MAUÁ

Física 2

Aula 16 e 17

LEI DE AMPERE

Lei de Ampère

O objetivo da Lei de Ampère é desenvolver um método prático para calcular o campo de indução magnética $\vec{B}$ produzido por uma distribuição de correntes as quais apresentam simetria.

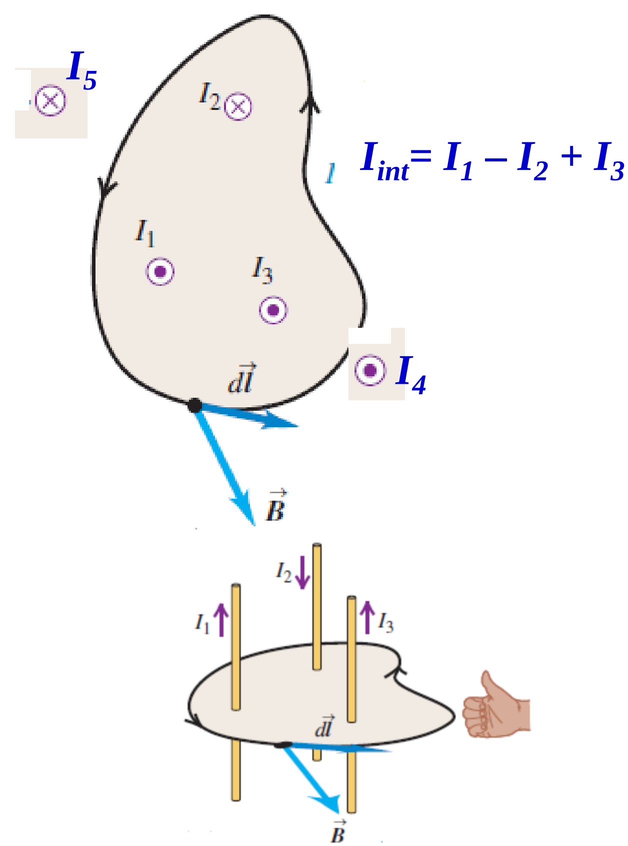
Lei de Ampère

A **Lei de Ampère** relaciona o campo $\vec{B}$ criado pelas correntes (constantes) que atravessam a área *S* limitada pela curva fechada *C* (fronteira):

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \, I_{int}$$

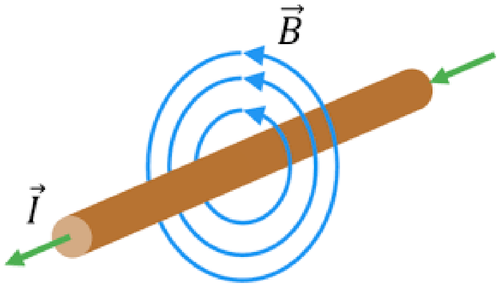
A corrente I_{int} na Lei de Ampère é a corrente total (soma de correntes positivas e negativas dependendo da direção), que atravessam o circuito.

Correntes I_4 e I_5 "fora" do circuito não contribuem.



Exemplo 1

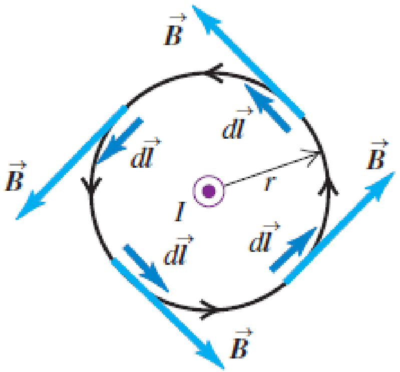
Aplicando a Lei de Ampére, determine o campo magnético gerado em torno de um condutor retilíneo e infinito que conduz uma corrente contínua I.



Solução

A linha de integração *C* é uma circunferência em torno do condutor e o sentido do campo de indução $\vec{B}$ é dado pela **regra da mão direita**. Sendo $\vec{B}$ e $d\vec{l}$ vetores paralelos, tem-se:

$$\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I \rightarrow \oint_c B\cdot dl\cos(0^0) = \mu_0 I \rightarrow B\oint_C dl = \mu_0 I$$



A integral vale o comprimento da trajetória, ou seja:

$$B2\pi r = \mu_0 I$$

Portanto, o campo em torno do fio infinito vale:

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

Observe que não há contradição entre a Lei de Ampère e a Lei de Bio-Savart.

