Atividade P1-04 – Versão 2

Nome: ***Igor Eiki Ferreira Kubota***			RA: ***19.02466-5***
■ Diurno ☐ Noturno V2	Tronco: ***Elétrica***	Data: ***27/04/2020***	Nota:

1) Seja a função $f(x, y) = \sqrt{x^2 - 2y}$.

a) Determine o domínio da função *f*. Justifique.

b) Determine a imagem de *f*. Justifique.

c) Escreva a equação da curva de nível que passa pelo ponto $P = \left(2, -\frac{5}{2}\right)$ e represente-a utilizando GeoGebra.

d) Escreva o vetor tangente e a equação da reta tangente a esta curva de nível no ponto $P = \left(2, -\frac{5}{2}\right)$, representando ambos no GeoGebra do item *c)*.

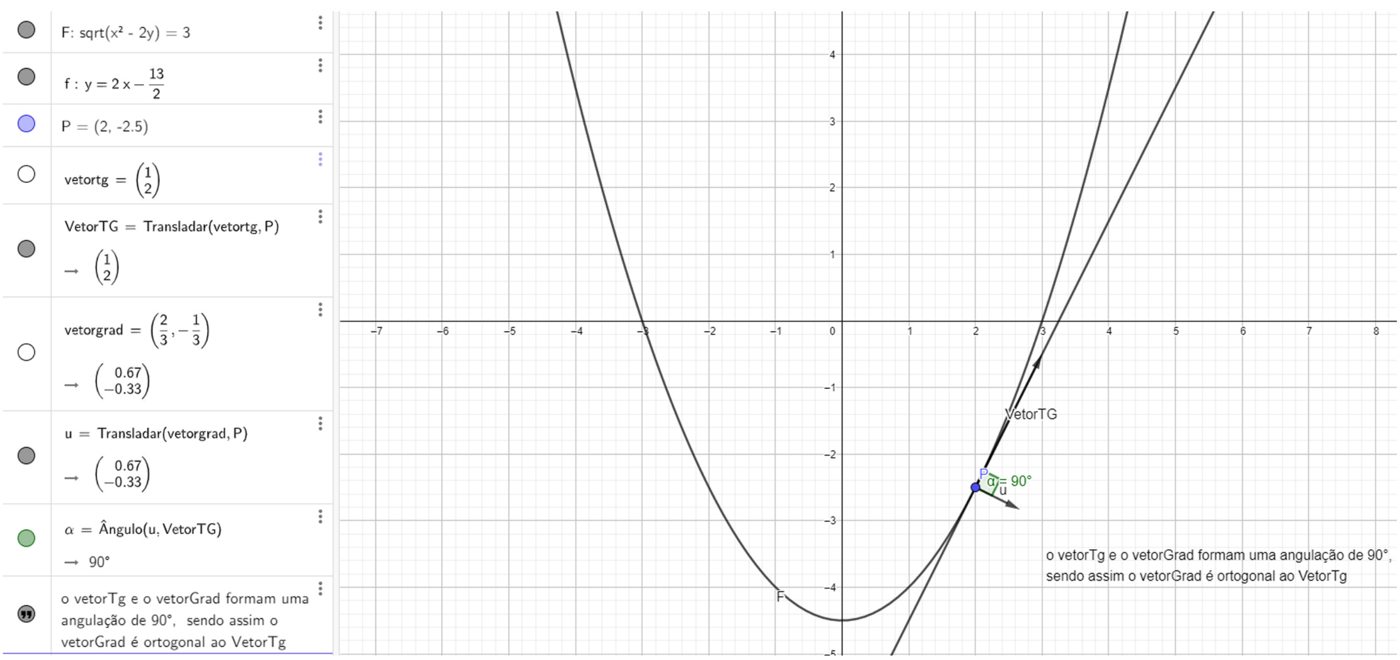
e) Determine a direção e o sentido de maior crescimento de *f* no ponto $P = \left(2, -\frac{5}{2}\right)$.

f) Determine o valor máximo da derivada direcional em $P = \left(2, -\frac{5}{2}\right)$.

g) Represente, no GeoGebra do item *c)*, o vetor gradiente de *f* no ponto $P = \left(2, -\frac{5}{2}\right)$. Mostre que este vetor é ortogonal ao vetor tangente encontrado no item *d)*.

