№4.1.3.

Дано: $A(2; 4)$

Найти: A_1

1) относительно биссектрисы II и IV
2) I и III

Решение: 1) ○ l_1: $A \in l_1$, $l_1 \perp l$

$l_1 \cap l = C$

Отложим $|AC| = |CA_1|$

$\Delta ACO = \Delta A_1CO$, т.к. $|AC| = |A_1C|$, CO – общая (по двум катетам) ⇒
⇒ $|OA| = |A_1O|$

Из чего следует, что $\Delta AOB = \Delta A_1OB_1$ (доказательство из №4.1.1) ⇒
⇒ $|AB| = |OB_1|$, $|OB| = |A_1B_1|$ ⇒
⇒ $A_1(-4, -2)$

2) ○ l_1: $A \in l_1$, $l_1 \perp l$, $l_1 \cap l = C$

Отложим $|AC| = |CA_1|$

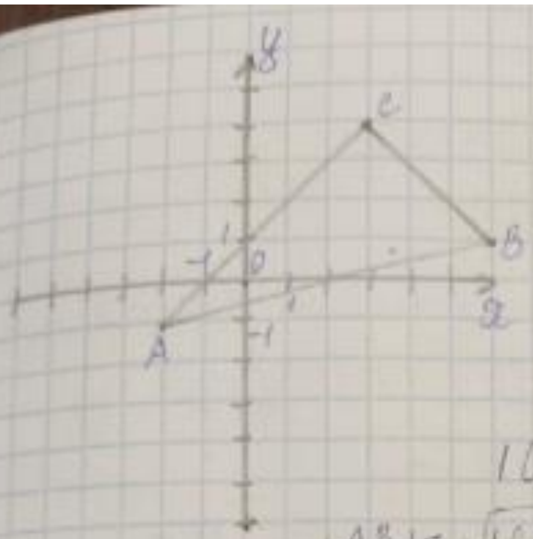
Доказываем, что Δ равны по аналогии с 1 пунктом ⇒ $\Delta AOB = \Delta A_1OB_1$ ⇒ $|AB| = |OB_1|$, $|OB| = |A_1B_1|$ ⇒
⇒ $A_1(4, 2)$

Ответ: 1) $A_1(-4, -2)$; 2) $A_1(4, 2)$

№4.1.5.

Дано: $A(-2; -1)$, $B(6; 1)$, $C(3; 4)$

Доказать: ΔABC – прямоугольный



Решение: ○

$|AB| = \sqrt{(6-(-2))^2 + (1-(-1))^2} =$

$= \sqrt{64 + 4} = \sqrt{68}$

$|BC| = \sqrt{(3-6)^2 + (4-1)^2} =$

$= \sqrt{(-3)^2 + (3)^2} = \sqrt{18}$

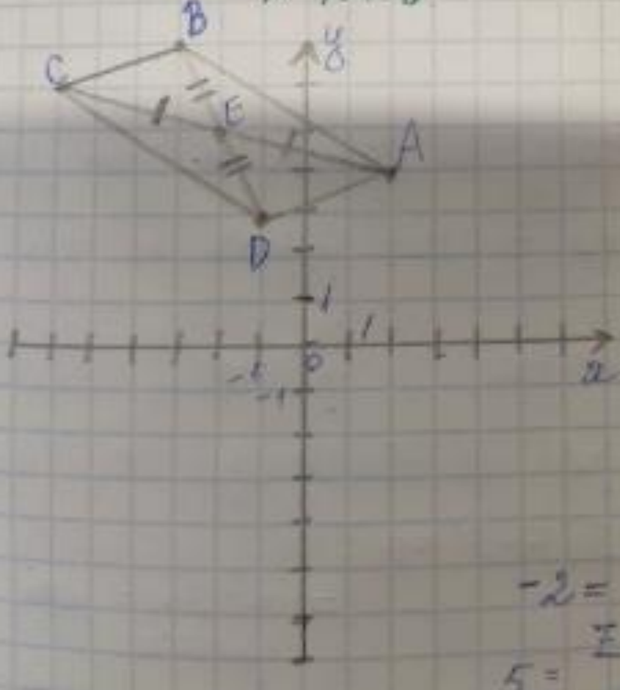
$|CA| = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{50}$

$|AB| = \sqrt{|CA|^2 + |BC|^2} = \sqrt{(\sqrt{50})^2 + (\sqrt{18})^2} =$

$= \sqrt{68}$ ●

Ответ: ΔABC является прямоугольным.

№ 4.1.6



Дано: $A(2;4)$, $B(-3;7)$, $C(-6;6)$

Найти: D.

Решение: ○

$x_E = \frac{2-6}{2} = -\frac{4}{2} = -2$

$y_E = \frac{4+6}{2} = 5$ $\Rightarrow E(-2;$

Найдем точку D

$-2 = \frac{-3+x_D}{2} \Rightarrow x_D = -4+3 = -1$

$5 = \frac{7+y_D}{2} \Rightarrow y_D = 10-7 = 3$ $\Rightarrow D($

●

Ответ: $D(-1;3)$

№4.1.7.

