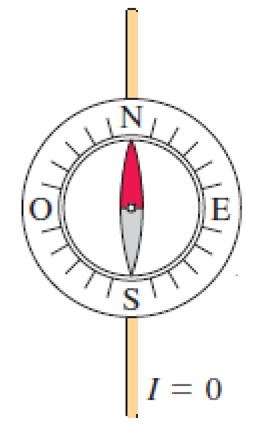
Aula 14

LEI DE BIOT-SAVART

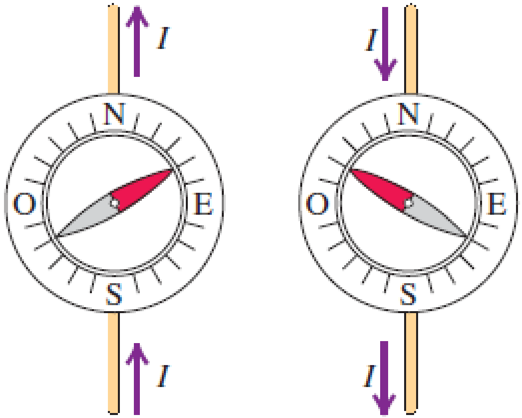
PARTE 1

EXPERIMENTO DE OERSTED

Em 1819 o físico dinamarquês **Hans Christian Oersted** observou que, quando a agulha de uma bússola é colocada próxima de uma corrente elétrica, essa agulha é desviada de sua posição. Esse deslocamento só é possível pela existência de um campo magnético em torno do condutor percorrido por corrente elétrica. Foi essa a primeira vez que se observou o aparecimento de um campo magnético juntamente com uma corrente elétrica.



O experimento mostra que a agulha aponta para o norte quando não há corrente e que oscila quando da presença de uma corrente elétrica.



EXPERIMENTO DE OERSTED

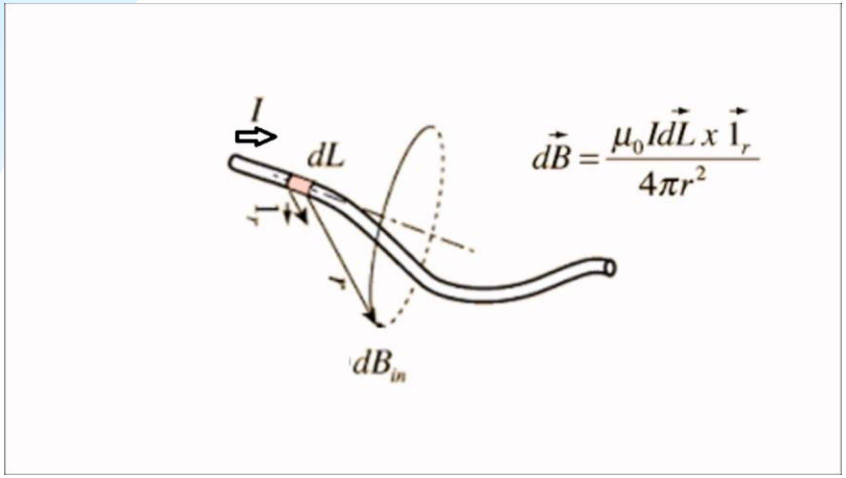
LEI DE BIOT-SAVART

A Lei de Biot-Savart determina o campo magnético $d\vec{B}$ gerado em um ponto P a uma distância *r* de um elemento de comprimento $d\vec{l}$ em um fio por onde se passa uma corrente *I*:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