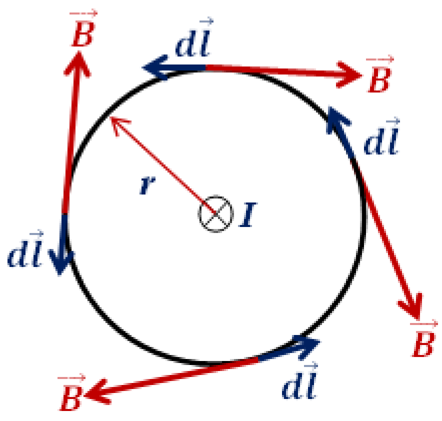
Exemplo 2

Resolva o problema anterior, invertendo o sentido da corrente.

Solução

Invertendo o sentido da corrente e mantendo as características do exemplo anterior, tem-se que $\vec{B}$ e $d\vec{l}$ são vetores antiparalelos. Então:

$$\oint_c \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I \rightarrow \oint_c B\cdot dl\cos(180^0) = \mu_0 I \rightarrow -B\oint_C dl = \mu_0 I$$



A integral vale o comprimento da trajetória, ou seja:

$$-B2\pi r = \mu_0 I$$

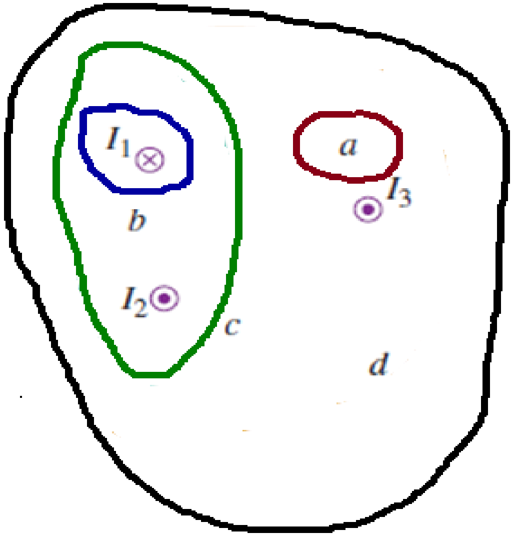
Portanto, o campo em torno do fio infinito vale:

$$B = -\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{r}$$

Obs. O sentido de integração, **por convenção, é anti-horário (Cálculo 2)**.

Exercício 1

A figura mostra a seção reta de diversos condutores que conduzem correntes que atravessam plano da figura. Os sentidos das correntes são indicados na figura e os módulos são $I_1 = 4{,}0\ A$, $I_2 = 6{,}0\ A$ e $I_3 = 2{,}0\ A$. Quatro trajetórias indicadas pelas letras de ***a*** até ***d*** são mostradas na figura. Qual o valor da integral de linha $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ para cada trajetória? Para cada integral escolha um percurso no sentido anti-horário.

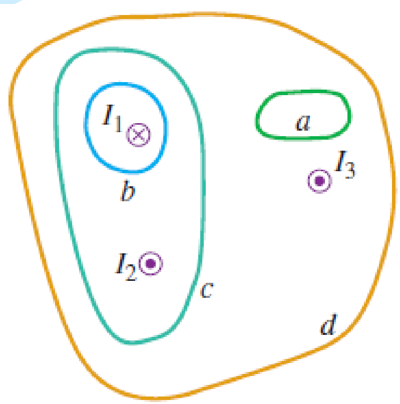


Solução

De acordo com a Lei de Ampère, o valor da integral de linha

$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l}$ depende do valor da corrente contida na região

limitada pela curva circuital. Então:



