MOVIMENTO DO CENTRO DE MASSA

TEORIA - AULA A13

Física I

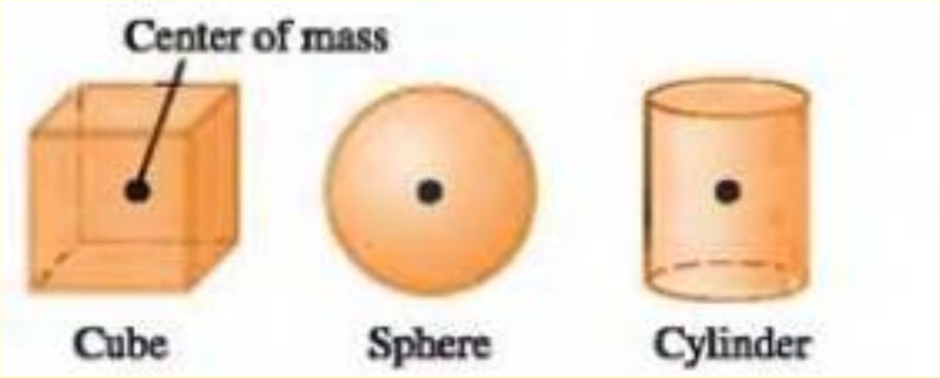
Competências que você irá desenvolver nesta aula

1.Analisar a dinâmica e a cinemática do movimento do centro de

massa do sistema de N partículas.

Exemplos

Centro de Massa de uma Chave de boca (Young and Freeman v. 12)

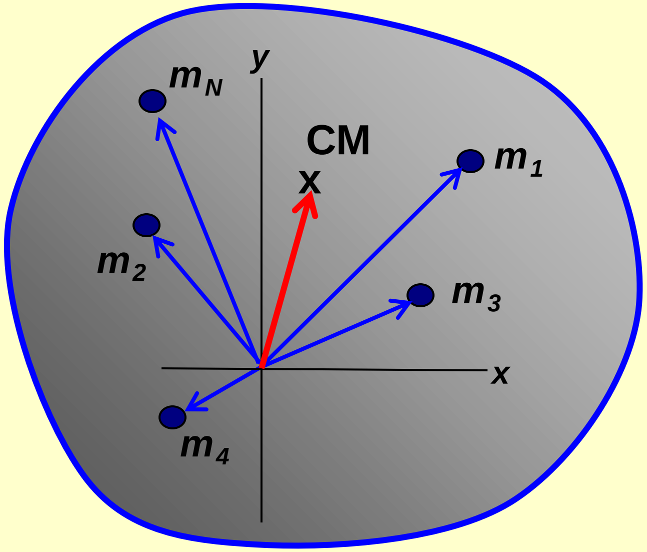


Centro de Massa de um sólido

CENTRO DE MASSA

*O modelo matemático denominado de **centro de massa** permite simular o movimento de um sistema de N partículas como o movimento de uma única partícula hipotética de massa*

$$M = m_1 + m_2 + ... + m_N .$$



Localização do Centro de Massa

Vetor posição do centro de massa

$$\vec{r}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{n=1}^{N} m_n \vec{r}_n = \frac{1}{M}(m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \ldots + m_N\vec{r}_N)$$

$$\text{com} \quad M = \sum_{n=1}^{N} m_n$$

Representação cartesiana

$$x_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{n=1}^{N} m_n x_n \qquad y_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{n=1}^{N} m_n y_n \qquad z_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{n=1}^{N} m_n z_n$$

MAUÁ

Importante

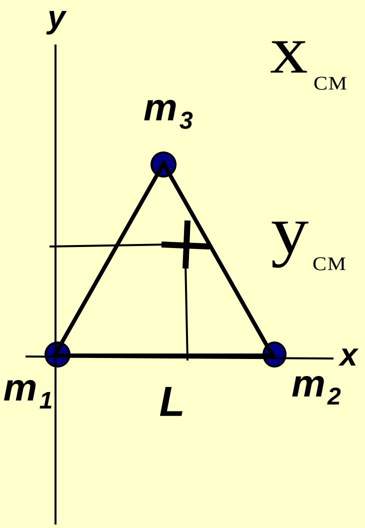
Embora tenhamos definido o vetor que localiza o centro de massa, esse resultado é obtido diretamente da <u>Segunda lei de Newton</u> (forças externas) e da <u>Lei de ação e reação</u> (forças internas).