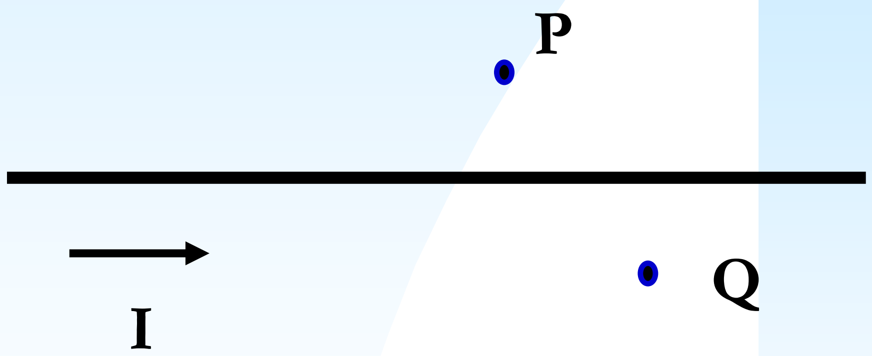
ou

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_a^b \frac{I\,d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$



Exemplo 1

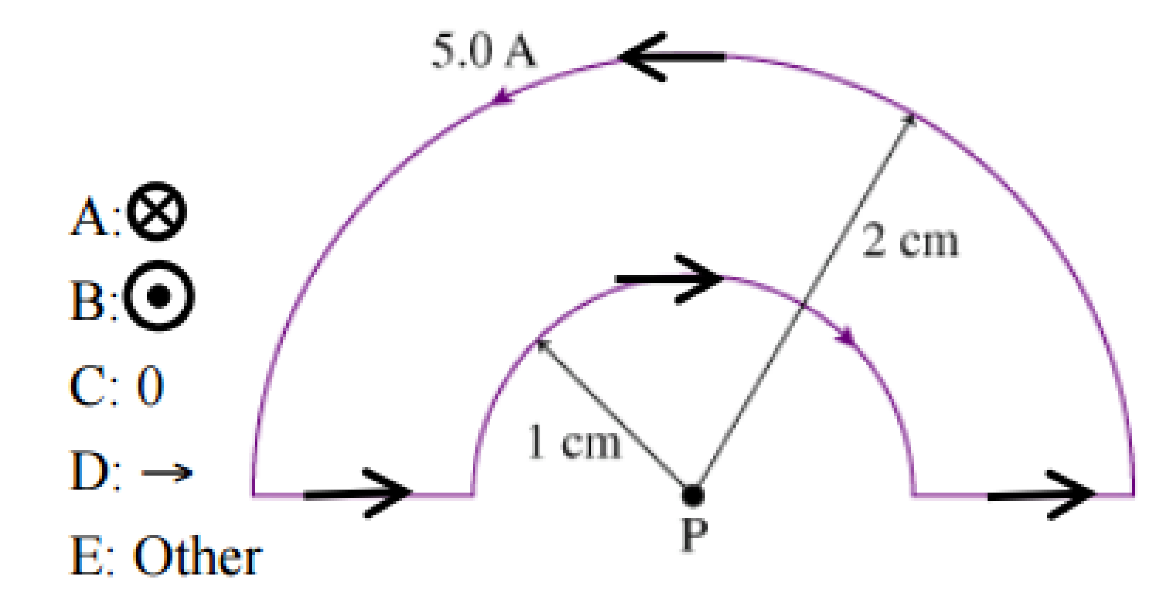
Qual a direção do campo magnético nos pontos P e Q?



Ponto P	Ponto Q
A: $\otimes$	A: $\otimes$
B: $\odot$	B: $\odot$
C: 0	C: 0
D: $\rightarrow$	D: $\rightarrow$
E: Other	E: Other

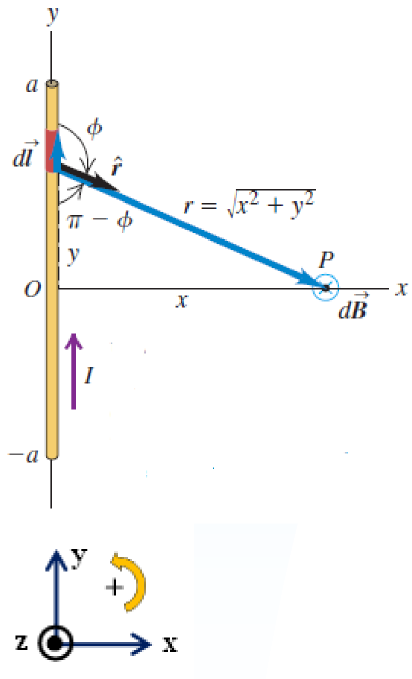
Exemplo 2

Qual a direção do campo magnético no ponto P?



