MAUÁ

Vetores

TEORIA - AULA A2

Física I

Competências que você irá desenvolver nesta aula

- Identificar grandezas escalares e vetoriais
- Representar vetores no plano cartesiano
- Fazer projeção de vetores
- Realizar operações básicas com vetores

Grandezas vetoriais e escalares

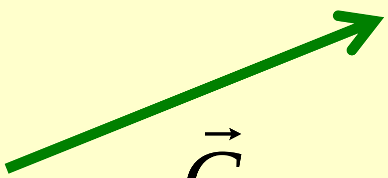
GRANDEZA ESCALAR

Determinada apenas pela intensidade, valor numérico, e uma unidade de medida previamente estabelecida, interpretada como a escala de medida desta grandeza.

$$G = N(G).U(G)$$

GRANDEZAS VETORIAIS

Além da intensidade e grandeza, necessita de direção e sentido. Representada geometricamente por um segmento de reta orientado denominado vetor.



$$\vec{G}$$

$$\vec{G} = (x; y; z).U(G)$$

Grandezas vetoriais e escalares

GRANDEZAS ESCALARES

Massa	Pressão
Tempo	Densidade

Exemplo
Corpo de massa 5,0 kg.

Informação sobre a grandeza fica completamente definida

GRANDEZAS VETORIAIS

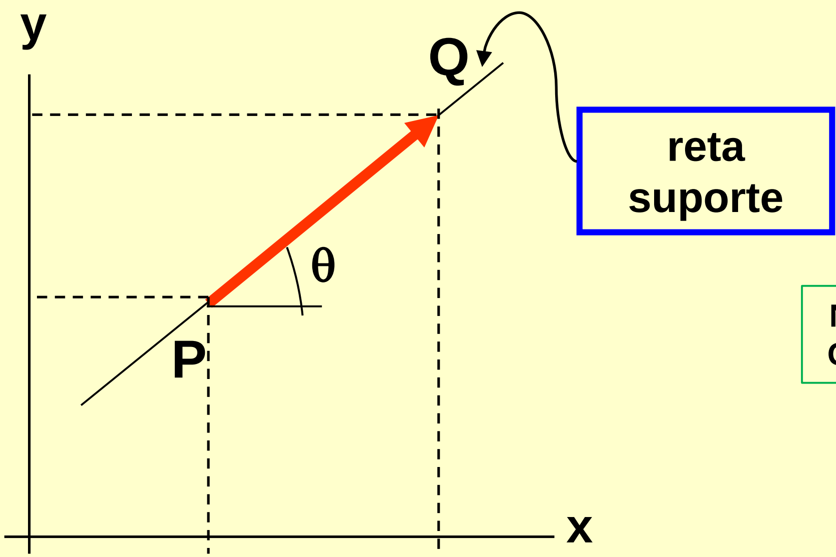
Deslocamento	Força
Velocidade	Aceleração

Exemplo
Deslocamento de 5,0 m.

Falta a informação:
<u>Para onde acontece o deslocamento?</u>

Definição de vetores

Vetor, segmento orientado de origem no ponto P e extremidade no ponto Q.



Notação de Grassmann

NOTAÇÃO	
VETOR	**MÓDULO**
$\vec{A}$	A
$(Q-P)$	$\lvert Q-P \rvert$
$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$	$\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
$a\cdot\vec{i}+b\cdot\vec{j}+c\cdot\vec{k}$	$\sqrt{a^2+b^2+c^2}$

Definição de vetores

NORMA (MÓDULO) DO VETOR

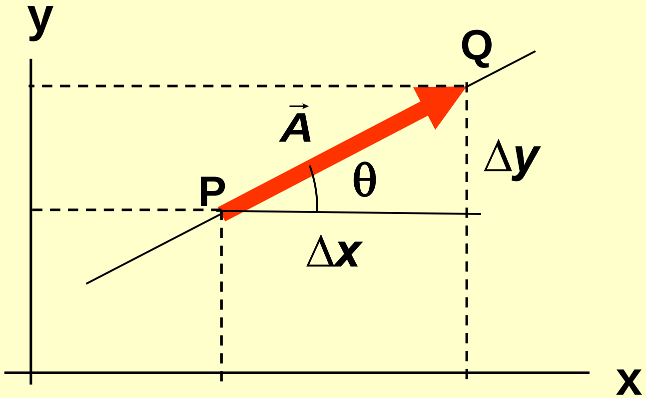
Obtido calculando-se a distância entre a origem do vetor (ponto P) e a extremidade (ponto Q)

$$\left|\vec{A}\right| = \left|\overrightarrow{PQ}\right| = \left|Q - P\right| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}$$

$$\left|\vec{A}\right| = \left|\overrightarrow{PQ}\right| = \left|Q - P\right| = \sqrt{(x_Q - x_P)^2 + (y_Q - y_P)^2}$$

DIREÇÃO DO VETOR

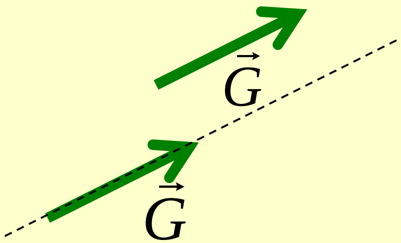
Definida pelo valor da inclinação da reta suporte (ângulo θ).



$$\theta = arc\,tg\left(\frac{\Delta y}{\Delta x}\right)$$

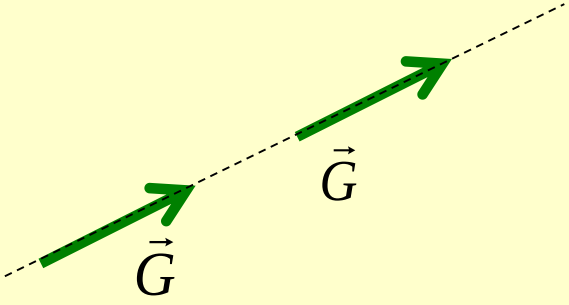
Vetor livre, vetor deslizante e vetor fixo

VETOR LIVRE – *Origem pode ser arbitrariamente deslocada a qualquer ponto do espaço.*



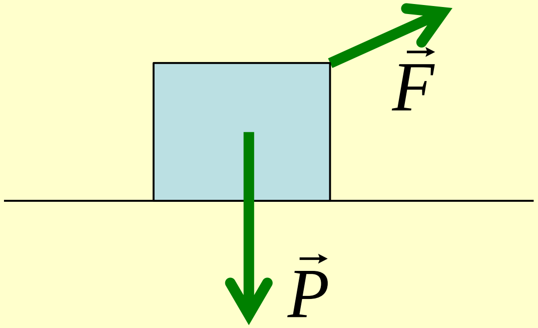
- *Exemplo: vetor deslocamento de um corpo que se move sem rotação*

VETOR DESLIZANTE - *Ponto de aplicação do vetor pode ser deslocado sobre a reta que o suporta.*



