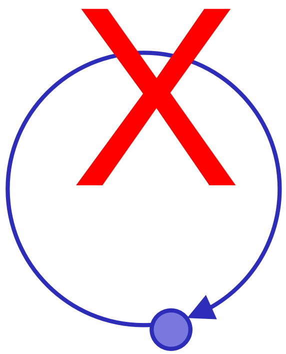
15

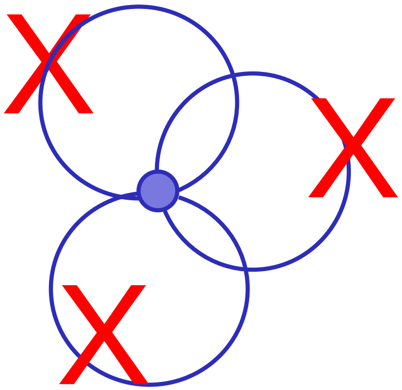
Grafos

Classificação e Forma Matricial

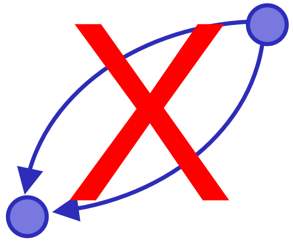
Grafo Simples

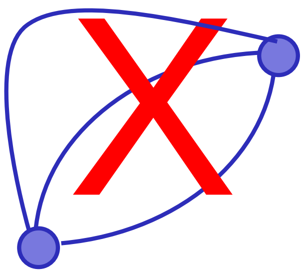
- **Não possui laços (*self-loops*)**



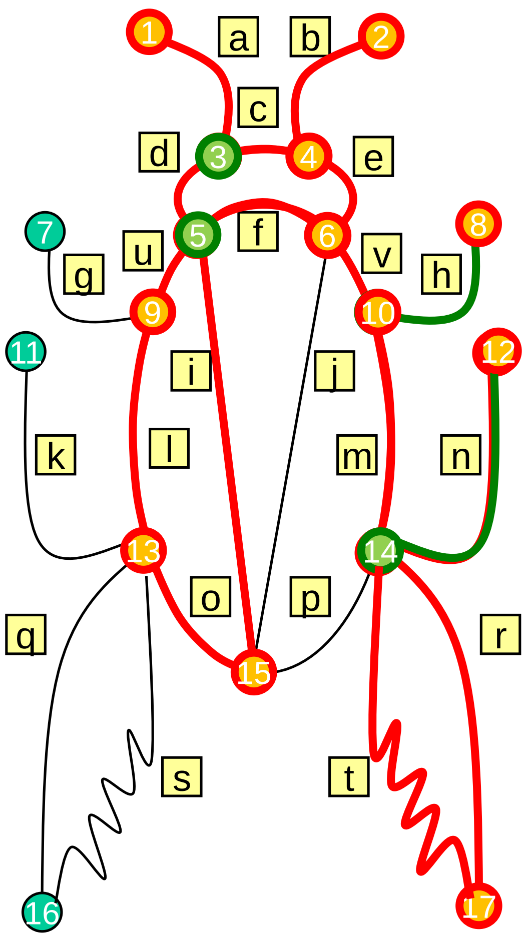


- **Não possui arestas múltiplas**





Passeio (*Walk*)



Sequência não nula, finita e alternada de vértices adjacentes e arestas incidentes.

$W = v_0 e_1 v_1 e_2 v_2 e_3 \ldots e_k v_k$

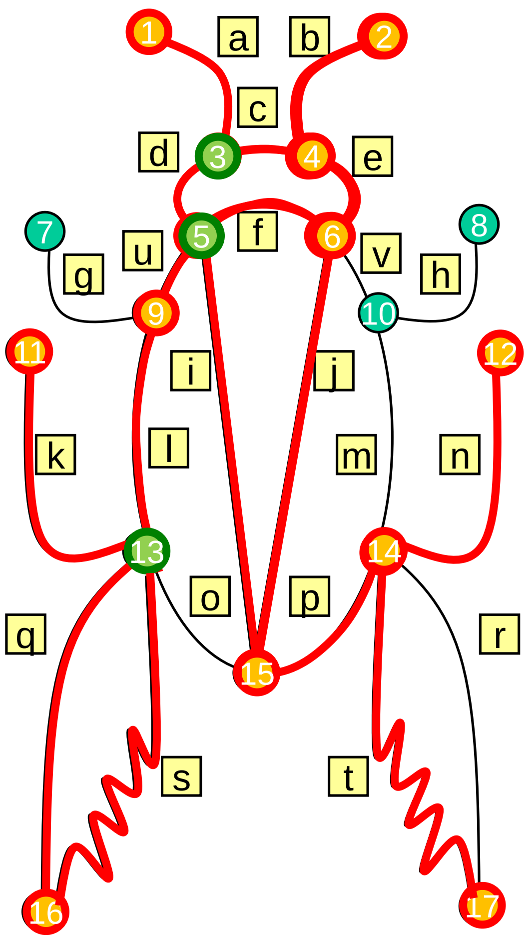
onde:

- $1 \leq k \leq n \ (n \in N)$
- $\psi(e_k) = \{v_{k-1}, v_k\}$

Exemplos:

- Antenas = 1a3c4b2
- Cabeça = 3c4e6f5d3 (fechado)
- W_1 = 14t17r14n12n14m10
- W_2 = 5f6v10h8h10m14
- Asa Esquerda = 5i15o13l9u5 (fechado)
- Patinha Direita Central = 12n14

Trajeto (*Trail*)

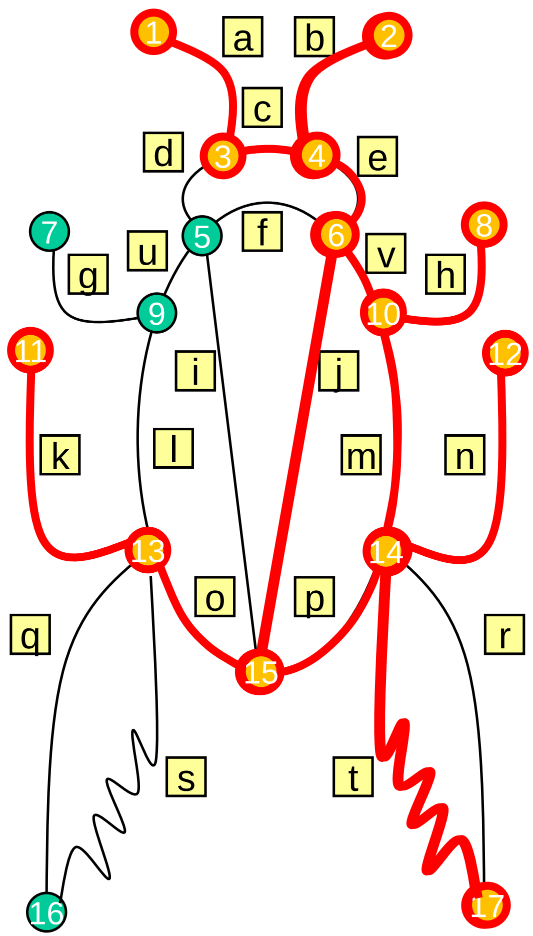


Passeio onde as arestas não se repetem.

Exemplos:

- Antenas = 1a3c4b2
- Cabeça = 3c4e6f5d3 (fechado)
- Patinha Direita Central = 12n14
- T_1 = 2b4e6j15p14t17
- T_2 = 11k13s16q13l9u5i15j6f5

Caminho (*Path*)

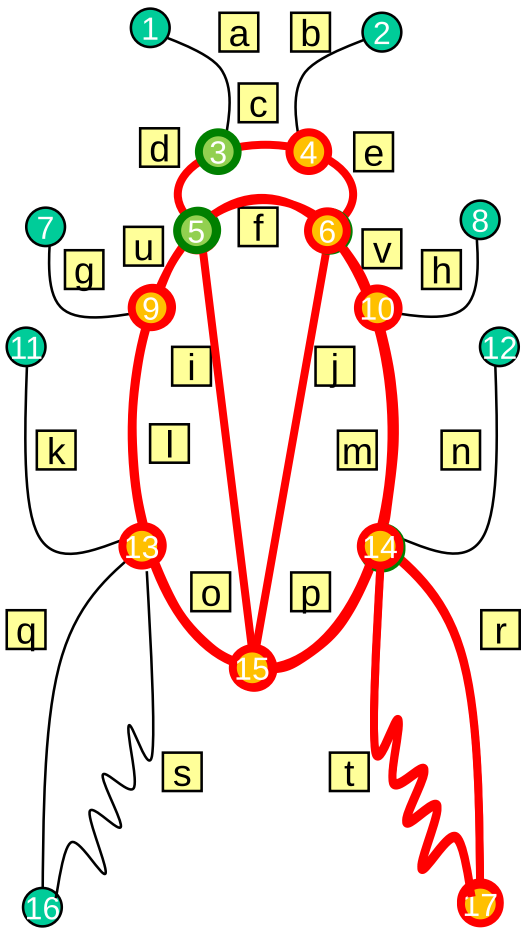


Passeio onde os vértices não se repetem.

