

# ***Momento de força***

***TEORIA - AULA A-05***

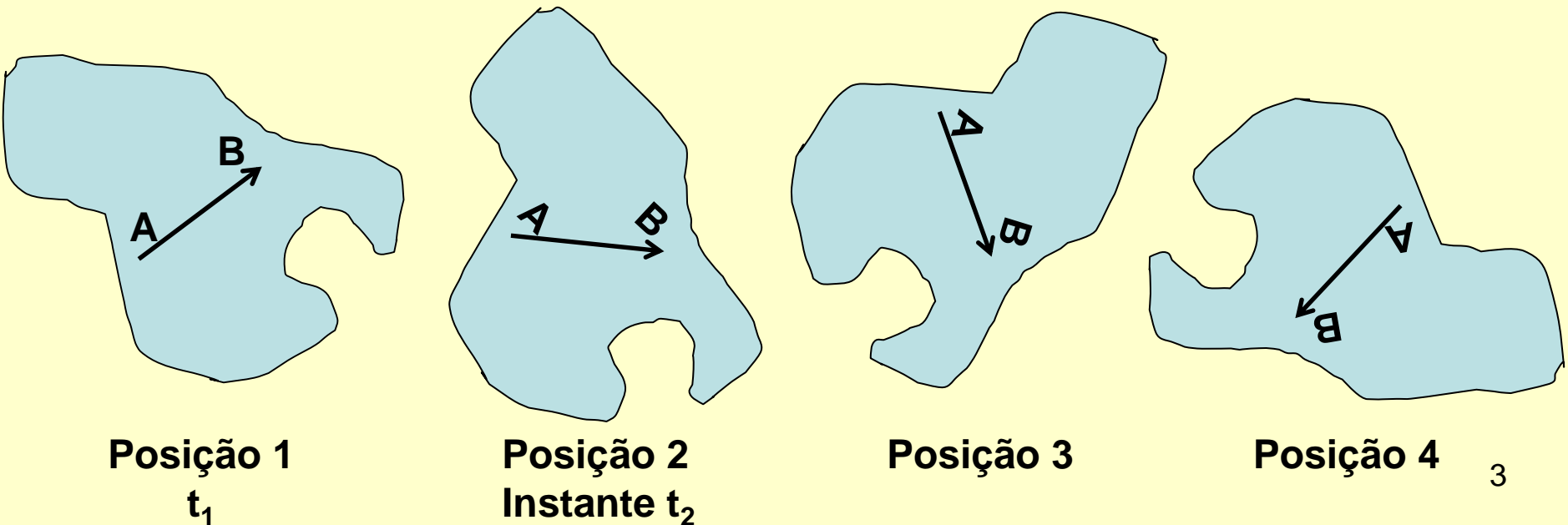
***Física I***

## ***Competências que você irá desenvolver nesta aula***

- Calcular Momento da Força e analisar seu sentido
- Identificar movimentos de translação e rotação em corpos rígidos
- Modelar matematicamente um sistema com para analisar seu equilíbrio translacional e rotacional

# Corpo rígido

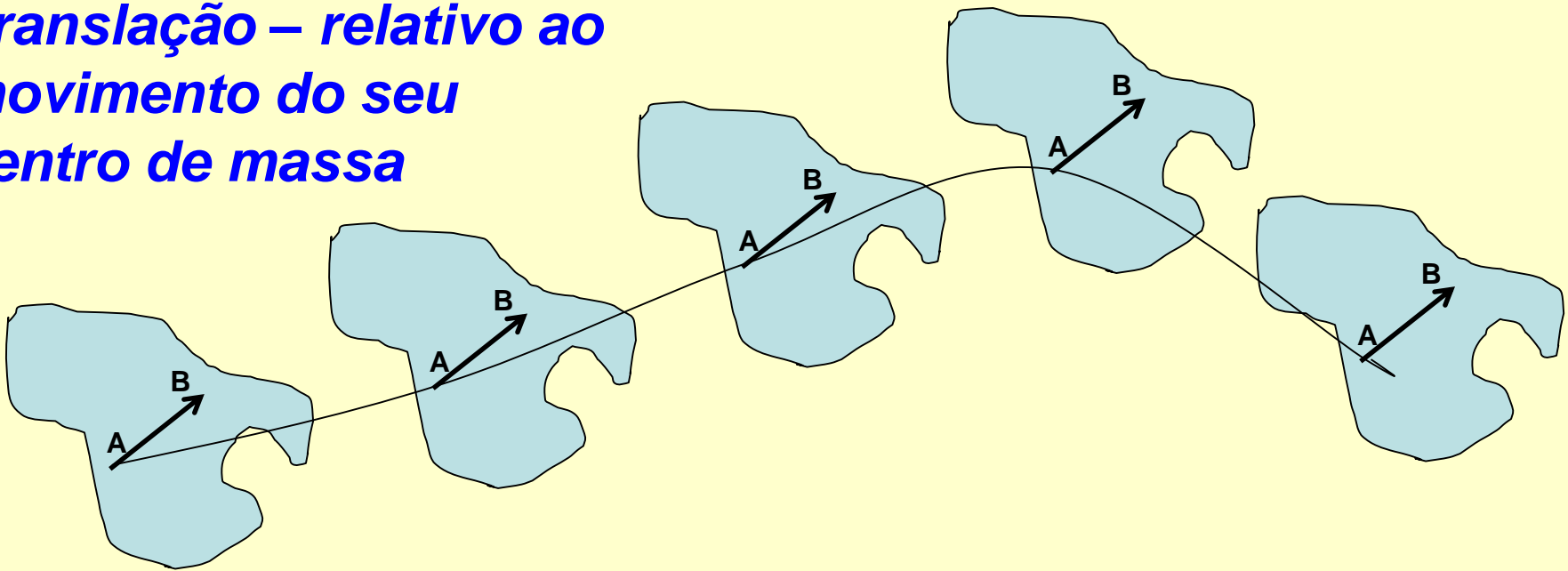
*Corpo no qual um vetor posição, que determina dois pontos neste corpo, tem mantida suas características relativas a um ponto do corpo - módulo, direção e sentido - mesmo quando o corpo sofre algum tipo de movimento.*



# ***Movimentos do corpo rígido - Translação***

***No corpo rígido pode-se distinguir dois tipos de movimento***

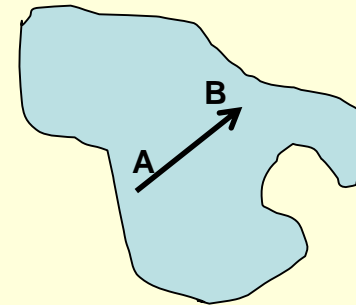
***Translação – relativo ao movimento do seu centro de massa***