1. Para a linha circuital *a*, a corrente interna é $I_{int} = 0$. Logo:

$$\oint_a \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

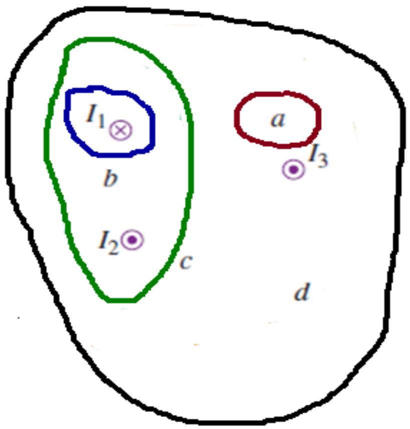
2. Para a linha circuital *b*, a corrente interna é $I_{int} = -I_1 = -4{,}0\ A$. Logo:

$$\oint_b \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{int} \rightarrow \oint_b \vec{B} \cdot d\vec{l} = 4\pi \times 10^{-7} \times (-4{,}0) = -5{,}03 \times 10^{-6} T.m$$

Continuação

3. Para a linha circuital *c*, a corrente interna é $I_{int} = -I_1 + I_2 = -4{,}0 + 6{,}0 = 2{,}0\ A$. Logo:

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{int} \rightarrow \oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = 4\pi \times 10^{-7} \times (2{,}0) = -2{,}51 \times 10^{-6}\ T.m$$



4. Para a linha circuital *d*, a corrente interna é

$I_{int} = -I_1 + I_2 + I_3 = 4{,}0\ A$. Logo:

$$\oint_b \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{int} \rightarrow \oint_b \vec{B} \cdot d\vec{l} = 4\pi \times 10^{-7} \times (4{,}0) = 5{,}03 \times 10^{-6} T.m$$

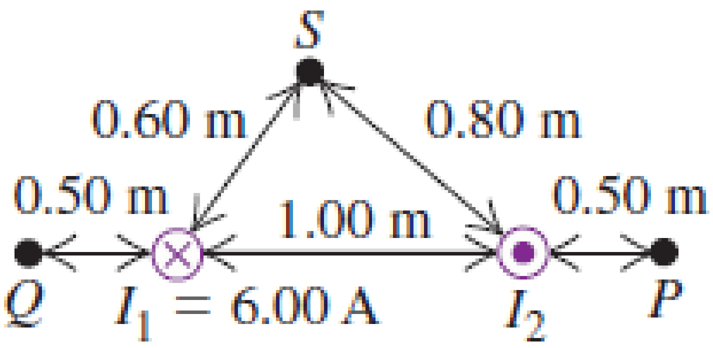
Exercício 2

Dois fios longos paralelos estão separados por uma distância de 1,0 *m*. O fio superior conduz uma corrente I_1 de 6,0 *A*. entrando no plano da página.

(a) Qual deve ser o sentido e o módulo da corrente I_2 para que o campo magnético no ponto *P* seja igual a zero?

(b) Qual deve ser, então, o módulo, a direção e o sentido do campo resultante em *Q*?

(c) Qual deve ser o módulo do campo resultante em *S* ?



Rascunho

Solução

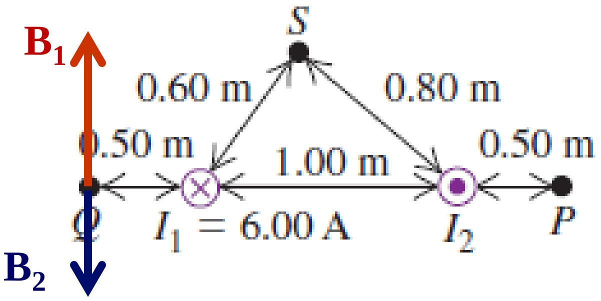
a) Para que seja nulo o campo no ponto P, a corrente I_2 deve ter o sentido apontando para fora do papel. Assim, igualando os valores dos campos:

$$B_1 = B_2 \rightarrow \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{r_1} = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{r_2} \rightarrow I_2 = \frac{r_2}{r_1} I_1 = \frac{0,50}{1,50}\,6,00 = 2,00\ A$$

b) Pela lei de Ampère, no ponto Q o campo resultante é:

$$B_Q = B_1 - B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{r_1} - \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{r_2} = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi}\left(\frac{6,00}{0,50} - \frac{2,00}{1,50}\right)$$

$$B_Q = 2,13 \times 10^{-6}\ T$$



c) No ponto S necessitamos os valores dos módulos dos campos. Assim:

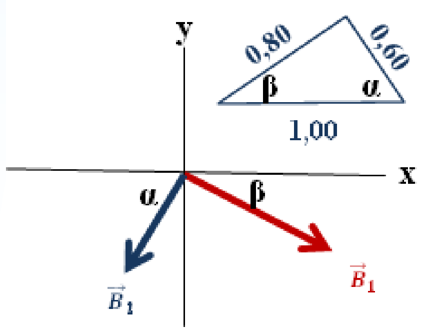
$$B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1}{r_1} = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi}\frac{6,00}{0,60} = 2,00 \times 10^{-6}\,T$$

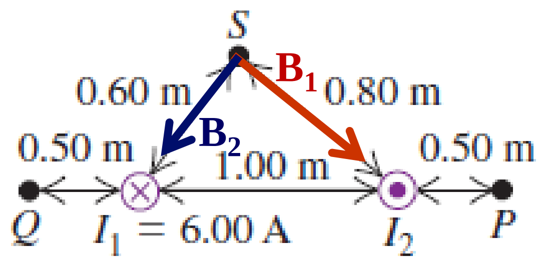
$$B_2 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_2}{r_2} = \frac{4\pi \times 10^{-7}}{2\pi}\frac{2,00}{0,80} = 0,50 \times 10^{-6}\,T$$

Fazendo a decomposição vetorial, obtemos:

$$B_s = 2,06 \times 10^{-6}\,T$$

cuja direção é θ = -57,4^{0}.





Exemplo 3

Um condutor cilíndrico longo, de raio ***R***, conduz uma corrente ***I***. A corrente está uniformemente distribuída na área da seção reta do cilindro. Calcule o campo magnético em função da distância **r** entre o ponto do campo e o eixo do cilindro para todos os pontos dentro (***r*** **<** ***R***) e fora do condutor (***r*** **>** ***R***).

Solução

a) Pontos dentro do condutor (***r* < *R***)

A partir do resultado do exemplo anterior, temos que o campo *B* possui o mesmo valor para seu módulo em todos os pontos da curva de integração *C*, a qual, pela simetria do problema, é uma circunferência de raio r.

$$\oint_C \boldsymbol{B\,dl} = \boldsymbol{\mu_0 I_{int}} \rightarrow \boldsymbol{B}\int_0^{2\pi} \boldsymbol{r\,d\theta} = \boldsymbol{\mu_0 I_{int}} \rightarrow \boldsymbol{B 2\pi r} = \boldsymbol{\mu_0 I_{int}}$$

O fluxo de corrente no cilindro de raio r é proporcional ao fluxo de corrente total, ou seja:

$$\frac{I_{int}}{\pi r^2} = \frac{I}{\pi R^2} \rightarrow I_{int} = \frac{r^2}{R^2} I$$

Portanto, o campo magnético na região interna ao cilindro é:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}\, r$$

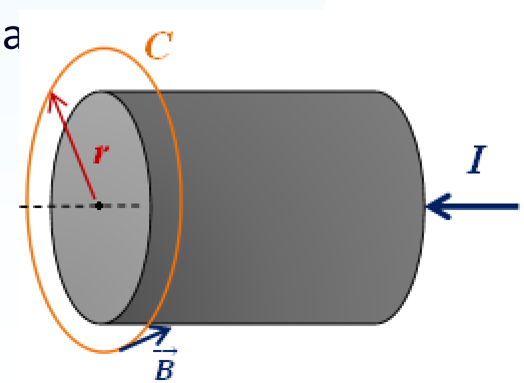
Continuação

b) Pontos fora do condutor (***r* > *R***)

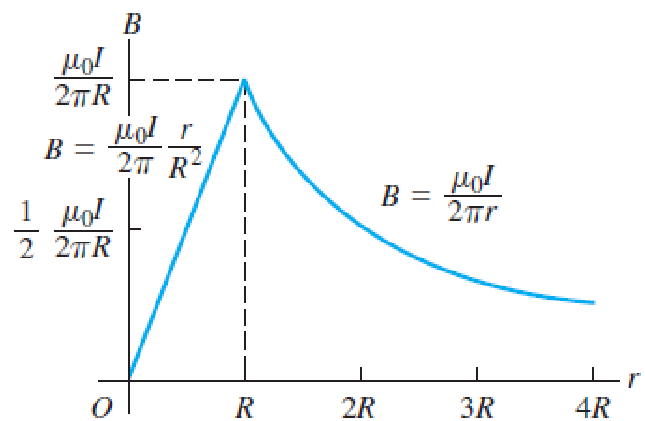
A partir da lei de Ampère, temos que o campo *B* possui o mesmo valor para seu módulo em todos os pontos da curva de integração *C*, a qual, pela simetria do problema, é uma circunferência de raio r:

$$\oint_C B\,dl = \mu_0 I_{int} \rightarrow B\int_0^{2\pi} r\,d\theta = \mu_0 I_{int} \rightarrow B2\pi r = \mu_0 I_{int}$$

