

Лабораторная работа № 1

Численные методы решения дифференциальных уравнений

Часть 1

Тема: Численные методы решения дифференциальных уравнений.

Цель: Разработать программы решения дифференциальных уравнений с использованием численных методов Эйлера и Рунге-Кутты.

Оборудование: ПК, язык программирования Си.

Постановка задачи: Изучить численные методы Эйлера и Рунге-Кутты и предложенные варианты алгоритмов их реализации. Разработать программы решения дифференциальных уравнений, используя актуальный для студента язык программирования.

Контрольный пример №1

Метод Эйлера

Математическая модель

$$y = y + h * y * (1 - x)$$

$$x = x + 1$$

Код программы

```
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#include <stdlib.h>
#include <locale.h>

int main() {
    setlocale(LC_ALL, "rus");
    float a = 0, b = 1, x0 = 0, y0 = 1, h, x = 0, y = 0;
    h = (b-a)/10;
    printf("Введите x0 \n");
    scanf("%f", &x0);
    printf("Введите y0 \n");
    scanf("%f", &y0);
    y = y0;
    while(x < b-h) {
        y = y + h * (y * (1-x));
        printf("x = %.1f \t", x);
        printf("y = %f \t\n", y);
        x = x + h;
    }
    return 0;
}
```

Список идентификаторов

Переменная	Тип данных	Смысл
a	float	Левая граница интервала
b	float	Правая граница интервала
x0	float	Начальное значение x
y0	float	Начальное значение y
x	float	Аргумент функции
y	float	Значение функции
h	float	Шаг

Результат

```
Введите x0
0
Введите y0
1
x = 0,0      y = 1,100000
x = 0,1      y = 1,199000
x = 0,2      y = 1,294920
x = 0,3      y = 1,385564
x = 0,4      y = 1,468698
x = 0,5      y = 1,542133
x = 0,6      y = 1,603818
x = 0,7      y = 1,651933
x = 0,8      y = 1,684972
```

Далее реализуем универсальный алгоритм для метода Рунге-Кутты.

Метод Рунге-Кутты

Код программы

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <locale.h>

float f(float x, float y){
    return y*(1-x);
}

int main(){
    setlocale(LC_ALL, "rus");
    float a, b, n, x, y, h, k1, k2, k3, k4, dy;
    printf("Введите левый предел: ");
    scanf("%f", &a);
    printf("Введите правый предел: ");
    scanf("%f", &b);
    printf("Введите количество разбиений: ");
    scanf("%f", &n);
    printf("Введите x: ");
    scanf("%f", &x);
    printf("Введите y: ");
    scanf("%f", &y);
    h = (b-a)/n;
    while(x < b){
        k1 = f(x, y);
        k2 = f(x+h/2, y+h*k1/2);
        k3 = f(x+h/2, y+h*k2/2);
        k4 = f(x+h, y+h*k3);
        dy = h/6*(k1+2*k2+2*k3+k4);
        y += dy;
        printf("x = %f \t y = %f \n", x, y);
        x +=h;
    }
    return 0;
}
```

Результат

```
Введите левый предел: 0
Введите правый предел: 1
Введите количество разбиений: 10
Введите x: 0,0
Введите y: 1,0
x = 0,000000    y = 1,099659
x = 0,100000    y = 1,197217
x = 0,200000    y = 1,290461
x = 0,300000    y = 1,377128
x = 0,400000    y = 1,454991
x = 0,500000    y = 1,521961
x = 0,600000    y = 1,576173
x = 0,700000    y = 1,616074
x = 0,800000    y = 1,640498
x = 0,900000    y = 1,648721
```

Часть 2

Тема: Численные методы решения дифференциальных уравнений второго порядка и системы дифференциальных уравнений.

Цель: Разработать программы решения дифференциальных уравнений второго порядка и системы дифференциальных уравнений с использованием численных методов Эйлера и Рунге-Кутты.

Оборудование: ПК, язык программирования Си.

Постановка задачи: Изучить алгоритмы решения дифференциальных уравнений высших порядков (второго порядка) и системы дифференциальных уравнений с использованием численных методов Эйлера и Рунге-Кутты. Разработать программы, используя актуальный для студента язык программирования.

Контрольный пример №2

Математическая модель

$$y = y + h * z$$

$$z = z - h * (z / x + y)$$

Код программы

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

int main() {
    float a = 1.0, b = 1.5, h = 0.1, x, y = 0.77, z = -0.44;
    x = a;
    while(x < b-h) {
        y = y+h*z;
        z = z-h*(z/x+y);
        printf("x = %f \t", x);
        printf("y = %f \t", y);
        printf("z = %f \n", z);
        x += h;
    }
    return 0;
}
```