# ***Movimentos do corpo rígido – Rotação***

***Rotação em torno de eixo  
fixo***

***Movimento relativo ao  
movimento ao seu centro de  
massa***

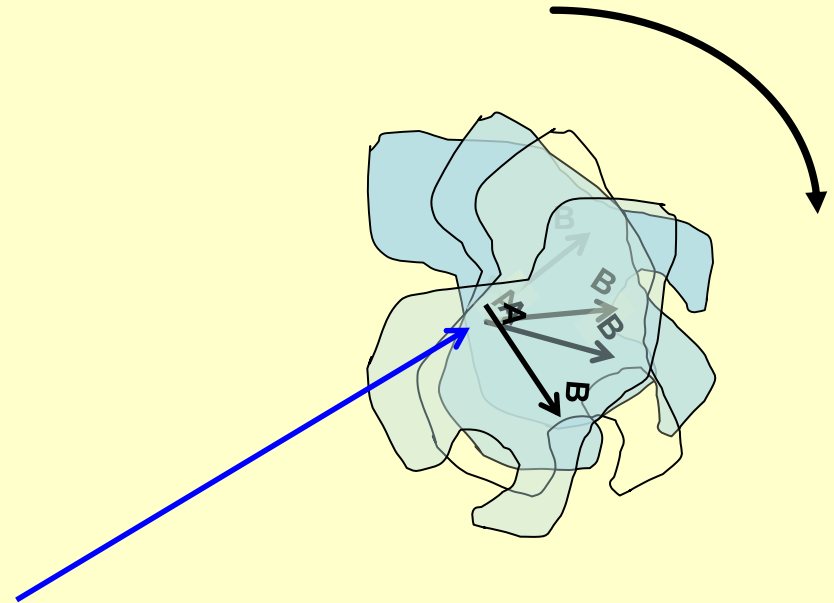


# ***Movimentos do corpo rígido – Rotação***

***Rotação em torno de eixo  
fixo***

***Movimento relativo ao  
movimento ao seu centro de  
massa***

**Eixo de rotação**

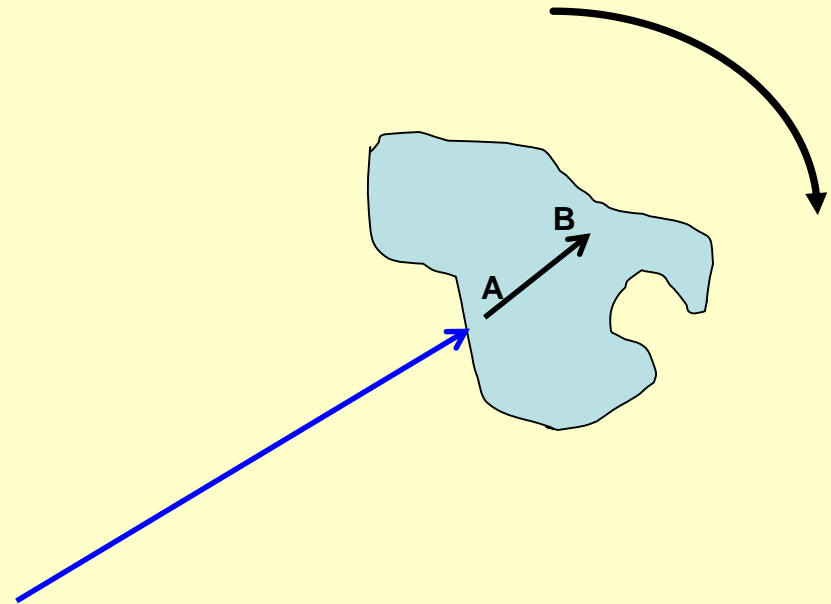


# ***Movimentos do corpo rígido – Rotação***

***Rotação em torno de eixo  
fixo***

***Movimento relativo ao  
movimento ao seu centro de  
massa***

**Eixo de rotação**

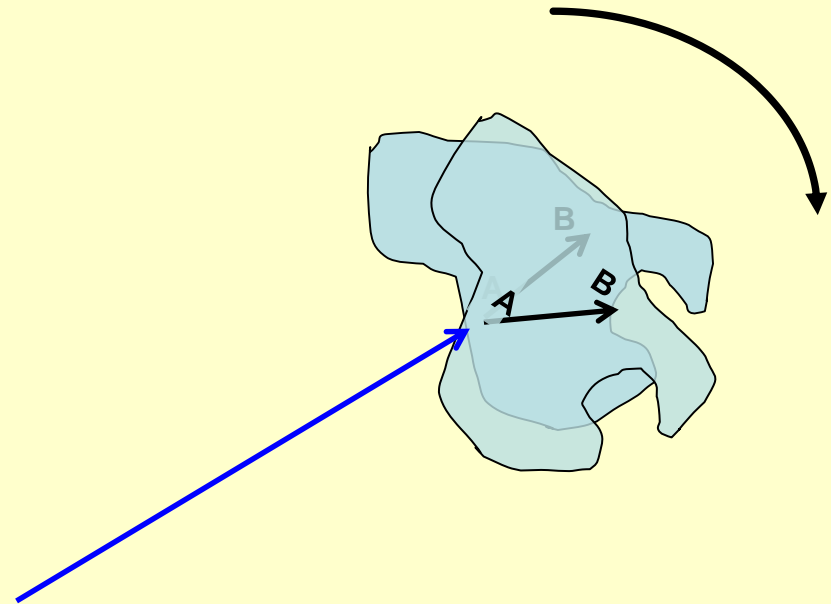


# ***Movimentos do corpo rígido – Rotação***

***Rotação em torno de eixo  
fixo***

***Movimento relativo ao  
movimento ao seu centro de  
massa***

**Eixo de rotação**



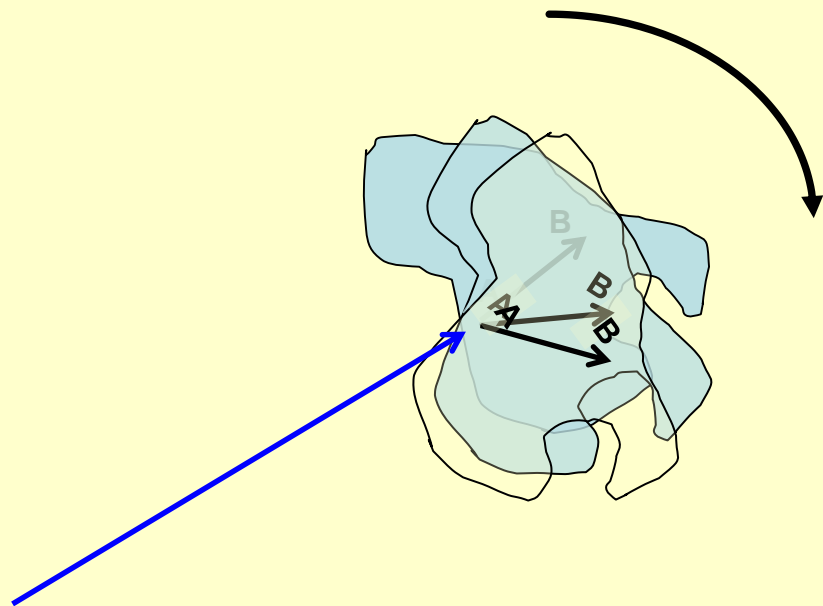


# ***Movimentos do corpo rígido – Rotação***

***Rotação em torno de eixo  
fixo***

***Movimento relativo ao  
movimento ao seu centro de  
massa***

**Eixo de rotação**

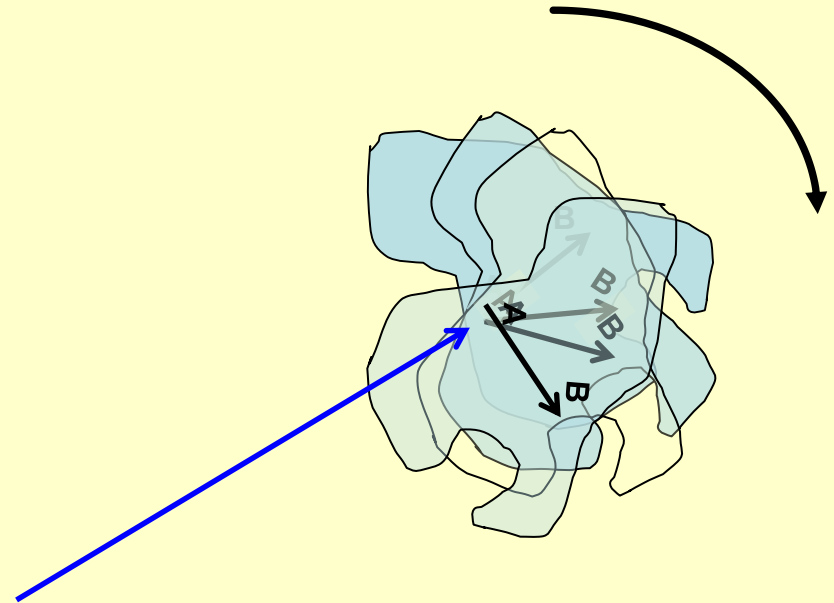


# ***Movimentos do corpo rígido – Rotação***

***Rotação em torno de eixo  
fixo***

***Movimento relativo ao  
movimento ao seu centro de  
massa***

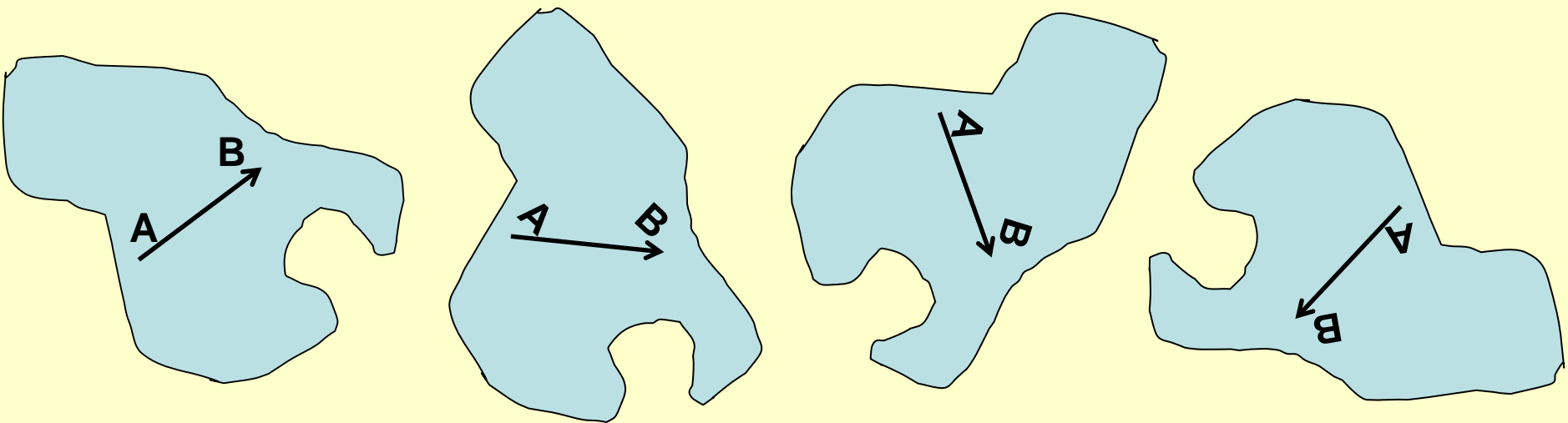