A corrente interna a linha circuital C é igual ao valor da corrente total. Então, o campo ma ao cilindro é:



$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

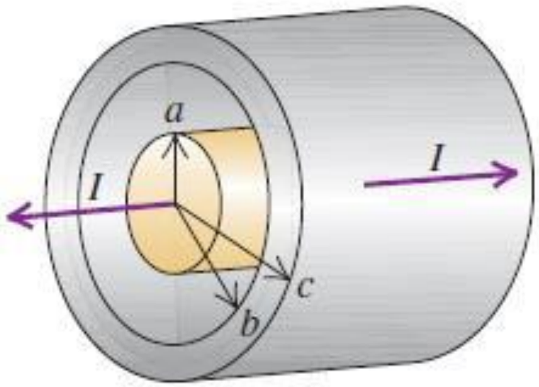


Exercício 4

Um condutor sólido com raio ***a*** é suportado por discos isolantes no centro de um tubo condutor com raio interno ***b*** e raio externo ***c***. O condutor central e o tubo transportam corrente com mesmo módulo I, porém com sentidos contrários. As correntes são distribuídas uniformemente ao longo da seção reta de cada condutor. Deduza uma expressão para o módulo do campo magnético:

(a) Nos pontos no exterior do condutor sólido central, porém no interior do tubo (***a*** < ***r*** < ***b***).

(b) Nos pontos no exterior do tubo (***r*** > ***c***).



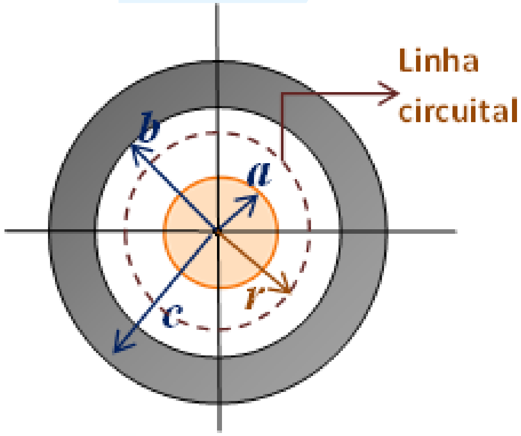
Rascunho

Solução

(a) Nos pontos no exterior do condutor sólido central, porém no interior do tubo (***a*** **<** ***r*** **<** ***b***).

Aplicando a Lei de Ampère, temos que a corrente interna à linha circuital C é igual a $I_{int} = I$. Assim:

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{int} \rightarrow B \oint_C dl = \mu_0 I \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