Список идентификаторов

Переменная	Тип данных	Смысл
a	float	Левая граница интервала
b	float	Правая граница интервала
x	float	Аргумент
y	float	Значение по аргументу y
z	float	Значение по аргументу z
h	float	Шаг

Результат

```
x = 1.000000    y = 0.726000    z = -0.468600
x = 1.100000    y = 0.679140    z = -0.493914
x = 1.200000    y = 0.629749    z = -0.515729
x = 1.300000    y = 0.578176    z = -0.533875
```

Контрольный пример №3

Математическая модель

$$x = x + h(-2*x + 5z)$$

$$y = y + h(\sin(i-1) x - y + 3 z)$$

$$z = z + h(-x + 2z)$$

Код программы

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

int main() {
    float a = 0, b = 0.3, x = 2.0, y = 1.0, z = 1.0, h = 0.003, i;
    i = a;
    while(i < b-h) {
        x = x+h*(-2*x+5*z);
        y = y+h*(sin(i-1)*x-y+3*z);
        z = z+h*(-x+2*z);
        printf("x = %f \t", x);
        printf("y = %f \t", y);
        printf("z = %f \t", z);
        printf("i = %f \n");
        i += h;
    }
    return 0;
}
```

Список идентификаторов

Переменная	Тип данных	Смысл
a	float	Левая граница интервала
b	float	Правая граница интервала
x	float	Аргумент
y	float	Значение по аргументу y
z	float	Значение по аргументу z
h	float	Шаг
i	float	Параметр цикла

Результат

x = 2.003000	y = 1.000944	z = 0.999991	i = 0.999991
x = 2.005982	y = 1.001886	z = 0.999973	i = 0.999973
x = 2.008946	y = 1.002829	z = 0.999946	i = 0.999946
x = 2.011891	y = 1.003771	z = 0.999910	i = 0.999910
x = 2.014818	y = 1.004712	z = 0.999865	i = 0.999865
x = 2.017728	y = 1.005652	z = 0.999811	i = 0.999811
x = 2.020618	y = 1.006593	z = 0.999748	i = 0.999748
x = 2.023491	y = 1.007532	z = 0.999676	i = 0.999676
x = 2.026345	y = 1.008472	z = 0.999595	i = 0.999595
x = 2.029181	y = 1.009411	z = 0.999505	i = 0.999505
x = 2.031998	y = 1.010350	z = 0.999406	i = 0.999406
x = 2.034797	y = 1.011288	z = 0.999298	i = 0.999298
x = 2.037578	y = 1.012227	z = 0.999181	i = 0.999181
x = 2.040340	y = 1.013165	z = 0.999055	i = 0.999055
x = 2.043084	y = 1.014103	z = 0.998920	i = 0.998920
x = 2.045809	y = 1.015041	z = 0.998776	i = 0.998776
x = 2.048516	y = 1.015979	z = 0.998624	i = 0.998624
x = 2.051204	y = 1.016917	z = 0.998462	i = 0.998462
x = 2.053874	y = 1.017854	z = 0.998291	i = 0.998291
x = 2.056525	y = 1.018792	z = 0.998111	i = 0.998111
x = 2.059158	y = 1.019730	z = 0.997922	i = 0.997922
x = 2.061772	y = 1.020668	z = 0.997724	i = 0.997724
x = 2.064367	y = 1.021606	z = 0.997518	i = 0.997518
x = 2.066943	y = 1.022545	z = 0.997302	i = 0.997302
x = 2.069501	y = 1.023483	z = 0.997077	i = 0.997077
x = 2.072040	y = 1.024422	z = 0.996844	i = 0.996844
x = 2.074561	y = 1.025362	z = 0.996601	i = 0.996601
x = 2.077062	y = 1.026301	z = 0.996349	i = 0.996349
x = 2.079545	y = 1.027241	z = 0.996089	i = 0.996089
x = 2.082009	y = 1.028181	z = 0.995819	i = 0.995819
x = 2.084455	y = 1.029122	z = 0.995541	i = 0.995541
x = 2.086881	y = 1.030064	z = 0.995254	i = 0.995254
x = 2.089288	y = 1.031005	z = 0.994957	i = 0.994957
x = 2.091677	y = 1.031948	z = 0.994652	i = 0.994652
x = 2.094047	y = 1.032890	z = 0.994338	i = 0.994338
x = 2.096398	y = 1.033834	z = 0.994014	i = 0.994014
x = 2.098729	y = 1.034778	z = 0.993682	i = 0.993682
x = 2.101042	y = 1.035723	z = 0.993341	i = 0.993341
x = 2.103336	y = 1.036668	z = 0.992991	i = 0.992991
x = 2.105611	y = 1.037615	z = 0.992632	i = 0.992632