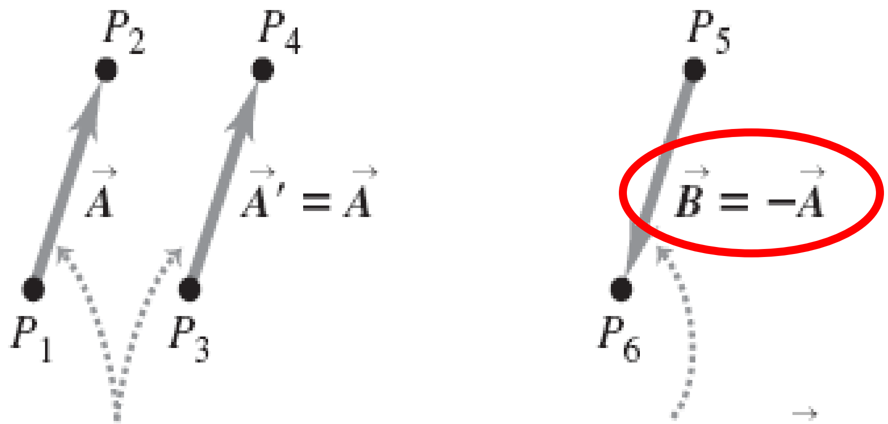
- *Exemplo: vetor força atuando sobre um corpo. Nestas condições, os efeitos permanecem inalterados ao longo da linha de ação da força.*

VETOR FIXO - *Ponto de aplicação ou origem é um ponto específico do espaço.*



- *Exemplo: ação de uma força aplicada sobre um corpo deformável.*

Sentido de vetores



Os deslocamentos de $\vec{A}$ e $\vec{A}'$, são iguais porque possuem o mesmo comprimento e direção.

O deslocamento $\vec{B}$ possui o mesmo módulo de $\vec{A}$, mas <u>direção</u> oposta; $\vec{B}$ é o negativo de $\vec{A}$.

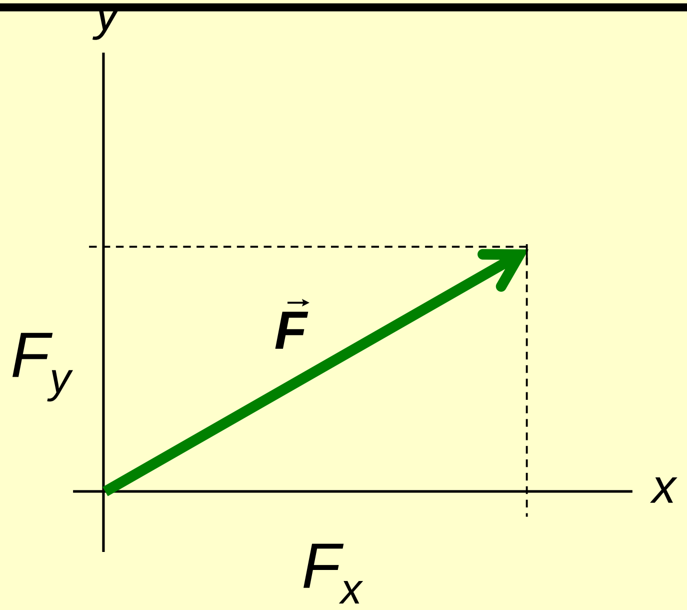
Sentido!

Figura 1.10 O significado de vetores que possuem o mesmo módulo e a mesma direção ou direção oposta.

Fonte: YOUNG & FREEDMAN. 2008 – p. 11.

Representação Cartesiana

$$\vec{F} \Leftrightarrow (F_x ; F_y)$$



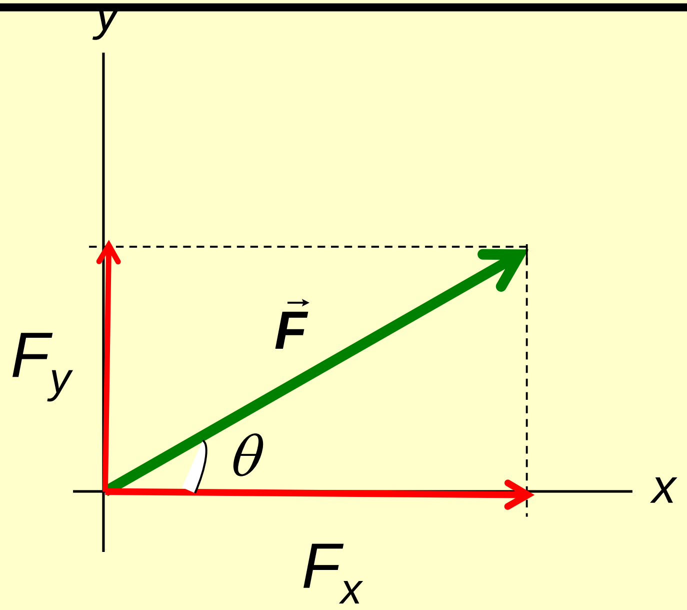
1. Fx e Fy são grandezas escalares, interpretadas como componentes cartesianos do vetor

2. Geometricamente, os componentes Fx e Fy são, respectivamente, as projeções do vetor força nas direções dos eixos x e y.

Projeção de Vetores

Os vetores componentes de F

$$\vec{F} \Leftrightarrow (F_x ; F_y)$$



Os Componentes do Vetor F

$$F_x = F\cos\theta$$

$$F_y = F sen\theta$$

Projeção de vetores

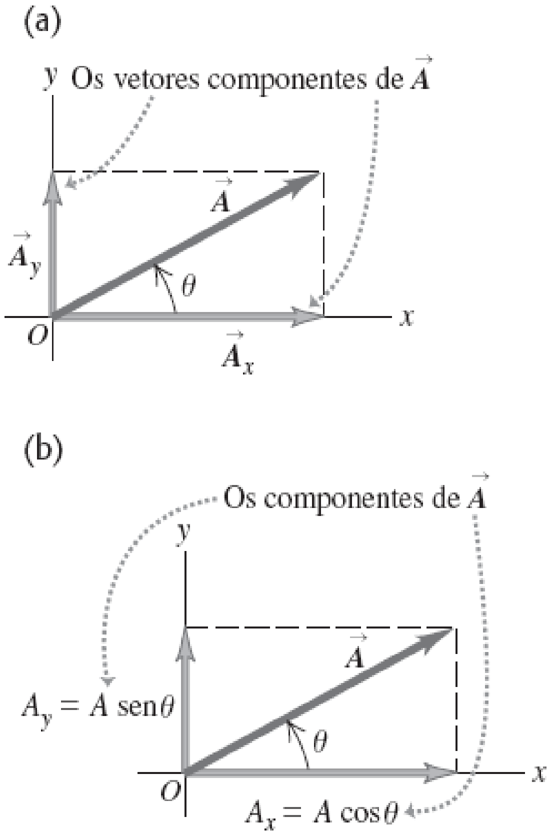


Figura 1.17 Representamos um vetor $\vec{A}$ em termos de (a) os vetores dos componentes $\vec{A}_x$ e $\vec{A}_y$ e (b) os componentes A_x e A_y (que neste caso são positivos).