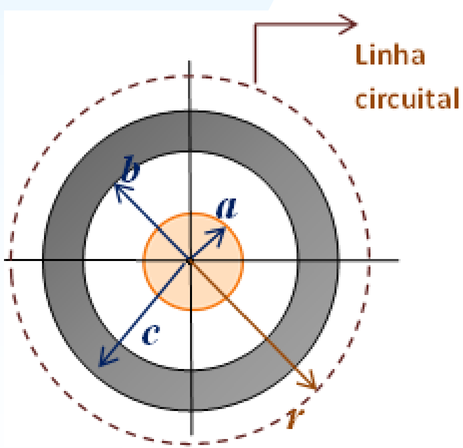


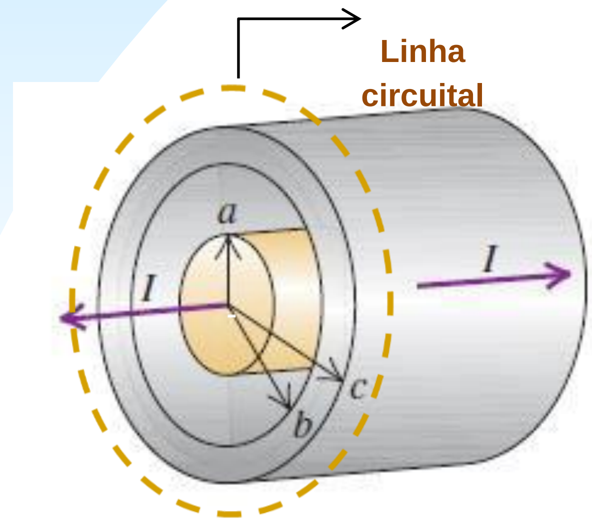
Solução

(b) Nos pontos no exterior ao tubo ($r > c$).

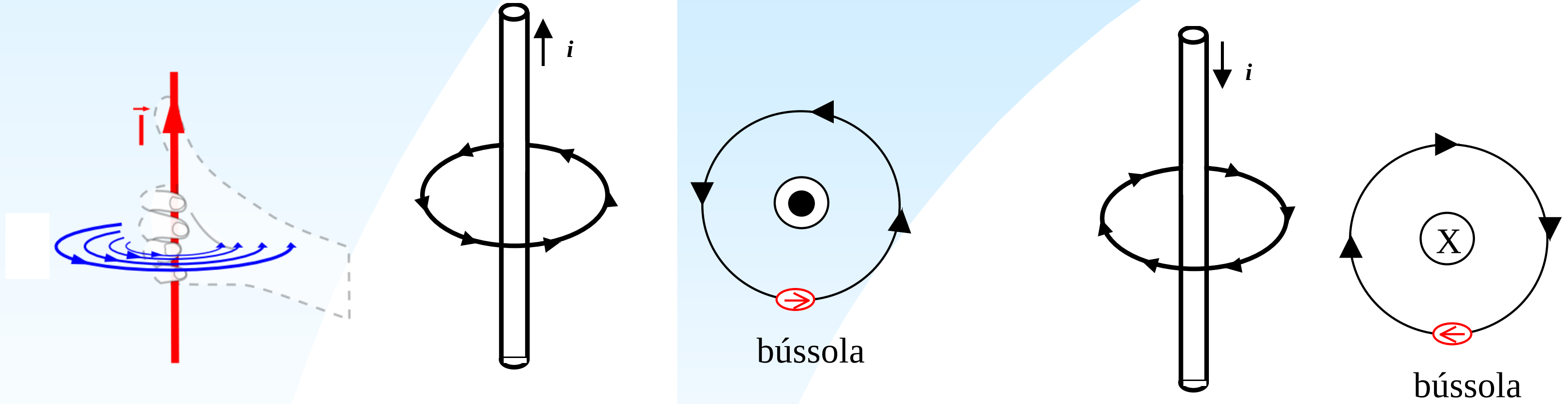
Aplicando a Lei de Ampère, temos que a corrente interna à linha circuital C é igual a $I_{int} = 0$. Assim:

$$\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0 \rightarrow B = 0$$



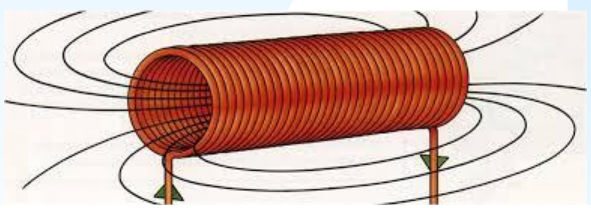


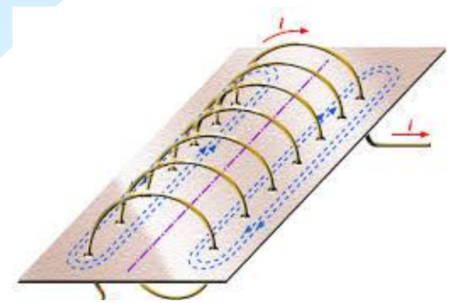
Determinação do sentido das linhas de campo magnético pela regra da mão direita

