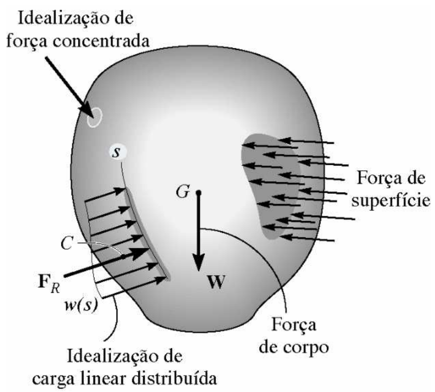
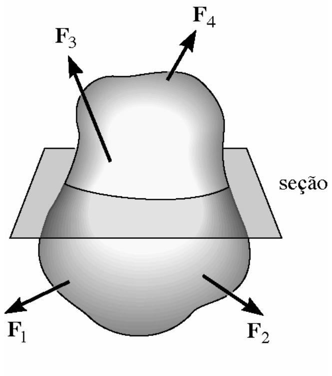
ETE702 / ETM102
RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS

Torção Pura e Transmissão de Potência (seções circulares)

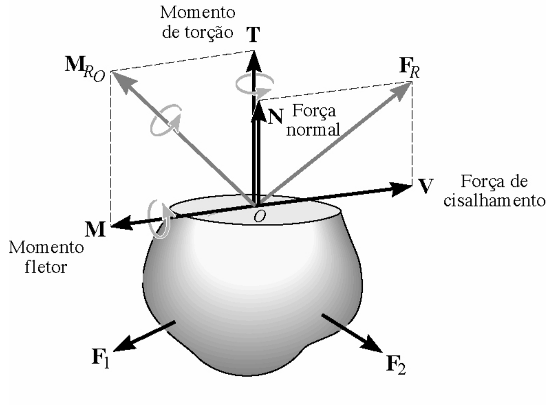
Torção Pura

- A partir de um corpo em equilíbrio sob ação de forças externas podemos calcular os EIS



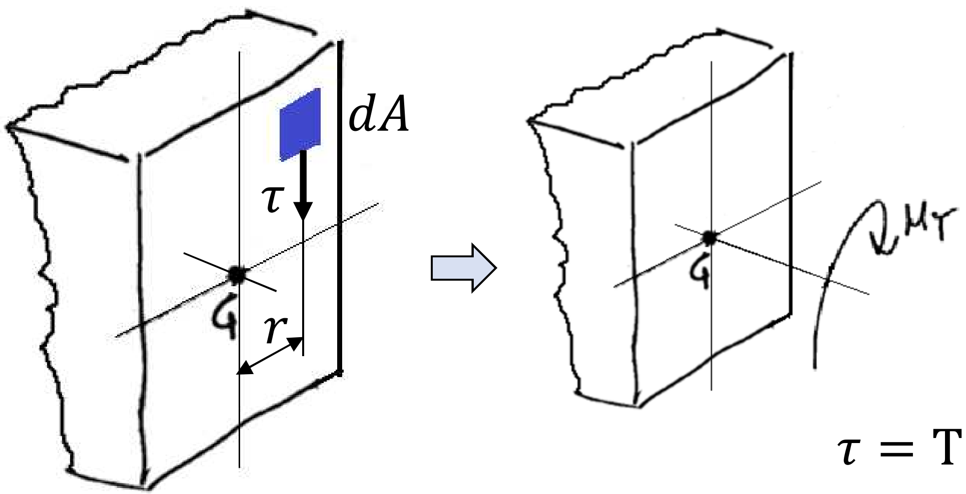


(a)



(d)

- Concentrando os EIS num ponto interno da estrutura calculamos as tensões



Pela definição temos:

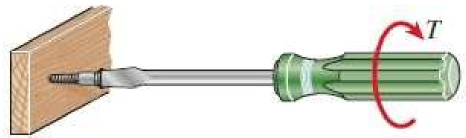
$$\boxed{M_t = \int_A \tau\, r\, dA}$$

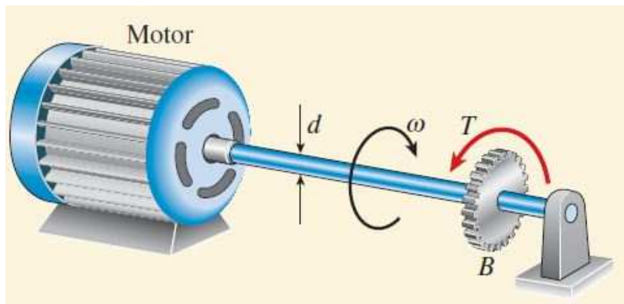
$$\tau = \text{Tensão de Cisalhamento (tau)}$$