**Eixo de rotação**



# *Movimentos do corpo rígido – Roto-translação*

## *Roto-translação*

*Conjugação do  
movimento de  
translação com o  
de rotação*



# *Movimentos de um corpo rígido*

Tipos de  
Movimento:  
Translação;  
Rotação;  
Rototranslação

# *Equilíbrio do corpo rígido*

## *Condições de equilíbrio*

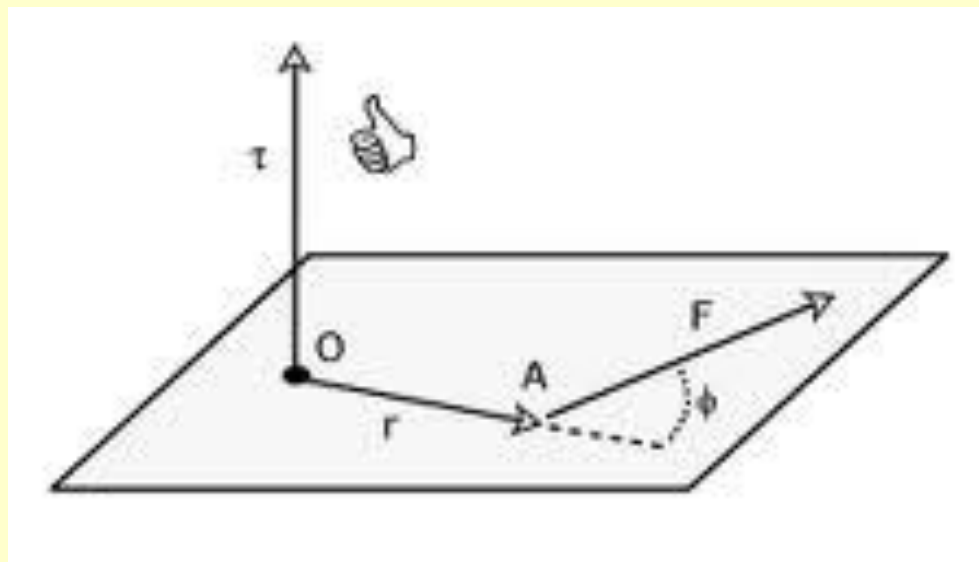
- Corpo está em equilíbrio de translação
- Corpo está em equilíbrio de rotação

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{R} = \vec{0}$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{\tau}_i = \vec{\tau}_R = \vec{0}$$

**Somatória do momento de força é nula!!!!**

# Momento de força



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

ou

$$\vec{M}_F = \vec{r} \times \vec{F}$$

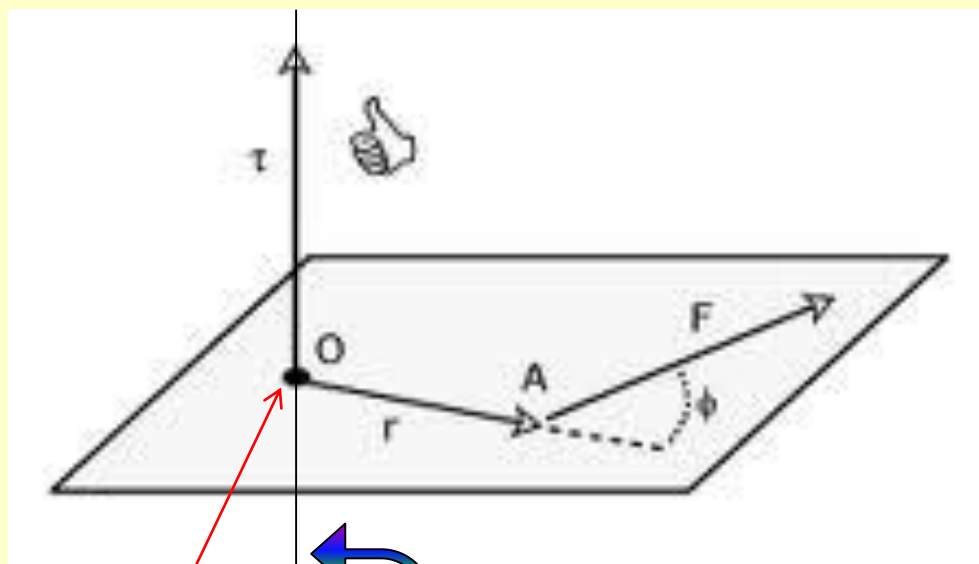
**Unidade de  
momento de força  
no SI**

$$M_{\vec{F}} = F \times d \rightarrow m$$

$N \times m$

$N$

# Momento de força



Polo

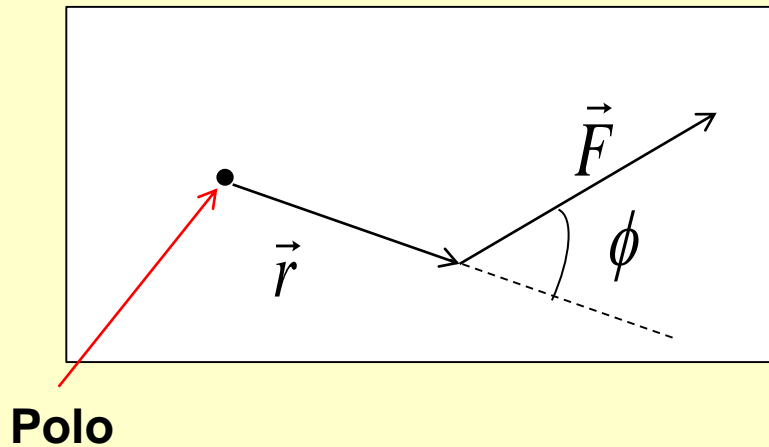
Eixo de  
rotação

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = r \cdot F \cdot \sin \phi$$

**Direção - Perpendicular a r e F**  
**Sentido - Regra da mão direita**

# Momento de força Vista do plano Oxy



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = r \cdot F \cdot \sin \phi$$