Não há necessidade de formular hipóteses adicionais para deduzir a expressão matemática que define o vetor posição do centro de massa de um conjunto de partículas.

Trata-se de mais um importante exemplo do papel fundamental que as leis de Newton desempenham no desenvolvimento e entendimento da Mecânica.

Exemplo 1

Três partículas de massas , m_1= 2,0 kg, m_2= 3,0 kg e m_3= 6,0 kg são colocadas nos vértices de um triângulo eqüilátero. Determine as coordenadas do centro de massa deste sistema de partículas.



$$x_{CM} = \frac{6}{11}L$$

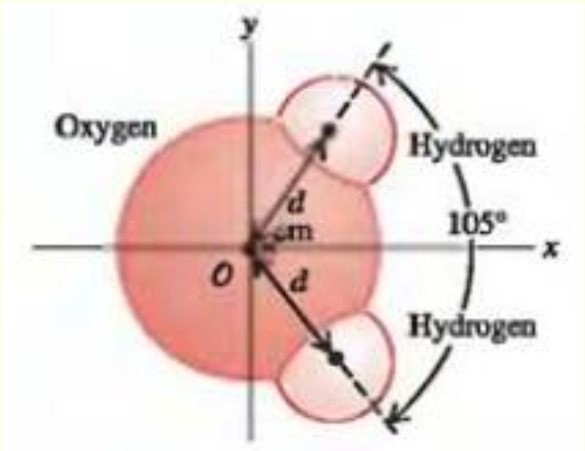
$$y_{CM} = \frac{3}{11}\sqrt{3}L$$

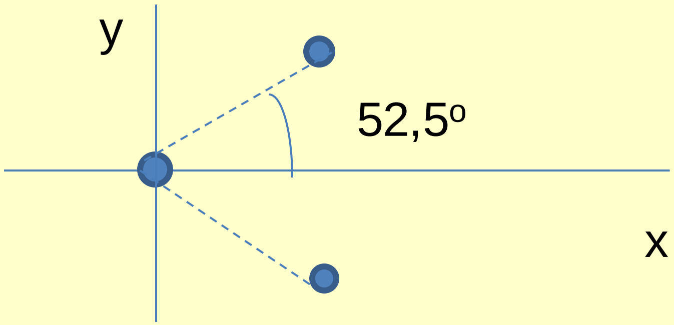
$$x_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{n=1}^{N} m_n x_n = \frac{1}{(2{,}0 + 3{,}0 + 6{,}0)}(2{,}0x0 + 3{,}0xL + 6{,}0x\frac{L}{2}) = \frac{6}{11}L$$

$$y_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{n=1}^{N} m_n y_n = \frac{1}{(2{,}0 + 3{,}0 + 6{,}0)}(2{,}0x0 + 3{,}0x0 + 6{,}0x\frac{\sqrt{3}}{2}L) = \frac{3}{11}\sqrt{3}L$$

Exemplo 8.13, p. 266

A figura representa a estrutura simplificada da molécula de água. A distância d entre as átomos é dada por d = 9,57 x 10^{-11} m. Cada átomo de hidrogênio possui massa igual a 1,0 u e o átomo de oxigênio possui massa igual a 16,0 u. Representamos as massas por meio de pontos porque quase toda a massa do átomo está concentrada em seu núcleo, cujo raio é cerca de 10^{-5} menor do que o raio do átomo. Usando o sistema de coordenadas indicado, calcule a posição do centro de massa.





MAUÁ

MAUÁ

Resolução

$$x_{cm} = \frac{(1{,}0u)(d\cos 52{,}5^{o}) + (1{,}0u)(d\cos 52{,}5^{o}) + (16{,}0u)(0)}{1{,}0u + 1{,}0u + 16{,}0u} = 0{,}068d$$

$$y_{cm} = \frac{(1{,}0u)(d\,sen 52{,}5^{o}) - (1{,}0u)(d\,sen 52{,}5^{o}) + (16{,}0u)(0)}{1{,}0u + 1{,}0u + 16{,}0u} = 0$$

Logo: $x_{cm}=(0{,}068)(9{,}57\text{x}10^{-11})=6{,}5\text{x}10^{-12}$ m

$y_{cm}=0$

Note que o centro de massa estará mais próximo do átomo de oxigênio!