Exemplos:

- Antenas = 1a3c4b2
- Patinha Direita Central = 12n14
- P_1 = 11k13o15j6v10m14t17
- P_2 = 2b4e6j15p14t17
- P_3 = 8h10m14

Ciclo (*Cycle*)



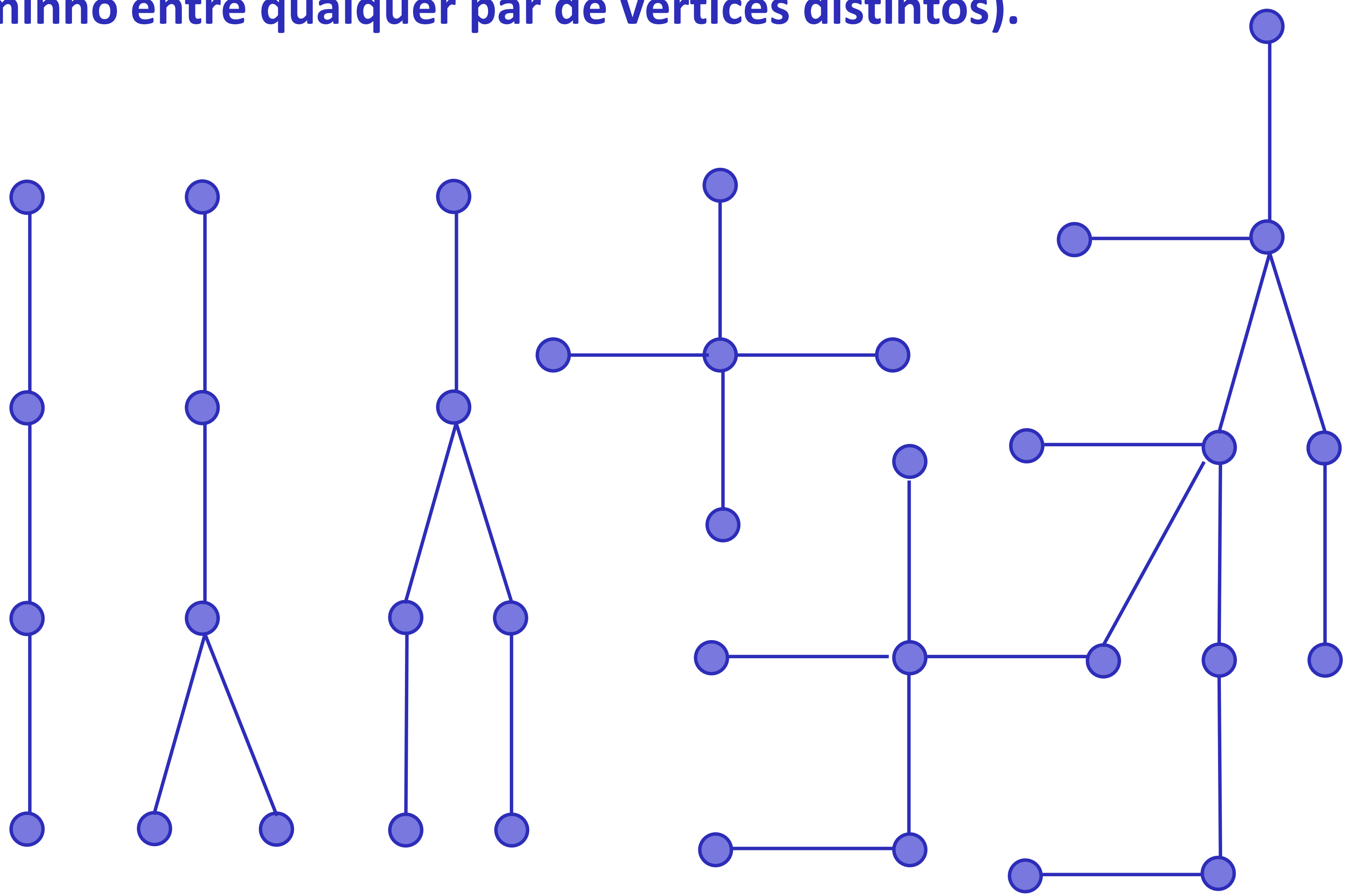
Trajeto fechado (v_0=v_k).

Exemplos:

- Cabeça = 3c4e6f5d3 (fechado)
- Asa Esquerda = 5i15o13l9u5 (fechado)
- Patona Direita = 14t17r14 (fechado)
- C_1 = 6v10m14t17r14p15j6 (fechado)
- Tronco = 5f6v10m14p15o13l9u5 (fechado)

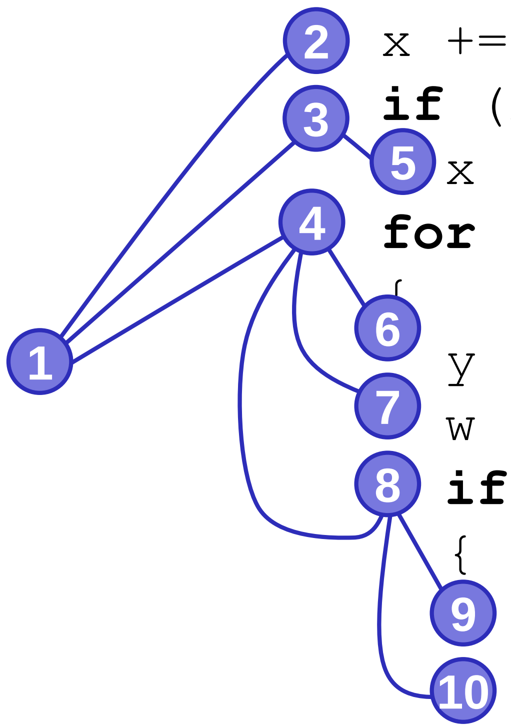
Árvore (*Tree*)

Grafo acíclico (não possui ciclos) e conexo (existe um caminho entre qualquer par de vértices distintos).