Observação: Construir todos os itens na **mesma** janela do GeoGebra, tirar um prtscr (*print*) e anexar na solução.

g-)



Igor Eiki Ferreira Kubota

Ra: 19.02466-5

1-

$$f(x,y) = \sqrt{x^2 - 2y}$$

a-) $\sqrt{x^2 - 2y} \geq 0$

$$x^2 - 2y \geq 0$$

$$x^2 \geq 2y$$

$$\boxed{Dom\, f(x,y) = \{x, y \in \mathbb{R}^2 / x^2 \geq 2y\}}$$

b-) $f(x,y) = \sqrt{x^2 - 2y}$

$$f(x,y) \geq 0$$

$$Im\, f(x,y) \geq 0$$

$$\boxed{Im\, f = \mathbb{R}^+}$$

c-) $P = \left(2, \frac{-5}{2}\right)$

$$f(x,y) = \sqrt{x^2 - 2y}$$

$$c = \sqrt{x^2 - 2y}$$

$$c^2 = x^2 - 2y$$

$$c^2 = (2)^2 - 2\left(\frac{-5}{2}\right)$$

$$c^2 = 4 + 5$$

$$c = 3$$

$$\boxed{\sqrt{x^2 - 2y} = 3}$$

d-) $y = \frac{x^2 - 9}{2}$

$$y' = \frac{dy}{dx}\left(\frac{x^2 - 9}{2}\right)$$

$$y' = \frac{2x}{2} \Rightarrow y' = x$$

$$\vec{V}_{tg} = \left[x \quad \frac{x^2 - 9}{2}\right]^t$$

$$\vec{V}_{tg}' = [1 \quad x]^t$$

$$\boxed{\vec{V}_{tg}' = [1 \quad 2]^t}$$

$$y - y_0 = y'(x - x_0)$$

$$y + \frac{5}{2} = 2(x - 2)$$

$$y + \frac{5}{2} = 2x - 4$$

$$y = 2x - 4 - \frac{5}{2}$$

$$y = 2x - \frac{8}{2} - \frac{5}{2}$$

$$\boxed{y = 2x - \frac{13}{2}}$$

e-) $\vec{\nabla} f(x,y) = \begin{bmatrix} F_x & F_y \end{bmatrix}^t$

$F_x(2, -5/2) = \dfrac{2x}{2\sqrt{x^2 - 2y}} = \dfrac{2 \cdot 2}{2\sqrt{2^2 - 2\left(\frac{-5}{2}\right)}} = \dfrac{2}{\sqrt{4+5}}$

$F_x = \dfrac{2}{3}$

$F_y(2, -5/2) = \dfrac{1 \cdot (-\cancel{2})}{\cancel{2} \cdot \sqrt{x^2 - 2y}} = \dfrac{-1}{\sqrt{4+5}} = \dfrac{-1}{\sqrt{9}}$

$F_y = \dfrac{-1}{3} \longrightarrow \boxed{\vec{\nabla} f(x,y) = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & \frac{-1}{3} \end{bmatrix}^t}$

f-) Valor máximo $= \|\vec{\nabla} f(x,y)\|$

$\|\vec{\nabla} f(x,y)\| = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2}$

$= \sqrt{\frac{4}{9} + \frac{1}{9}}$

$= \sqrt{5/9}$

$\boxed{\|\vec{\nabla} f(x,y)\| = \frac{1}{3}\sqrt{5}}$

g-) $V_{1g} \cdot \vec{\nabla} f(x,y) = 0$

$\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}^t \cdot \begin{bmatrix} 2/3 \\ -1/3 \end{bmatrix} = 0$

$\frac{2}{3} - \frac{2}{3} = 0$

$0 = 0$ (V)

Produto escalar entre os Vetores igualou a 0

Portanto eles são ortogonais