CINEMÁTICA DA PARTÍCULA
Conceitos básicos
e
Movimento retilíneo

TEORIA - AULA A-07

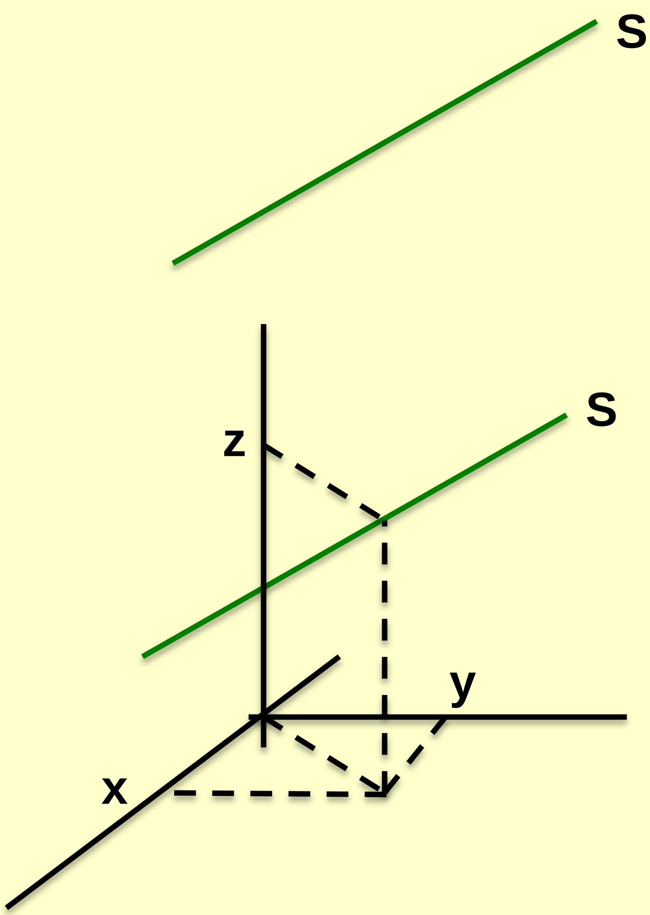
Física I - EFB207

Competências que você irá desenvolver nesta aula

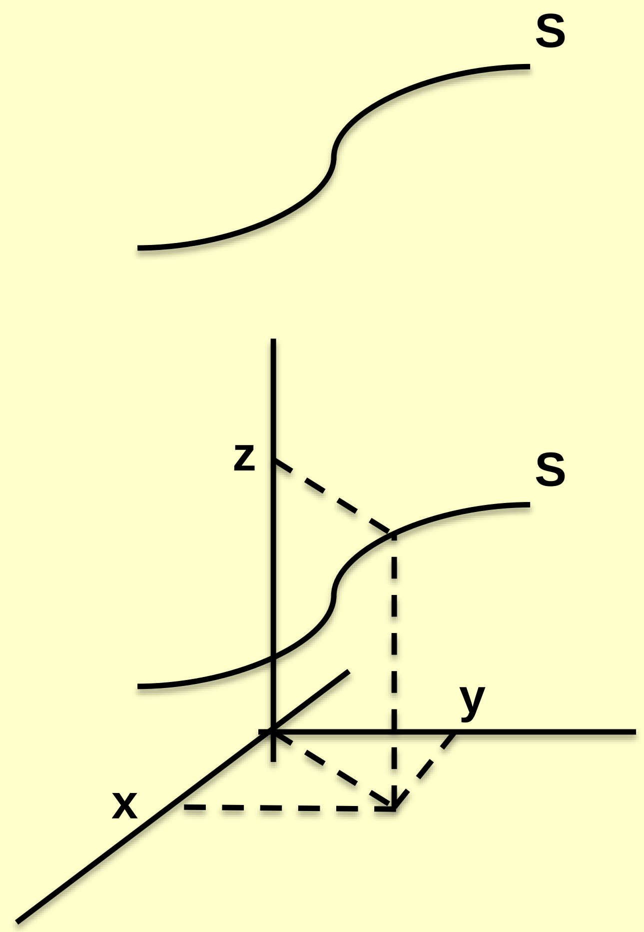
- Identificar tipos de movimentos retilíneos
- Analisar graficamente os movimentos
- Equacionar matematicamente os tipos de movimento retilíneos