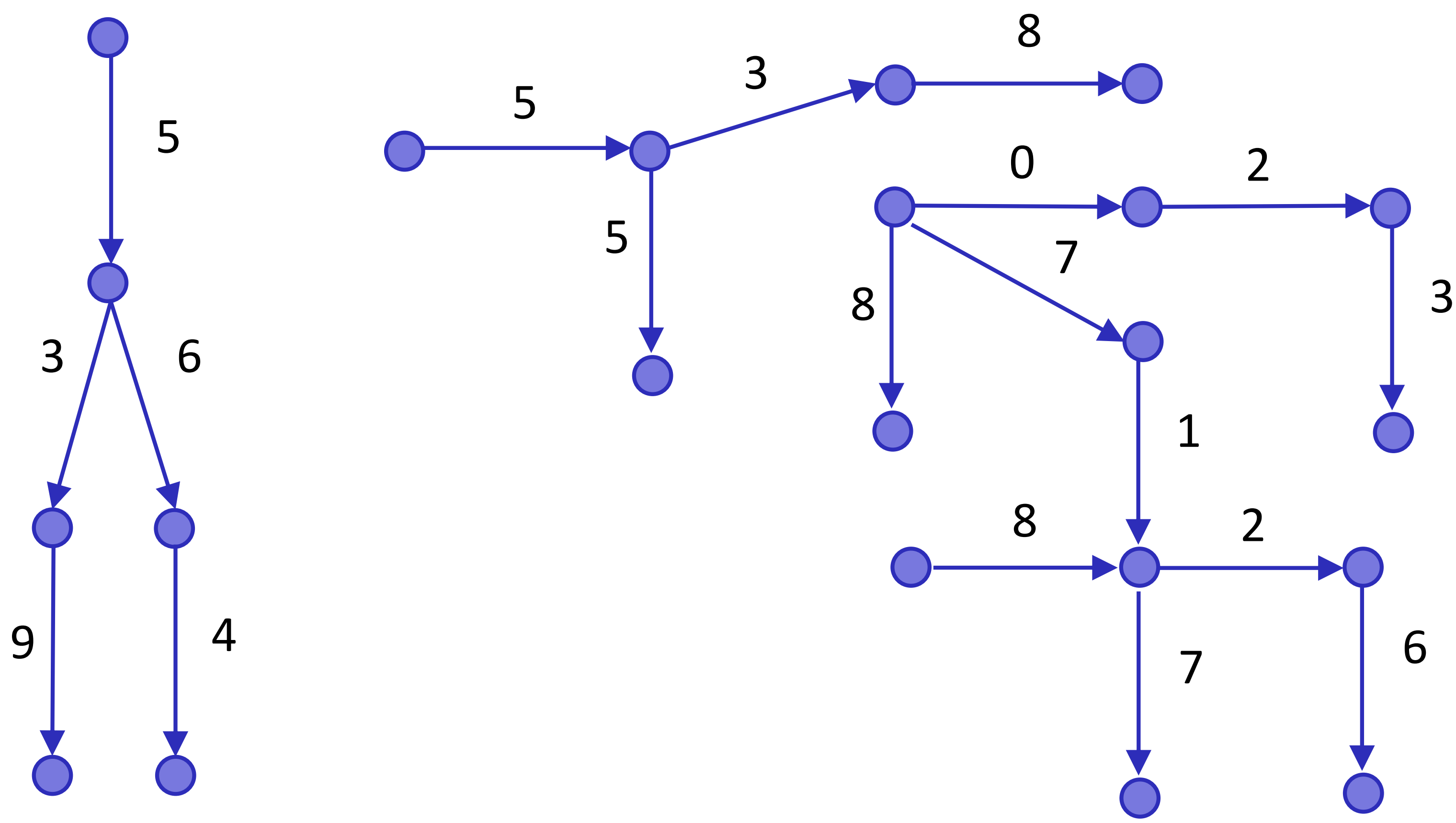
Exemplo

Representação dos níveis de endentação de um trecho de programa em C.




```
x += 1;
if (x > 0)
  x += 2;
for (k=1; k<=x; k++)
{
  y += 3;
  w -= 1;
  if (w < 0)
  {
    y -= 1;
    y += 1;
  };
};
```

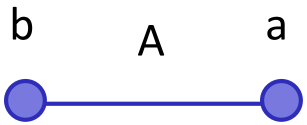
DAG (*Directed Acyclic Graph*)



<u>Redes PERT</u> (*Program Evaluation and Review Technique*)
DAG ponderado onde os arcos representam atividades, os vértices representam o início e o fim das atividade e os pesos representam intervalos de tempo.