**Direção - Perpendicular a r e F**  
**Sentido - Regra da mão direita**



# Momento de força

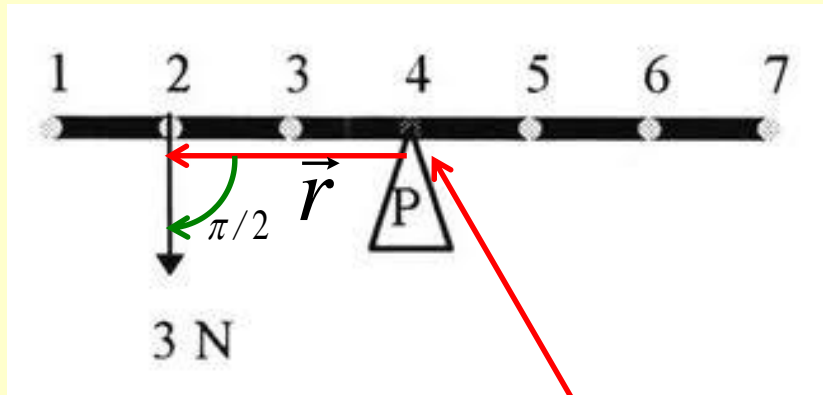
## Força perpendicular ao vetor posição

Caso particular  $\vec{r} \perp \vec{F}$

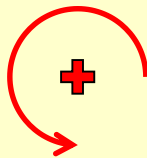
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = r.F.\text{sen}(\pi/2)$$

$$\tau = r.F$$



Polo



Coloque o polegar no eixo, e faça o movimento dos dedos indo do braço da força para a força

# Momento de força

## Força perpendicular ao vetor posição

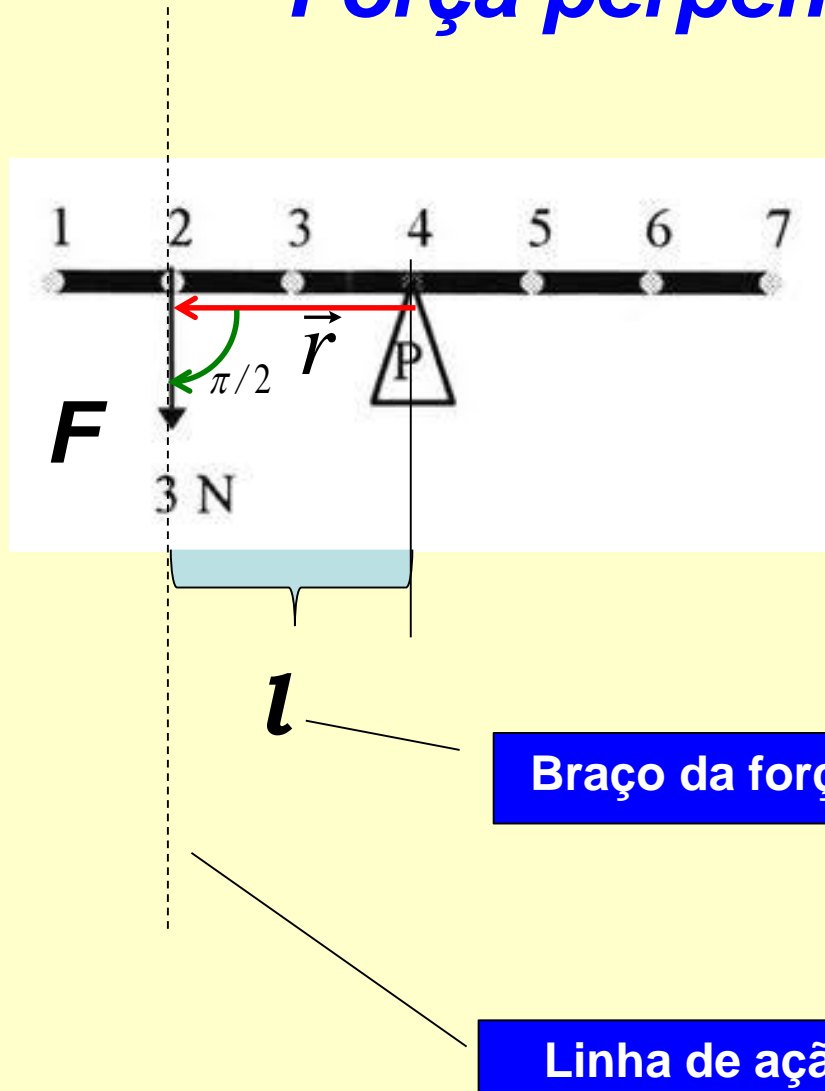
Caso particular  $\vec{r} \perp \vec{F}$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = r.F.\text{sen}(\pi/2)$$

$$\tau = r.F$$

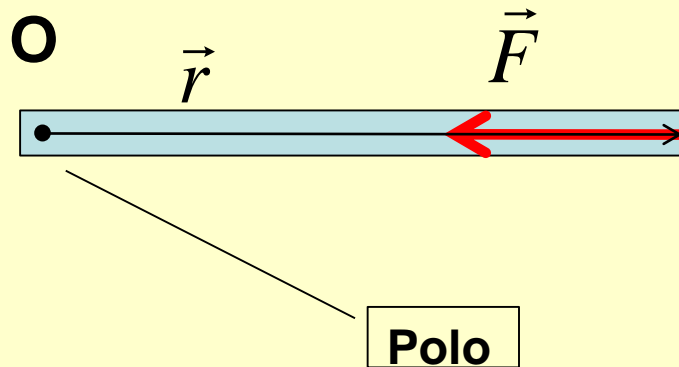
$$\tau = l.F$$



# Momento de força

## Força paralela ao vetor posição

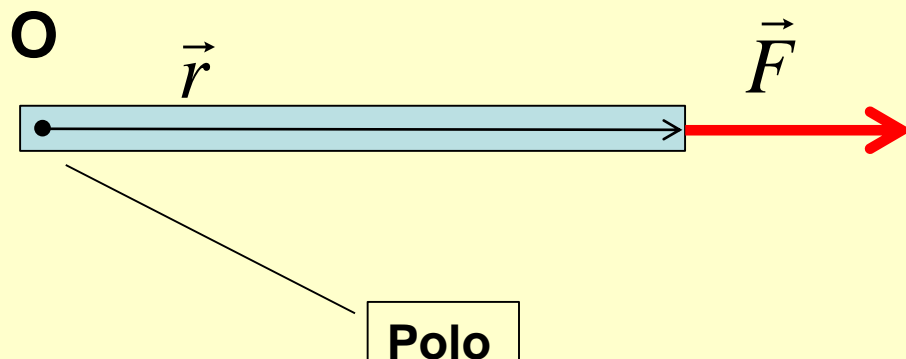
Caso particular  $\vec{r} \parallel \vec{F}$



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = r.F.\text{sen}(180^\circ) = 0$$

$$\tau = 0$$



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = r.F.\text{sen}(0^\circ) = 0$$