Aplicações

- Quando uma barra é solicitada à torção surgem tensões e deformações de cisalhamento.
- São inúmeros os exemplos de barras sujeitas ao Momento Torçor como:

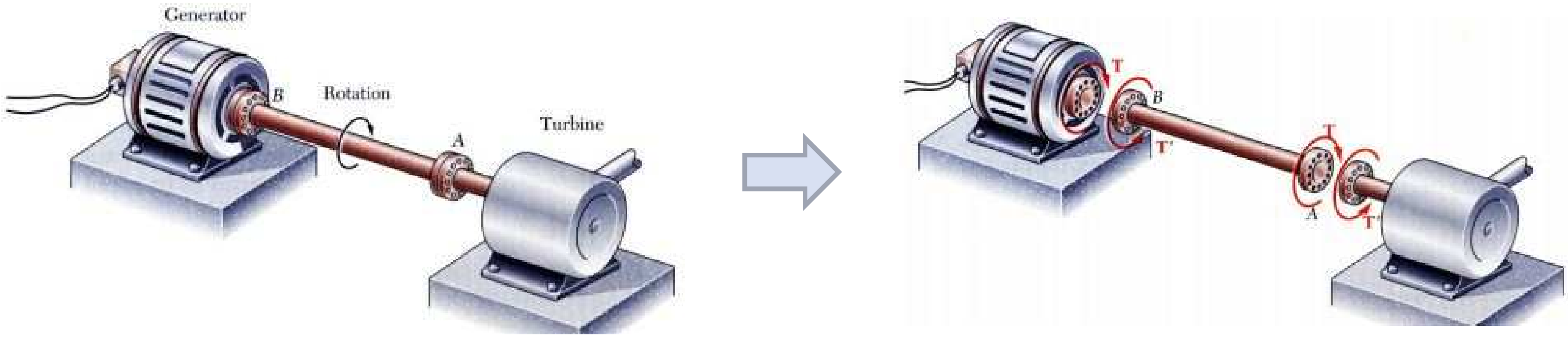
  - Aperto de parafusos;
  - Processo de Furação;
  - Eixos de Motores;
  - Transmissão de potência;
  - Chassi;
  - Molas;
  - Estruturas...





Definições

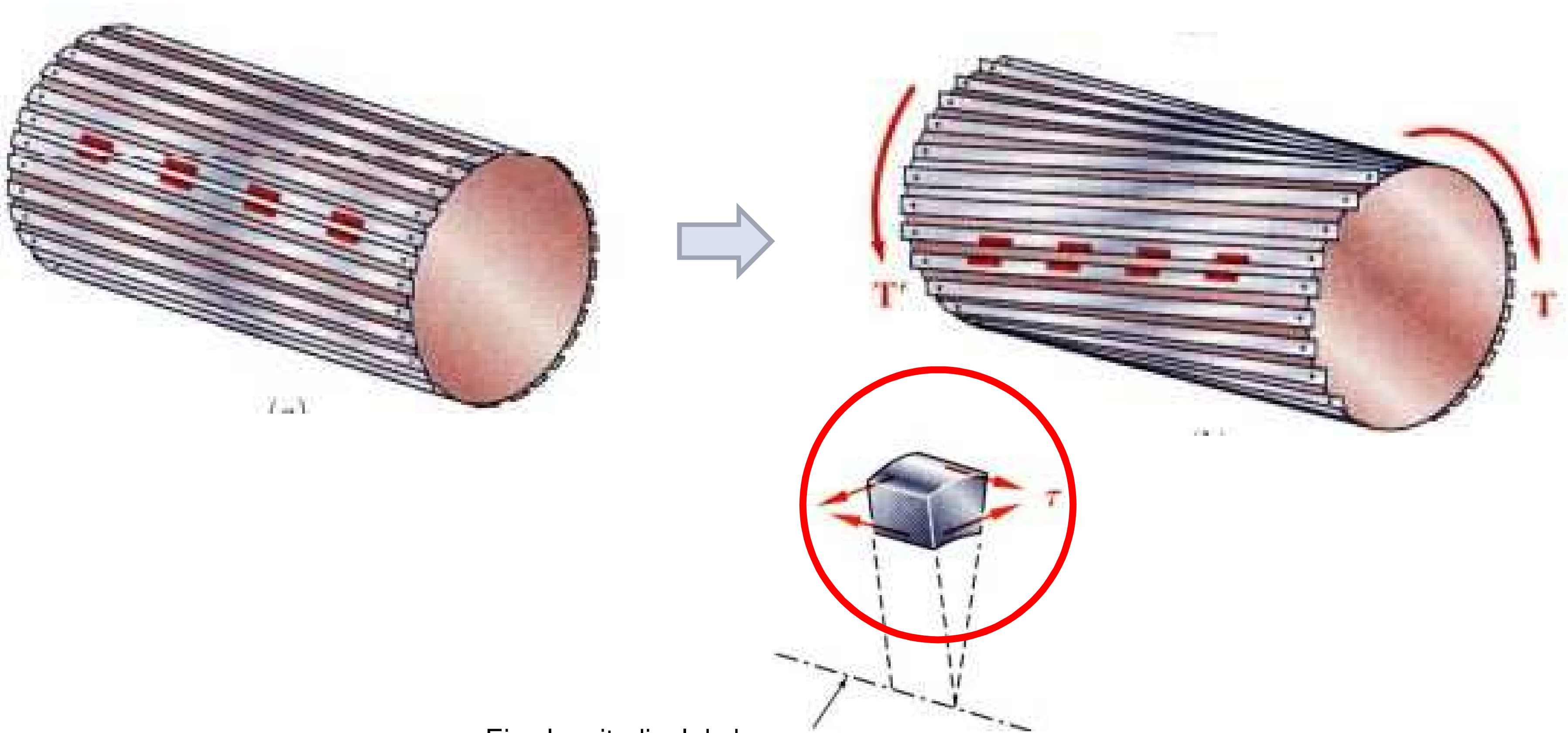
- Iremos avaliar componentes sujeitos à ação de conjugados que tendem a torcer, ou seja, produzir rotação ao redor do seu eixo longitudinal.
- Analisaremos a torção uniforme ou de Saint-Venant.