Movimento do centro de massa

Velocidade do centro de massa

$$\vec{v}_{CM} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_{n=1}^{N} m_n \frac{d\vec{r}_n}{dt}$$

$$\vec{v}_{CM} = \frac{1}{M}\sum_{n=1}^{N} m_n \vec{v}_n$$

Momento linear total

$$\vec{P}_{CM} = M\vec{v}_{CM} = \sum_{n=1}^{N} m_n \vec{v}_n = \sum_{n=1}^{N} \vec{p}_n$$

A partícula hipotética de massa M desloca-se com momento linear P_{CM}, cujo valor é igual a soma dos momentos lineares das N partículas que compõe o sistema.

Fisicamente, entende-se que a velocidade de translação de um sistema de partículas pode ser representada pela velocidade de um ponto particular, que é o centro de massa do sistema.

Movimento do centro de massa

Aceleração do centro de massa

$$\vec{a}_{CM} = \frac{d\vec{v}_{CM}}{dt} = \frac{1}{M}\sum_{n=1}^{N} m_n \frac{d\vec{v}_n}{dt} = \frac{1}{M}\sum_{n=1}^{N} m_n \vec{a}_n$$

Força externa total

$$\vec{F}_{CM} = M\vec{a}_{CM} = \sum_{n=1}^{N} m_n \vec{a}_n = \sum_{n=1}^{N} \vec{F}_n$$

Importante

Quando as forças externas atuam sobre um corpo ou sobre um conjunto de partículas, o centro de massa se move exatamente como se toda a massa estivesse concentrada nesse ponto

e submetida a uma força igual à resultante de todas as forças que atuam sobre o sistema.

$$\vec{F}_{CM} = \frac{d\vec{P}_{CM}}{dt}$$

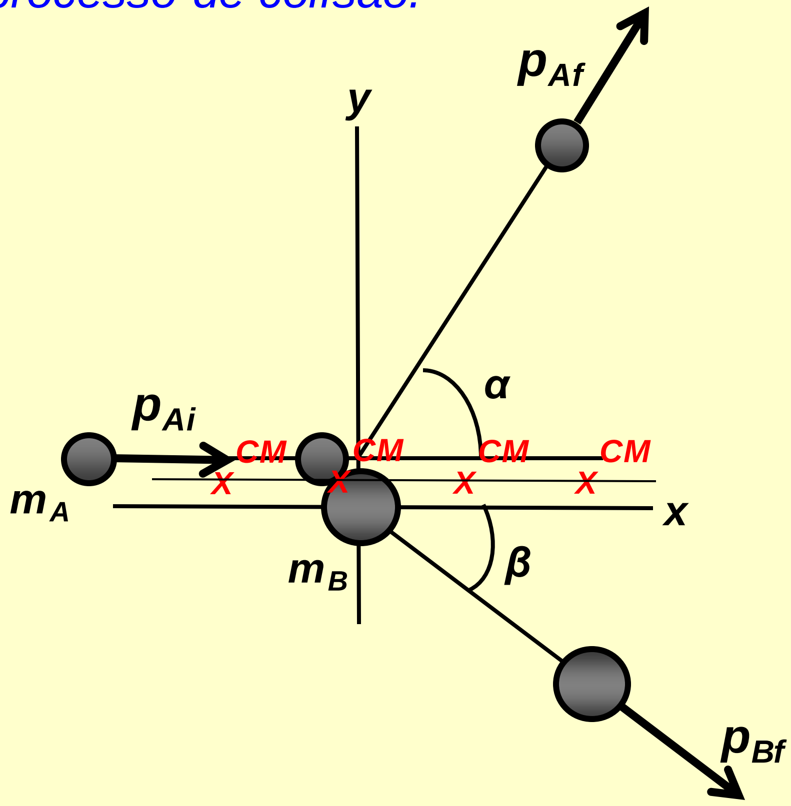
Conservação do Momento Linear Total

Se a resultante das forças externas que agem sobre um sistema de partículas for nula, o momento linear total é conservado em relação ao tempo, ou seja, seu valor total é constante em módulo, direção e sentido.

$$\frac{d\vec{P}_{CM}}{dt} = \vec{0}$$

Movimento do Centro de Massa
Ilustração

Em toda colisão na qual as forças externas são desprezíveis, o momento linear total é conservado, ou seja, mantêm o mesmo valor antes e depois do processo de colisão.