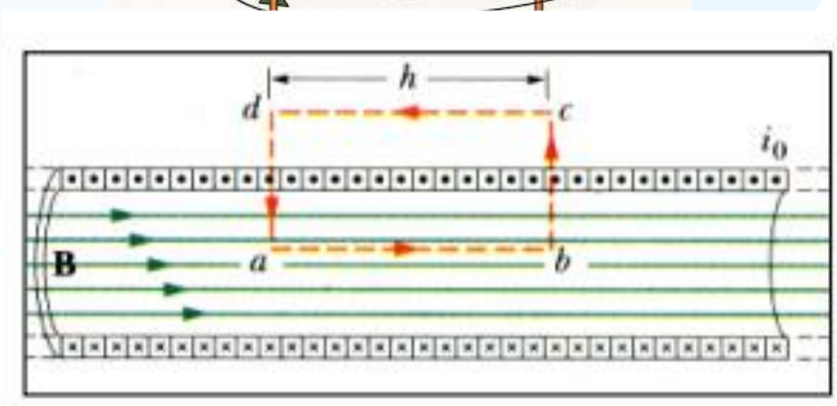


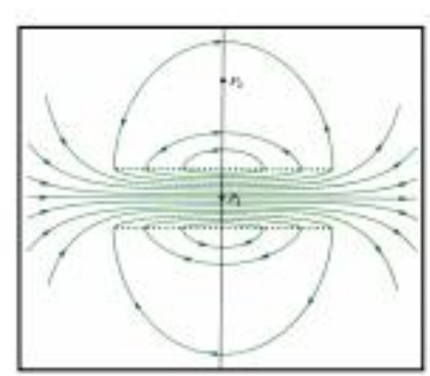
Solenoide

O campo magnético no interior de um solenoide é praticamente uniforme. As figuras abaixo mostram um solenoide ideal e um solenoide real. Em ambos os casos , os campos fora do solenoide são muito fracos em comparação com os medidos no interior.









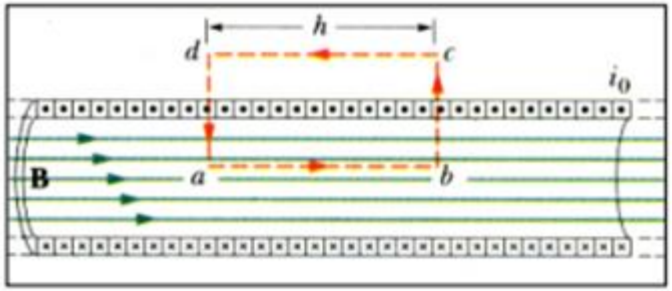
Exercício 5

Um solenoide muito longo contendo N espiras conduz uma corrente I. determine o campo magnético no interior do solenoide.

Solução

A figura mostra um solenoide ideal. Ao usarmos a Lei de Ampère, escolhemos uma circuitação retangular *abcd*, como indicado. Então, a integral de linha fechada pode ser reescrita na forma:

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 N I \rightarrow \int_a^b \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_b^c \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_c^d \vec{B}\cdot d\vec{s} + \int_d^a \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 N I$$

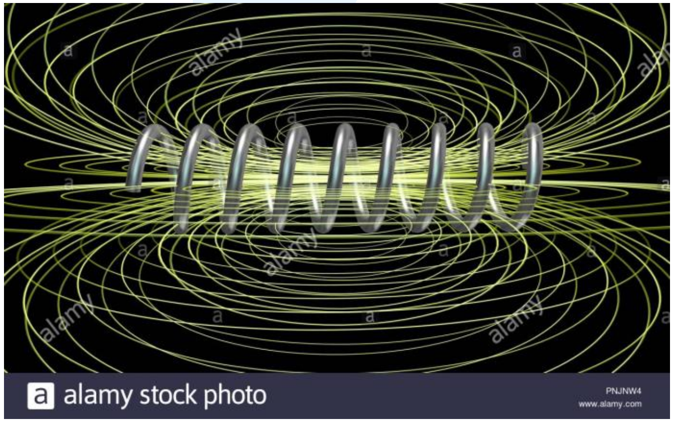


Visto que os trechos bc e ad são perpendiculares à direção do campo B, o produo escalar é nulo. Além sido, o campo é nulo no trecho cd. Portanto, a integral resume-se a:

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{s} = \int_a^b \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I \rightarrow B = \frac{\mu_0 N I}{h}$$

Definindo a densidade de espiras (número de espiras por unidade de comprimento) $n = N/h$, resulta que o campo na região interna ao solenoide é constante e tem o valor:

$$B = \mu_0 n I$$



Exercício 6

Um fio de cobre encapado com diâmetro de 0,20 cm e comprimento de 25 m é enrolado em forma de um solenoide cilíndrico com espiras compactadas de raio 2,0 cm.

a) Calcule o comprimento do solenoide e mostre que podemos considera-lo como sendo ideal.

b) Determine o campo de indução magnética na região central do solenoide quando ele for percorrido por uma corrente de 5,0 A.