Trajetórias de movimentos

- Movimento retilíneo



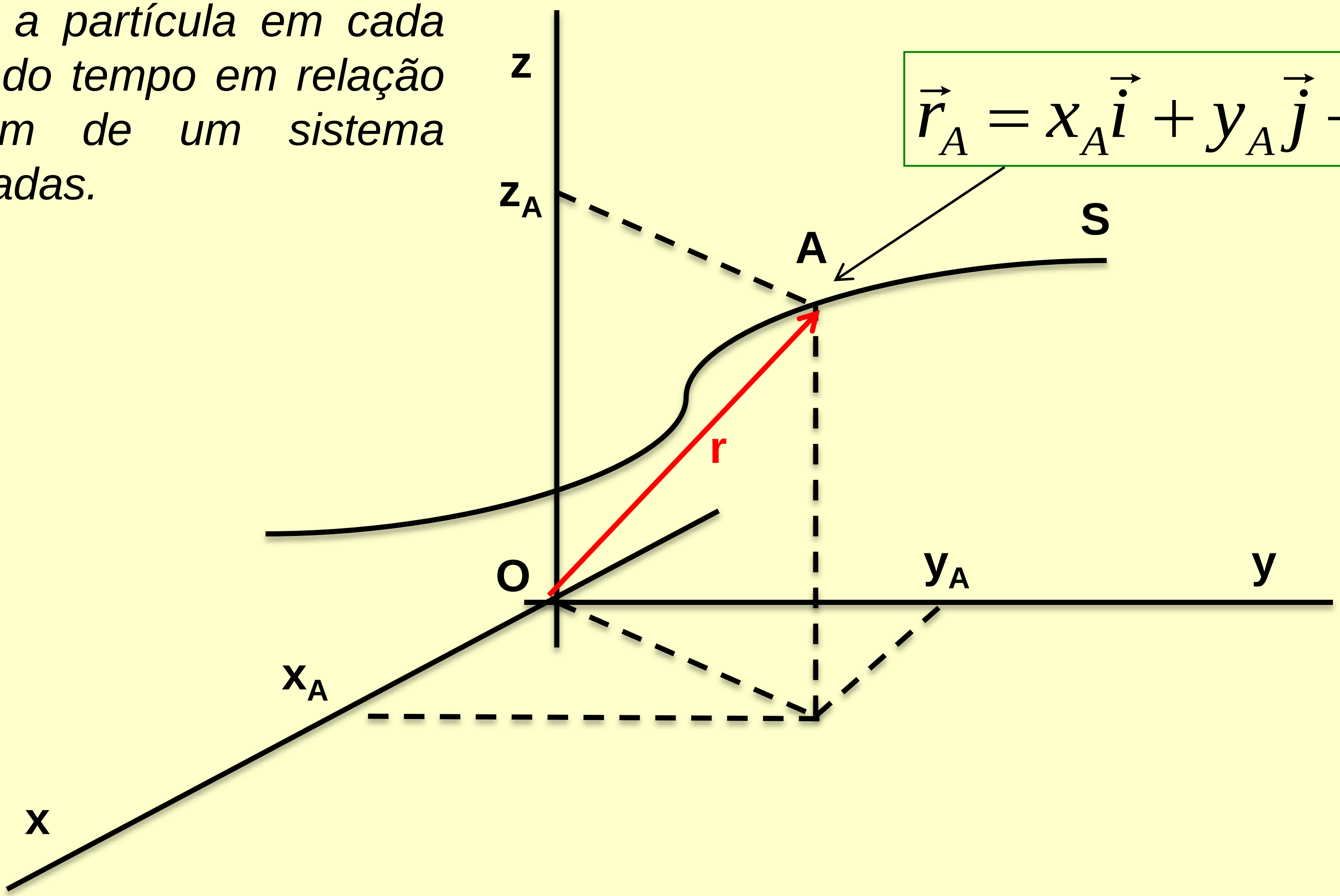
- Movimento curvilíneo



Origem e posição

Vetor posição $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$

Localiza a partícula em cada instante do tempo em relação a origem de um sistema coordenadas.



Deslocamento

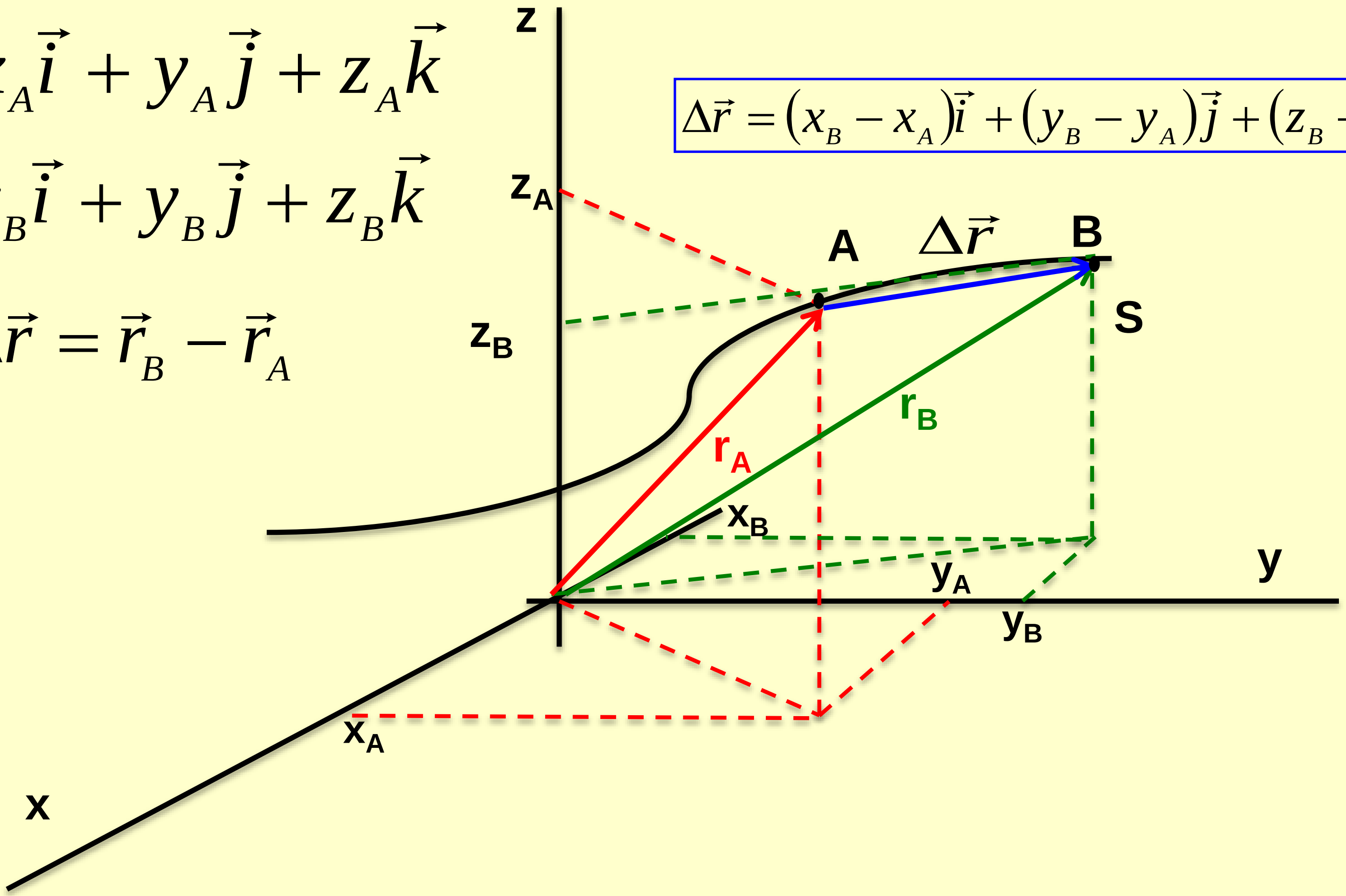
- *Obtido pela diferença entre a posição final e a posição inicial, da partícula*:

$$\vec{r}_A = x_A\vec{i} + y_A\vec{j} + z_A\vec{k}$$

$$\vec{r}_B = x_B\vec{i} + y_B\vec{j} + z_B\vec{k}$$

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$$

$$\boxed{\Delta\vec{r} = (x_B - x_A)\vec{i} + (y_B - y_A)\vec{j} + (z_B - z_A)\vec{k}}$$

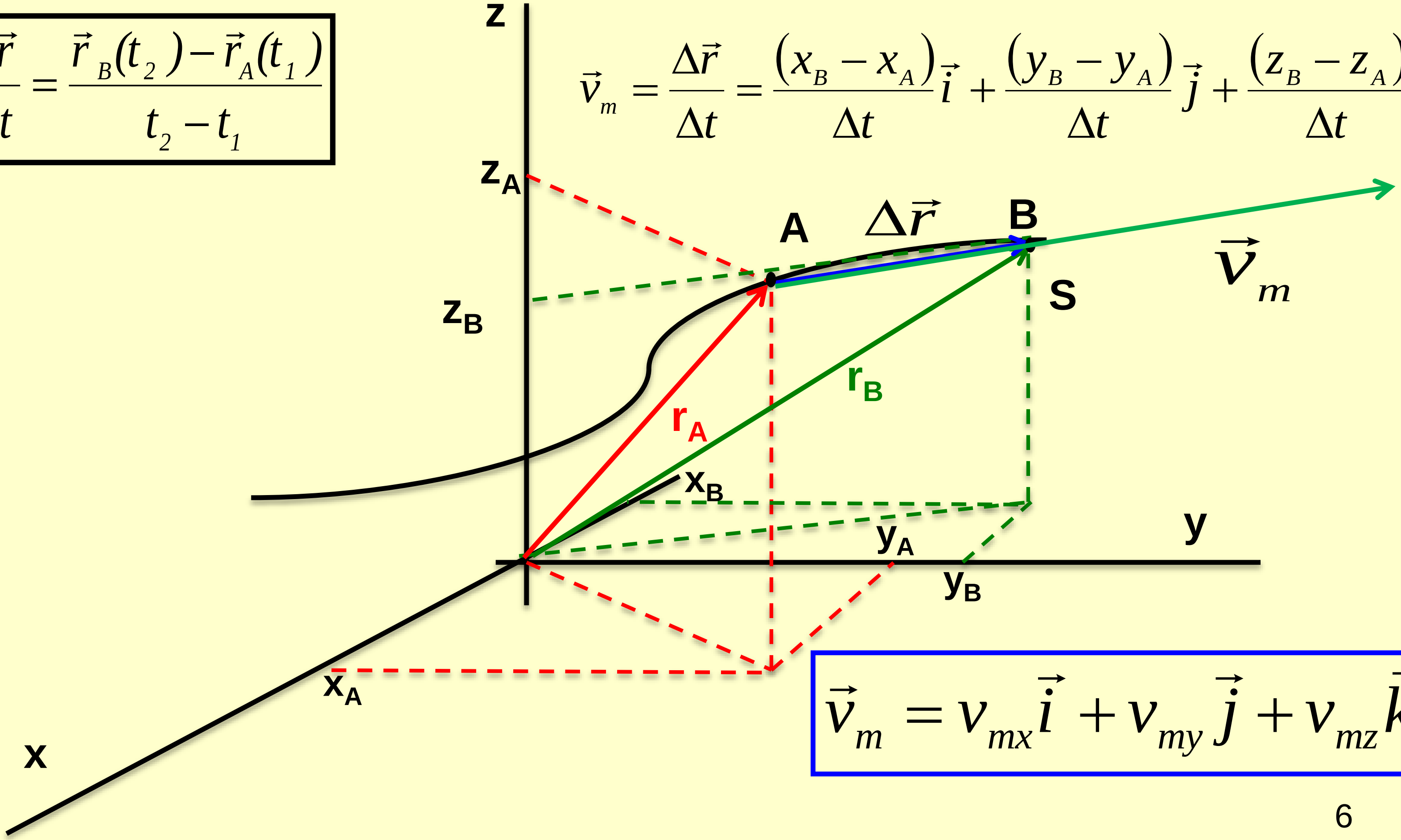


Vetor velocidade média e vetor velocidade

- *Razão entre o vetor deslocamento e o intervalo de tempo Δt associado a este deslocamento*

$$\boxed{\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\vec{r}_B(t_2) - \vec{r}_A(t_1)}{t_2 - t_1}}$$

