

# ETM101 / ETM102 / ETE702 RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS



# Método de Integração da Equação Diferencial da Linha Elástica

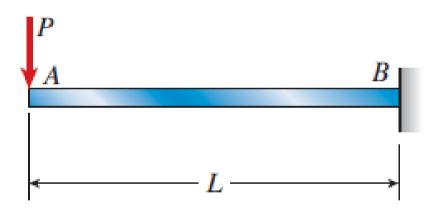


# **Exercícios**



#### **Exercícios**

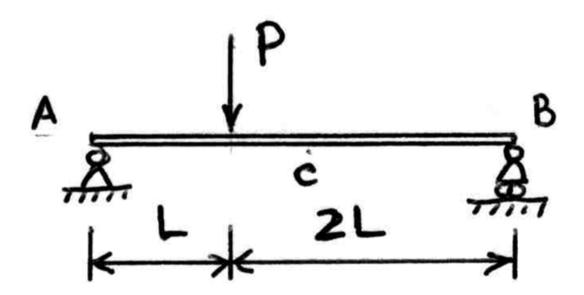
1) A barra AB é engastada em B e tem produto de rigidez EI constante. No ponto A age uma carga concentrada de valor P. Determinar a equação das inclinações ou rotações  $\phi(x)$  e a equação da linha elástica y(x) pelo método da integração da equação diferencial da linha elástica. Calcule também o valor da flecha e da rotação no ponto A.





#### **Exercícios**

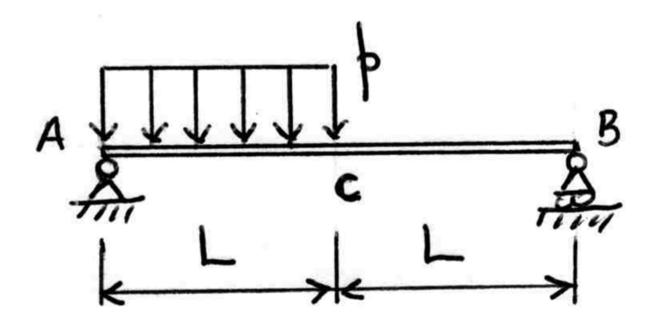
2) A barra ACB abaixo tem produto de rigidez EI constante. Determinar a equação das inclinações ou rotações  $\phi(x)$  e a equação da linha elástica y(x) pelo método da integração da equação diferencial da linha elástica usando Funções de Singularidade. Calcule também o valor da flecha na seção C, y(C) e da rotação  $\phi(A)$  no apoio A.





#### **Exercícios**

3) A barra ACB abaixo tem produto de rigidez EI constante. Determinar a equação das inclinações ou rotações  $\phi(x)$  e a equação da linha elástica y(x) pelo método da integração da equação diferencial da linha elástica usando Funções de Singularidade. Calcule também o valor da flecha na seção C, y(C) e da rotação  $\phi(A)$  no apoio A.

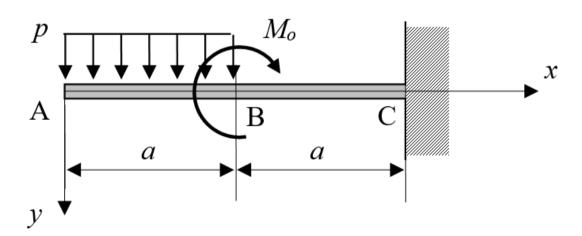




#### **Exercícios**

- 4) Para a viga engastada da figura, com módulo de rigidez El constante, pede-se:
  - a) expresse o momento fletor, M(x), em uma seção genérica, utilizando funções de singularidade;
  - b) obtenha uma expressão para  $El\varphi(x)$ ;
  - c) obtenha uma expressão para *Ely(x);*
  - d) indique as condições de contorno;
  - e) calcule as constantes de integração;
  - f) calcule a rotação da seção A,  $\phi_A$ ;
  - g) calcule a flecha na seção A,  $y_A$ .