$$A_x = A\cos\theta$$

$$A_y = A\,sen\,\theta$$

Fonte: YOUNG & FREEDMAN. 2008. p.15

Projeção de vetores

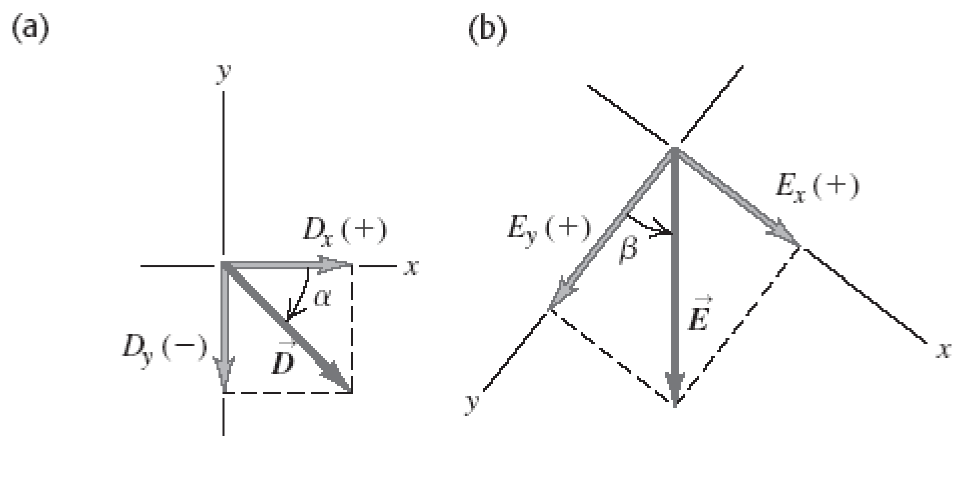


Figura 1.19 Cálculo dos componentes *x* e *y* de vetores.

Fonte: YOUNG & FREEDMAN. 2008. p.16.

$$E_x = E\,\mathrm{sen}\beta$$

$$E_y = E\cos\beta$$

$$D_x = D\cos\alpha$$

$$D_y = -D sen\alpha$$

Usamos cosseno quando o cateto à ser calculado é adjacente ao ângulo e usamos seno quando o cateto é oposto

Sinais dos componentes das forças em sistemas bidimensionais: representação cartesiana

Quadrante	*Componente x*	*Componente y*
I	+	+
II	-	+
III	-	-
IV	+	-

Projeção de vetores

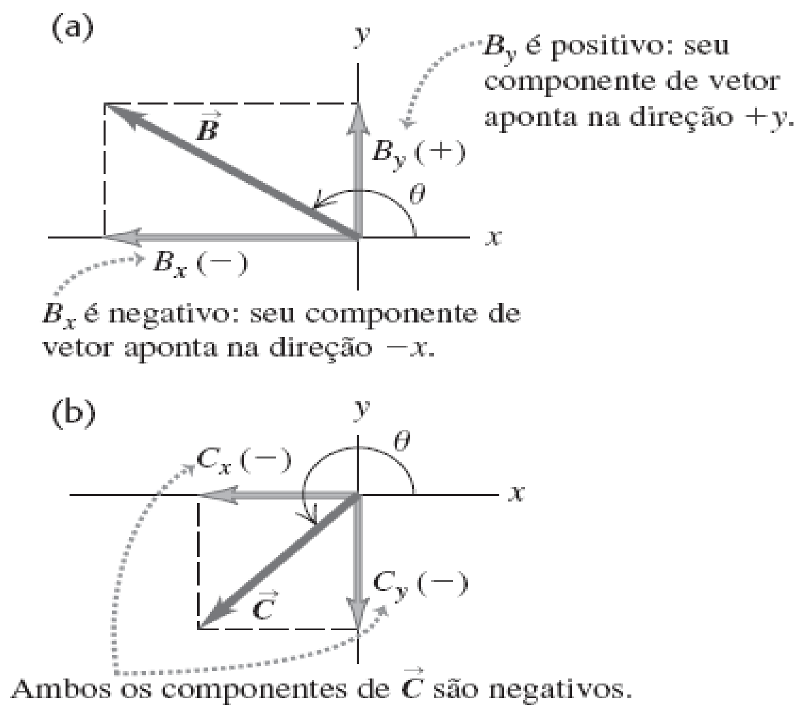


Figura 1.18 Os componentes de um vetor podem ser números positivos ou negativos.

Fonte: YOUNG & FREEDMAN. 2008. p. 15.

$$B_x = B\cos\theta$$

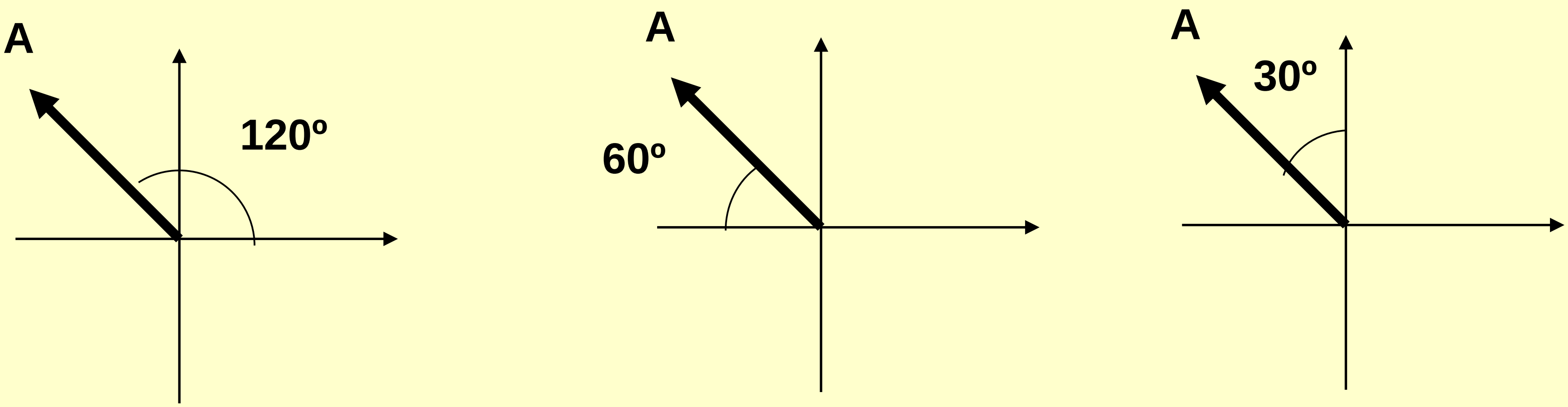
$$B_y = B\,sen\,\theta$$

$$C_x = C\cos\theta$$

$$C_y = C\,sen\,\theta$$

Quando usamos o ângulo à partir do eixo x+ as componentes já serão calculadas com o sinal correto