$$\tau = 0$$

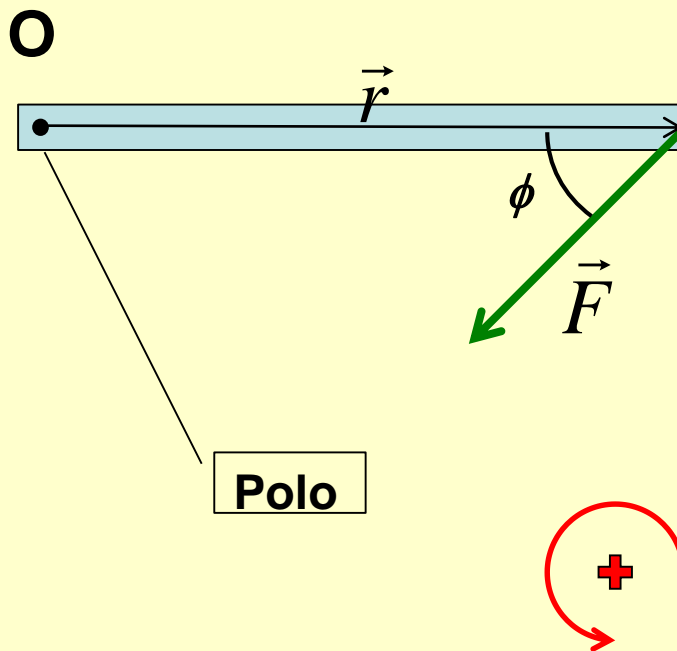
# ***Momento de força***

## ***Pela definição do módulo de momento***

$\vec{F}$  e  $\vec{r}$  com ângulo qualquer

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = -r.F.\text{sen } \phi$$



# Momento de força Pelos componentes de $F$

$\vec{F}$  e  $\vec{r}$  com ângulo  
qualquer

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

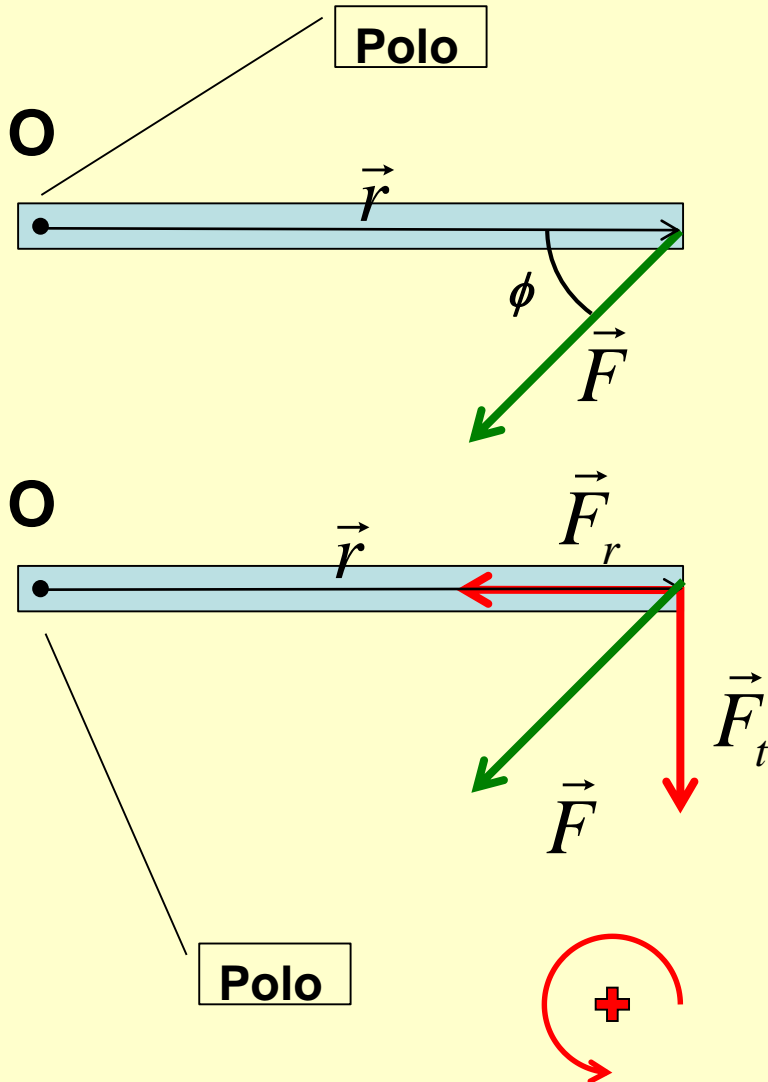
$$\vec{\tau} = \vec{r} \times (\vec{F}_r + \vec{F}_t)$$

$$\vec{\tau} = \underbrace{\vec{r} \times \vec{F}_r}_{=0} + \vec{r} \times \vec{F}_t$$

$$\therefore \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}_t \longrightarrow \tau = r \cdot F_t$$

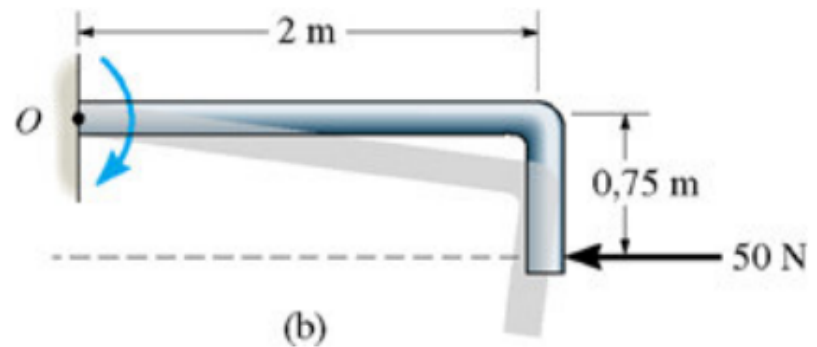
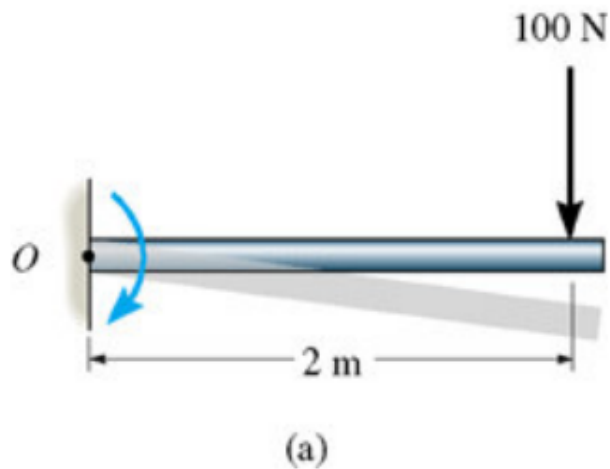
$$\tau = -r \cdot F \cdot \sin 90^\circ$$

$$\tau = -r \cdot F$$



## Exercício 1

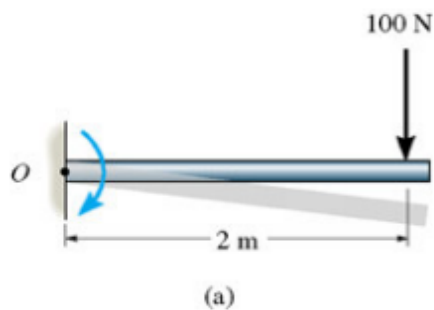
- 1) Determine o momento da força em relação ao ponto  $O$  em cada uma das barras mostradas.





# Solução do Exercício 1

Caso (a)

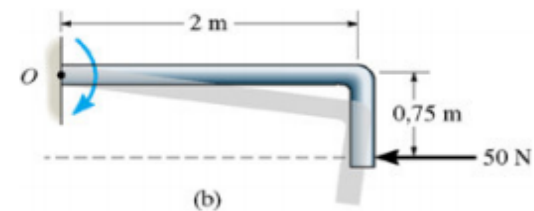


$$M_o = F \cdot d$$

$$M_o = 100 \cdot 2$$

$$M_o = 200 \text{ Nm} \curvearrowright$$

Caso (b)



$$M_o = F \cdot d$$

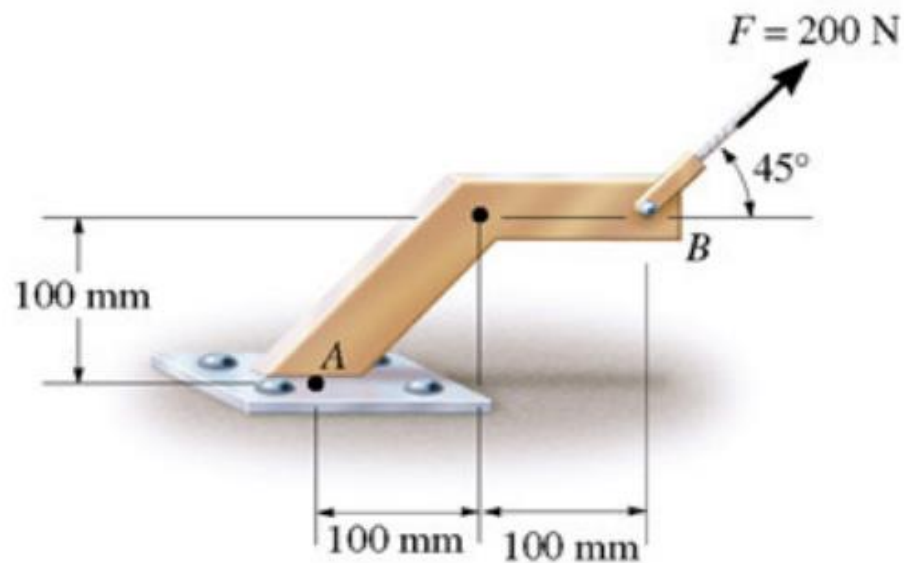
$$M_o = 50 \cdot 0,75$$

$$M_o = 37,5 \text{ Nm} \curvearrowright$$



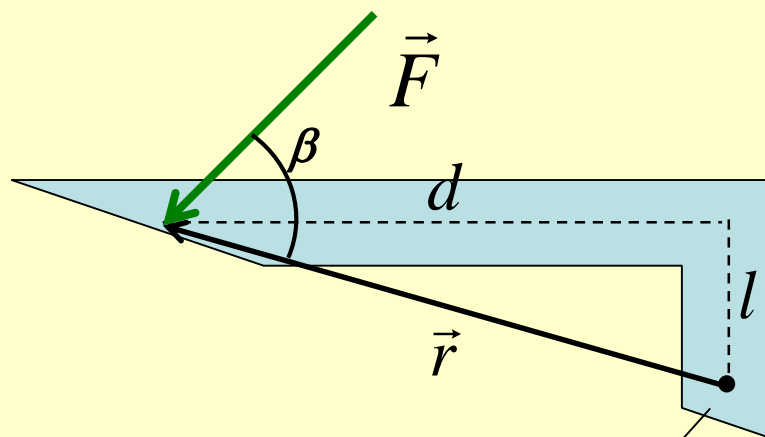
## Exercícios Propostos

Determine o momento da força de 200N em relação ao ponto A.





