

RESUMO TEÓRICO

OBJETIVO

Analisar circuitos elétricos alimentados em corrente alternada, para levantamento do diagrama fasorial.

1- IMPEDÂNCIA COMPLEXA

Em CA, a impedância é dada por¹ $\mathbf{Z} = R + jX = |\mathbf{Z}| \angle \varphi$ onde $|\mathbf{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2}$ e $\varphi = \arctang(X/R)$.

Casos Particulares:

1.1- Impedância capacitiva

$$\mathbf{Z}_C = -j/\omega C = 1/\omega C \angle -90^\circ$$

1.2 - Impedância indutiva

$$\mathbf{Z}_L = j\omega L = \omega L \angle 90^\circ$$

1.3- Impedância resistiva

$$\mathbf{Z} = R = R \angle 0^\circ$$

2-ANÁLISE VETORIAL DA LEI DE OHM

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I}$$

Supondo que a fase de \mathbf{V} é α e a fase de \mathbf{Z} é φ , temos:

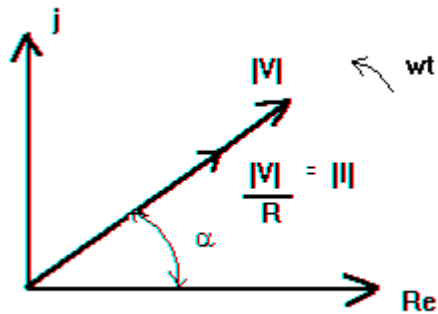
$$\mathbf{I} = \frac{|\mathbf{V}| \angle \alpha}{|\mathbf{Z}| \angle \varphi}$$

$$\mathbf{I} = \frac{|\mathbf{V}|}{|\mathbf{Z}|} \angle \alpha - \varphi$$

2.1 -Para impedância resistiva, a corrente está em fase com a tensão :

¹ números complexos serão escritos em negrito

$$\mathbf{I} = \frac{|\mathbf{V}|}{R} \angle \alpha$$

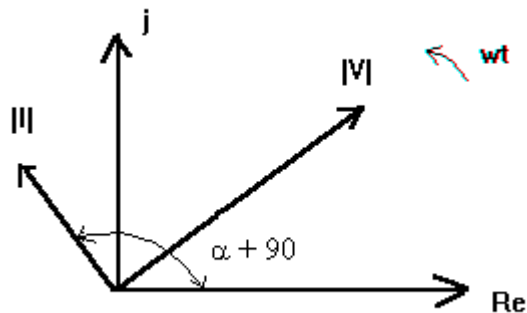


2.2 -Para impedância capacitiva, a corrente está adiantada em relação à tensão:

$$\mathbf{I} = \frac{|\mathbf{V}|}{\frac{1}{wC}} \angle \alpha$$

$$\mathbf{I} = |\mathbf{I}| \angle \alpha + 90^\circ$$

$$|\mathbf{I}| = |\mathbf{V}| \cdot w \cdot C$$

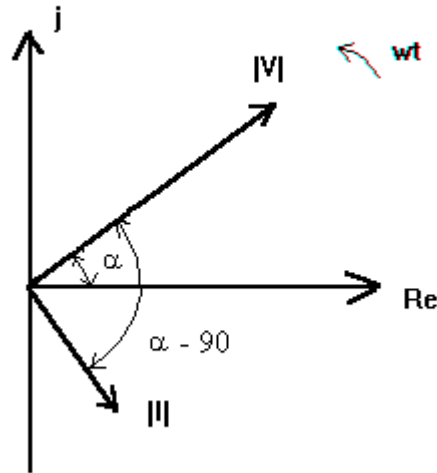


2.3 Para impedância indutiva, a corrente está atrasada em relação à tensão:

$$\mathbf{I} = \frac{|\mathbf{V}|}{wL} \angle \alpha$$

$$\mathbf{I} = |\mathbf{I}| \angle \alpha - 90^\circ$$

$$|\mathbf{I}| = \frac{|\mathbf{V}|}{w \cdot L}$$



3- LEIS DE KIRCHOFF

3.1 Primeira Lei de Kirchoff:

A somatória das correntes em um nó é nula . Vale observar que a somatória é vetorial.