Projeção de vetores



$$A_x = A\cos(120^o) = -A\cos(60^o) = -Asen(30^o)$$

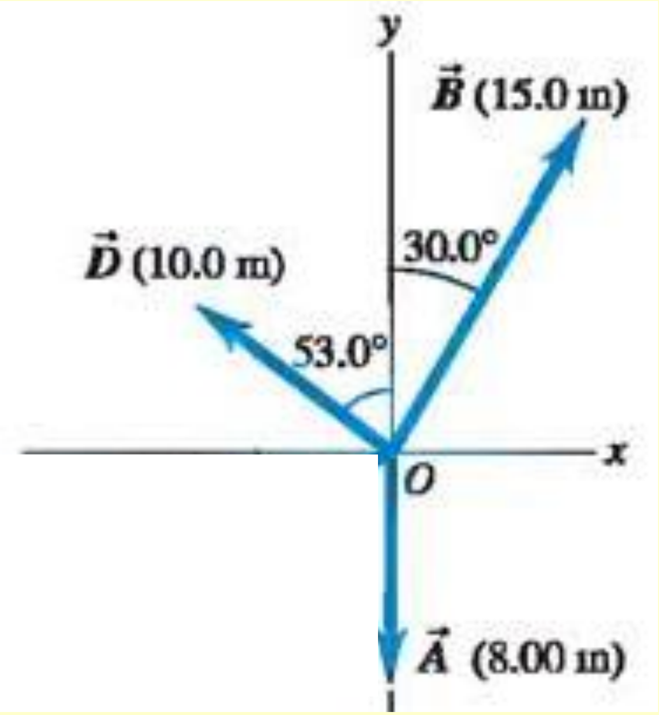
$$A_y = Asen(120^o) = Asen(60^o) = A\cos(30^o)$$

Quando usamos o ângulo à partir do eixo x+ as componentes já serão calculadas com o sinal correto

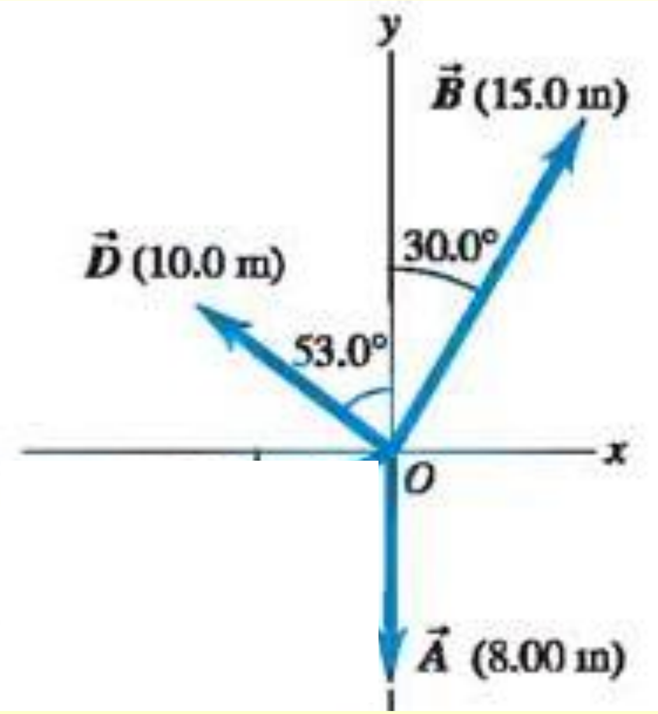
Quando usamos o ângulo à partir de outro eixo temos que fazer o ajuste do sinal conforme o quadrante em que o vetor se encontra e usar cosseno ou seno conforme o ângulo desejado

Exercício 1.35:

Determine os componentes x e y dos vetores $\vec{A}, \vec{B}$ ***e*** $\vec{D}$ ***indicados na figura.***



Exercício 1.35 – Componentes



$$A_x = 0m$$
$$A_y = -8{,}0m$$

$$\boxed{\vec{A} = (0;-8{,}0)m}$$

$$B_x = Bsen(30^o) = (15{,}0)sen(30^o) = 7{,}5m$$
$$B_y = B\cos(30^o) = (15{,}0)\cos(30^o) = 13m$$

Ângulo dado:

$$D_x = -Dsen(53^o) = -(10{,}0)sen(53^o) = -8{,}0m$$
$$D_y = D\cos(53^o) = (10{,}0)\cos(53^o) = 6{,}0m$$

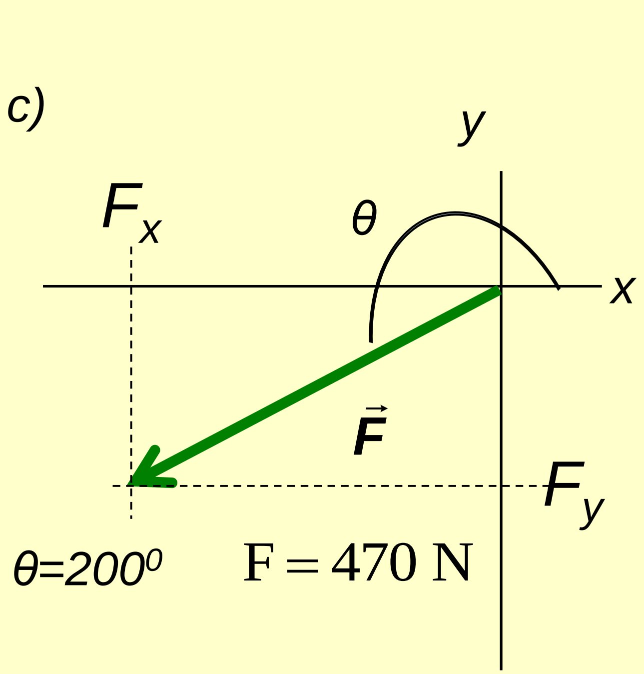
Obs: Ângulo com 2 A.S

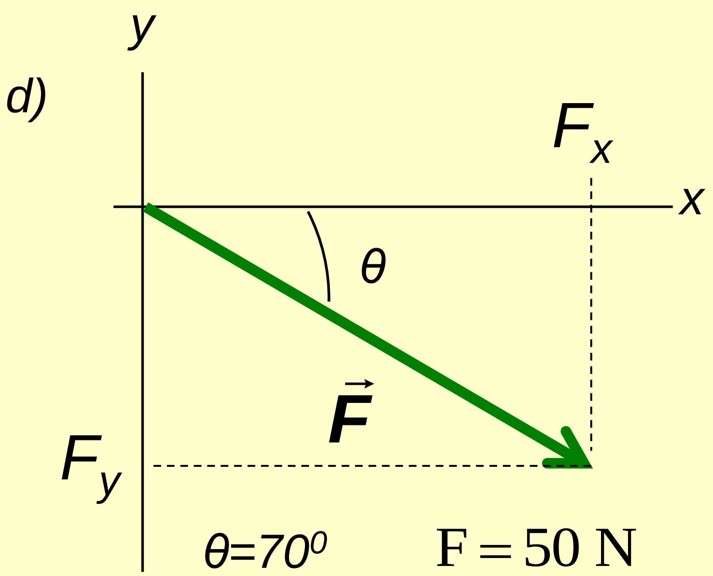
Ângulo a partir do eixo Ox positivo:

$$D_x = (10{,}0)\cos(90^o + 53^o) = (10{,}0)\cos(143^o) = -7{,}99m$$
$$D_y = (10{,}0)sen(90^o + 53^o) = (10{,}0)sen(143^o) = 6{,}02m$$