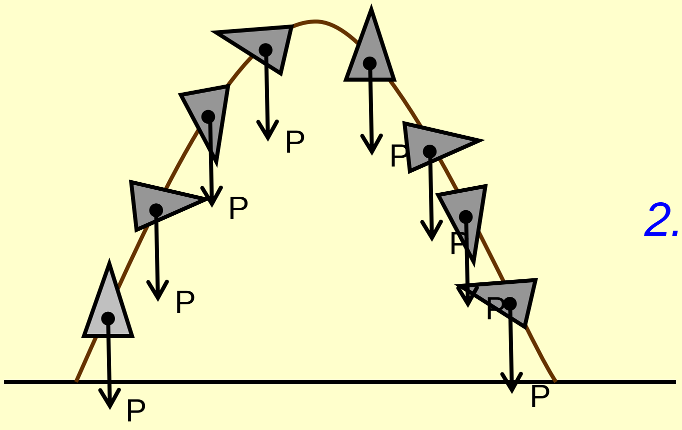
A figura representa uma colisão na qual a massa m_B está em repouso. Observe que o centro de massa desloca-se paralelamente ao eixo Ox. Como as forças externas são nulas, conclui-se que após a colisão, o centro de massa do sistema manterá sua trajetória retilínea com velocidade constante, V_{CM}.

Apêndice - Fotos sequenciais obtidas no IFUSP e IFUNICAMP para estudo do movimento do centro de massa em experimentos de lançamento.

Fonte: http://rodolphocaniato.blogspot.com

Movimento do Centro de Massa Ilustração

Lançamento de um objeto sob ação da força peso.



1. Embora o movimento do corpo seja uma composição de rotação e translação, o centro de massa do objeto descreve uma trajetória parabólica.
2. A força peso atua sobre cada partícula do corpo de massa M. O efeito macroscópico pode ser simulado pela ação da força peso no centro de massa da corpo.

Exemplo
Explosão de um projétil

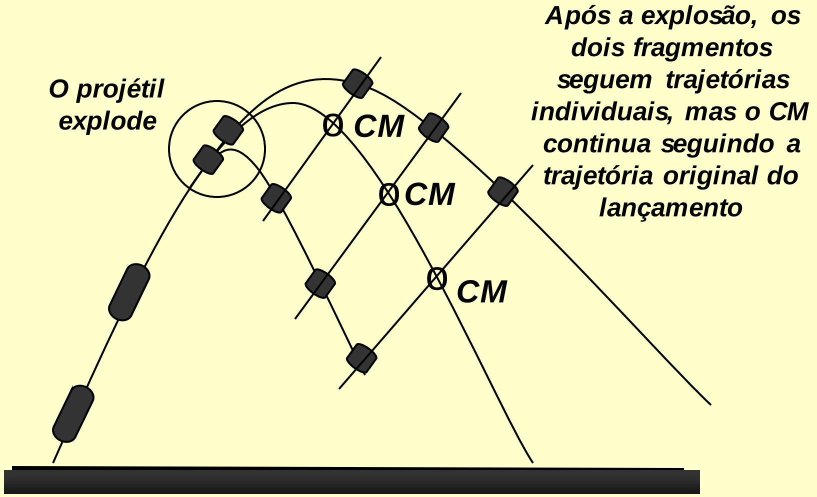
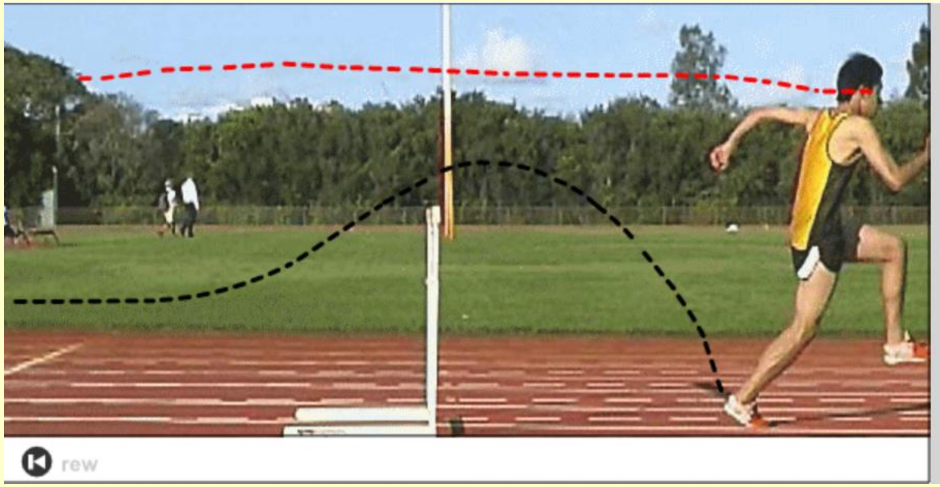
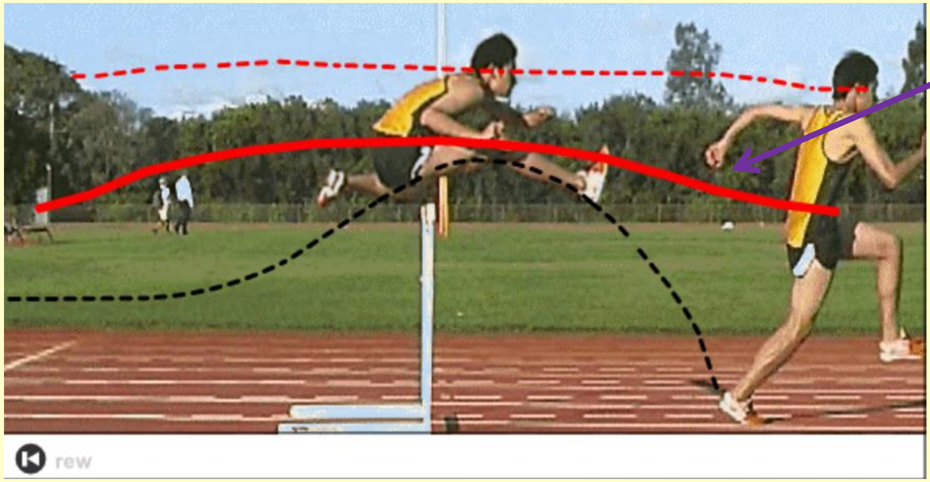