- Turbina exerce momento torçor T sobre o eixo.
- Eixo exerce momento torçor T sobre o gerador.
- O Gerador reage, exercendo sobre o eixo momento torçor contrário T'.
- O Eixo reage, exercendo sobre a turbina T'.

Definições

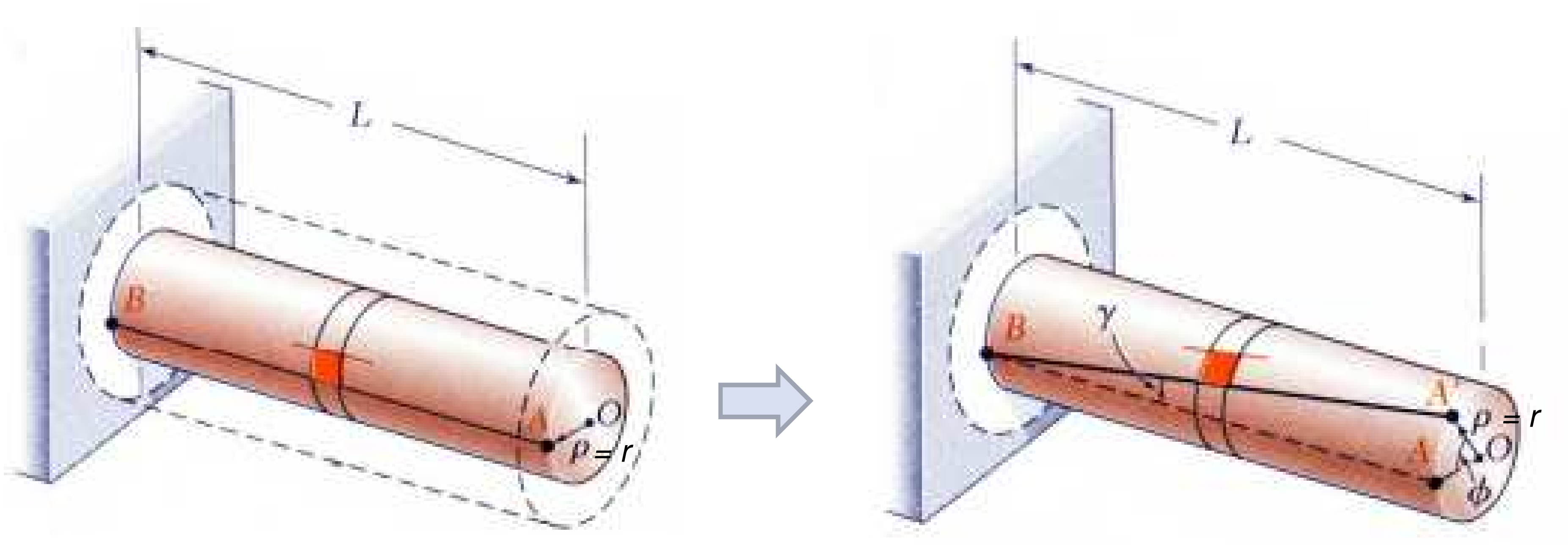
- Estes componentes irão apresentar **tensões de cisalhamento (τ)** , distorções angulares (γ) e deslocamentos angulares (ϕ).