Dados: p, a, EI,  $M_0 = 2pa^2$  (aplicado em B).

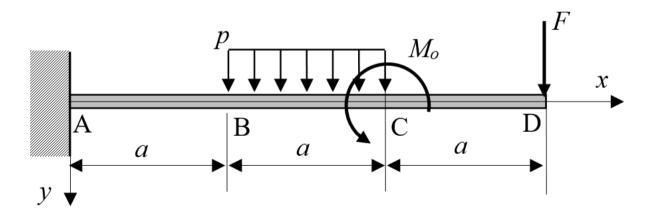




#### **Exercícios**

- 5) Para a viga engastada da figura, com módulo de rigidez *El* constante, pede-se:
  - a) expresse o momento fletor, M(x), em uma seção genérica, utilizando funções de singularidade;
  - b) obtenha uma expressão para  $El\varphi(x)$ ;
  - c) obtenha uma expressão para *Ely(x)*;
  - d) indique as condições de contorno;
  - e) calcule a rotação da seção D,  $\varphi_D$ ;
  - f) calcule a flecha na seção D,  $y_D$ .
  - g) determine o máximo valor da carga p [N/mm], sabendo-se que a flecha máxima na seção D é igual a 12 mm.

Dados: F = pa,  $M_o = 2pa^2$ , a = 1000 mm, E = 210 GPa,  $I = 620 \times 10^4$  mm<sup>4</sup>





#### **Exercícios**

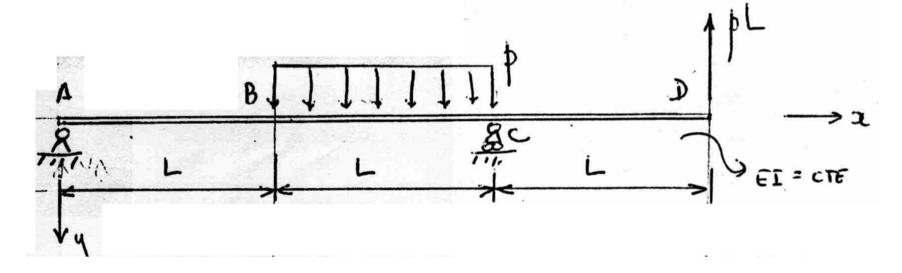
- 6) Para a viga da figura abaixo:
- Determinar a equação da linha elástica y = y(x) e a equação das rotações (inclinações)  $\phi = \phi(x)$  pelo método da integração da equação diferencial da linha elástica usando as funções de singularidade.
- Calcular o valor da flecha em **B** e a rotação do ponto **C**. Fazer um esboço da viga deformada (linha elástica), indicando o sentido de  $y_B$  e  $\varphi_C$ .
- Determinar o máximo valor de p que pode ser aplicado à barra, sabendo-se que a flecha máxima no ponto  $\mathbf{D}$  é 15 mm.

Dados:

$$L = 1.0 \text{ m}$$

$$E = 210 GPa$$

$$I = 400 \text{ cm}^4$$





#### **Exercícios**

7) Uma viga de 3 m de comprimento, biapoiada nas extremidades e de rigidez constante EI está sujeita a um carregamento que causa a seguinte expressão para o produto EIy(x) da linha elástica:

Nestas condições, pede-se:

- a) A expressão do momento fletor, M(x);
- b) O carregamento da viga (DCL).

Obs.: A unidade de comprimento é metro e a unidade de força é newton.

$$EIy(x) = -50\langle x \rangle^{3} + \frac{50}{3}\langle x \rangle^{4} - \frac{50}{3}\langle x - 1 \rangle^{4} + \frac{100}{3}\langle x - 2 \rangle^{3} - 150\langle x - 2 \rangle^{2} + \frac{1150}{9}x$$

$$M(x) =$$