$$\sum_{k=1}^n \mathbf{I}_k = 0 \quad \text{em um nó}$$

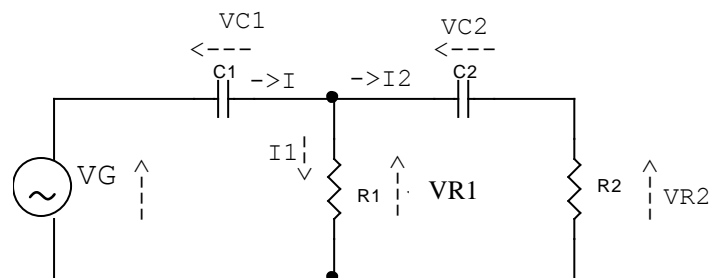
3.2 Segunda Lei de Kirchoff:

A somatória das tensões em uma malha fechada é nula. Como no caso anterior, vale observar que a somatória é vetorial.

$$\sum_{j=1}^n \mathbf{V}_j = 0 \quad \text{em uma malha fechada}$$

4- DIAGRAMA FASORIAL DE CIRCUITOS ELÉTRICOS

Com os conceitos acima, é possível, com o uso de um multímetro (respeitada a limitação de frequência do mesmo) ou osciloscópio, construir o diagrama fasorial de circuitos elétricos como o da próxima figura, obtendo corrente e tensão de cada um dos elementos do mesmo. Para a confecção do diagrama fasorial, em muitos casos estamos impossibilitados de medir as correntes. Assim sendo, a partir apenas do módulo das tensões, devemos obter o diagrama fasorial (das tensões). Vamos analisar tal processo tomando o circuito a seguir como exemplo.



Construção do diagrama:

1- Inicialmente, medimos as tensões $|V_G|$, $|V_{C1}|$, $|V_{R1}|$, $|V_{C2}|$ e $|V_{R2}|$.

As leis de Kirchhoff, vetoriais, para as orientações indicadas são:

$$\begin{aligned} \mathbf{I} &= \mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2 \\ \mathbf{V}_G &= \mathbf{V}_{C1} + \mathbf{V}_{R1} \\ \mathbf{V}_{R1} &= \mathbf{V}_{C2} + \mathbf{V}_{R2} \end{aligned}$$

2- Vamos supor que a corrente \mathbf{I}_2 possua fase α e desenhemos tal vetor no diagrama fasorial. Também:

- A tensão \mathbf{V}_{C2} está atrasada com relação a \mathbf{I}_2 de 90° ;
- A tensão \mathbf{V}_{R2} está em fase com \mathbf{I}_2 .

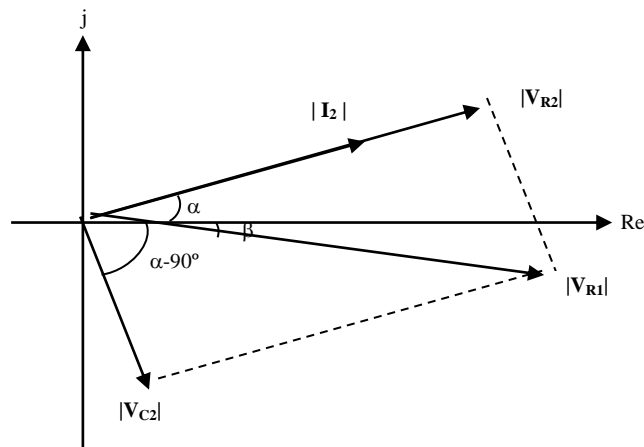
Como $|\mathbf{V}_{R1}| = |\mathbf{V}_{C2} + \mathbf{V}_{R2}|$, obtemos $|\mathbf{V}_{R1}|$

A fase β de \mathbf{V}_{R1} é dada por:

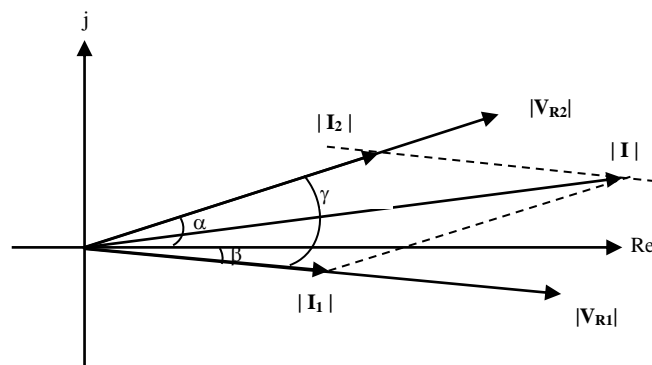
$$\alpha + \beta = \arctang(|\mathbf{V}_{C2}| / |\mathbf{V}_{R2}|)$$