Solução

a) Cada espira terá um comprimento de $L = 2\pi r = 12{,}5\ cm$. Assim, o número total de espiras será:

$$\boldsymbol{N = \frac{25}{0,125} = 200\ espiras.}$$

Visto que cada espira tem a espessura de 0,2 cm, concluímos que´, para cada centímetro, é possível encontrar 5 espiras. Assim, o comprimento total do solenoide é de 40 cm. Ésse valor é 20 vezes maior que o raio da espira, e portanto, numa aproximação de 5%, pode ser considerado ideal.

b) O campo do solenoide vale:

$$\boldsymbol{B = \mu_0 n I = \frac{\mu_0 N I}{h} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 200 \times 5}{0,40} = 3,14\ mT}$$

Exercício 7

Um toróide é um elemento na forma de um anel com um enrolamento em torno.

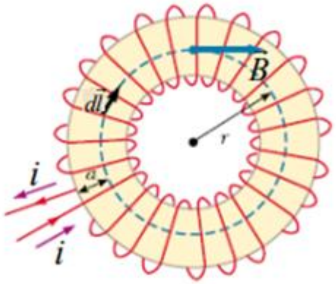
Considere que o enrolamento contenha N espiras e que conduza uma corrente

I. Determine o campo magnético no interior do toróide.

Solução

A figura mostra um toróide ideal transportando uma corrente i através de N espiras. O campo B gerado pela corrente é diferente de zero somente na região interna do toróide. Ao usarmos a Lei de Ampère, escolhemos uma linha de integração circular de raio r, como indicado. Então:

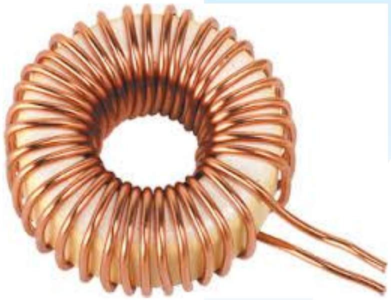
$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{s} = \mu_0 N I \rightarrow \int_0^{2\pi} B\, r d\theta = \mu_0 N I \rightarrow B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$$

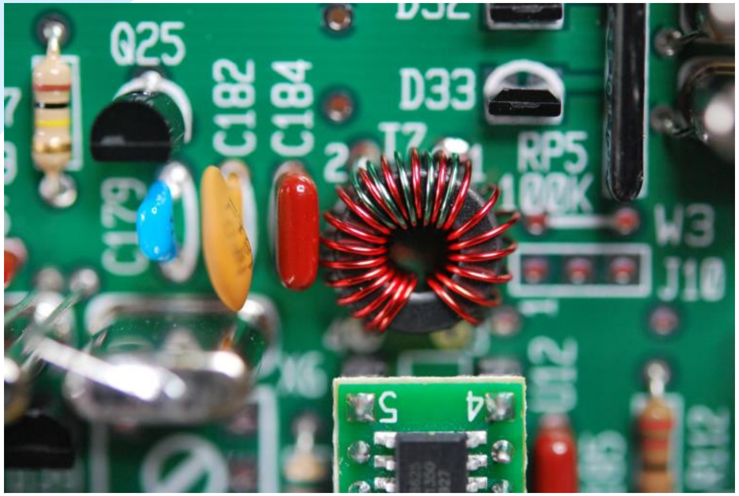


Note que a densidade de espiras, neste caso, pode ser definida como $n = N/2\pi r$,

mostrando que o toróide comporta-se como um solenoide enrolado.

Quando se usa um solenóide ou um toróide?





Aula 16 e 17

LEI DE AMPÈRE