Vértices Adjacentes

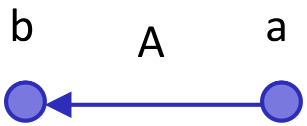
Grafo



o vértice a é adjacente ao vértice b

o vértice b é adjacente ao vértice a

Dígrafo



o vértice a **NÃO** é adjacente ao vértice b

o vértice b é adjacente ao vértice a

Representações

- representação analítica;
- representação gráfica;
- como armazenar no computador?

$\Psi(A) = \{a, b\}$

$\Psi(B) = \{b, c\}$

$\Psi(C) = \{c, c\}$

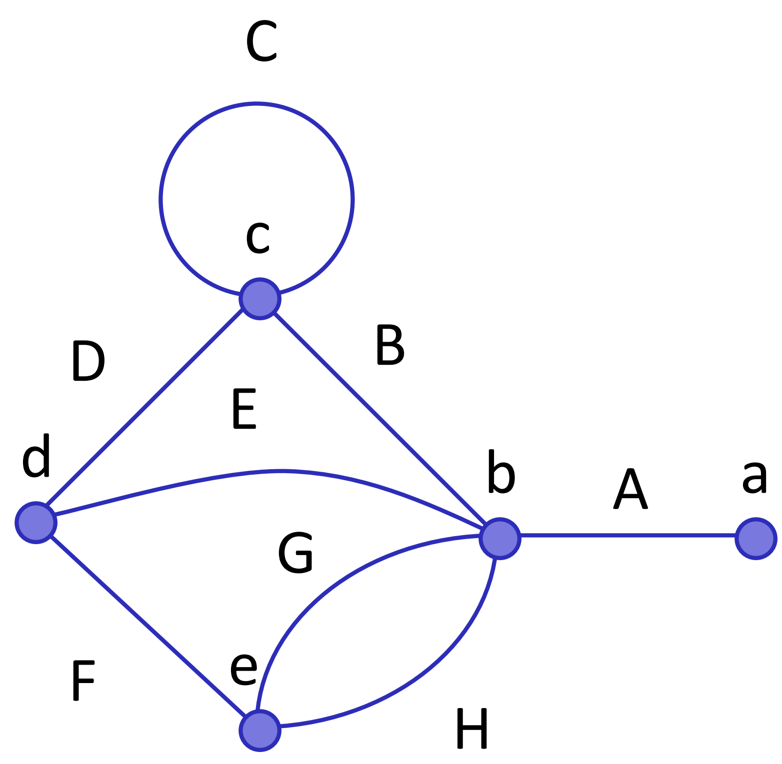
$\Psi(D) = \{c, d\}$

$\Psi(E) = \{b, d\}$

$\Psi(F) = \{d, e\}$

$\Psi(G) = \{b, e\}$

$\Psi(H) = \{b, e\}$



Grafo e Matriz de Adjacências

- Cada elemento da matriz é a **quantidade** de arestas que vão do vértice **i** ao vértice **j** e vice-versa (são adjacentes)
  - Ψ(A) = {a, b}
  - Ψ(B) = {b, c}
  - Ψ(C) = {c, c}
  - Ψ(D) = {c, d}
  - Ψ(E) = {b, d}
  - Ψ(F) = {d, e}
  - Ψ(G) = {b, e}
  - Ψ(H) = {b, e}

