№1.4.14 (08.04.20)

$$A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&-1\\2&2&4\end{pmatrix}\quad \Gamma=(A|E)=\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&1&1&1&0&0\\1&2&-1&0&1&0\\2&2&4&0&0&1\end{array}\right)\begin{array}{l}\\ II-I\\ III-2I\end{array}\sim$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&1&1&1&0&0\\0&1&-2&-1&1&0\\0&0&2&-2&0&1\end{array}\right)III\cdot\frac{1}{2}\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&1&1&1&0&0\\0&1&-2&-1&1&0\\0&0&1&-1&0&1/2\end{array}\right)II+2III$$

$$\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&1&1&1&0&0\\0&1&0&-3&1&1\\0&0&1&-1&0&1/2\end{array}\right)I-II-III\sim\left(\begin{array}{ccc|ccc}1&0&0&5&-1&-3/2\\0&1&0&-3&1&1\\0&0&1&-1&0&1/2\end{array}\right)$$

$$\Rightarrow A^{-1}=\begin{pmatrix}5&-1&-3/2\\-3&1&1\\-1&0&1/2\end{pmatrix}$$

Матричные уравнение

Дано: A, B, C - матрицы   Найти: X - матрица

1) $AX=B \Rightarrow X=A^{-1}B$

2) $XA=B \Rightarrow X=B\cdot A^{-1}$

3) $AXC=B \Rightarrow X=A^{-1}\cdot B\cdot C^{-1}$

№1.4.27

$$\underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}}_{A} X = \underbrace{\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}}_{B}$$

1) $\det A = \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{vmatrix} = (-1)\cdot(-3) - 2\cdot 2 = 3 - 4 = -1 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$

2) $\tilde{A} = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

3) $A^{-1} = \frac{1}{\det A}\cdot\tilde{A} = (-1)\cdot\begin{pmatrix} -3 & -2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

4) $X = A^{-1}\cdot B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\cdot(-2) + 2\cdot 1 & 3\cdot 3 + 2\cdot(-4) \\ 2\cdot(-2) + 1\cdot 1 & 2\cdot 3 + 1\cdot(-4) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

№1.4.28

$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}}_{A} \cdot X \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}}_{C} = \underbrace{\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}}_{B}$$

1) $\det A = \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 2 \neq 0 \Rightarrow \exists A^{-1}$ $\quad \det C = \begin{vmatrix} -1 & -2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 1 \neq 0 \Rightarrow \exists C^{-1}$

2) $A^{-1} = \frac{1}{\det A}\begin{pmatrix} a_{22} & -a_{12} \\ -a_{21} & a_{11} \end{pmatrix} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$

$C^{-1} = \frac{1}{\det C}\begin{pmatrix} c_{22} & -c_{12} \\ -c_{21} & c_{11} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$

3) $X = A^{-1}\cdot B\cdot C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1/2 & 1/2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & -4 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1\cdot 3 + 0\cdot 5 & 1\cdot(-2) + 0\cdot(-4) \\ (-\frac{1}{2})\cdot 3 + \frac{1}{2}\cdot 5 & (-\frac{1}{2})\cdot(-2) + \frac{1}{2}\cdot(-4) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} =$

$= \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3\cdot 3 + (-2)\cdot(-2) & 3\cdot 2 + (-2)\cdot(-1) \\ 1\cdot 3 + (-1)\cdot(-2) & 1\cdot 2 + (-1)\cdot(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & 8 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$

Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

Исследование СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots + \dots + \dots + \dots = \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

a_{ij} – коэффициенты системы $(i = 1, 2, \dots, m)$, $(j = 1, 2, \dots, n)$.

$b_1, \dots b_m$ [illegible] системы

Решить систему – это значит найти такой набор чисел (c_1 ... c_n), что при подстановке в систему, каждое из уравнений системы обращается в тождество.

Если система имеет хотя бы одно решение, она называется совместной. Если нет решений, то она несовместная. Система имеет единственное, то система – определенная. Если больше 1 решения, то система – неопределенная.

Две СЛАУ с одинаковым числом неизвестных называются эквивалентными, если множества всех решений этих систем совпадают.