## Momento de força



Polo

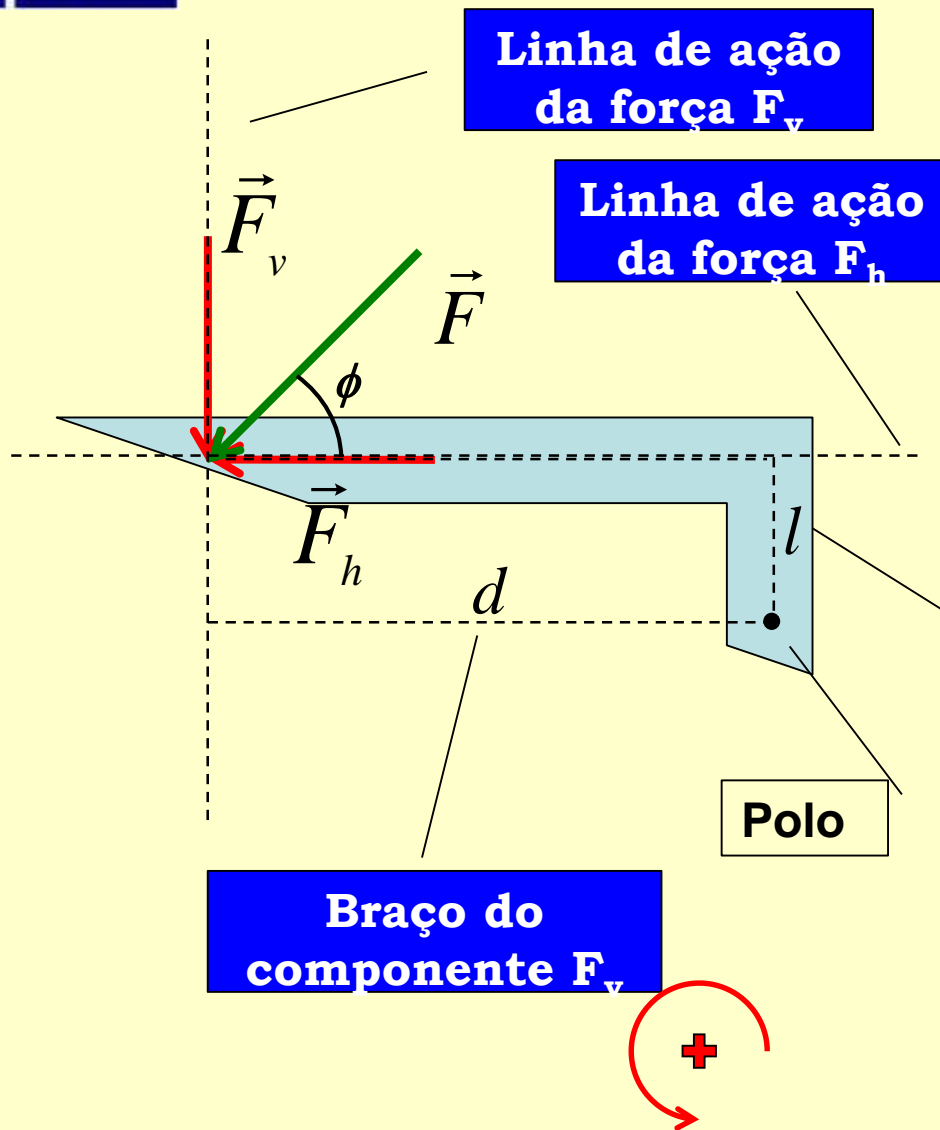


$\vec{F}$  e  $\vec{r}$  com ângulo qualquer

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = r.F.\text{sen } \beta$$

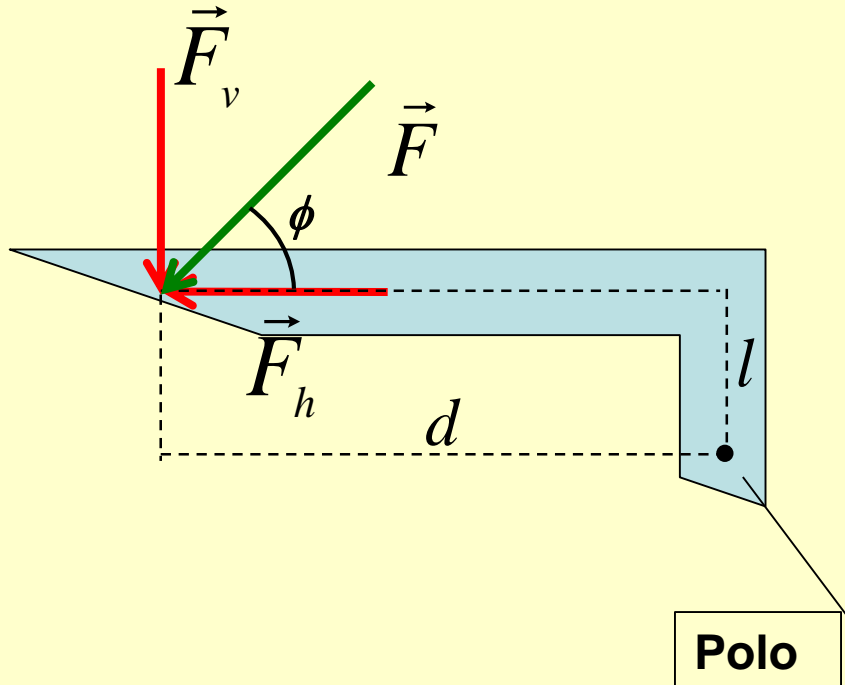
Se o ângulo entre  $F$  e  $r$  não é conhecido, o cálculo pode ser mais complicado.



## ***Momento de força***

$\vec{F}$  e  $\vec{r}$  coplanares  
 Alternativa para  
 determinação do  
 momento:

# Momento de força - pelos componentes de $F$



$\vec{F}$  e  $\vec{r}$  coplanares

Alternativa para  
determinação do  
momento:

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times (\vec{F}_v + \vec{F}_h)$$

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}_v + \vec{r} \times \vec{F}_h$$