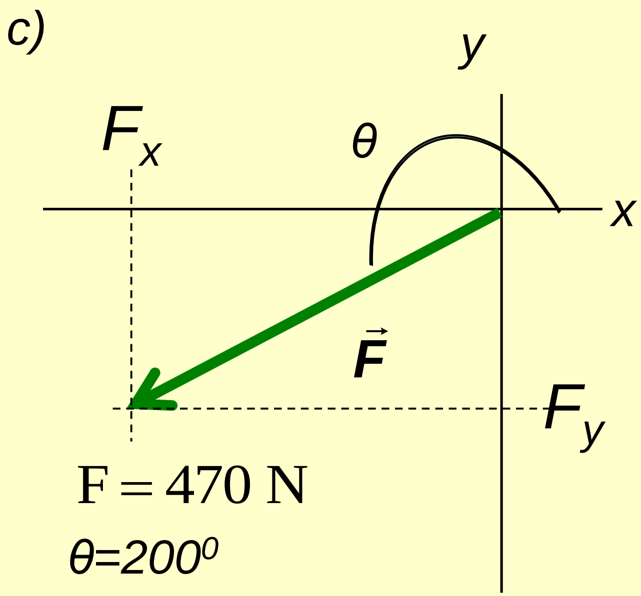
Obs: Ângulo com 3 A.S

Exemplo: Determine os componentes das forças indicadas nas figuras

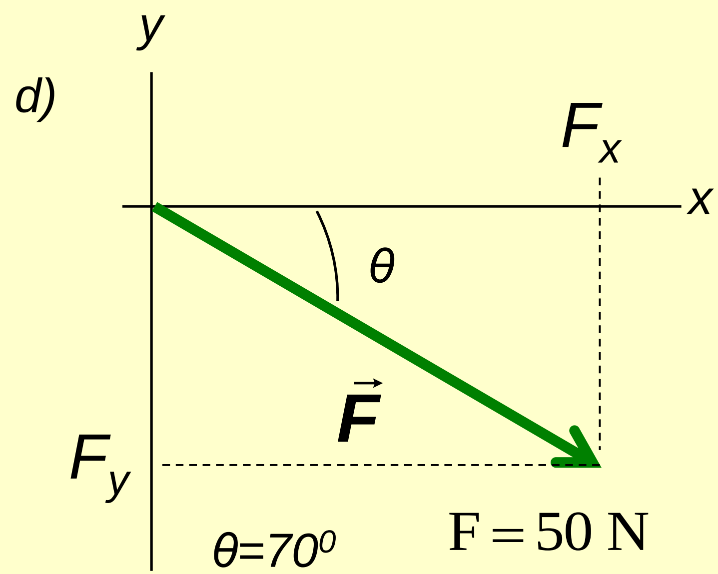




Exemplo: Determine os componentes das forças indicadas nas figuras



$F_x = -442\ \mathrm{N}$ $\quad$ $F_y = -161\ \mathrm{N}$



$F_x = 17\ \mathrm{N}$ $\quad$ $F_y = -47\ \mathrm{N}$

Soma vetorial – Método dos componentes
Base de versores i, j e k

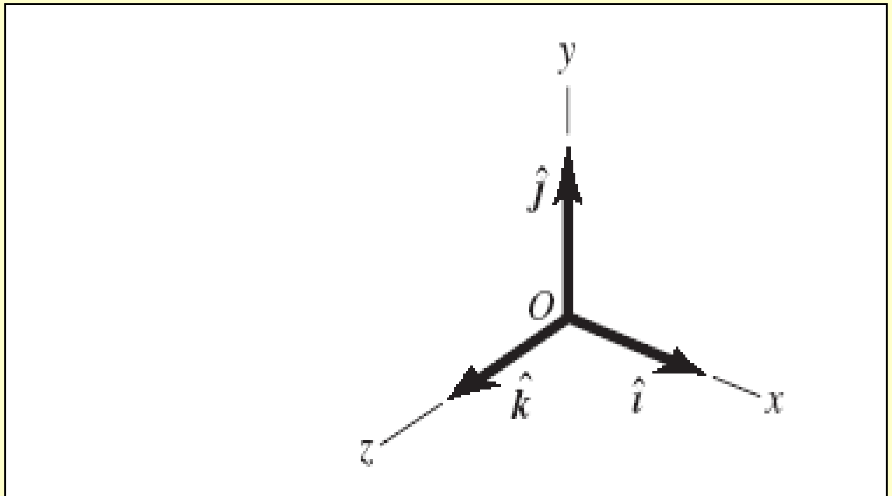


Figura 1.24 Os vetores unitários $\hat{\imath}$, $\hat{\jmath}$, e $\hat{k}$.

Fonte: YOUNG & FREEDMAN. 2008. p .20.