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{(x_B - x_A)}{\Delta t}\vec{i} + \frac{(y_B - y_A)}{\Delta t}\vec{j} + \frac{(z_B - z_A)}{\Delta t}\vec{k}$$



$$\boxed{\vec{v}_m = v_{mx}\vec{i} + v_{my}\vec{j} + v_{mz}\vec{k}}$$

Vetor velocidade

A velocidade instantânea é obtida ao considerarmos o intervalo de tempo Δt suficientemente pequeno tal que o limite $\Delta t \to 0$ seja válido. Este limite define a velocidade instantânea como a derivada da posição em relação ao tempo.

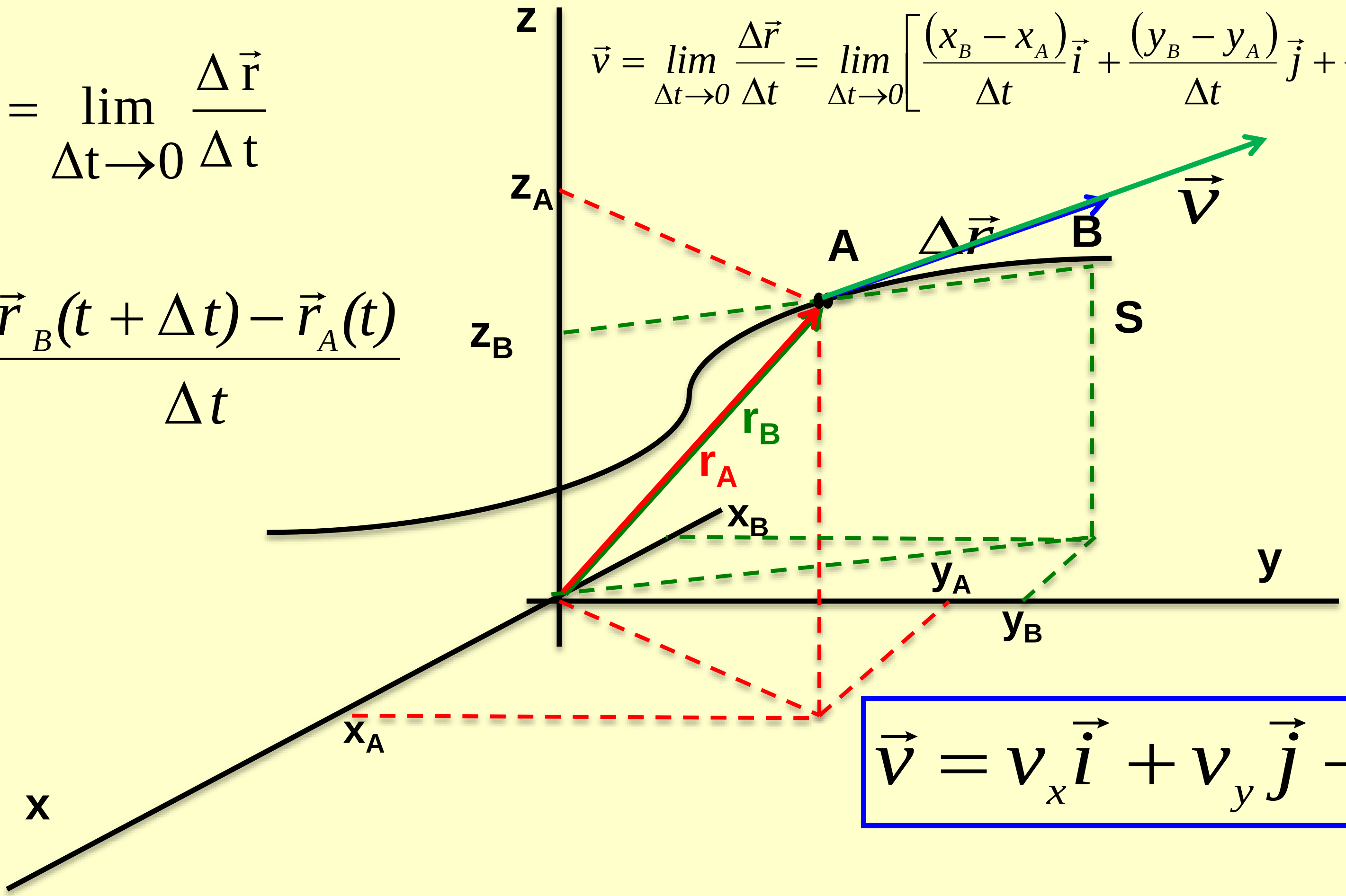
Vetor velocidade

- *Razão entre o vetor deslocamento e o intervalo de tempo Δt associado a este deslocamento, para um Δt tendendo a zero*

$$\vec{v} = \frac{d\,\vec{r}}{d\,t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\,\vec{r}}{\Delta\,t}$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}_B(t+\Delta t) - \vec{r}_A(t)}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \left[\frac{(x_B - x_A)}{\Delta t}\vec{i} + \frac{(y_B - y_A)}{\Delta t}\vec{j} + \frac{(z_B - z_A)}{\Delta t}\vec{k} \right]$$



$$\boxed{\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}}$$

Vetor aceleração média e vetor aceleração

ACELERAÇÃO MÉDIA

Definida pela razão entre a variação da velocidade e o intervalo de tempo Δt associado a esta variação:

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}\,(t_2) - \vec{v}\,(t_1)}{t_2 - t_1}$$

VETOR ACELERAÇÃO

A aceleração instantânea é obtida ao considerarmos o intervalo de tempo Δt suficientemente pequeno tal que o limite $\Delta t \to 0$ seja válido. Este limite define a aceleração instantânea como a derivada da velocidade em relação ao tempo.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{v}\,(t + \Delta t) - \vec{v}\,(t)}{\Delta t}$$

Equações de movimento por derivação e integração

$$
\begin{tikzcd}
x(t) \arrow[d, bend right, "\frac{d}{dt}"'] \\
v(t) \arrow[u, bend right, "\int dt"'] \arrow[d, bend right, "\frac{d}{dt}"'] \\
a(t) \arrow[u, bend right, "\int dt"']
\end{tikzcd}
$$

Exemplos

- **Exercícios Sears 12ª ed.**
  - **2.8**

Um carro percorre um trecho retilíneo ao longo de uma estrada
A sua distância a um sinal de parada é uma função do tempo t dada por

$$x(t) = \alpha t^2 - \beta t^3, \text{ onde } \alpha = 1,50 m/s^2 \text{ e } \beta = 0,0500 m/s^3.$$

Calcule a velocidade média do carro para os seguintes intervalos de tempo:

a) $t = 0$ até $t = 2,0s$;
b) $t = 0$ até $t = 4,0s$;
c) $t = 2,0s$ até $t = 4,0s$.

Movimento retilíneo
Deslocamento e intervalo de tempo

Considere uma partícula deslocando-se sobre uma trajetória retilínea (eixo x), e como consequência, o vetor posição tem apenas um componente.

Quando o movimento se dá na direção +x, o deslocamento Δx é positivo.

x é positivo a direita do ponto de origem (O) e negativo a esquerda dele.

O intervalo de tempo entre o deslocamento de x_1 até x_2, corresponde a $\Delta t = t_2 - t_1$

O deslocamento $\Delta x = x_2 - x_1$, corresponde a distância percorrida.

Movimento retilíneo
Velocidade média e velocidade instantânea

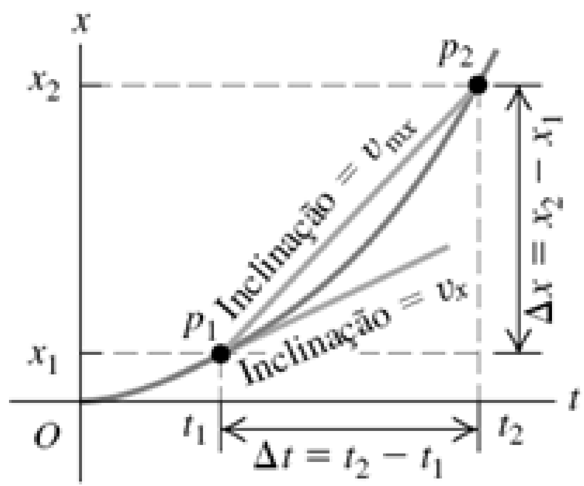
Quando o movimento se dá na direção +x, o Δx é positivo, assim como a velocidade média v_m

Velocidade média da partícula v_m em um intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$ é igual seu deslocamento $\Delta x = x_2 - x_1$ dividido por Δt .

$$v_{mx} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Velocidade instantânea v_x em qualquer instante t é igual a velocidade média para o intervalo de tempo entre t e t + Δt até o limite que Δt seja 0. É a derivada da função posição em relação ao tempo.



Fonte: YOUNG & FREEDMAN, 2008, p. 52, 12ª ed.

MAUÁ

Movimento retilíneo
Aceleração média e aceleração instantânea

Aceleração média a_m

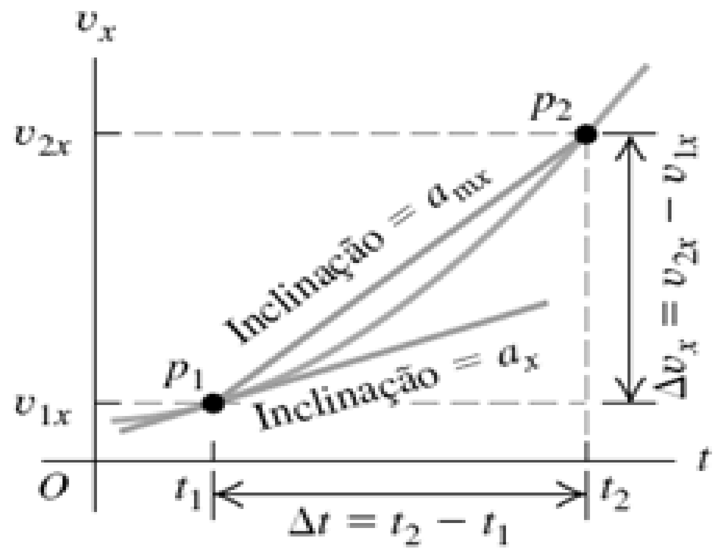
Num intervalo de tempo Δt é igual a variação em velocidade $\Delta v = v2 - v1$ no intervalo de tempo dividido por Δt.

