TABELA VERDADE

Ordem	Conectivo
1	( )
2	$\neg$
3	$\wedge$
4	$\vee$
5	$\rightarrow$
6	$\leftrightarrow$

Negação `

A	$\neg$A
V	F
F	V

Conjunção

A	B	A $\wedge$ B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Disjunção

A	B	A $\vee$ B
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Implicação

A	B	A $\rightarrow$ B
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Bicondicional

A	B	A $\leftrightarrow$ B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

A	B	$A \rightarrow B$	$B \rightarrow A$	$\neg B$	$(A \rightarrow B) \wedge \neg B$	$(A \rightarrow B) \wedge \neg B \vee (B \rightarrow A)$
V	V	V	V	F	F	V
V	F	F	V	V	F	V
F	V	V	F	F	F	F
F	F	V	V	V	V	V

- **Tautologia**
  - **Tautologia** é uma fbf que é **sempre verdadeira**.

$$A \vee \neg A$$

$$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$$

  - Pode-se provar estas tautologias com auxílio de uma tabela verdade – o resultado em cada linha sempre será verdadeiro.

- **Contradição**
  - **Contradição** é uma fbf que é **sempre falsa**.

$$A \wedge \neg A$$

$$(P \vee \neg P) \rightarrow (Q \wedge \neg Q)$$

  - Pode-se provar estas contradições com auxílio de uma tabela verdade – o resultado em cada linha sempre será falso.

Aula 2 – Ling Formais

A	B	$A \rightarrow B$	$(A \rightarrow B) \wedge A$	$(A \rightarrow B) \wedge A \rightarrow B$
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	V
F	F	V	F	V

- **O algoritmo**

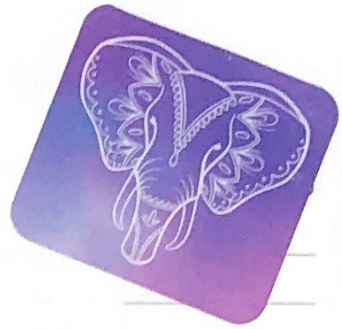
```
procedimento TestarTautologia(fbf P; fbf Q)
//Dados fbfs P e Q, decidir se a fbf P → Q é uma tautologia
início
    //Assumir que P → Q NÃO é uma tautologia
    P = verdadeiro    //atribuir V para P
    Q = falso   //atribuir F para Q
    repita
        para cada fbf composta que já tenha um valor verdade
        atribuído, atribua valores verdade a seus componentes
    até que todas as ocorrências de símbolos tenham valores
        verdade atribuídos
    se algum símbolo possui dois valores verdade
        então // Há uma contradição – é falso que não é tautologia
            escreva("P → Q É uma tautologia")
        senão //Provou-se que é verdade que não é uma tautologia
            escreva("P → Q NÃO É uma tautologia")
    fim se
fim TestarTautologia
```

P_1 (hipótese)
P_2 (hipótese)
$\vdots$
P_n (hipótese)
fbf_1 (obtida pela aplicação de regra de derivação)
fbf_2 (obtida pela aplicação de regra de derivação)
$\vdots$
Q (obtida pela aplicação de regra de derivação)

Regras de equivalência

Expressão	Equivalente à	Nome/abreviação
$P \vee Q$	$Q \vee P$	Comutativa/com
$P \wedge Q$	$Q \wedge P$	
$(P \vee Q) \vee R$	$P \vee (Q \vee R)$	Associativa/ass
$(P \wedge Q) \wedge R$	$P \wedge (Q \wedge R)$	
$\neg(P \vee Q)$	$\neg P \wedge \neg Q$	Leis de DeMorgan/dm
$\neg(P \wedge Q)$	$\neg P \vee \neg Q$	
$P \rightarrow Q$	$\neg P \vee Q$	Implicação/imp
P	$\neg\neg P$	Negação dupla/dn
$P \leftrightarrow Q$	$(P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)$	Definição de bicondicional/bc

Regras de equivalência		
Expressão	**Equivalente à**	**Nome/abreviação**
$P \vee (Q \wedge R)$	$(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	Leis Distributivas/dis
$P \wedge (Q \vee R)$	$(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$	
$P \vee P$	P	Leis Idempotentes/idem
$P \wedge P$	P	
$P \vee$ F	P	Leis de Identidade/id
$P \wedge$ V	P	(V = verdadeiro; F = falso)
$P \vee \neg P$	V	Leis de Inverso/inv
$P \wedge \neg P$	F	(V = verdadeiro; F = falso)
$P \vee$ V	V	Leis de Dominação/dom
$P \wedge$ F	F	(V = verdadeiro; F = falso)
$P \vee (P \wedge Q)$	P	Leis de Absorção/abs
$P \wedge (P \vee Q)$	P	

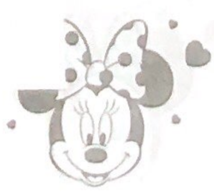


- **Exemplo de aplicação**. Provar que $(P \to (Q \wedge R)) \to ((P \to Q) \wedge (P \to R))$. Neste caso, a **hipótese** é $(P \to (Q \wedge R))$ e a **conclusão** é $((P \to Q) \wedge (P \to R))$.