Exemplo 3 Campo magnético de um condutor retilíneo finito transportando uma corrente.

Usando a Lei de Biot-Savart, determine o campo de indução magnética produzido por um fio de comprimento **2a** a uma distância x do seu centro.



Solução

O campo produzido pela corrente I que passa por $d\vec{l}$ é:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\, d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

sendo $d\vec{l} = dy\,\hat{j}$ e o versor $\hat{r}$ dado por:

$\hat{r} = sen(\pi - \phi)\hat{\imath} - \cos(\pi - \phi)\hat{\jmath} = sen(\phi)\hat{\imath} + \cos(\phi)\hat{\jmath}$. Então:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{dy\, sen\phi\, (\hat{\jmath} \times \hat{\imath}) + dy\, cos\phi\, (\hat{\jmath} \times \hat{\jmath})}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{sen\phi\, dy}{r^2}\, (-\hat{k})$$

Solução

Integrando:

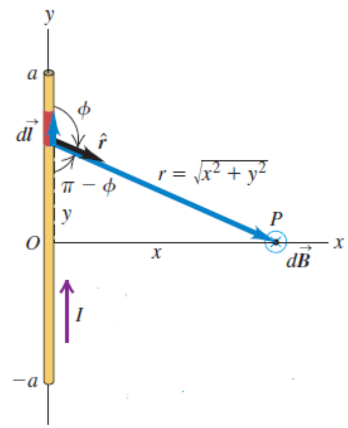
$$\vec{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-a}^{a} \frac{sen\phi\, dy}{r^2}\, \hat{k} = -\frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-a}^{a} \frac{sen\phi\, dy}{x^2 + y^2}\, \hat{k}$$

Fazendo a mudança de variável $\frac{y}{x} = tg\theta$ com $\theta = \phi - \frac{\pi}{2}$, obtém-se:

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi} I \int_{-a}^{a} \frac{sen\phi\, dy}{x^2+y^2}\, \hat{k} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{x^2} \int \frac{x\, sec^2\theta\, cos\theta\, d\theta}{1+tg^2\theta}\, \hat{k} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{x} sen(\theta)\hat{k}$$

Substituindo a função seno:

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{x}\frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\hat{k}\, \Big|_{-a}^{a}$$

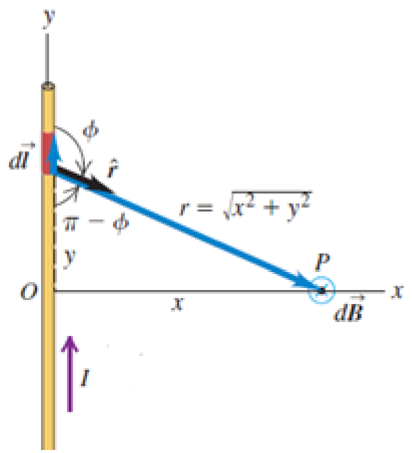


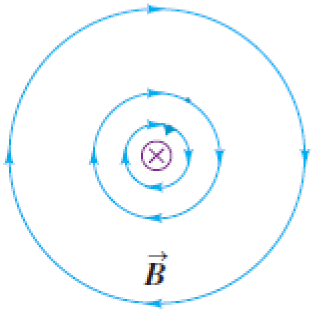
Com os limites de integração, resulta:

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{x}\frac{2a}{\sqrt{x^2+a^2}}\hat{k}$$

Exemplo 4 Campo magnético de um condutor retilíneo infinito transportando uma corrente.