Simétrica

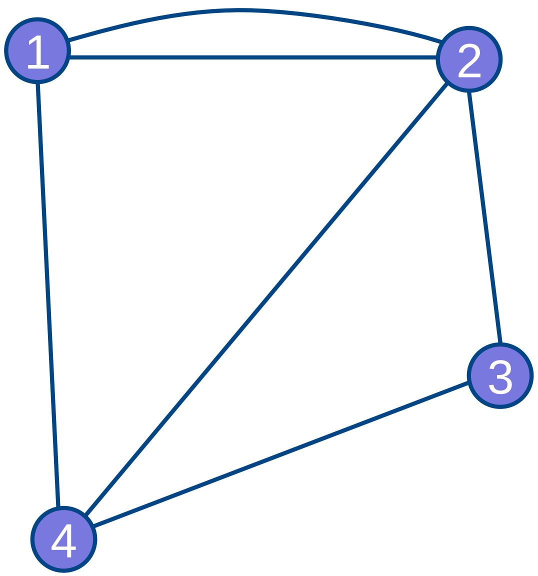
para j

de i

	a	b	c	d	e
a	0	1	0	0	0
b	1	0	1	1	2
c	0	1	1	1	0
d	0	1	1	0	1
e	0	2	0	1	0

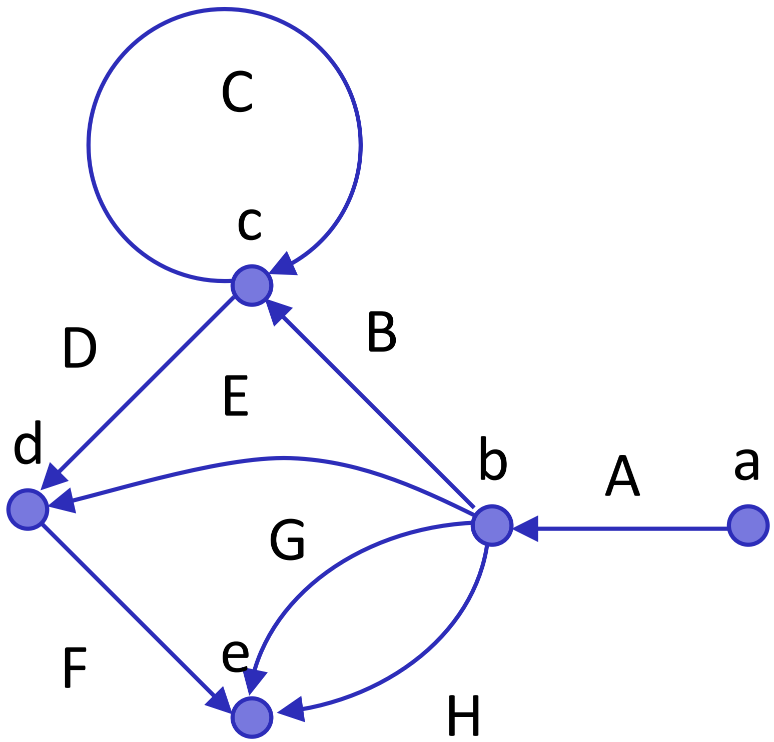
Exercício

Escreva a matriz de adjacência para o grafo seguinte.



Dígrafo e Matriz de Adjacências

- cada elemento da matriz é a **quantidade** de arestas que vão do vértice **i** ao vértice **j** (o **j** é adjacente ao **i**)



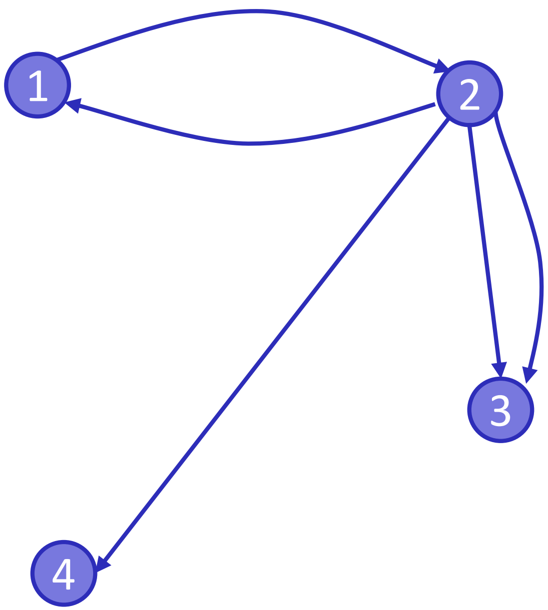
Atenção!