Eixo longitudinal da barra circular

Definições

- Estes componentes irão apresentar tensões de cisalhamento (τ) , **distorções angulares (γ)** e **deslocamentos angulares (φ).**



Hipóteses

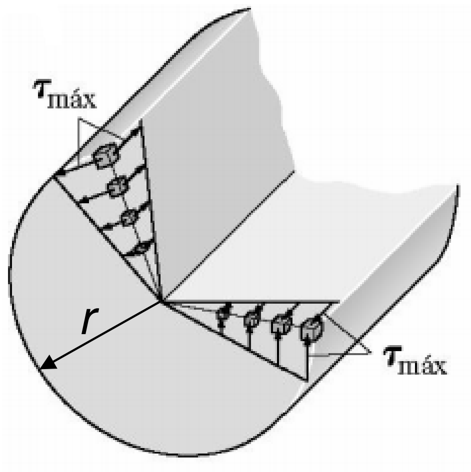
1) Material homogêneo e isotrópico (propriedades mecânicas iguais em todas as direções) ;
2) Regime elástico -> Lei de Hooke para o cisalhamento: $\tau = G.\gamma$
3) Pequenas deformações;
4) Torção Uniforme ou de Saint-Venant: Plena liberdade para torção da barra, onde praticamente só aparecem tensões de cisalhamento;
5) Tensões de cisalhamento são perpendiculares ao eixo radial;

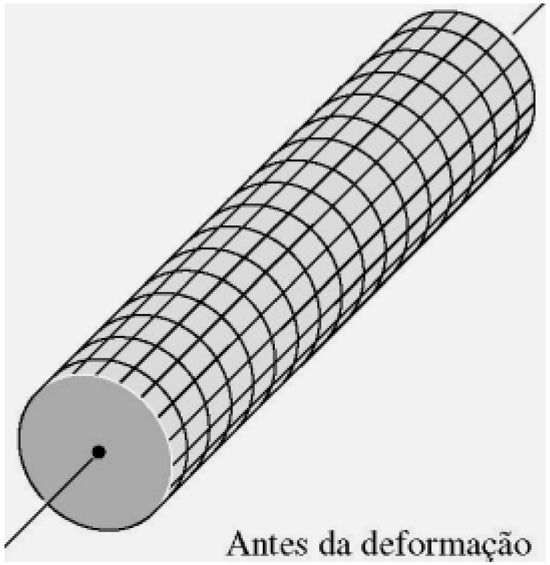
-> Seções circulares

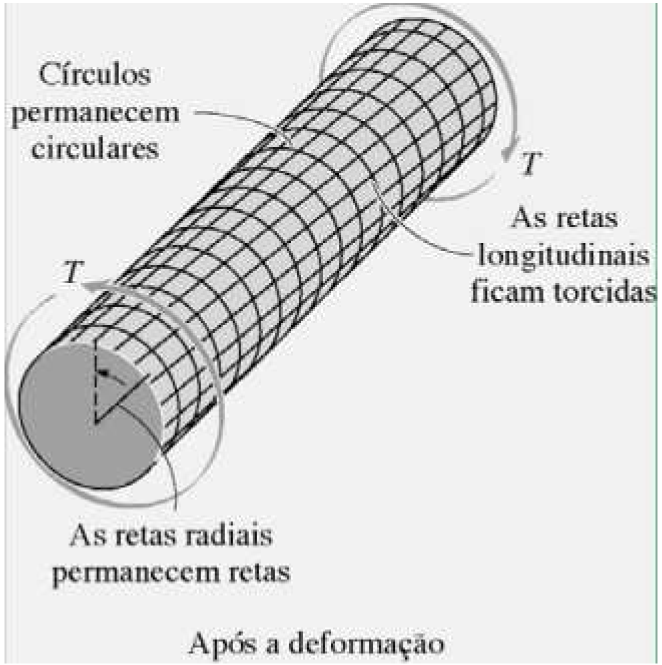
6) Tensões são diretamente proporcionais ao raio: $\tau = k.r$
7) Seções planas conservam-se planas (Navier)