Usando a Lei de Biot-Savart, determine o campo de indução magnética produzido por um fio infinito a uma distância x, como ilustra a figura.





Solução

A partir do resultado obtido no exemplo anterior:

$$\vec{B} = -\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{x}(sen(\theta_2) - sen(\theta_1))\hat{k}$$

De acordo com a definição ao ângulo θ,

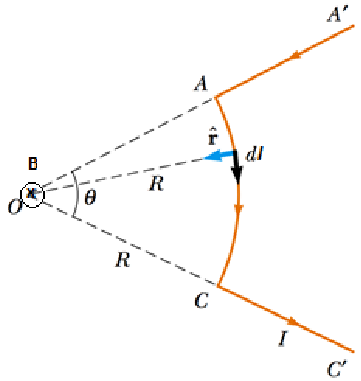
$$\frac{y}{x} = tg\ \theta$$

tem-se que:

- para y → ∞, então θ = π/2;
- Para y → -∞, então θ = -π/2 . Portanto: $\vec{B} = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}\hat{k}$

Exemplo 5 Campo magnético de um condutor curvo transportando uma corrente.

Usando a Lei de Biot-Savart, determine o campo de indução magnética no centro de curvatura de um fio curvo (ponto O) produzido pela corrente I.



Solução

O campo produzido pela corrente I que passa por $d\vec{l}$ é:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\, d\vec{l}\; \times\, \hat{r}}{r^2}$$

Observando que os vetores $d\vec{l}$ e $\hat{r}$ são perpendiculares entre si, e que nos segmentos AA' e CC' eles são paralelos, tem-se:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R^2}\int_{\theta_1}^{\theta_2} R\, d\theta = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I}{R}\,\Delta\theta\,(-\hat{k})$$

A direção do campo magnético é perpendicular aos vetores $d\vec{l}$ e $\hat{r}$, penetrando no papel. (Obs. Espira completa, Δθ = 2π)

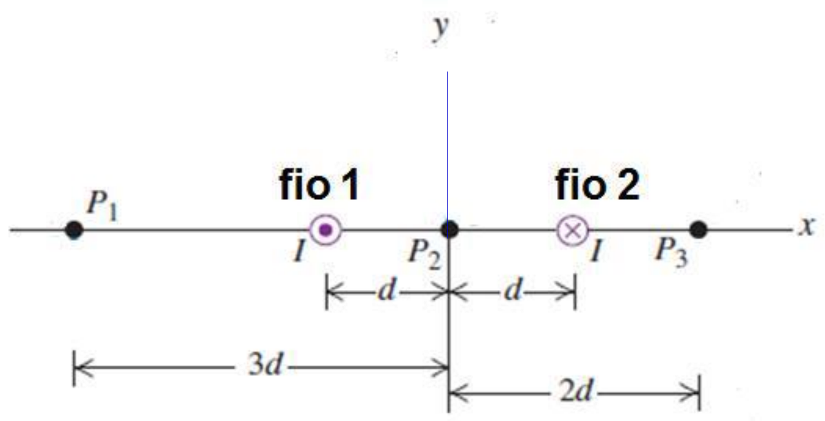
Rascunho

Exemplo 6

A figura mostra um plano *xy* que corta perpendicularmente dois fios longos paralelos, cada um deles conduzindo uma corrente ***I*** de mesmo módulo, porém sentidos contrários.

(a) Calcule o módulo, a direção e o sentido de $\vec{B}$ nos pontos *P*1, *P*2 e *P*3.

(b) Calcule o módulo, a direção e o sentido de $\vec{B}$ nos pontos do eixo *Ox* à direita do fio 2, com base na coordenada *x* do ponto.