Figura 8.31, 12ª ed., p. 269 – Young e Freedman

1. *Um projétil explode durante o voo, separando-se em duas partes.*
2. *Desprezando-se a resistência do ar, os fragmentos seguem novas trajetórias parabólicas.*
3. *O centro de massa descreve a mesma trajetória parabólica que descrevia antes da explosão*

Onde está o centro de massa?





Centro de Massa

http://www.animations.physics.unsw.edu.au/jw/centre.html

Exercício 8.50 pg. 279

Um utilitário de 1200 kg desloca-se a 12,0 m/s ao longo de um elevado retilíneo. Outro carro de 1800 kg, e se deslocando a 20,0 m/s, tem seu centro de massa situado a uma distância na frente do centro de massa do utilitário.

a) Calcule a posição do centro de massa do sistema constituído pelos dois carros.

b) Calcule o módulo do momento linear do sistema

c) Calcule a velocidade do centro de massa

d) Calcule o módulo do momento linear total do sistema, utilizando a velocidade do centro de massa do sistema

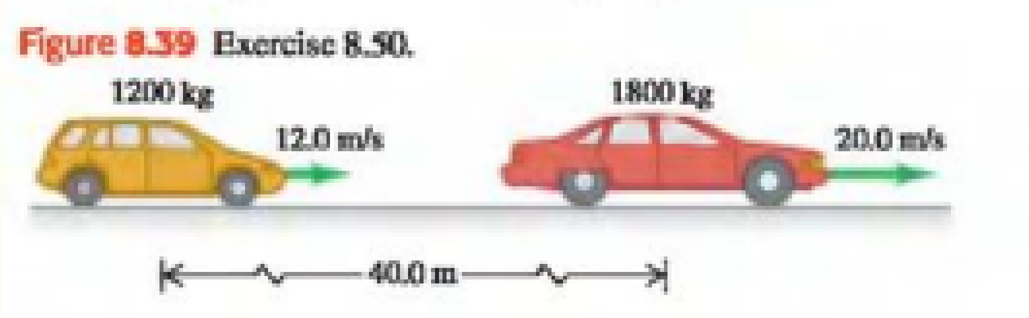
MAUÁ

MAUÁ

MAUÁ

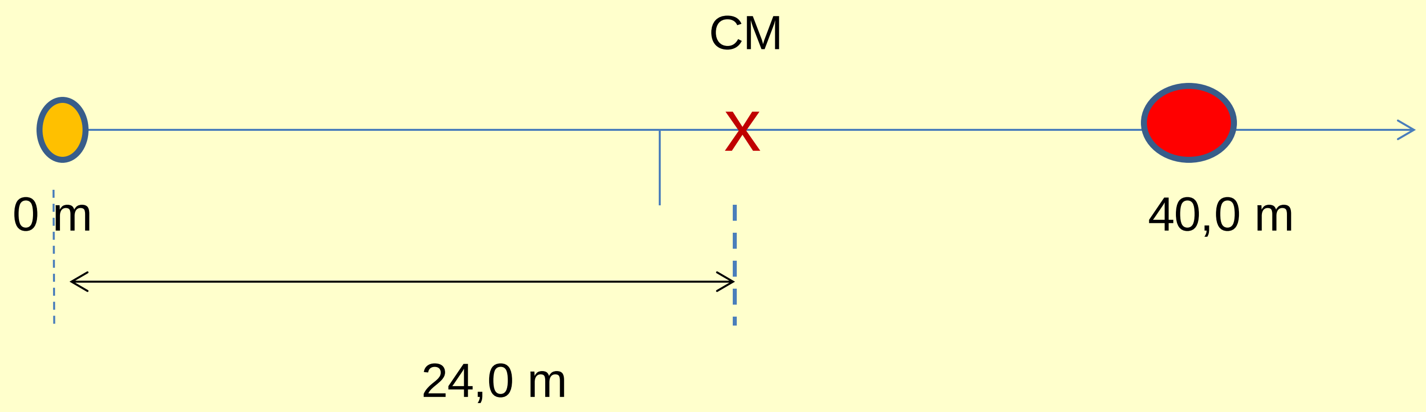
Exercício 8.50 pg. 279