1.	$P \to (Q \wedge R)$	(hipótese)
2.	$\neg P \vee (Q \wedge R)$	1, imp
3.	$(\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee R)$	2, dis
4.	$(P \to Q) \wedge (\neg P \vee R)$	3, imp
5.	$(P \to Q) \wedge (P \to R)$ □	4, imp

Regras de inferência		
De	**Pode derivar**	**Nome/Abreviação**
$P, P \to Q$	Q	*Modus ponens*/mp
$P \to Q, \neg Q$	$\neg P$	*Modus tollens*/mt
P, Q	$P \wedge Q$	Conjunção/con
$P \wedge Q$	P, Q	Simplificação/sim
P	$P \vee Q$	Adição /add

1.	$(\neg P \vee \neg Q) \to (R \wedge S)$	(hipótese)
2.	$(R \to T)$	(hipótese)
3.	$\neg T$	(hipótese)
4.	$\neg R$	2,3, mt
5.	$(\neg R \vee \neg S)$	4, add
6.	$\neg(R \wedge S)$	5, dm
7.	$\neg(\neg P \vee \neg Q)$	6,1, mt
8.	$P \wedge Q$	7, dm
9.	P □	8, sim



1) **Verificar** que as fbfs a seguir são **tautologias**:

smp V

(a) $(\neg B \wedge (A \rightarrow B)) \rightarrow \neg A$

(b) $((A \rightarrow B) \wedge A) \rightarrow B$

(c) $(A \vee B) \wedge \neg A \rightarrow B$

(d) $(A \rightarrow B) \wedge \neg B \rightarrow \neg A$

a) $\overbrace{(\underbrace{\neg B \wedge (A \rightarrow B)}_{C})}^{D} \rightarrow \neg A$

↳ tautologia, quando a Resp final der verdadeiro

A	B	¬B	A→B	¬A	C	D
V	V	F	V	F	V	V
V	F	V	F	F	F	V
F	V	F	V	V	V	V
F	F	V	V	V	V	V

b) $\overbrace{(\underbrace{(A \rightarrow B)}_{C} \wedge A)}^{D} \rightarrow B$

A	B	A→B	C	D
V	V	V	V	V
V	F	F	F	V
F	V	V	F	F
F	F	V	F	V

c) $\overbrace{(\underbrace{A \vee B) \wedge}_{C} \neg A}^{D} \rightarrow B$

A	B	A∨B	¬A	C	D
V	V	V	F	F	F
V	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V
F	F	F	V	F	V

d) $\overbrace{\underbrace{(A \rightarrow B)}_{C} \wedge \neg B}^{D} \rightarrow \neg A$

↳ tautologia

A	B	A→B	¬B	C	¬A	D
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	V	F	F	V
F	V	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V

2) O conectivo **"ou exclusivo"** ($\oplus$) quando aplicado a dois símbolos proposicionais resulta em verdadeiro apenas quando os dois símbolos possuem **valores lógicos distintos**. Prove que a equivalência deste operador apresentada a seguir:

$$\boxed{\underbrace{A \oplus B \Leftrightarrow \neg(A \leftrightarrow B)}_{C}}$$

A	B	A⊕B
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F

A	B	A⊕B	A↔B	¬A↔B	C
V	V	F	V	F	V
V	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	F	F	V	F	V

tautologia, sempre verdadeiro.

3) Sejam A, B e C as seguintes sentenças:

$A =$ *Rosas são vermelhas.*

$B =$ *Violetas são azuis.*

$C =$ *Açúcar é doce.*

Traduzir em **notação simbólica**: *Rosas são vermelhas* (A) *apenas se as violetas* (B) *não forem azuis e se o açúcar* (C) *for azedo.*

$A \to (\neg B \land \neg C)$

ou

$A \to \neg(B \land C)$

S T Q Q S S D

- Utilizar o método de **sequência de prova** nos exercícios a seguir:

1) **Provar** que $(A \rightarrow B \rightarrow C) \rightarrow (A \wedge B \rightarrow C)$.