Rascunho

Rascunho

Solução

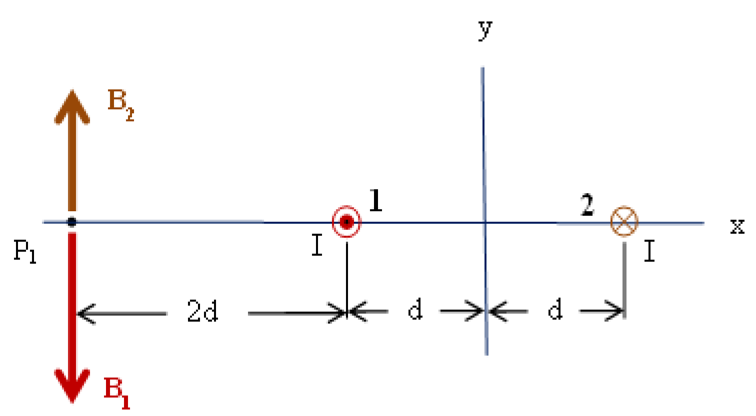
a) Campo no ponto P_1

A partir do resultado do **exemplo 2**, o módulo do vetor indução magnética é:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}$$

Os sentidos dos campos B_1 e B_2 representados na figura, são obtidos a partir da regra da mão direita. Assim, o campo resultante será:

$$B_{P1} = -B_1 + B_2 = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{(2d)} + \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{(4d)} = -\frac{\mu_0}{8\pi}\frac{I}{d}$$

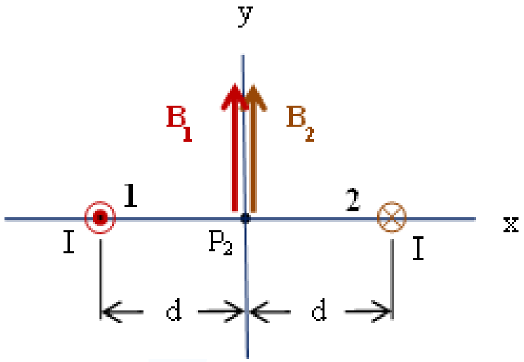


Continuação

Campo no ponto P_2

Em analogia ao item anterior, temos representados os campos B_1 e B_2 na figura. O campo resultante neste caso será:

$$B_{P2} = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{d} + \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{d} = \frac{\mu_0}{\pi}\frac{I}{d}$$



Continuação

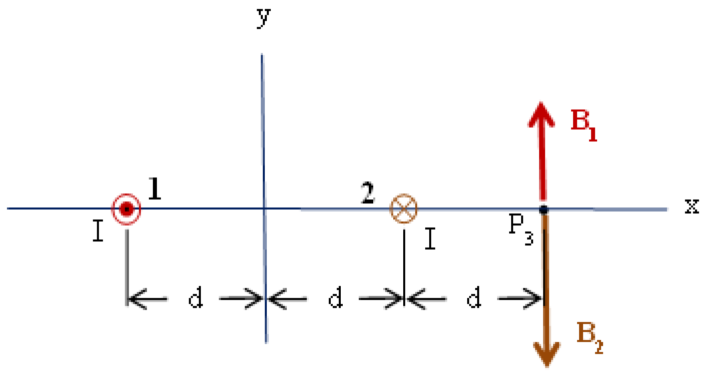
Campo no ponto P_3

A partir do resultado do exemplo 2, o módulo do vetor indução magnética é:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}$$

Os sentidos dos campos B_1 e B_2 representados na figura, são obtidos a partir da regra da mão direita. Assim, o campo resultante será:

$$B_{P3} = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{(3d)} - \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{d} = -\frac{\mu_0}{3\pi}\frac{I}{d}$$



Continuação

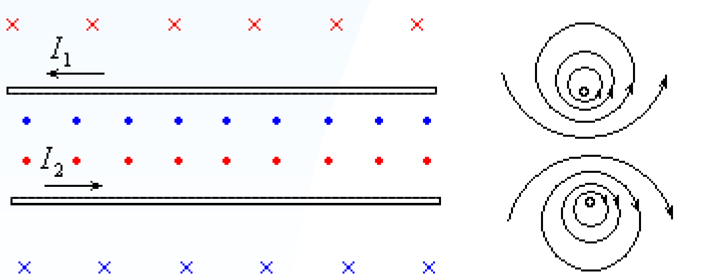
b) Campo a uma distância x do centro.