logo,

$$\beta = \arctang(|\mathbf{V}_{C2}| / |\mathbf{V}_{R2}|) - \alpha$$

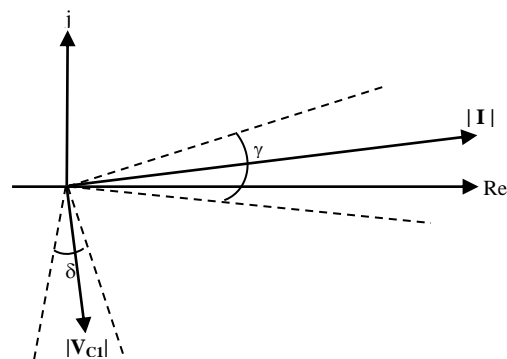


3- Pela orientação do circuito temos: $|\mathbf{I}| = |\mathbf{I}_1 + \mathbf{I}_2|$, onde a corrente \mathbf{I}_1 está em fase com \mathbf{V}_{R1} . Vamos supor que não conhecemos o valor das impedâncias do circuito, de tal forma que não conheçamos $|\mathbf{I}_1|$ e $|\mathbf{I}_2|$. Sendo assim, apenas sabemos que a adição de \mathbf{I}_1 e \mathbf{I}_2 está dentro do ângulo γ ($= \alpha + \beta$).



Também, sabemos que \mathbf{V}_{C1} está atrasada de 90° em relação a \mathbf{I} . Logo, a tensão \mathbf{V}_{C1} deve recair em um ângulo δ , atrasado de 90° com relação ao ângulo de \mathbf{I} .

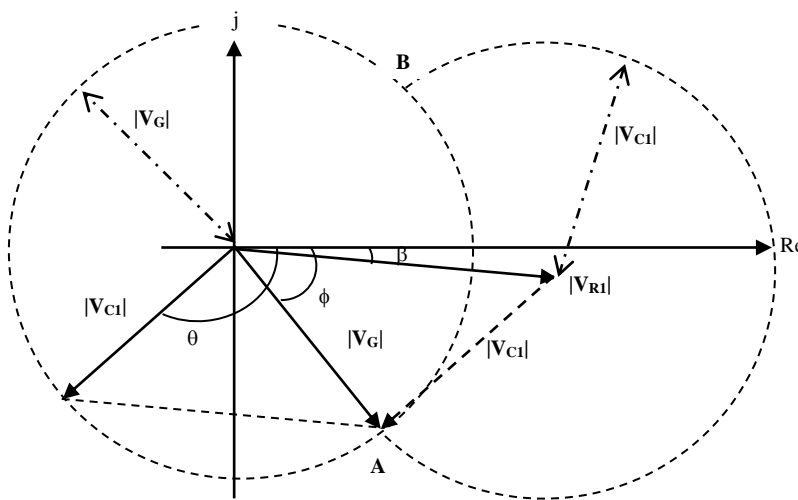
Obs: Como desconhecemos a fase da tensão, \mathbf{V}_{C1} deve estar no ângulo δ .



Por outro lado, devemos ter $|\mathbf{V}_G| = |\mathbf{V}_{C1} + \mathbf{V}_{R1}|$. Podemos então afirmar que temos um triângulo

de lados V_G , V_{C1} e V_{R1} . Desta forma, o nosso problema é puramente geométrico: sabemos onde está V_{R1} , conhecemos $|V_{C1}|$ e $|V_{R1}|$. Devemos então desenhar o triângulo $|V_{C1}|$, $|V_{R1}|$, $|V_G|$ da seguinte forma:

- a- A partir do extremo de V_{R1} , traçamos uma circunferência com raio igual a $|V_{C1}|$;
- b- A partir da origem de V_{R1} traçamos uma circunferência de raio igual a $|V_G|$;
- c- A intersecção das duas circunferências nos dá o outro vértice do triângulo.



Devemos notar que temos duas soluções possíveis. Entretanto, como V_{C1} deve recair num ângulo δ , devemos escolher a solução a qual satisfaça esta restrição. Analiticamente, após inspeção do diagrama, podemos, por exemplo, calcular o ângulo θ de V_{C1} pela expressão:

$$|V_G|^2 = |V_{C1}|^2 + |V_{R1}|^2 + 2 \cdot |V_{C1}| \cdot |V_{R1}| \cos(\theta - \beta).$$

Analisando o triângulo formado por $|V_G|$, $|V_{C1}|$ e $|V_{R1}|$, podemos escrever por semelhança de triângulos :

$$X = 180^\circ - (\theta - \beta)$$

Onde X é o ângulo oposto ao cateto $|V_G|$. Aplicando Lei dos Senos :

