ОПРЕДЕЛИТЕЛИ



СВОЙСТВА ОПРЕДЕЛИТЕЛЕЙ

- 1°. Свойство равноправности строк и столбцов.
- 2°. Свойство антисимметрии при перестановке двух строк (или двух столбцов).
- 3°. Линейное свойство определителя.
- 4°. Свойство алгебраических дополнений соседних строк (или столбцов).

Вычислить определитель приведением к треугольному виду:

$$D_n = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ -1 & -1 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ -1 & -1 & -1 & 3 & \dots & 3 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -1 & -1 & -1 & -1 & \dots & n-1 \end{vmatrix}$$

Прибавляя к каждой строке определителя первую строку, получим:

$$D_n = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 2 & 2 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 3 & \dots & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & \dots & 4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{разложим по} \\ \text{первому столбцу} \end{bmatrix} = \\ = 1 \cdot \underbrace{\begin{bmatrix} 2 & 2 & 2 & \dots & 2 \\ 0 & 3 & 3 & \dots & 3 \\ 0 & 0 & 4 & \dots & 4 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & n \end{bmatrix}}_{n-1} = \begin{bmatrix} \text{повторяем разложение по} \\ \text{первому столбцу} & n-2 \text{ раза} \end{bmatrix} = \\ = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n = n!$$

При вычислении определителей 4-го порядка разложением по строке или столбцу, знаки («+» или «-») перед слагаемым $a_{ij} \cdot M_{ij}$ проще всего запомнить в следующем виде:

Аналогично, для вычисления определителя n-го порядка знаки расположены следующим образом (в «шахматном» порядке, слева вверху знак «+»):

МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПРЕДЕЛИТЕ-ЛЕЙ

МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ

- 1) Разложение по строке или столбцу
- 2) Вычисление по прафилу треугольников.
- 3) Вычисление определителя приведением к треугольному виду.

$$\begin{aligned} 3 \cdot \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 2 \end{vmatrix} - 2 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = \\ &= 3 \cdot (5 \cdot 2 - 3 \cdot 4) - 2 \cdot (2 \cdot 2 - 3 \cdot 3) + 1 \cdot (2 \cdot 4 - 5 \cdot 3) = \\ &= 3 \cdot (-2) - 2 \cdot (-5) + 1 \cdot (-7) = -3. \end{aligned}$$