Aceleração instantânea a_x

É o limite de a_m conforme Δt tende a zero, ou a derivada de v_x em relação ao tempo.

$$a_{mx} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$



Fonte: YOUNG & FREEDMAN. 2008. p. 52, 12ª ed.

Movimento retilíneo e uniforme

CARACTERÍSTICA PRINCIPAL:

Velocidade é constante no tempo. Módulo, direção e sentido.

Se v= cte ≠ 0, a=0

= *constante*

Se v= cte ≠ 0

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v$$

$$v = \frac{x - x_0}{t - \underbrace{t_0}_{=0}}$$

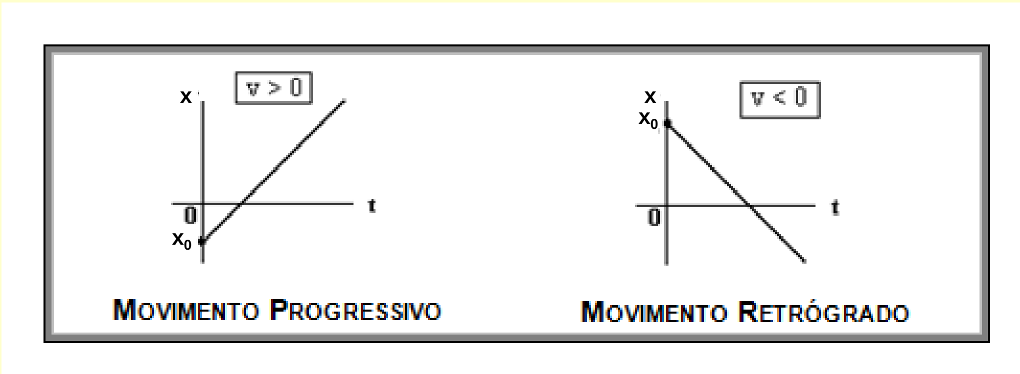
Portanto,

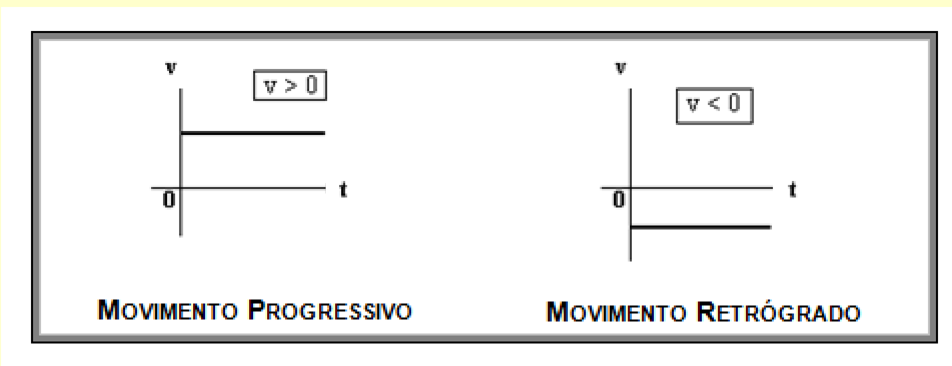
$$\boxed{x = x_0 + vt}$$

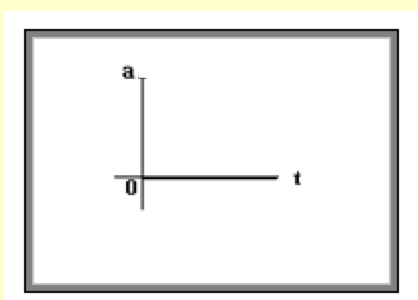
→**Se V>0 o movimento será progressivo**

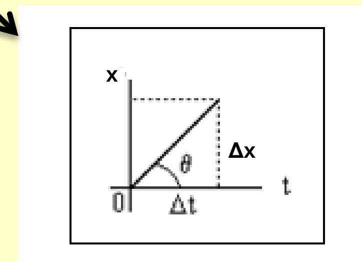
→**Se V<0 o movimento será retrógrado**

Movimento retilíneo e uniforme
Gráficos









$$\text{tg}\ \theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

$$\text{tg}\ \theta = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\boxed{v \equiv \text{tg}\ \theta}$$

Movimento retilíneo, uniformemente variado

CARACTERÍSTICA PRINCIPAL:

Velocidade varia uniformemente, portanto a aceleração é constante e diferente de zero

Se a= cte ≠ 0, a=a$_m$

$$a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad a = \frac{v - v_0}{t - \underbrace{t_0}_{=0}}$$

$$\boxed{v = v_0 + at}$$

$$\left.\begin{array}{l} v_m = \dfrac{\Delta x}{\Delta t} = \dfrac{x - x_0}{t - t_0} \\ v_m = \dfrac{v + v_0}{2} \end{array}\right\} \qquad \left\{ \dfrac{v + v_0}{2} = \dfrac{x - x_0}{t - \underbrace{t_0}_{=0}} \right.$$