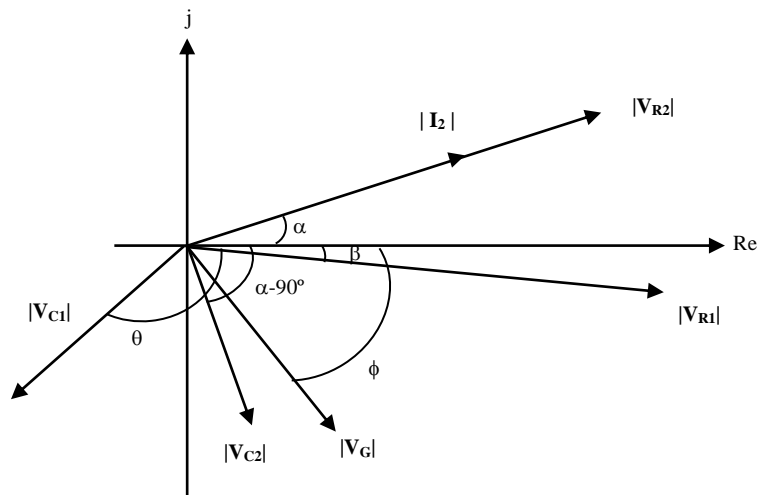
$$\frac{\sin(X)}{|V_G|} = \frac{\sin(\phi - \beta)}{|V_{C1}|}$$

Logo, a fase de V_G é dada por:

$$\phi = \arcsen \left\{ \frac{|V_{C1}| \cdot \sin(X)}{|V_G|} \right\} + \beta$$

Obtemos assim todos os fasores de tensão do circuito. Embora calculamos as fases de maneira analítica, caso construamos o diagrama em escala, as mesmas podem ser obtidas por um transferidor .

O diagrama fasorial final é dado na figura a seguir. Caso desejemos que a fase de V_G seja nula, basta rodar todo o diagrama do ângulo ϕ .



BIBLIOGRAFIA

- Orsini, L. Q., *Circuitos Elétricos*. Ed. Edgard Blücher Ltda, 1980.

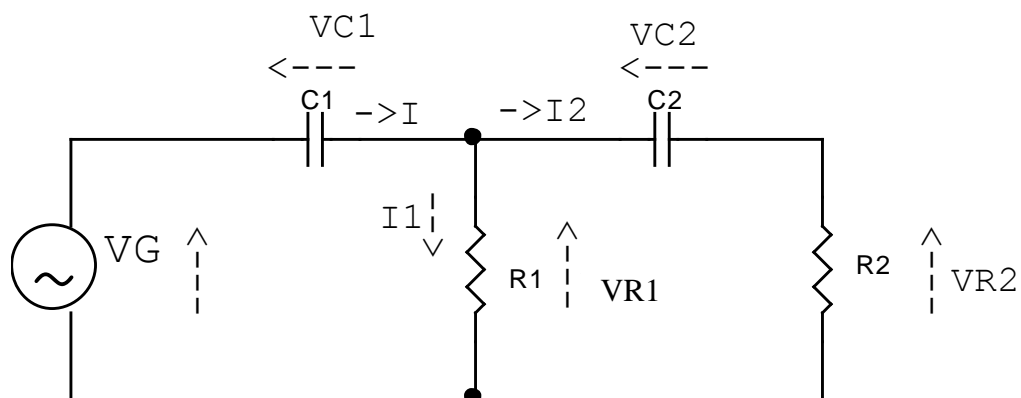
LISTA DE MATERIAL

- Painel universal;
- Multímetro Digital;
- Resistores: 22K/1W, 220K/1W, 150K/1W;
- Capacitores: 100nF/250Vca , 10nF/250Vca (poliéster metalizado).

PARTE EXPERIMENTAL

| TURMA | BANCADA | DATA | NOTA |
|-------|---------|-----------------|--------|
| | | ___ / ___ / ___ | |
| NOME | | | NÚMERO |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

1- Monte o circuito abaixo:



onde:

$R1 = 22K/1W;$
 $R2 = 220K/ 1W;$
 $C1=100nF/250Vca;$
 $C2= 10nF/250Vca;$
 $VG = 110Vac$

2. Com o voltímetro, meça as tensões conforme a orientação dada e construa o diagrama fasorial de tensões. Adote inicialmente a fase de I_2 como sendo α para construir o diagrama. Em seguida, indique o módulo e fase da tensão de cada bipolo tomando como referência V_G . Verifique a segunda lei de Kirchhoff (vetorial) nas duas malhas do circuito e comente os resultados.