para j

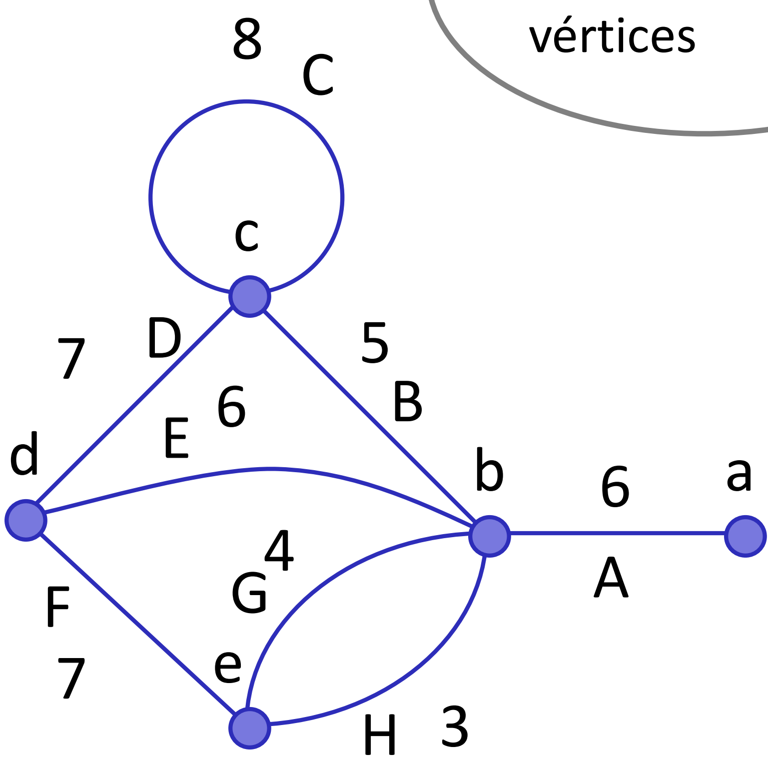
de i →

	a	b	c	d	e
a	0	1	0	0	0
b	0	0	1	1	2
c	0	0	1	1	0
d	0	0	0	0	1
e	0	0	0	0	0

Escreva a matriz de adjacência para o dígrafo seguinte.



Rede e Matriz de Adjacências e de Pesos



Quantidade de arestas entre vértices

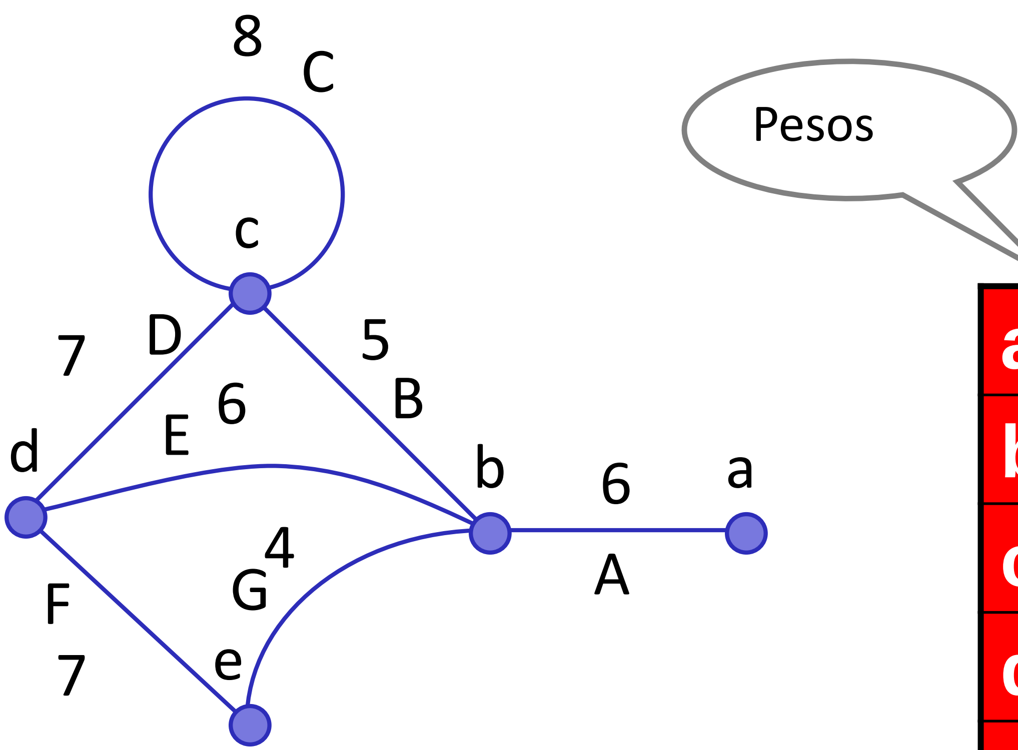
Peso das arestas

	a	b	c	d	e
a	0	1	0	0	0
b	1	0	1	1	2
c	0	1	1	1	0
d	0	1	1	0	1
e	0	2	0	1	0

A	6
B	5
C	8
D	7
E	6
F	7
G	4
H	3

Rede e Matriz de Pesos

Somente para grafos sem arestas múltiplas.



	a	b	c	d	e
a	0	6	0	0	0
b	6	0	5	6	4
c	0	5	8	7	0
d	0	6	7	0	7
e	0	4	0	7	0

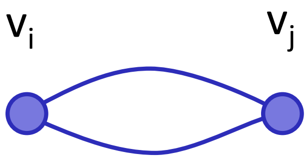
Matriz de Adjacências – Operações Primitivas com Arcos

		i		j	
	0	0	0	0	0
i	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0
j	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0

Ligar(v_i, v_j)

		i		j	
	0	0	0	0	0
i	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	0
j	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0

Matriz de Adjacências – Operações Primitivas com Arcos



		i		j	
	0	0	0	0	0
i	0	0	0	2	0
	0	0	0	0	0
j	0	2	0	0	0
	0	0	0	0	0

Remover(v_i, v_j)

		i		j	
	0	0	0	0	0
i	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	0
j	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0

