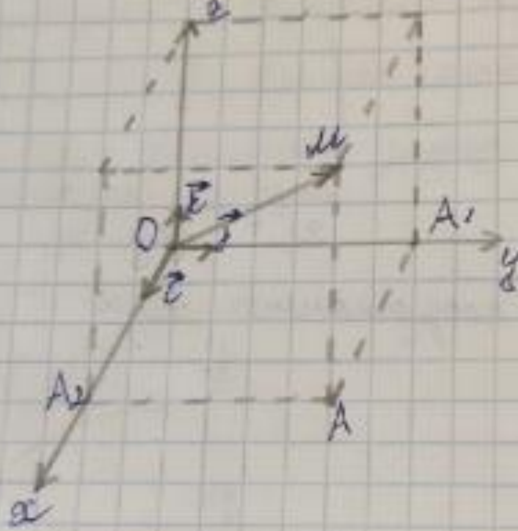
(17.04.20)

Аналитическая геометрия в пространстве

Метод координат в пространстве

Прямоугольная система координат



$MA \perp Oz,\ AA_1 \perp Ox$

$MA \perp Oxy,\ AA_1 \perp Oy$

$MA_1 \perp Oy,\ MA_2 \perp Ox$

$\forall$ точка в пространстве однозначно определяется при помощи прямоугольной системы координат

Оси: Ox - ось абсцисс $\quad Ox \perp Oy \perp Oz$
Oy - ось ординат
Oz - ось аппликат $\quad Ox \cap Oy \cap Oz = O$

Единичные векторы: $\vec{i}$ на Ox, $\vec{j}$ на Oy, $\vec{k}$ на Oz.

$\overrightarrow{OM}$ - радиус-вектор точки M, где M - произвольная точка пространства

Координатами точки M в системе координат $Oxyz$ называются координаты радиус-вектора $\overrightarrow{OM}$

Если $\overrightarrow{OM} = (x; y; z)$, то $M(x; y; z)$

x - абсцисса точки M
y - ордината точки M
z - аппликата точки M.

$\exists!(x; y; z) \Leftrightarrow \exists! M$

Расстояние между точками $M_1(x_1; y_1; z_1)$ и $M_2(x_2; y_2; z_2)$ вычисляется по формуле:

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Дано: AB - отрезок, $A(x_1; y_1; z_1)$, $B(x_2; y_2; z_2)$, $M(x; y; z)$; $\lambda = \frac{|AM|}{|MB|}$, т. е. точка M делит AB в отношении λ

тогда: $x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}$, $y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}$, $z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1 + \lambda}$

Частный случай: M - середина AB, $\lambda = 1$.

$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$, $y = \frac{y_1 + y_2}{2}$; $z = \frac{z_1 + z_2}{2}$

№5.1.1

$A(2; 3; 1)$, $B(-1; 5; 2)$, $M(x; y; z)$;
$M \in Oy$, $|AM| = |MB|$

Решение: $M \in Oy \Rightarrow M(0; y; 0)$.

$|AM| = |MB|$; $|AM| = \sqrt{(0-2)^2 + (y-3)^2 + (0-1)^2}$

$|BM| = \sqrt{(0+1)^2 + (y-5)^2 + (0-2)^2}$

$\sqrt{y^2 - 6y + 14} = \sqrt{y^2 - 10y + 30} \Rightarrow 4y = 16 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow$

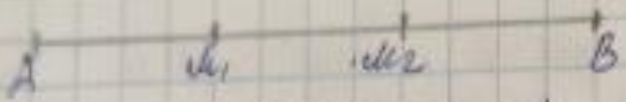
$\Rightarrow M(0; 4; 0)$.

№5.1.4

AB - отрезок, $A(-2;4;1)$, $B(2;-4;-3)$

$M_1, M_2 \in AB$, $|AM_1| = |M_1M_2| = |M_2B|$

Найти: $M_1(x_1;y_1;z_1)$, $M_2(x_2;y_2;z_2)$



M_1 - делит AB $\lambda = \frac{1}{2} = \frac{|AM_1|}{|M_1B|}$

тогда

$$x_1 = \frac{x_a + \lambda x_b}{1+\lambda} = \frac{-2 + \frac{1}{2}\cdot 2}{1+\frac{1}{2}} = -\frac{2}{3}$$

$$y_1 = \frac{y_a + \lambda y_b}{1+\lambda} = \frac{4 + \frac{1}{2}(-4)}{1+\frac{1}{2}} = \frac{4}{3}$$

$$z_1 = \frac{z_a + \lambda z_b}{1+\lambda} = \frac{1 + \frac{1}{2}\cdot(-3)}{1+\frac{1}{2}} = -\frac{1}{3}$$

$\Rightarrow \left(M_1\left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; -\frac{1}{3}\right)\right)$

т.к. $|AM_1| = |M_1M_2| = |M_2B| \Rightarrow M_2$ - середина $|M_1B|$

Тогда:

$$x_2 = \frac{x_1 + x_b}{2} = \frac{-\frac{2}{3}+2}{2} = \frac{\frac{4}{3}}{2} = \frac{2}{3}$$

$$y_2 = \frac{y_1 + y_b}{2} = \frac{\frac{4}{3}+(-4)}{2} = \frac{-\frac{8}{3}}{2} = -\frac{4}{3}$$

$$z_2 = \frac{z_1 + z_b}{2} = \frac{-\frac{1}{3}+(-3)}{2} = \frac{-\frac{10}{3}}{2} = -\frac{5}{3}$$

$\Rightarrow \left(M_2\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; -\frac{5}{3}\right)\right)$