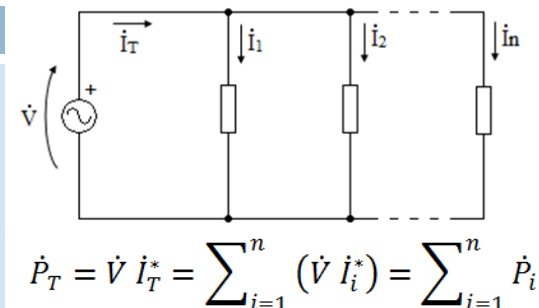
(soma das potências complexas de cada bipolo)

Conservação das Potências Ativa e Reativa no RPS

15

Exemplo 1

Como:



$$\dot{P} = P + jQ \quad \Rightarrow \quad \dot{P}_T = \sum_{i=1}^n P_i + j \sum_{i=1}^n Q_i$$

Então:

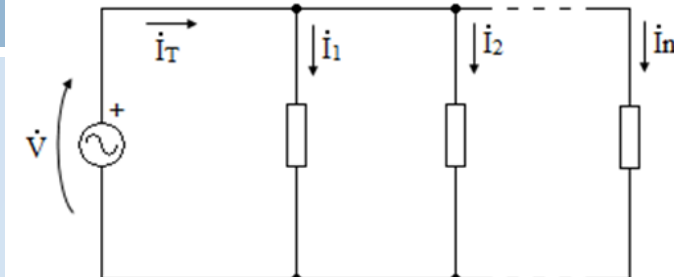
Potência Ativa Total: $P_T = \sum_{i=1}^n P_i$

Potência Reativa Total: $Q_T = \sum_{i=1}^n Q_i$

Conservação das Potências Ativa e Reativa no RPS

16

Exemplo 1



Corrente no gerador:

$$\hat{I}_T = \sum_{i=1}^n \hat{I}_i$$

Potência ativa total:

$$P_T = \sum_{i=1}^n P_i$$

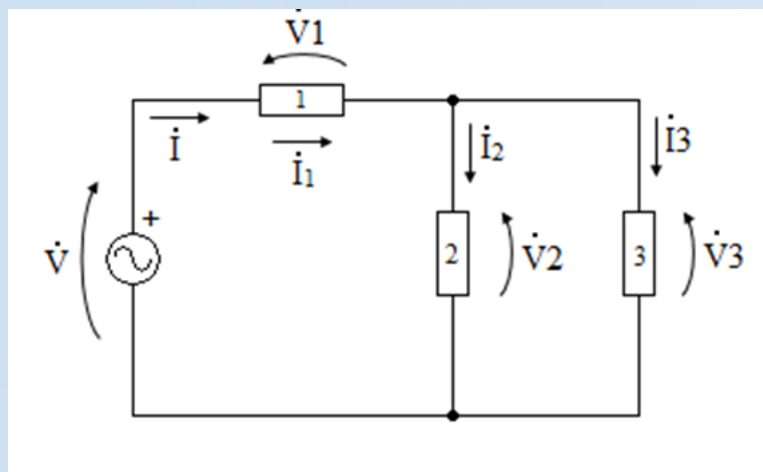
Potência reativa total:

$$Q_T = \sum_{i=1}^n Q_i$$

Conservação das Potências Ativa e Reativa no RPS

17

Exemplo 2



$$\dot{P}_{GERADOR} = \dot{V} \dot{I}^* = (\dot{V}_1 + \dot{V}_2) \dot{I}^* = \dot{V}_1 \dot{I}^* + \dot{V}_2 (\dot{I}_2^* + \dot{I}_3^*) = \dot{V}_1 \dot{I}_1^* + \dot{V}_2 \dot{I}_2^* + \dot{V}_3 \dot{I}_3^*$$

$$\dot{P}_{GERADOR} = \dot{P}_1 + \dot{P}_2 + \dot{P}_3$$

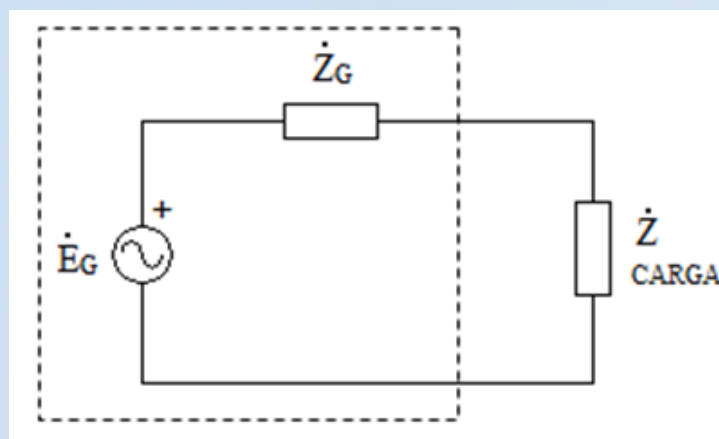
$$P = P_1 + P_2 + P_3$$

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3$$

Máxima Transferência de Potência em RPS

18

Supõe-se bipolo passivo e linear



Sendo:

$$\dot{Z}_G = R_G + j X_G$$

e

$$\dot{Z} = R + j X$$

$$P = R I_{ef}^2$$

e

$$I_{ef}^2 = \frac{|\dot{E}_G|^2}{(R + R_G)^2 + (X + X_G)^2}$$

$$P = \frac{R}{(R + R_G)^2 + (X + X_G)^2} |\dot{E}_G|^2$$

Máxima Transferência de Potência em RPS

19

- ❑ Para maximizar a potência, devemos inicialmente impor $\rightarrow X = -X_G$, logo :

$$P = \frac{R}{(R + R_G)^2} |\dot{E}_G|^2$$

- ❑ Determinando o máximo em função de $R \Rightarrow R = R_G$ para a máxima transferência de potência:

$$\dot{Z} = \dot{Z}_G^*$$

- ❑ Nessa condição:

$$P_{MAX} = \frac{|\dot{E}_G|^2}{4R_G} \Rightarrow \text{Máxima potência disponível}$$

- ❑ A energia absorvida durante um intervalo de tempo $(t-t_0)$ é dada por:

$$W(t, t_0) = \int_{t_0}^t P(\tau) d\tau \Rightarrow \text{Dado em kWh } (= 3,6 \cdot 10^6 \text{ J})$$

Medidor de energia elétrica \Rightarrow
**calcula a integral desde o momento
de sua instalação até o momento de
sua leitura.**

