

## Лабораторная работа №9

### Теория игр

**Цель работы:** Изучить учебный материал и выполнить предложенное задание.

#### Постановка задачи

Магазин может завезти в различных пропорциях товары трех типов ( $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$ ); их реализация и прибыль магазина зависят от вида товара и состояния спроса.

Предполагается, что спрос может иметь три состояния ( $B_1$ ,  $B_2$ ,  $B_3$ ) и не прогнозируется. Определить оптимальные пропорции в закупке товаров из условия максимизации средней гарантированной прибыли при следующей матрице прибыли.

		B			
		$B_1$	$B_2$	$B_3$	
A	$A_1$	28	23	18	18
	$A_2$	24	20	22	20
	$A_3$	21	26	23	21
	$A_4$	23	24	26	23
		28	26	26	

#### Решение

A \ B	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$\alpha_i$
$A_1$	28	23	18	18
$A_2$	24	20	22	20
$A_3$	21	26	23	21
$A_4$	23	24	26	23
$\beta_j$	28	26	26	$\alpha_i = 23$ $\beta_j = 26$

$\alpha_i \neq \beta_j \Rightarrow$  седловая точка отсутствует, решение будет в смешанных стратегиях.

$$\begin{cases} 28x_1 + 23x_2 + 18x_3 \leq 1 \\ 24x_1 + 20x_2 + 22x_3 \leq 1 \\ 21x_1 + 26x_2 + 23x_3 \leq 1 \\ 23x_1 + 24x_2 + 26x_3 \leq 1 \end{cases}$$

$$F(x) = x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 28x_1 + 23x_2 + 18x_3 + x_4 = 1 \\ 24x_1 + 20x_2 + 22x_3 + x_5 = 1 \\ 21x_1 + 26x_2 + 23x_3 + x_6 = 1 \\ 23x_1 + 24x_2 + 26x_3 + x_7 = 1 \end{cases}$$

Базисные переменные	Свобод. члены	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
X <sub>4</sub>	1	1	0	0	0	28	23	18
X <sub>5</sub>	1	0	1	0	0	24	20	22
X <sub>6</sub>	1	0	0	1	0	21	26	23
X <sub>7</sub>	1	0	0	0	1	23	24	26
F	0	0	0	0	0	-1	-1	-1

Базисные переменные	Свобод. члены	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
X <sub>4</sub>	4/13	1	0	0	-9/13	12(1/13)	6(5/13)	0
X <sub>5</sub>	2/13	0	1	0	-11/13	4(7/13)	-4/13	0
X <sub>6</sub>	3/26	0	0	1	-23/26	17/26	4(10/13)	0
X <sub>3</sub>	1/26	0	0	0	1/26	23/26	12/13	1
F	1/26	0	0	0	1/26	-3/26	-1/13	0

Базисные переменные	Свобод. члены	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
X <sub>1</sub>	4/157	13/157	0	0	-9/157	1	83/157	0
X <sub>5</sub>	6/157	-59/157	1	0	-92/157	0	-2(111/157)	0
X <sub>6</sub>	31/314	-17/314	0	1	-113/157	0	4(133/314)	0
X <sub>3</sub>	5/314	-23/314	0	0	14/157	0	143/314	1
F	13/314	3/314	0	0	5/157	0	-5/314	0

Базисные переменные	Свобод. члены	X <sub>4</sub>	X <sub>5</sub>	X <sub>6</sub>	X <sub>7</sub>	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
X <sub>1</sub>	19/1389	124/1389	0	-166/1389	61/1389	1	0	0
X <sub>5</sub>	137/1389	- 568/1389	1	850/1389	-1534/1389	0	0	0
X <sub>2</sub>	31/1389	-17/1389	0	314/1389	-266/1389	0	1	0
X <sub>3</sub>	8/1389	-94/1389	0	-143/1389	245/1389	0	0	1
F	58/1389	13/1389	0	5/1389	40/1389	0	0	0

Оптимальный план можно записать так:

$$x_1 = 19/1389$$

$$x_2 = 31/1389$$

$$x_3 = 8/1389$$

$$F(x) = 1 \cdot 19/1389 + 1 \cdot 31/1389 + 1 \cdot 8/1389 = 58/1389$$

$$y_1 = 13/1389$$

$$y_2 = 0$$

$$y_3 = 5/1389$$

$$y_4 = 40/1389$$

$$Z(y) = 1 \cdot 13/1389 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot 5/1389 + 1 \cdot 40/1389 = 58/1389$$

Цена игры будет равна  $g = 1/F(x)$

$$q_i = g \cdot y_i;$$

$$p_i = g \cdot x_i.$$

$$\text{Цена игры: } g = 1/(58/1389) = 23(55/58)$$

$$p_1 = 23(55/58) \cdot 13/1389 = 13/58$$

$$p_2 = 23(55/58) \cdot 0 = 0$$

$$p_3 = 23(55/58) \cdot 5/1389 = 5/58$$

$$p_4 = 23(55/58) \cdot 40/1389 = 20/29$$

Оптимальная смешанная стратегия игрока I: (13/58; 0; 5/58; 20/29)

**Вывод:** В ходе лабораторной работы была решена с помощью смешенной стратегии.