$$\vec{i} = (1;0;0)$$

$$\vec{j} = (0;1;0)$$

$$\vec{k} = (0;0;1)$$

Soma vetorial – Método dos componentes
Base Cartesiana no plano R^2

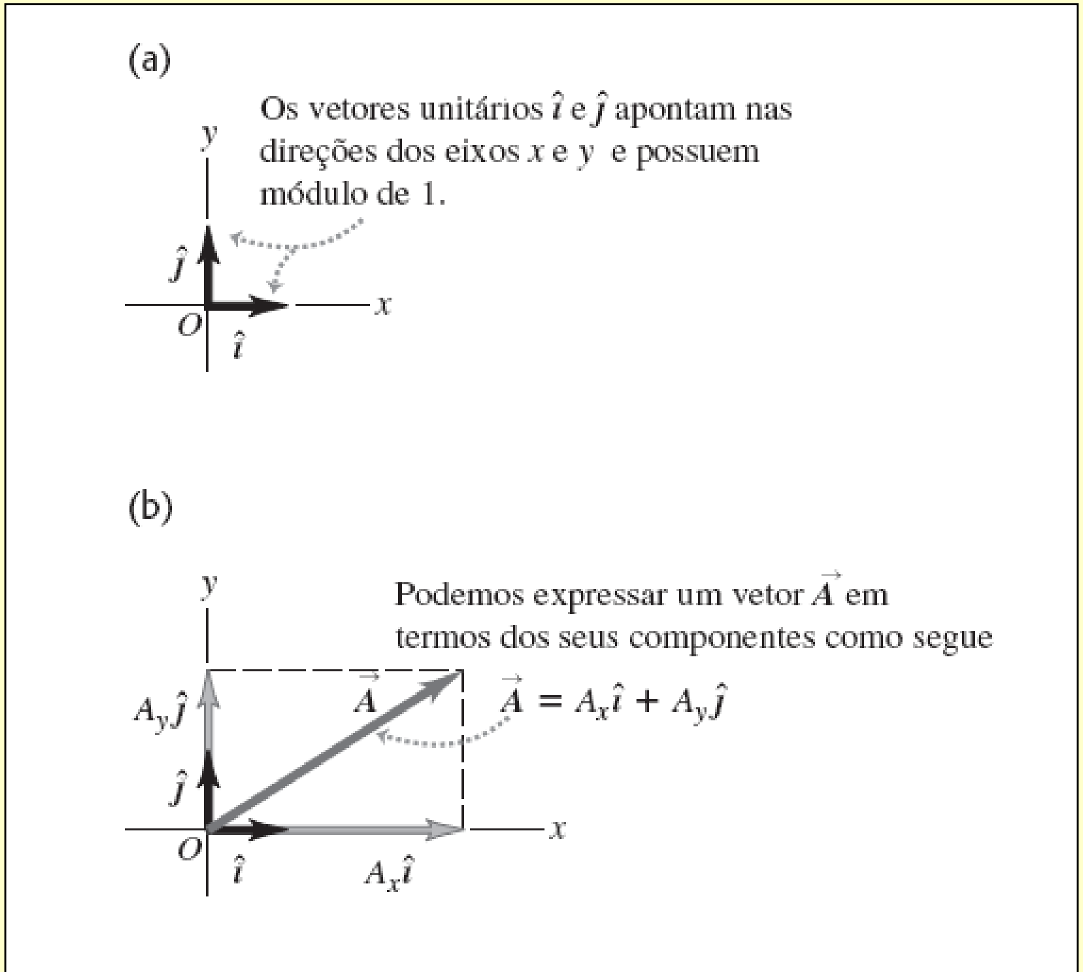


Figura 1.23 (a) Os vetores unitários $\hat{\imath}$ e $\hat{\jmath}$. (b) Podemos expressar um vetor $\vec{A}$ em termos dos seus componentes.

$$\vec{i} = (1;0)$$

$$\vec{j} = (0;1)$$

$$A_x = \left|\vec{A}\right| \cos\theta$$

$$A_y = \left|\vec{A}\right| \operatorname{sen}\theta$$

$$\boxed{\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j}}$$

Fonte: YOUNG & FREEDMAN. 2008. p.19.

Soma vetorial: Método Algébrico

Sejam os vetores

$$\vec{A} = A_x\vec{i} + A_y\vec{j}$$

$$\vec{B} = B_x\vec{i} + B_y\vec{j}$$

e o vetor soma é dado por $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$

O módulo e a direção do vetor soma são:

$$R_x = A_x + B_x$$

$$R_y = A_y + B_y$$

$$\boxed{|\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}}$$

$$\boxed{\theta = arctg\ (\frac{R_y}{R_x})}$$

Soma vetorial – Comparação Método dos Componentes x Método geométrico

Observando as componentes

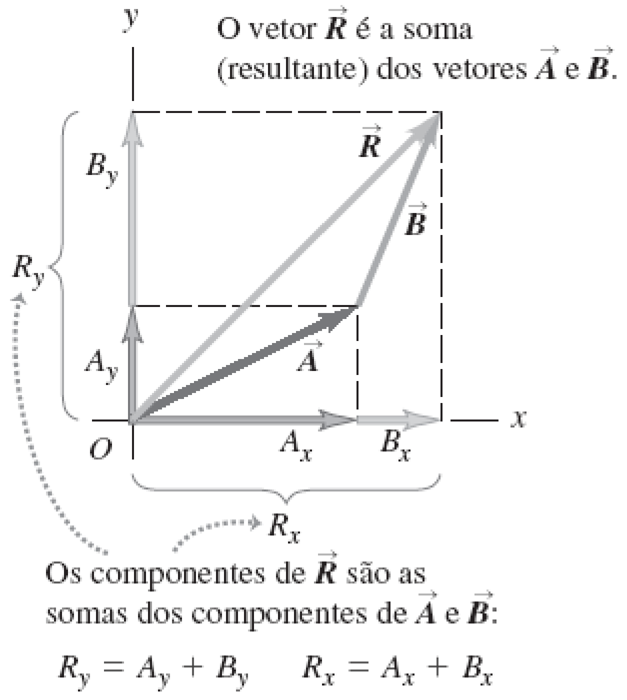
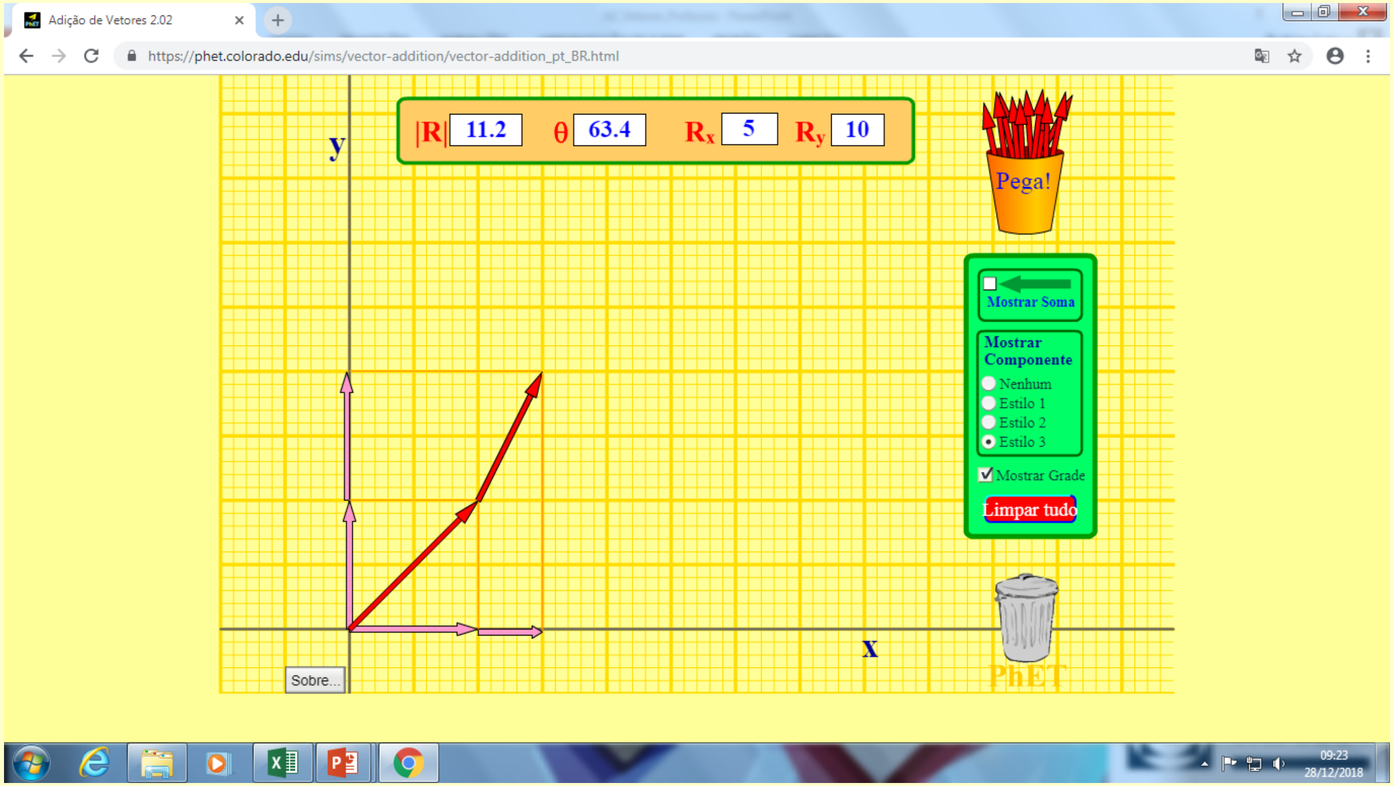


Figura 1.21 Como determinar a soma (resultante) dos vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ usando componentes.