Um utilitário de 1200 kg desloca-se a 12,0 m/s ao longo de um elevado retilíneo. Outro carro de 1800 kg, e se deslocando a 20,0 m/s, tem seu centro de massa situado a uma distância na frente do centro de massa do utilitário. a) Calcule a posição do centro de massa do sistema constituído pelos dois carros.



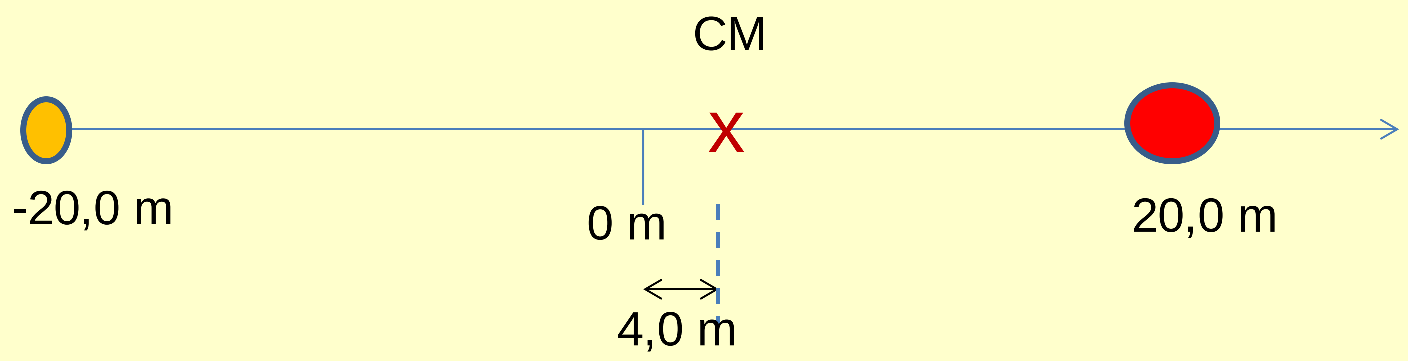
Colocando a origem no centro de massa do carro com massa 1200 kg:

$$x_{cm} = \frac{1200(0) + 1800(40{,}0)}{1200 + 1800} = 24{,}0m$$



Agora, **se mudarmos o referencial adotado**, colocando o zero no centro da linha que separa centro de massa dos dois carros, a resposta numérica seria outra:

$$x_{cm} = \frac{1200(-20{,}0)+1800(20{,}0)}{1200+1800} = 4{,}00m$$



b) Calcule o módulo do momento linear do sistema:

$P_{sist}=p_1 + p_2=m_1v_1+m_2v_2=(1200 \times 12,0)+(1800 \times 20,0)=5,04\times10^4$ kg.m/s

c) Calcule a velocidade do centro de massa:

$$v_{cm} = \frac{1200(12,0)+1800(20,0)}{1200+1800} = 16,8 m/s$$

d) Calcule o módulo do momento linear total do sistema, utilizando a velocidade do centro de massa do sistema:

b) Calcule o módulo do momento linear do sistema:

$P_{cm}=M\ v_{cm}=(1200+1800)\ (16,8)=5,04\times10^4$ kg.m/s

EXATAMENTE IGUAL AO DO ITEM B!!!!!