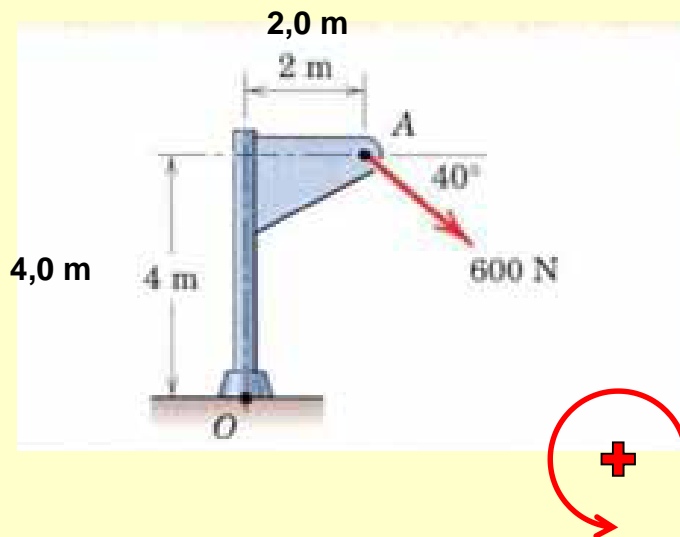
$$\tau = F_v \cdot d + F_h \cdot l$$



$$\tau = F \cdot \sin \phi \cdot d + F \cdot \cos \phi \cdot l$$

## *Exercício 2- Cálculo de momento de força*

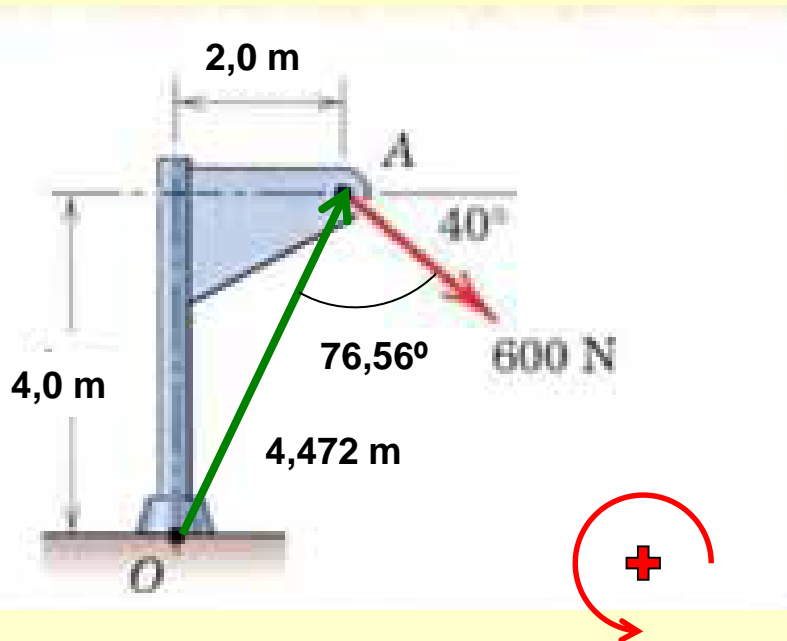
Qual o torque gerado pela força de 600 N em relação ao ponto O?





## Exercício 2 - Cálculo de momento de força – definição de módulo do momento

Qual o torque gerado pela força de 600 N em relação ao ponto O?



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = r \cdot F \cdot \sin \theta$$

$$\tau = -4,472 \times 600 \times \sin 76,56^\circ$$

$$\tau = -2609,77$$

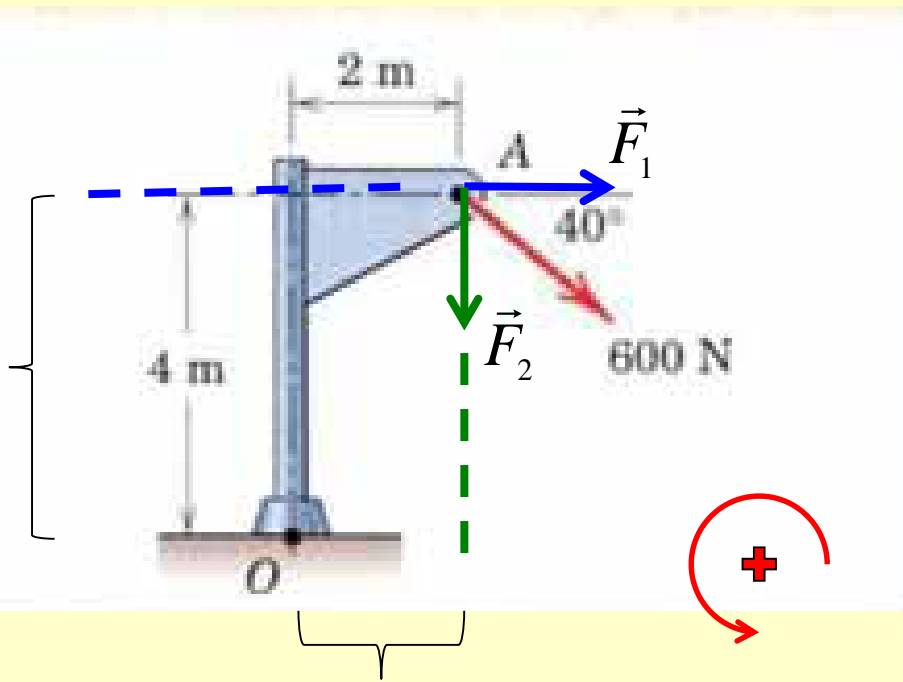
$$\tau = -2,6 \text{ kN.m}$$

Resposta com 2 A. S.



## Exercício 2 - Cálculo de momento de força - pelos componentes de $F$

Qual o torque gerado pela força de 600 N em relação ao ponto O?



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\tau = -4 \cdot F_1 - 2 \cdot F_2$$

$$\tau = -4 \cdot F \cdot \cos 40^\circ - 2 \cdot F \cdot \sin 40^\circ$$

$$\tau = -1838,5 - 771,34$$

$$\tau = -2609,8$$

$$\tau = -2,6 \text{ kN.m}$$

Resposta com 2 A.S.

# *Movimentos de um corpo rígido*

Tipos de  
Movimento:  
Translação;  
Rotação;  
Rototranslação

Momento de  
Força

Cálculo  
1. Método do  
módulo do  
momento  
2. Método dos  
componentes  
de  $F$

## *Equilíbrio do corpo rígido*

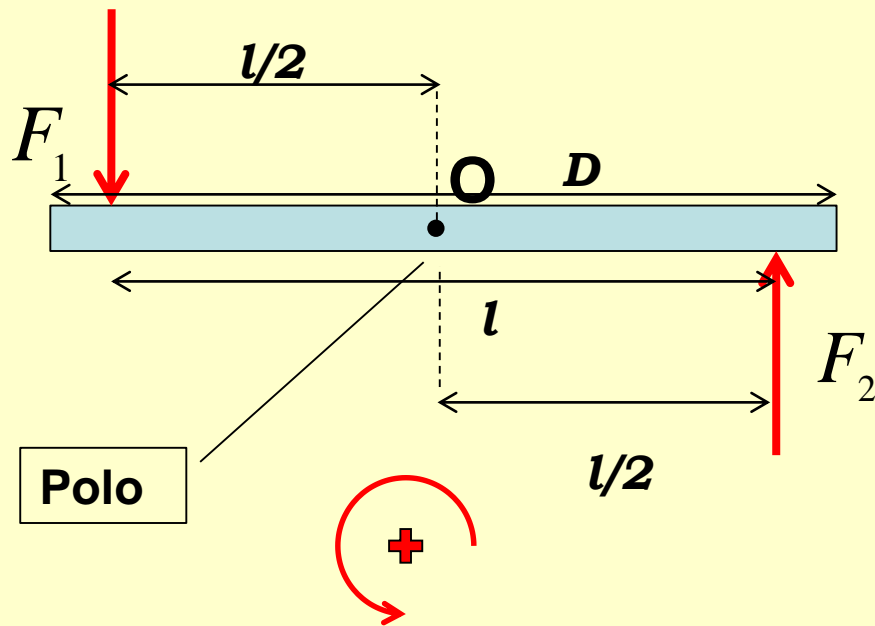
- Corpo está em equilíbrio de translação
- Corpo está em equilíbrio de rotação