A partir do resultado do exemplo 2, o módulo do vetor indução magnética é:

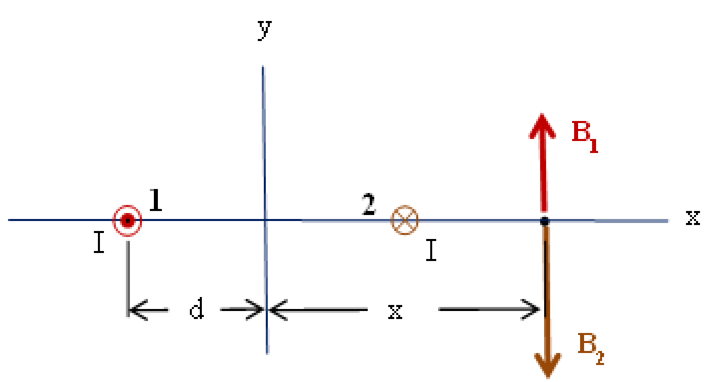
$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{x}$$

Os sentidos dos campos B_1 e B_2 representados na figura, são obtidos a partir da regra da mão direita. Assim, o campo resultante será:

$$B_{P3} = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{(x+d)} - \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{(x-d)} = -\frac{\mu_0 I}{\pi}\frac{d}{x^2 - d^2}$$

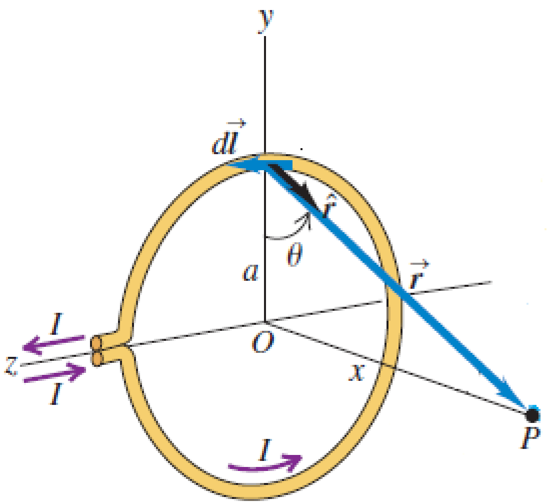


vista frontal   vista lateral esquerda



Exemplo 7 Campo de indução magnética de uma espira circular

A figura representa uma espira circular com raio a, conduzindo uma corrente I. Na espira, a corrente entre e sai através de dois fios retilíneos longos colocados um ao lado do outro. As correntes percorrem sentidos opostos de tal modo que nessa região (eixo z) o campo B é essencialmente nulo. Determinar o campo B e, um ponto P sobre o eixo da espira a uma distância x do centro.



Solução

Pela lei de Bio-Savart, temos que o campo gerado pela corrente I que passa por $d\vec{l}$ é dado por:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,d\vec{l}\times\hat{r}}{r^2}$$

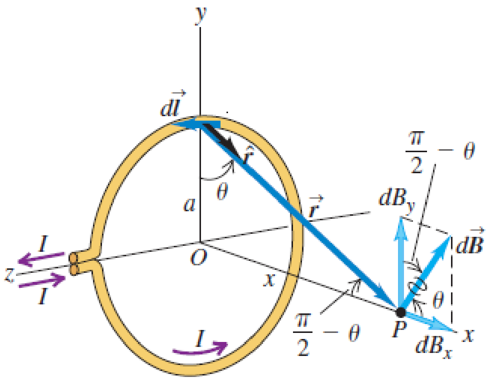
A figura mostra que no ponto P, o campo $d\vec{B}$ pode ser decomposto na forma:

$$dB_x = dB\,cos\theta$$

$$dB_y = dB\,sen\theta$$

sendo

$$dB = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,dl}{x^2+a^2}$$

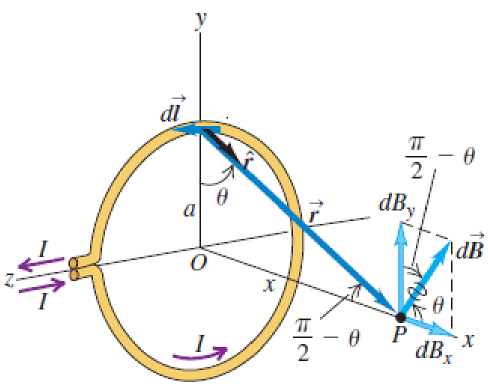


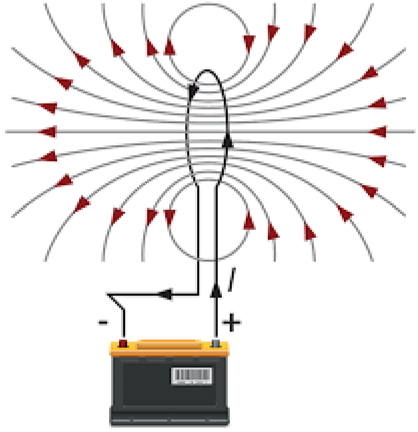
visto que $d\vec{l}$ e $\vec{r}$ são perpendiculares. Como existe simetria rotacional em torno do eixo x, a componente dB_y é nula. Portanto, o campo resultante no ponto P será:

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{I\,dl}{x^2+a^2}\,\frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\,a}{(x^2+a^2)^{3/2}}\int dl = \frac{\mu_0}{2}\frac{I\,a^2}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

Representação das linhas de campo magnético de uma espira de raio a

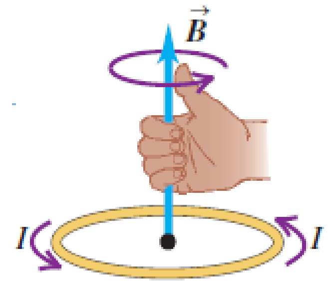
$$B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{a^2}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$



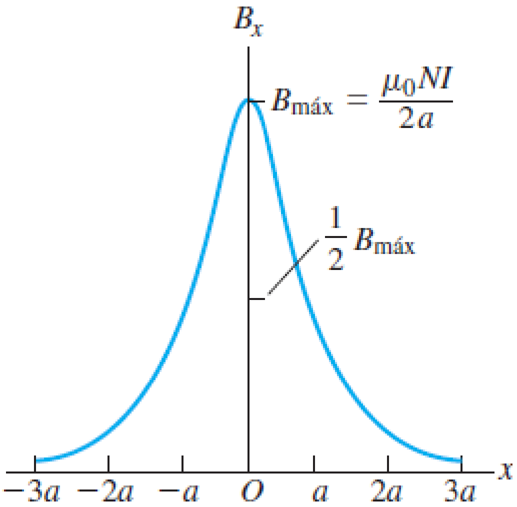


Exemplo 8 Campo de indução magnética sobre o eixo de uma bobina

Considere N espiras de mesmo raio enroladas de modo compacto, de tal forma que a distância ao centro da bobina é aproximadamente igual a distância x entre o ponto P e o plano da espira. Para esse arranjo, o campo resultante no ponto P é:



$$B_x = \frac{\mu_0 N I}{2} \frac{a^2}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$



O fator N é a razão pela qual se usa uma bobina em vez de uma única espira, para obter um campo magnético mais intenso. Observe que o campo é máximo no centro da bobina, x = 0.

Aula 14

LEI DE BIOT-SAVART

PARTE 1