Matriz de Adjacências – Operações Primitivas com Arcos

		i		j	
	0	0	0	0	0
i	0	0	0	1	0
	0	0	0	0	0
j	0	1	0	0	0
	0	0	0	0	0

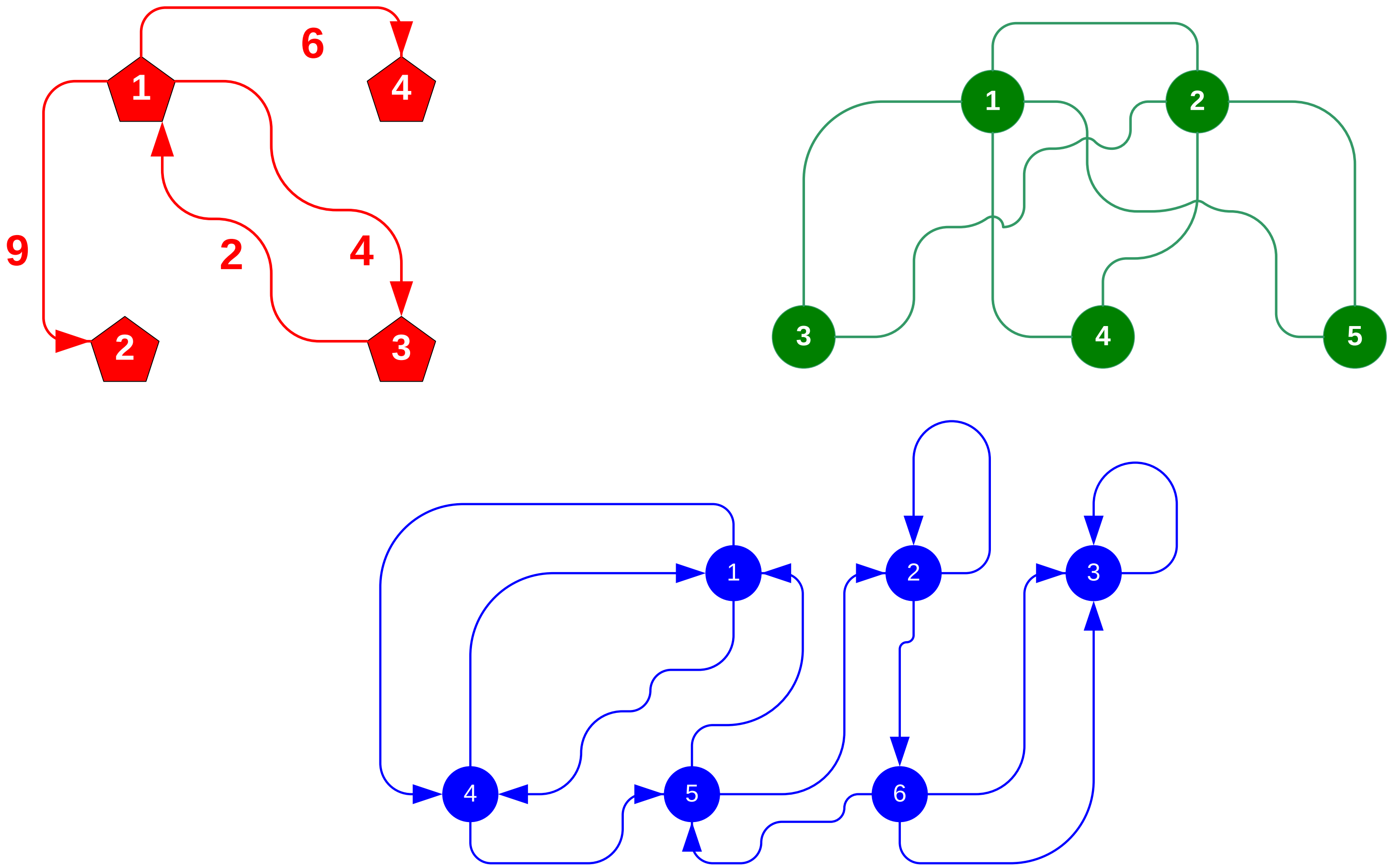
Adjacente(v_i, v_j) → True

		i		j	
	0	0	0	0	0
i	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0
j	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0

Adjacente(v_i, v_j) → False

Exercício

Escreva a matriz de adjacências dos grafos a seguir.



Exercício

Esboce os grafos a partir da matriz de pesos.

	ta	te	ti	to	tu
ta	0	2	1	2	0
te	1	2	0	0	0
ti	3	0	1	0	2
to	0	0	3	0	1
tu	2	0	3	0	2

	l	u	c	a
l	0	2	1	2
u	2	2	0	0
c	1	0	1	3
a	2	0	3	0

	v	i	l	m	a
v	1	1	1	2	0
i	1	2	0	3	1
l	3	1	2	0	1
m	0	1	2	0	1
a	2	0	1	0	1