Hipóteses

Seção Circular



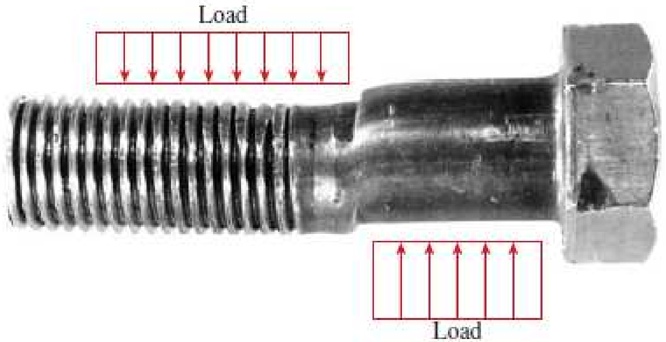




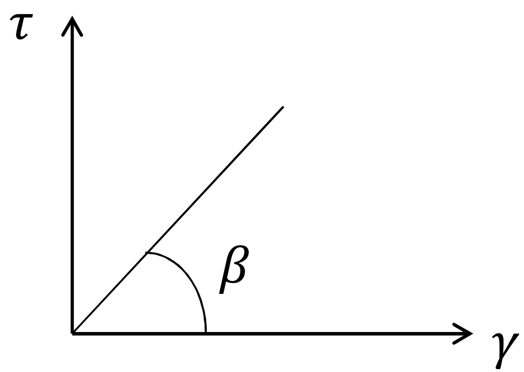
- Distribuição linear das tensões de cisalhamento ao longo de duas linhas radiais

Lei de Hooke para o Cisalhamento

Deformação do parafuso devido a força cortante.



Regime elástico: As tensões são proporcionais às deformações.



Do diagrama tensão-deformação temos:

$$tg(\beta) = \frac{\tau}{\gamma} = cte. = G \rightarrow Módulo\ de\ Elasticidade\ Transversal$$

Lei de Hooke para o cisalhamento:

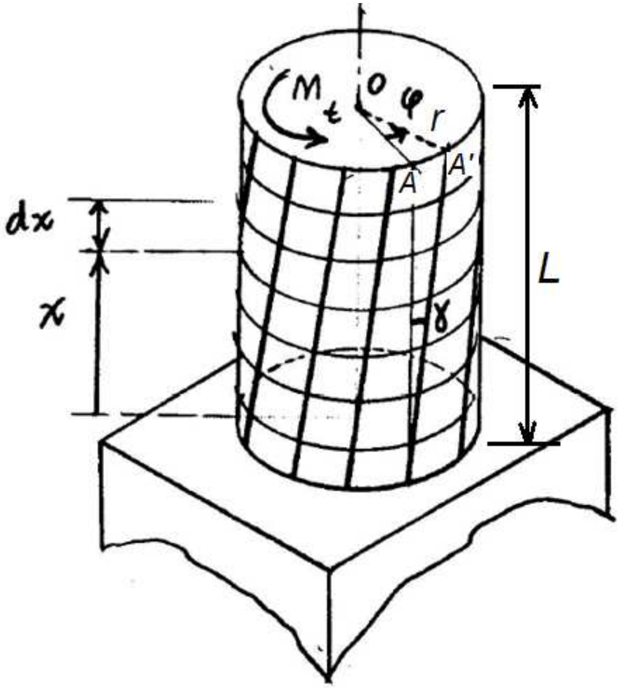
$$\tau = G.\gamma\ (1)$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{G = \frac{E}{2(1+\nu)}}$$

Lembrando da Lei de Hooke para tração e compressão:

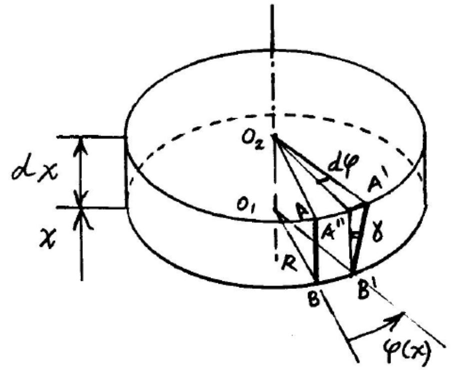
$$\sigma = E.\varepsilon$$

Tensões na Torção



$$Arco\ \widehat{AA'}\ \text{é}\ dado\ por \rightarrow \widehat{AA'} = rd\varphi$$