x = 2.107867	y = 1.038562	z = 0.992265	i = 0.992265
x = 2.110104	y = 1.039509	z = 0.991888	i = 0.991888
x = 2.112321	y = 1.040458	z = 0.991502	i = 0.991502
x = 2.114520	y = 1.041408	z = 0.991108	i = 0.991108
x = 2.116699	y = 1.042358	z = 0.990704	i = 0.990704
x = 2.118860	y = 1.043309	z = 0.990292	i = 0.990292

x = 2.121001	y = 1.044261	z = 0.989871	i = 0.989871
x = 2.123123	y = 1.045215	z = 0.989441	i = 0.989441
x = 2.125226	y = 1.046169	z = 0.989002	i = 0.989002
x = 2.127310	y = 1.047124	z = 0.988554	i = 0.988554
x = 2.129374	y = 1.048080	z = 0.988097	i = 0.988097
x = 2.131419	y = 1.049038	z = 0.987631	i = 0.987631
x = 2.133445	y = 1.049996	z = 0.987157	i = 0.987157
x = 2.135452	y = 1.050956	z = 0.986673	i = 0.986673
x = 2.137439	y = 1.051917	z = 0.986181	i = 0.986181
x = 2.139408	y = 1.052879	z = 0.985680	i = 0.985680
x = 2.141356	y = 1.053842	z = 0.985170	i = 0.985170
x = 2.143286	y = 1.054807	z = 0.984651	i = 0.984651
x = 2.145196	y = 1.055773	z = 0.984123	i = 0.984123
x = 2.147087	y = 1.056740	z = 0.983587	i = 0.983587
x = 2.148958	y = 1.057708	z = 0.983041	i = 0.983041
x = 2.150810	y = 1.058678	z = 0.982487	i = 0.982487
x = 2.152642	y = 1.059649	z = 0.981924	i = 0.981924
x = 2.154455	y = 1.060622	z = 0.981352	i = 0.981352
x = 2.156249	y = 1.061596	z = 0.980772	i = 0.980772
x = 2.158023	y = 1.062572	z = 0.980182	i = 0.980182
x = 2.159777	y = 1.063548	z = 0.979584	i = 0.979584
x = 2.161513	y = 1.064527	z = 0.978977	i = 0.978977
x = 2.163228	y = 1.065507	z = 0.978361	i = 0.978361
x = 2.164924	y = 1.066488	z = 0.977736	i = 0.977736
x = 2.166601	y = 1.067471	z = 0.977103	i = 0.977103
x = 2.168258	y = 1.068456	z = 0.976461	i = 0.976461
x = 2.169895	y = 1.069442	z = 0.975810	i = 0.975810
x = 2.171513	y = 1.070430	z = 0.975150	i = 0.975150
x = 2.173111	y = 1.071419	z = 0.974482	i = 0.974482
x = 2.174690	y = 1.072410	z = 0.973805	i = 0.973805
x = 2.176249	y = 1.073403	z = 0.973119	i = 0.973119
x = 2.177788	y = 1.074397	z = 0.972424	i = 0.972424
x = 2.179308	y = 1.075394	z = 0.971721	i = 0.971721
x = 2.180808	y = 1.076391	z = 0.971009	i = 0.971009
x = 2.182288	y = 1.077391	z = 0.970288	i = 0.970288
x = 2.183748	y = 1.078393	z = 0.969558	i = 0.969558
x = 2.185189	y = 1.079396	z = 0.968820	i = 0.968820
x = 2.186611	y = 1.080401	z = 0.968073	i = 0.968073
x = 2.188012	y = 1.081407	z = 0.967318	i = 0.967318
x = 2.189394	y = 1.082416	z = 0.966553	i = 0.966553
x = 2.190756	y = 1.083426	z = 0.965780	i = 0.965780
x = 2.192098	y = 1.084439	z = 0.964999	i = 0.964999
x = 2.193420	y = 1.085453	z = 0.964209	i = 0.964209
x = 2.194723	y = 1.086469	z = 0.963410	i = 0.963410
x = 2.196006	y = 1.087487	z = 0.962602	i = 0.962602

x = 2.197268	y = 1.088507	z = 0.961786	i = 0.961786
x = 2.198512	y = 1.089528	z = 0.960961	i = 0.960961
x = 2.199735	y = 1.090552	z = 0.960128	i = 0.960128
x = 2.200938	y = 1.091578	z = 0.959286	i = 0.959286
x = 2.202122	y = 1.092605	z = 0.958435	i = 0.958435
x = 2.203286	y = 1.093635	z = 0.957576	i = 0.957576
x = 2.204430	y = 1.094666	z = 0.956708	i = 0.956708
x = 2.205554	y = 1.095700	z = 0.955831	i = 0.955831

Вывод: в ходе лабораторной работы были разработаны алгоритмы для решения дифференциальных уравнений первого и второго порядков. Были написаны алгоритмы методов Эйлера и Рунге-Кутты для языка программирования Си.