Considerando que $v = v_0 + at$

$$\frac{v_0 + at + v_0}{2} = \frac{x - x_0}{t}$$

$$\boxed{x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2}$$

Movimento retilíneo, uniformemente variado – Equação de Torricelli

$$\boxed{v = v_0 + at} \qquad t = \frac{v - v_0}{a}$$

$$\boxed{x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2}$$

$$x = x_0 + v_0\left(\frac{v - v_0}{a}\right) + \frac{1}{2} a\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2$$

$$x = x_0 + \left(\frac{v_0 v - v_0^2}{a}\right) + \frac{1}{2} a\left(\frac{v^2 - 2 v v_0 + v_0^2}{a^2}\right)$$

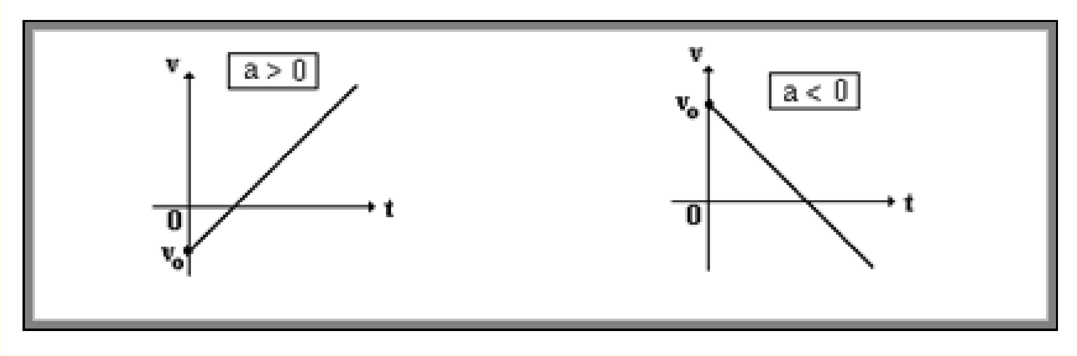
$$x = x_0 + \overbrace{\frac{v_0 v}{a}} - \underbrace{\frac{v_0^2}{a}} + \frac{v^2}{2a} - \overbrace{\frac{2 v v_0}{2a}} + \underbrace{\frac{v_0^2}{2a}}$$

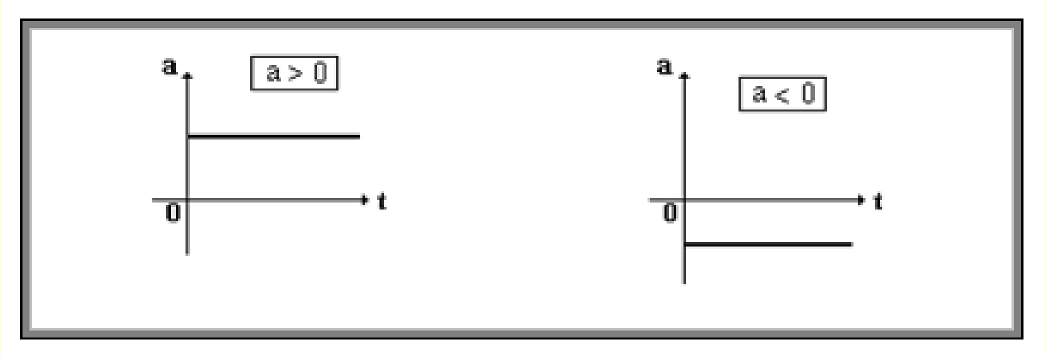
$$x = x_0 - \frac{v_0^2}{2a} + \frac{v^2}{2a}$$

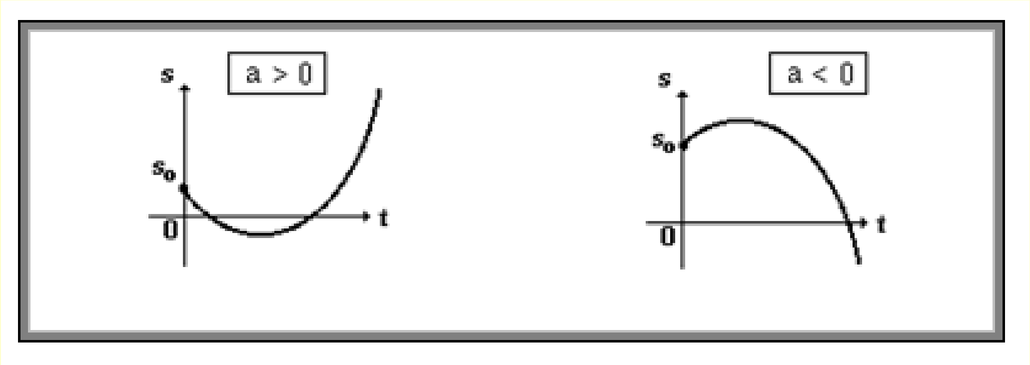
$$x - x_0 = \frac{-v_0^2 + v^2}{2a}$$

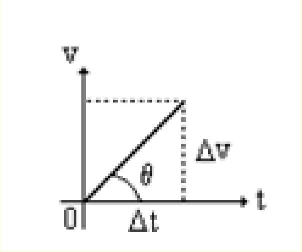
$$\boxed{v^2 = v_0^2 + 2a\Delta x}$$

Movimento retilíneo, uniformemente variado
Gráficos









$$\text{tg}\,\theta = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{cateto adjacente}}$$

$$\text{tg}\,\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\boxed{a \equiv \text{tg}\,\theta}$$

Exemplos

- **Exercícios Sears 12ª ed.**
  - **2.26**
  - **2.31**

Exercício 2.26:

Um carro está parado na rampa de acesso de uma auto − estrada, esperando a diminuição do tráfego. O motorista se move a uma aceleração constante ao longo da rampa para entrar na auto − estrada. O carro parte do repouso e move − se ao longo de uma linha reta e atinge uma velocidade de 20m/s no final da rampade 120m de comprimento.

a) Qual a aceleração do carro?
b) Quanto tempo ele leva para percorrer a rampa?
c) O tráfego na auto − estrada se move a 20m/s. Qual é o deslocamento do tráfego enquanto o carro atravessa a rampa?

