Математический анализ (15.04.20).

№6.4.14.

1) $\lim\limits_{x\to -1} \frac{3x^2-1}{4x^2+5x+2} = \frac{\lim\limits_{x\to -1}(3x^2-1)}{\lim\limits_{x\to -1}(4x^2+5x+2)} = \frac{\lim\limits_{x\to -1}(3x^2)-\lim\limits_{x\to -1}(1)}{\lim\limits_{x\to -1}(4x^2)+\lim\limits_{x\to -1}(5x)+\lim\limits_{x\to -1}(2)} =$

$= \frac{3\lim\limits_{x\to -1}x^2-\lim\limits_{x\to -1}1}{4\lim\limits_{x\to -1}x^2+5\lim\limits_{x\to -1}x+\lim\limits_{x\to -1}2} = \frac{3\cdot(-1)^2-1}{4\cdot(-1)^2+5\cdot(-1)+2} = \frac{3\cdot 1-1}{4\cdot 5+2} = \frac{2}{1} = 2$

2) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x^2-5x+6} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 2} \frac{(x-2\sqrt{2}+2)}{(x-2)(x-3)} = \lim\limits_{x\to 2} \frac{x-2}{x-3} = \frac{2+2}{2-3} = -4$

3) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{\sqrt{x+3}-3}{x-1} = \left[\frac{0}{0}\right] = \lim\limits_{x\to 1} \frac{(\sqrt{x+3}-3)(\sqrt{x+3}+3)}{(x-1)(\sqrt{x+3}+3)} =$

$= \lim\limits_{x\to 1} \frac{(\sqrt{x+3})^2-3^2}{(x-1)(\sqrt{x+3}+3)} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{(x+3)-9}{(x-1)(\sqrt{x+3}+3)} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x+3}+3)} = \lim\limits_{x\to 1} \frac{1}{\sqrt{x+3}+3} =$

$= \frac{1}{\sqrt{1+3}+3} = \frac{1}{6}$

4) $\lim\limits_{x\to\infty} \frac{1+x-x^2}{2x^2+3x} = \left[\frac{\infty}{\infty}\right] = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{x^2\left(\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-1\right)}{x^2\left(2+\frac{3}{x}\right)} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x^2}+\frac{1}{x}-1}{2+\frac{3}{x}} =$

$= \frac{0+0-1}{2+0} = -\frac{1}{2}$

№6.4.15.

$\lim_{x\to -2}(5x^2-2x-1)=\lim_{x\to -2}5x^2+\lim_{x\to -2}2x-\lim_{x\to -2}1=5\lim_{x\to -2}x^2+2\lim_{x\to -2}x-\lim_{x\to -2}1=$

$=5\cdot(-2)^2+2\cdot(-2)-1=15.$

№6.4.16

$\lim_{x\to 1}\frac{5x+1}{x^3-2x+3}=\frac{\lim_{x\to 1}5x+1}{\lim_{x\to 1}x^3-2x+3}=\frac{5\lim_{x\to 1}x+\lim_{x\to 1}1}{\lim_{x\to 1}x^3-2\lim_{x\to 1}x+\lim_{x\to 1}3}=\frac{5+1}{1-2+3}=\frac{6}{2}=3$

№6.4.17

$\lim_{x\to 0}\frac{x}{x^2-x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{x}{x(x-1)}=\lim_{x\to 0}\frac{1}{x-1}=\frac{1}{0-1}=-1$

№6.4.18

$\lim_{x\to 3}\frac{2^x-8}{2^x-8}=\frac{\lim_{x\to 3}2^x-\lim_{x\to 3}8}{\lim_{x\to 3}2^x+\lim_{x\to 3}8}=\frac{8-8}{8+8}=\frac{0}{16}=0$

№6.4.19

$\lim_{x\to 5}\frac{x^2-4x-5}{x^2-25}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 5}\frac{(x-5)(x-1)}{(x-5)(x+5)}=\lim_{x\to 5}\frac{x-1}{x+5}=\frac{5-1}{5+5}=\frac{4}{10}=0,4$

№6.4.20

$\lim_{x\to 0}\frac{4x^3-3x^2+x}{2x}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to 0}\frac{x(4x^2-3x+1)}{2x}=\lim_{x\to 0}\frac{4x^2-3x+1}{2}=$

$=\frac{1}{2}\lim_{x\to 0}(4x^2-3x+1)=\frac{1}{2}\cdot(4\cdot 0-3\cdot 0+1)=\frac{1}{2}=0,5.$

№6.4.21.

$\lim_{x\to -1}\frac{x^3+2x+2}{x^3+1}=\left[\frac{0}{0}\right]=\lim_{x\to -1}\frac{x^3+2x+2}{(x+1)(x^2-x+1)}=$

$x^3+0\cdot x^2+2x+2 \;\big|\; x+1$

$-x^3+x^2$

$-x^2+2x$

$-x^2-x$

$3x+2$

$-3x+3$

-1

x^2-x+1

$=\lim_{x\to -1}\frac{(x+1)(x^2-x+2)}{(x+1)(x^2-x+1)}=\lim_{x\to -1}\frac{x^2-x+2}{x^2-x+1}=$

$=\frac{(-1)^2-(-1)+2}{(-1)^2-(-1)+1}=\frac{1+1+2}{1+1+1}=\frac{4}{3}.$