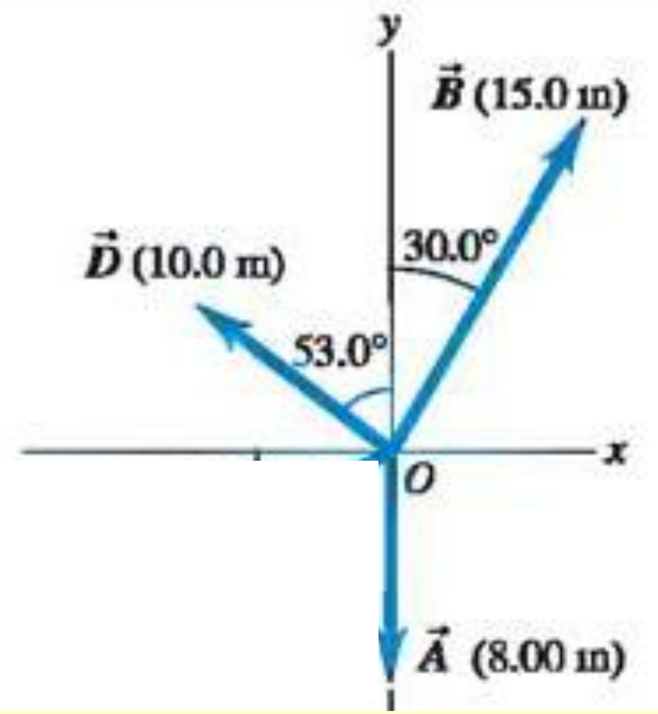
Fonte: YOUNG & FREEDMAN. 2008. p.15

Simulador PHET

https://phet.colorado.edu/sims/vector-addition/vector-addition_pt_BR.html



Exercício 1.35 – Componentes



$$\boxed{\vec{A} = 0{,}0\vec{i} - 8{,}0\vec{j}m}$$

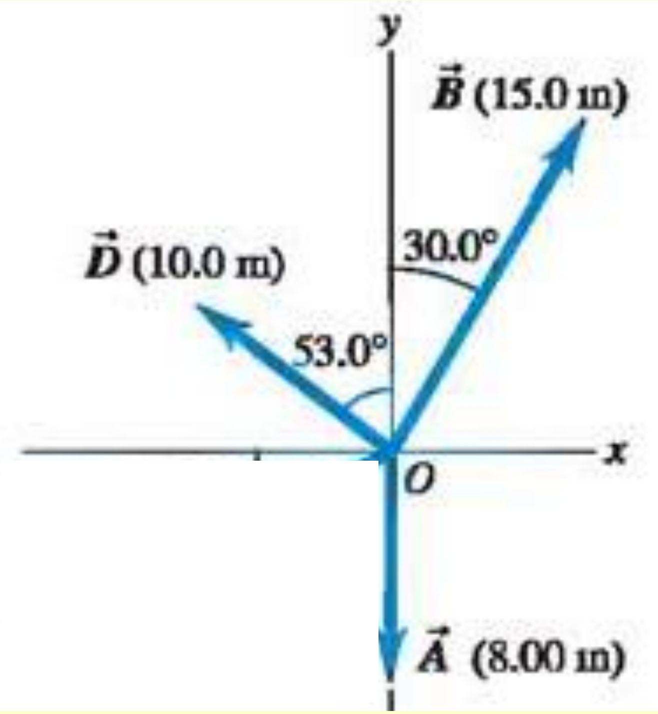
$$\boxed{\vec{B} = 7{,}5\vec{i} + 13\vec{j}m}$$