R

(A→B→C) (A∧B→C) →

A	B	→	C	→		A	B	∧	C	→		R
V	V	V	V	V		V	V	V	V	V		V
V	V	V	F	F		V	V	V	F	F		V
V	F	F	V	V		V	F	F	V	V		V
V	F	F	F	V		V	F	F	F	V		V
F	V	V	V	V		F	V	F	V	V		V
F	V	V	F	F		F	V	F	F	V		V
F	F	V	V	V		F	F	F	V	V		V
F	F	V	F	F		F	F	F	F	V		V

Contradição: todas são falsas

2) Utilizando a identidade apresentada no enunciado do exercício anterior, **provar a lei do silogismo:** $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$.

D

E

∧ →

A	B	C	A→B	B→C	D	A→C	E
V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	F	F	F	V
V	F	V	F	V	F	V	V
V	F	F	F	V	F	F	V
F	V	V	V	V	V	V	V
F	V	F	V	F	F	V	V
F	F	V	V	V	V	V	V
F	F	F	V	V	V	V	V

tautologia

ECM253 – Linguagens Formais, Autômatos e Compiladores

Lista de Exercícios

Lógica Proposicional

Marco Furlan

Fevereiro/2021

Responder as questões a seguir. Para cada tipo de questão existe um exemplo de como resolvê-la.

1. Responder quais das frases a seguir são sentenças, justificando.

   (a) A lua é feita de queijo verde.

Resposta:
É sentença. Possui um termo definido e existe um significado verdadeiro ou falso.

   (b) Dois é um número primo. É sentença

   (c) As taxas do ano que vem serão maiores. Não é sentença

   (d) $x - 4 = 0$ Não é sentença

   (e) Ele é um homem alto. É sentença

   (f) O jogo terminará logo? Não é sentença

   (g) As taxas do ano que vem serão menores. Não é sentença

2. Indique o antecedente (A) e o consequente (C) de cada uma das seguintes sentenças:

   (a) O crescimento sadio das plantas é consequência de quantidade suficiente de água.

Resposta:
A: quantidade suficiente de água
C: crescimento sadio das plantas

   (b) O crescimento da oferta de computadores é uma condição necessária para o desenvolvimento científico.

   (c) Haverá novos erros apenas se o programa for alterado.

   (d) A economia de combustível implica um bom isolamento, ou todas as janelas são janelas para tempestades.

3. Sejam A, B e C as seguintes sentenças:

   - A: Rosas são vermelhas.
   - B: Violetas são azuis.
   - C: Açúcar é doce.

$\vee$ = ou $\wedge$ = e
$\leftrightarrow$ se $\rightarrow$ então
$\neg$ = não

   Traduzir as seguintes fbfs para o português:

   (a) $B \vee \neg C$

Resposta:
Violetas são azuis ou açúcar é azedo.

   (b) $(C \wedge \neg A) \leftrightarrow B$
   (c) $\neg(B \wedge \neg C) \rightarrow A$
   (d) $(A \vee B) \wedge \neg C$
   (e) $\neg B \vee (A \rightarrow C)$
   (f) $C \wedge (\neg A \leftrightarrow B)$
   (g) $A \vee (B \wedge \neg C)$

4. Elaborar a tabela-verdade para a sentença $(p \rightarrow q) \wedge (\neg p) \rightarrow \neg q$.

Lista de Exercícios

2)

b) A: Crescimento da oferta de computadores
C: uma condição necessária para o desenvolvimento.

c) A: O programa for alterado
C: haverá novos erros apenas

* d) A: A economia de combustível
C:

3)

b) $(C \land \neg A) \leftrightarrow B$: Açúcar é doce e rosas não são vermelhas se violetas são azuis

* c) $\neg(B \land \neg C) \rightarrow A$ Não sendo violetas são azuis e não açúcar é doce então rosas são vermelhas.

d) $(A \lor B) \land \neg C$ Rosas são vermelhas e violetas são azuis e açúcar é azedo

e) $\neg B \lor (A \rightarrow C)$ Violetas não são azuis ou rosas são vermelhas então açúcar é doce

f) $C \land (\neg A \leftrightarrow B)$ Açúcar é doce e rosas não são vermelhas se violetas são azuis

g) $A \vee (B \wedge \neg C)$ Rosas são vermelhas ou violetas são azuis e açúcar é azedo.

4) $\overbrace{(p \to q) \wedge (\neg p)}^{C} \to \neg q$

p	q	p → q	¬p	C	¬q	D
V	V	V	F	F	F	V
V	F	F	F	F	V	V
F	V	V	V	V	F	F
F	F	V	V	V	V	V