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{R} = \vec{0}$$

$$\sum_{i=1}^n \vec{\tau}_i = \vec{\tau}_R = \vec{0}$$

*Somatória do momento de força é nula!!!!*

# Momento de força - Binário



$$\text{Binário} \Rightarrow \begin{aligned} \sum \vec{F} &= \vec{0} \\ \sum \vec{\tau} &\neq \vec{0} \end{aligned}$$

$$\sum \vec{\tau} \neq \vec{0}$$

$$\sum \vec{\tau} = \vec{\tau}_T = \vec{\tau}_{F_1} + \vec{\tau}_{F_2}$$

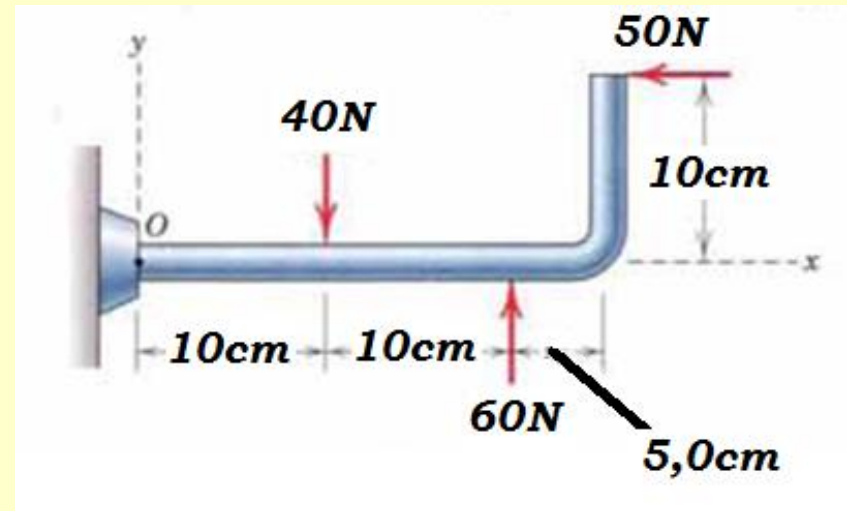
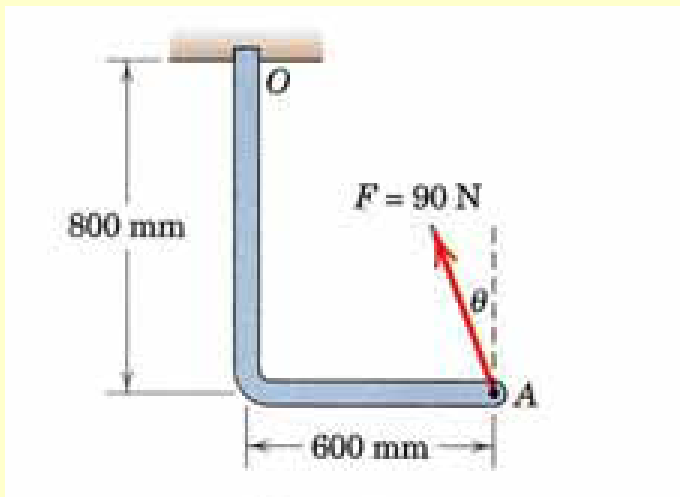
$$\tau_T = F_1(l/2) + F_2(l/2) = F l$$

$$\tau_T = F(l/2) + F(l/2) = F l$$

$$\boxed{\tau_T = F l}$$

# Exercícios de cálculo de momento de força

- Qual o torque gerado pela força em relação ao ponto O, para  $\theta$  igual a  $25^\circ$ ?
- Qual o torque que cada uma das forças gera em relação ao ponto O?

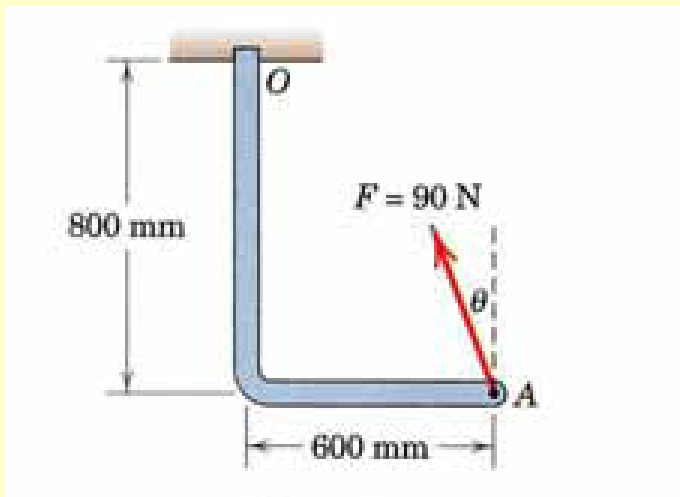






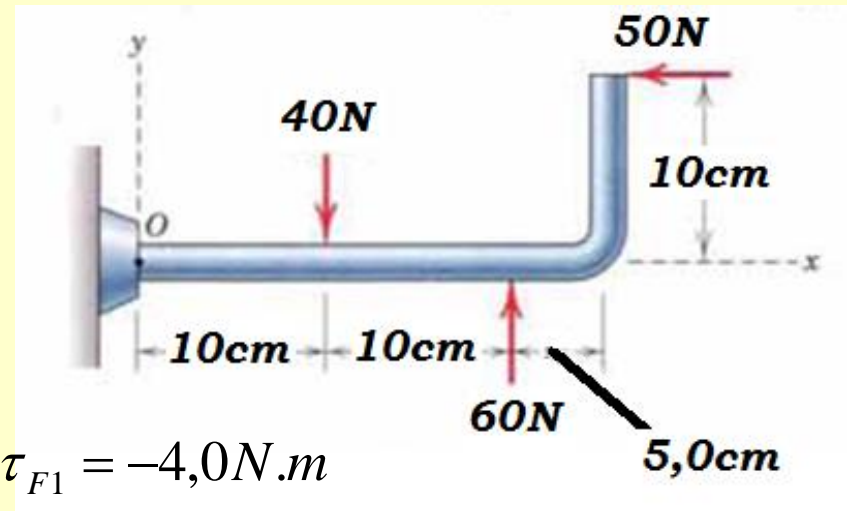
# Exercícios de cálculo de momento de força

- Qual o torque gerado pela força em relação ao ponto O, para  $\theta$  igual a  $25^\circ$ ?



$$\tau_F = 19 \text{ N.m}$$

- Qual o torque que cada uma das forças gera em relação ao ponto O?



$$\tau_{F1} = -4,0 \text{ N.m}$$

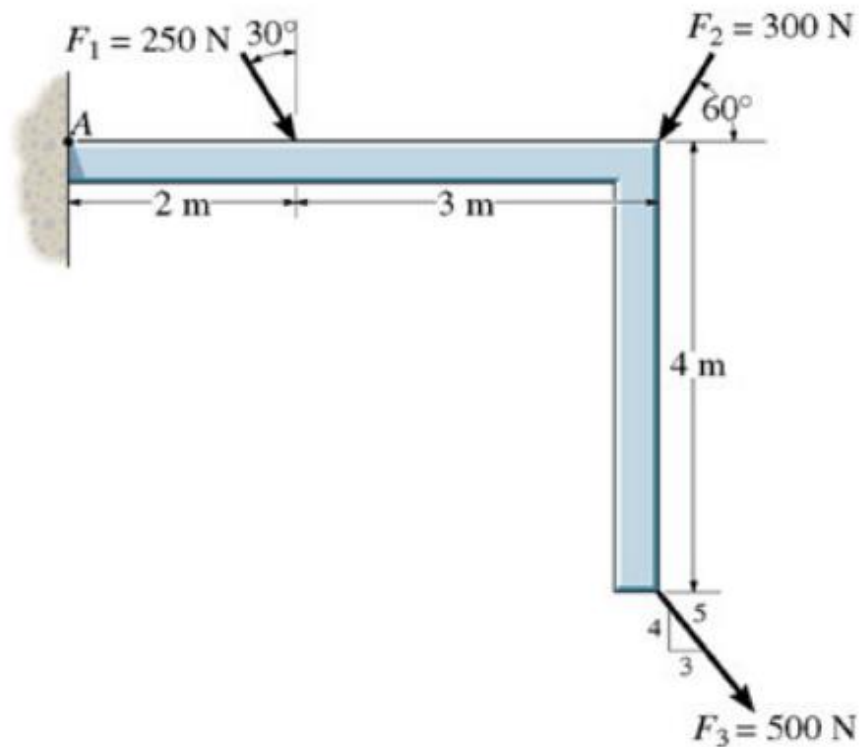
$$\tau_{F2} = 12 \text{ N.m}$$

$$\tau_{F3} = 5,0 \text{ N.m}$$



# Exercícios Propostos

Determine o momento das forças que atuam na estrutura mostrada em relação ao ponto A.





## *Referências*

Fonte: YOUNG & FREEDMAN. Física I. 12<sup>a</sup> ed. São Paulo: Addison Wesley, 2008.

Fonte das figuras: Meriam, J. L. e Kraige, L. G. Dinâmica. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1999.