$$\boxed{\vec{D} = -8{,}0\vec{i} + 6{,}0\vec{j}m}$$

$$\vec{A} + \vec{D} =$$

$$\vec{A} - \vec{D} =$$

Exercício 1.35 – Componentes



$$\vec{A} = 0{,}0\vec{i} - 8{,}0\vec{j}m$$

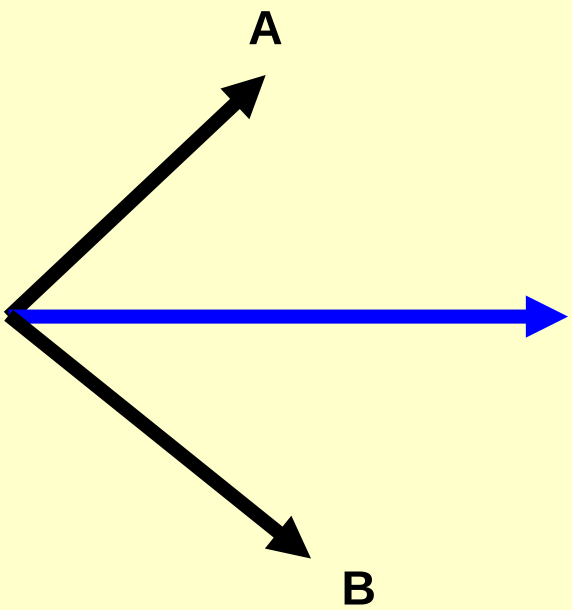
$$\vec{B} = 7{,}5\vec{i} + 13\vec{j}m$$

$$\vec{D} = -8{,}0\vec{i} + 6{,}0\vec{j}m$$

$$\vec{A} + \vec{D} = -8{,}0\vec{i} - 2{,}0\vec{j}m$$

$$\vec{A} - \vec{D} = +8{,}0\vec{i} - 14\vec{j}m$$

Vetor resultante

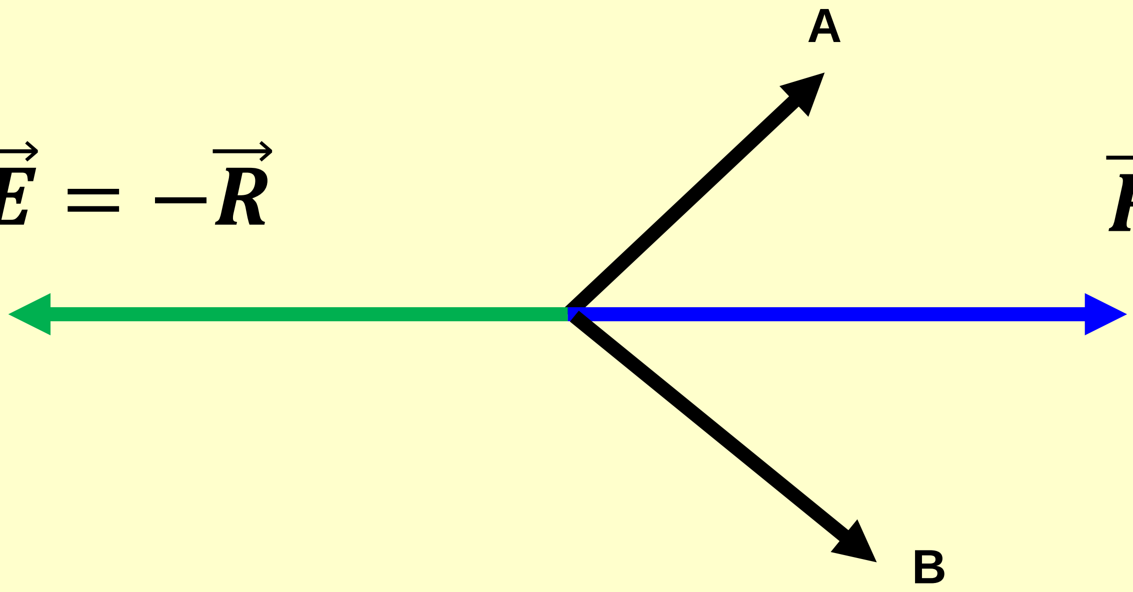


$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$

Vetor equilibrante

$$\vec{E} = -\vec{R}$$

$$\vec{R} = \vec{A} + \vec{B}$$



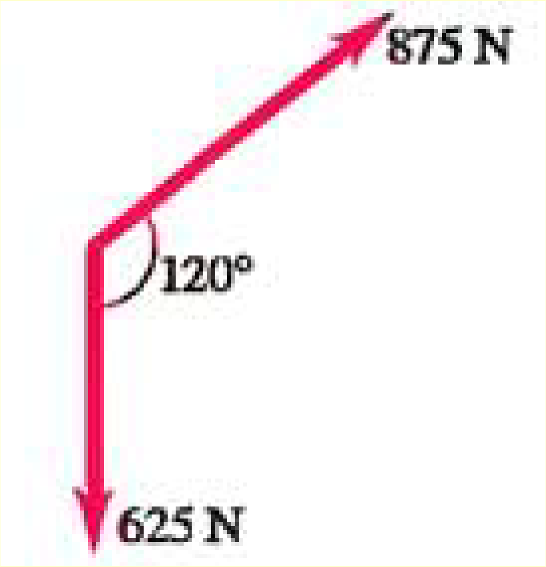
$$\vec{E} + \vec{R} = \vec{0}$$

Exercício 1.45:

Quais as componentes de cada vetor?
Qual a soma vetorial desses vetores?
Qual o vetor necessário para equilibrar os dois vetores demonstrados na figura?

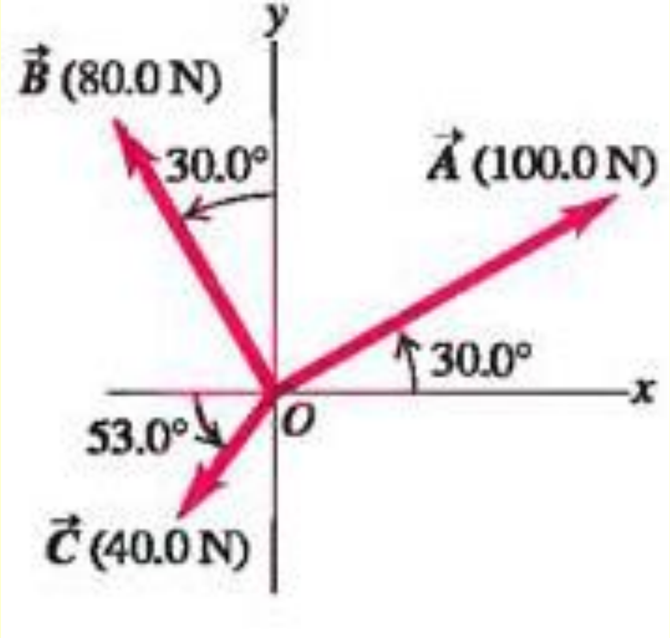
.

$$\boldsymbol{Considere\ o\ vetor\ de\ 625N\ ao\ longo\ do\ eixo\ -Oy\ e\ considere\ o\ eixo+Ox}$$
$$\boldsymbol{ortogonal\ a\ ele, no\ sentido\ da\ direita.}$$



Exercício 1.68:

Três cordas horizontais puxam uma pedra enorme encravada no solo, produzindo as forças vetoriais $\vec{A}, \vec{B}$ e $\vec{C}$, demonstradas na figura. Encontre o módulo e a direção de uma quarta força que produzirá a soma vetorial zero para as quatro forças.

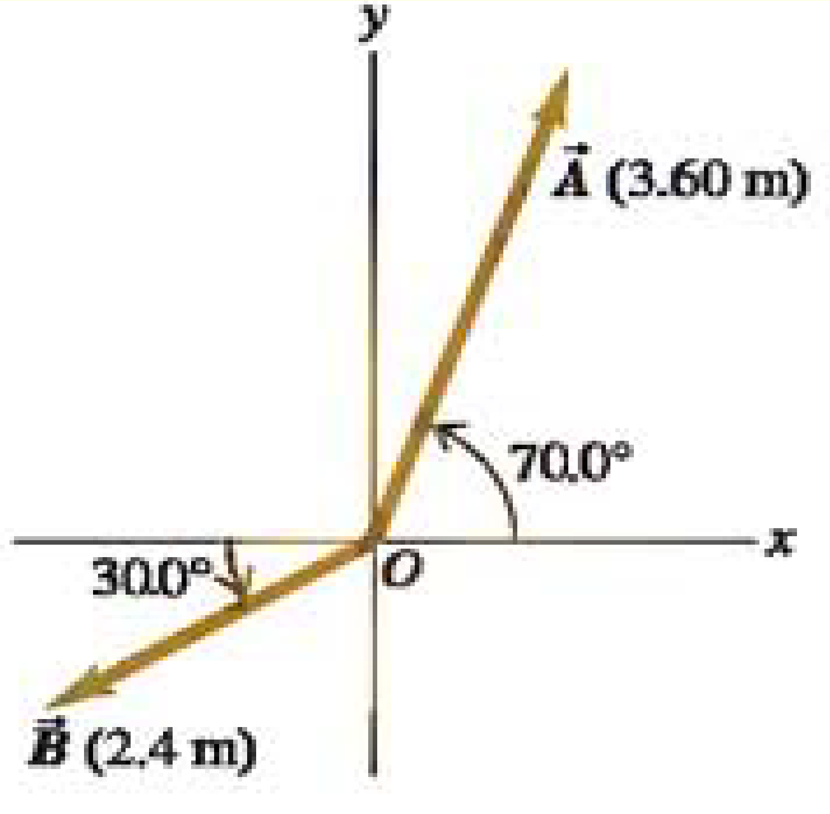


Exercício 1.49:

$a)$ *Escreva cada vetor indicado na figura em termos dos vetores unitários* $\hat{\imath}$ *e* $\hat{\jmath}$.

$b)$ *Use vetores unitários para escrever o vetor* $\vec{C}$, *onde* $\vec{C} = 3,0\vec{A} - 4,0\vec{B}$.

$c)$ *Encontre o módulo e a direção de* $\vec{C}$.



Referência

YOUNG & FREEDMAN. **Física I.** 12ª ed. São Paulo: Addison Wesley, 2008.

MERIAM & KRAIGE. **Mecânica: Estática.** LTC.