$$Segmento\ \overline{AA'}:\ \rightarrow \overline{AA'} = dx.tg(\gamma)$$



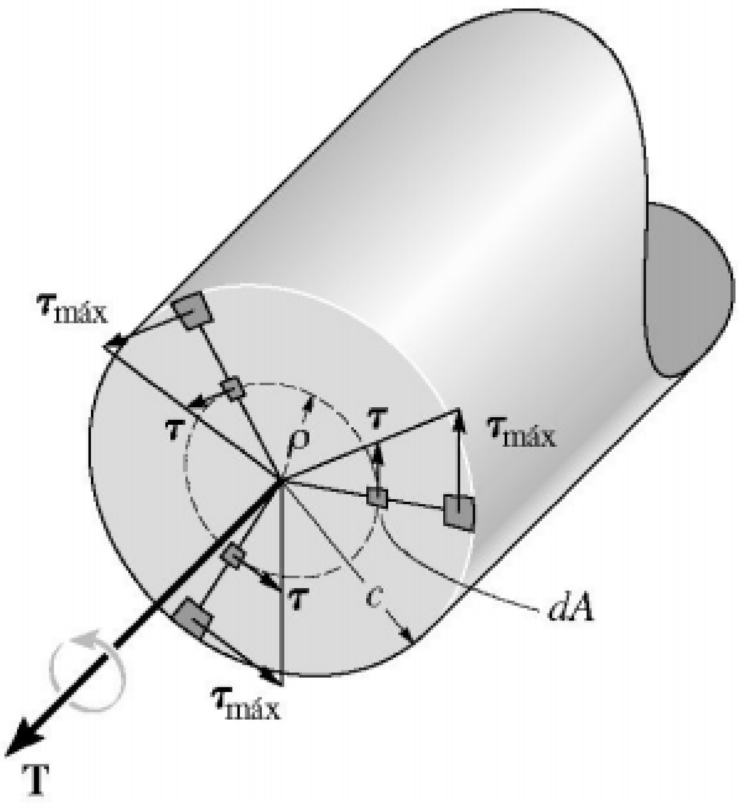
$$Para\ pequenas\ deformações: tg(\gamma) \approx \gamma$$

$$Onde:\ \widehat{AA'} = \overline{AA'} \quad \rightarrow \quad rd\varphi = \gamma dx \quad \rightarrow \quad \gamma = r\frac{d\varphi}{dx} \qquad (2)$$

$$Substituindo\ a\ Eq(1)\ em\ (2)\ temos:\ \tau = rG\frac{d\varphi}{dx} \qquad (3)$$

Para uma dada seção: $G\dfrac{d\varphi}{dx}$ $\text{é}\ constante, assim: \quad \tau = Kr \ \ (4)$

Tensões na Torção



A tensão de cisalhamento varia linearmente ao longo de cada reta radial da seção transversal.

ANÁLISE DE EQUILÍBRIO:

$$dF = \tau dA$$

$$d\vec{M}_t = \vec{\rho} \times d\vec{F} = \rho \cdot \tau \cdot dA \qquad \text{Sendo } r = \rho$$

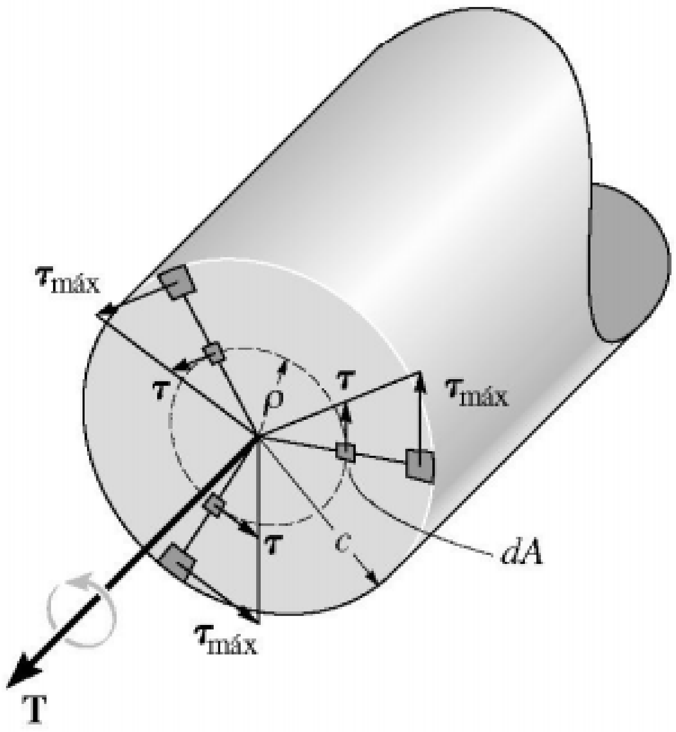
Então:

$$Mt = \int_A \tau \rho \, dA \qquad (5)$$

Substituindo (4) em (5) temos:

$$M_t = \int_A K\rho^2 \mathrm{dA} \rightarrow M_t = K \int_A \rho^2 \mathrm{dA}$$

Tensões na Torção



A tensão de cisalhamento varia linearmente ao longo de cada reta radial da seção transversal.