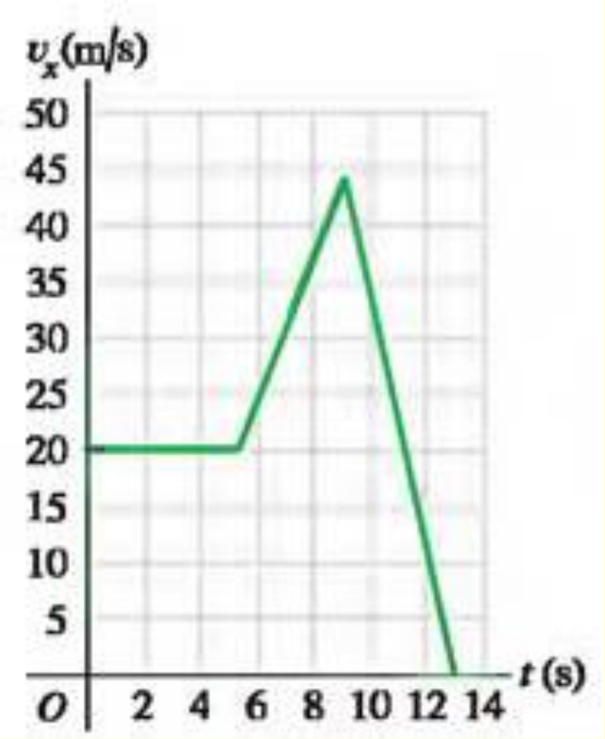
Exercício 2.31:

$O\ gr\acute{a}fico\ da\ figura\ mostra\ a\ velocidade\ da\ motocicleta\ de\ um\ policial\ em\ fun\c{c}\tilde{a}o\ do\ tempo.$

$a)\ Calcule\ a\ acelera\c{c}\tilde{a}o\ instant\hat{a}nea\ para\ t = 3s, t = 7s\ \ e\ t = 11s.$

$b)\ Qual\ foi\ o\ deslocamento\ do\ policial\ nos\ 5\ s\ iniciais?$

$E\ nos\ 9s\ iniciais?\ E\ nos\ 13s\ iniciais?$



1) Uma partícula se desloca em linha reta, de tal forma que sua distância à origem é dada, em função do tempo, pela equação:

$$s(t) = 4t+6.t^2$$

a) Calcular a sua velocidade, em unidades S.I., no instante *t =1,0 s*

b) **Calcular a sua aceleração, em unidades S.I., no instante *t =1,0 s***

2) Uma partícula se desloca em linha reta, de tal forma que sua velocidade, em função do tempo, pela equação: (dado v(0)=0)

$$v(t) = 8+2.t$$

a) Calcular a sua posição, em unidades S.I., no instante *t =1,0 s*

b) **Calcular a sua aceleração, em unidades S.I., no instante *t =1,0 s***

Derivada de um polinômio

A derivada de um polinômio geralmente é tratada de maneira bem simples por muitos autores e em algumas tabelas de derivação advindas de muitos livros ela é classificada como uma derivada “imediata”, mas, de qualquer forma temos que pelo menos aplicar a **regra do polinômio** mais conhecida como **regra do tombo**.

$$\boxed{\frac{d}{dx}x^n = n \cdot x^{n-1}}$$

Exemplos:

1. $\frac{d}{dx}x^5 = 5x^4$
2. $\frac{d}{dx}7x^3 = 3 \cdot 7x^2 = 21x^2$
3. $\frac{d}{dx}(2x^3 - 23x^2 + 8x) = 3 \cdot 2x^2 - 2 \cdot 23x + 8 = 6x^2 - 46x^2 + 8$

Integral de um polinômio

Em cálculo, a integração é a operação inversa da derivação.

Considere o polinômio y = a*x^n a integração é $\int y(x)dx = \frac{a}{n+1}.x^{n+1}$

Exemplo:

$$\int \mathbf{3x.dx = 3.\frac{x^2}{2}}$$

O Cálculo I irá aprofundar este assunto com vcs.

Exercício 2.44:

Um balonista de ar quente que se desloca verticalmente para cima com velocidade constante de módulo igual a $5,0\ m/s$ *deixa cair um saco de areia no momento em que ele está a uma distância de* $40,0\ m$ *acima do solo. Após ser largado, o saco de areia, passa a se mover em queda livre. a) Calcule a posição e a velocidade do saco de areia* $0,250\ s$ *e* $1,0\ s$ *depois de ser largado. b) Calcule o tempo que o saco de areia leva para atingir o solo desde o momento em que ele foi largado. c) Qual é a velocidade do saco de areia quando ele atinge o solo? d) Qual é a altura máxima em relação ao solo atingida pelo saco de areia? e) Faça os gráficos* $a_y t$, $v_y t$ *e* yt *para o movimento do saco de areia?*