$Onde$:

$$I_p = \int_A \rho^2 dA \rightarrow Momento\ polar\ de\ inércia$$

Então temos:

$$M_t = K.I_p \rightarrow \mathrm{K} = \frac{M_t}{I_p} \quad (6)$$

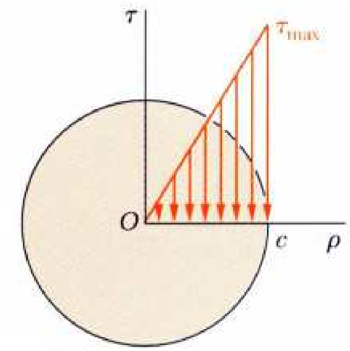
Substituindo (6) em (4) temos:

$$\tau = \frac{M_t}{I_p}\rho \quad \left[\frac{F}{L^2}\right] \quad (7) \qquad \text{Sendo } r = \rho$$

Tensões na Torção

- A tensão máxima é dada para ρ máximo = R

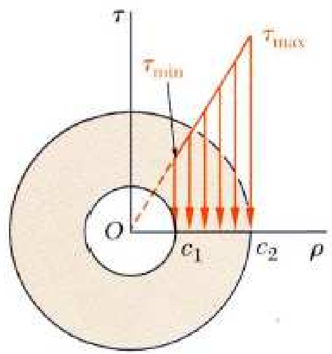
$$\boxed{\tau_{max} = \frac{M_t}{I_p} R}$$



$$I_p = \frac{\pi D^4}{32} \quad [L^4]$$

- Definindo o Módulo de Resistência na Torção (Wt)

$$W_t = \frac{I_p}{R} \quad [L^3]$$

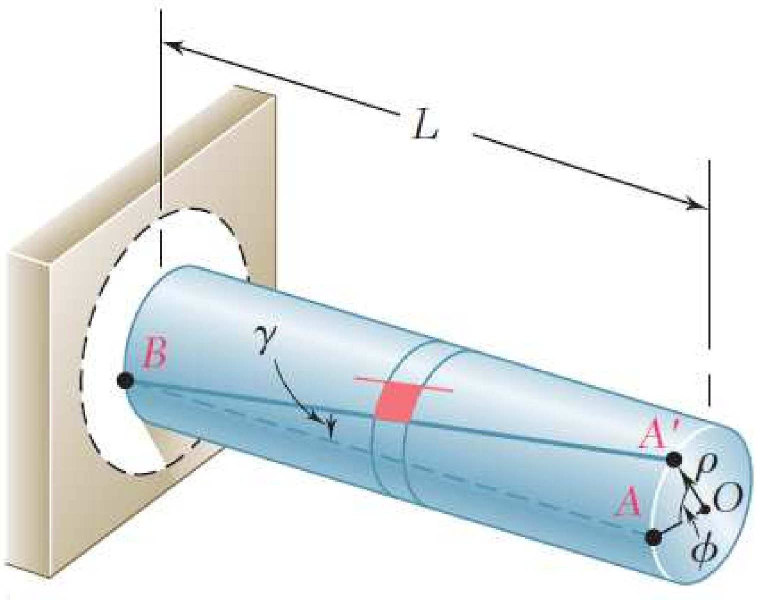


$$I_p = \frac{\pi}{32}(D^4 - d^4)$$

- Assim temos

$$\boxed{\tau_{max} = \frac{M_t}{W_t}}$$

Deformação angular unitária γ (ângulo de distorção)



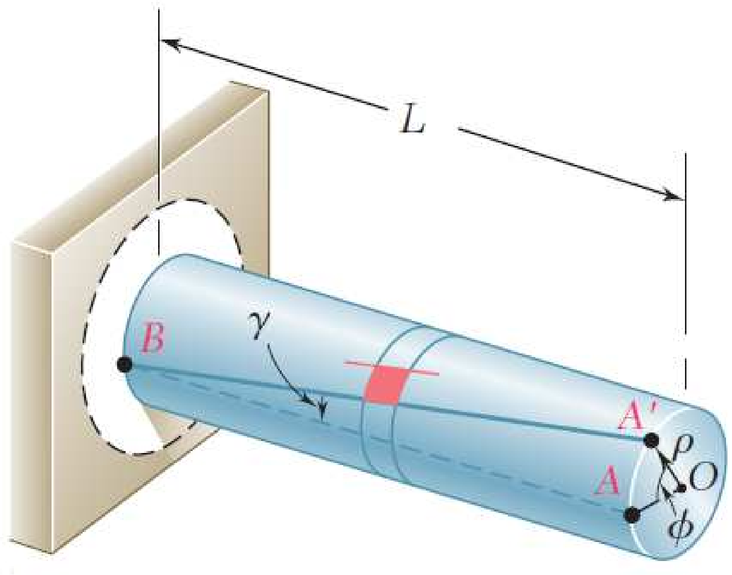
Fazendo a integração da Eq.(2) para x = L , temos:

$$\gamma = \frac{\rho\phi}{L} \quad \text{[rad]}$$

$$\varphi = \phi$$

$$r = \rho$$

Deslocamento angular φ (ângulo de torção)



$\varphi = \phi$

$r = \rho$

- Das relações (3) e (7) podemos fazer:

$$\tau = rG\frac{d\varphi}{dx} = \frac{M_t}{I_p}r$$

$$\int_0^{\varphi} d\varphi = \int_0^{L} \frac{M_t}{G.I_p}dx \quad \rightarrow \quad \Delta\varphi = \frac{M_t.L}{G.I_p}$$

- Sendo uma barra com vários trechos:

$$\Delta\varphi_{total} = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 + \Delta\varphi_3 \ldots = \sum \frac{M_t.L}{G.I_p}$$

Dimensionamento

- Com o objetivo de verificar a segurança das barras sujeitas ao Momento Torçor e de garantir o seu correto dimensionamento, iremos verificar a condição de resistência e de rigidez do projeto estrutural:

Condição de Resistência:

$$\tau_{max} \leq \bar{\tau}$$

Condição de Rigidez:

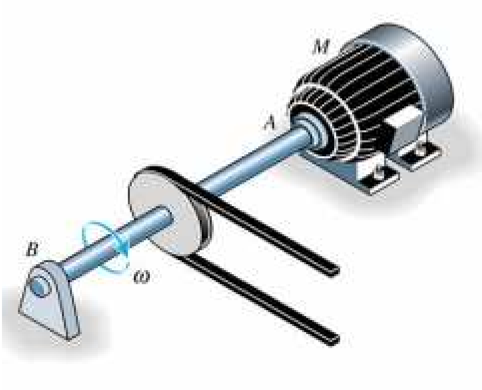
$$\Delta\varphi \leq \Delta\overline{\varphi}$$

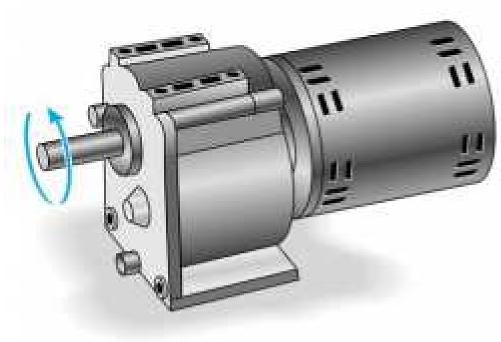
Sendo:

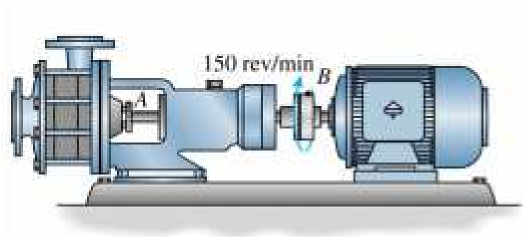
$$\bar{\tau} = Tensão\ de\ Cis.admissível = \frac{\tau_{lim}}{s} = \frac{Tensão\ limite\ do\ material}{coeficiente\ de\ segurança}$$

Transmissão de Potência

- Eixos e tubos com seção transversal circular são freqüentemente empregados para transmitir a potência gerada por máquinas.
- Os eixos são submetidos ao momento torçor que depende da potência gerada pela máquina e da velocidade angular do sistema.







Transmissão de Potência

Notação	Nomenclatura	Unidades (SI)
P	Potência	N.m/s = Watt (W)
T, MT	Torque ou Momento Torçor	N.m
ω	Velocidade Angular	rad/s
f	Frequência	1/s = s^{-1} = Hertz (Hz)
n	Rotação por Minuto	"rpm"

Onde:

$$P = M_t.\omega$$

$$\omega = 2.\pi.f$$

$$f = {}^{n}/_{60}$$

Conversão de unidades:

$$1\,hp = 746\,W$$

$$1\,cv = 735\,W$$

$$1\,Hz = 60\ rpm$$