Дано: $A(-2;4)$, $B(-6;3)$, $C(5;-6)$

Найти: $S_\triangle$

Решение: Воспользуемся формулой площади:

$S = \frac{1}{2}((x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1))$, где

$A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$, $C(x_3;y_3)$

$S = \frac{1}{2}((-6-(-2))(-6-4)-(5-(-2))(3-4)) =$

$= \frac{1}{2}(-4\cdot(-10)-7\cdot 4) = \frac{1}{2}(40-28) = \frac{12}{2} = 6.$

Ответ: $S_\triangle = 6$

№4.1.9.

Дано: $(2;3)$, $(5;7)$, $(11;15)$

Найти (Доказать): все точки лежат на одной прямой

Решение: Если точки в одной прямой, то выполняется равенство:

$(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)=0$

Пусть $(2;3)=(x_1;y_1)$, $(5;7)=(x_2;y_2)$, $(11;15)=(x_3;y_3)$

$(5-2)(15-3)-(11-2)(7-3)=0$

$3\cdot 12-9\cdot 4=0$

$36-36=0$

$0=0$

$\Rightarrow$ точки в одной прямой.

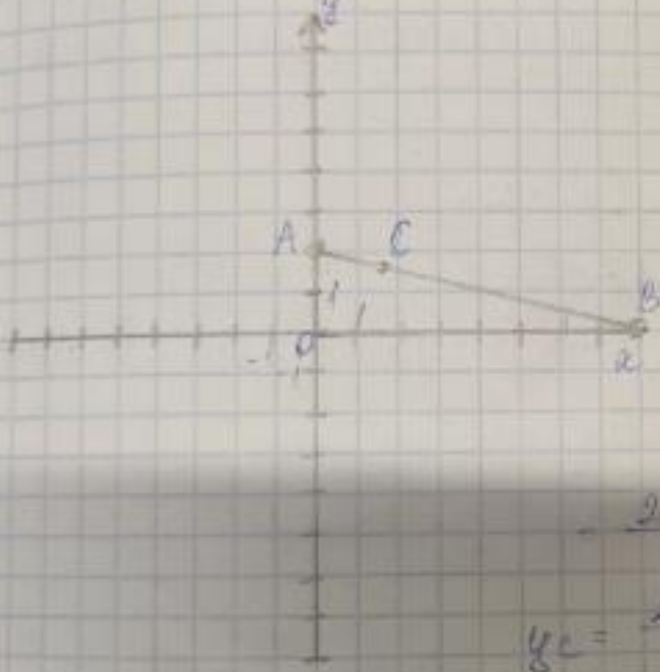
Ответ: Точки в одной прямой.

№4.1.10.

Дано: (0;2), (8;0)

Найти: Соотношение

Решение:



Пусть $A(0;2)$, $B(8;0)$, $O(0;0)$.

$|AO| = 2$

$|OB| = 8$

$\lambda = \frac{|OA|}{|OB|} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Пусть C – точка деления отрезка AB

$$x_C = \frac{0 + \frac{1}{4} \cdot 8}{1 + \frac{1}{4}} = \frac{2 \cdot 4}{5} = \frac{8}{5} = 1{,}6$$

$$y_C = \frac{2 + \frac{1}{4} \cdot 0}{\frac{5}{4}} = \frac{2 \cdot 4}{5} = \frac{8}{5} = 1{,}6$$

Ответ: $C(1{,}6; 1{,}6)$

№4.1.11.

Дано: $A(3;-8)$

Найти: $\cap Oy$ на расстоянии 5 единиц.

Решение:

O

$R = 5$

$(x-3)^2+(y+8)^2=25$ – уравнение окружности

$$\begin{cases}(x-3)^2+(y+8)^2=25\\ x=0\end{cases}$$

$(y+8)^2=25-9$

$(y+8)^2=16 \Rightarrow y^2+16y+48=0 \quad y_1=-4, \ y_2=-12$

Ответ: $(0;-4)$ или $(0;-12)$

№4.1.47

Дано: $A(3;0)$, $B(2;-\frac{\pi}{3})$, $C(5;\frac{\pi}{2})$, $D(0;-\frac{\pi}{4})$, $E(1;$

Найти: $(x;y)$ – прямоугольные координаты

Решение: $x = r\cos\varphi \quad y = r\sin\varphi$

A: $r=3$; $\varphi=0$

$x = 3\cos 0 = 3\cdot 1 = 3 \quad y = 3\cdot\sin 0 = 0$

$A(3;0)$

B: $r=2$, $\varphi=-\frac{\pi}{3}$

$x = 2\cdot\frac{1}{2} = 1 \quad y = 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\sqrt{3}$

$B(1;-\sqrt{3})$

C: $r=5$; $\varphi=\frac{\pi}{2}$ $\quad x = 5\cdot 0 = 0$; $y = 5\cdot 1 = 5$

$C(0;5)$

$D(0;0)$

E: $r=1$, $\varphi=\frac{2\pi}{3}$ $\quad x=-\frac{1}{2} \quad y=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$E\left(-\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

Ответ: $A(3,0), B(1,-\sqrt{3}), C(0,5), D(0,0), E\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

№4.1.49.

Дано: $A(-3;3), B(0;-5), C(-2;2), D(-4;0), E(2\sqrt{3};2)$

Найти: полярные координаты $(r;\varphi)$ - ?

Решение: $r=\sqrt{x^2+y^2}$ $tg\,\varphi = \frac{y}{x}$, где $x \neq 0$

A: $r=\sqrt{9+9}=3\sqrt{2}$ $tg\,\varphi=-1=\frac{3\pi}{4}$ $A\left(3\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4}\right)$

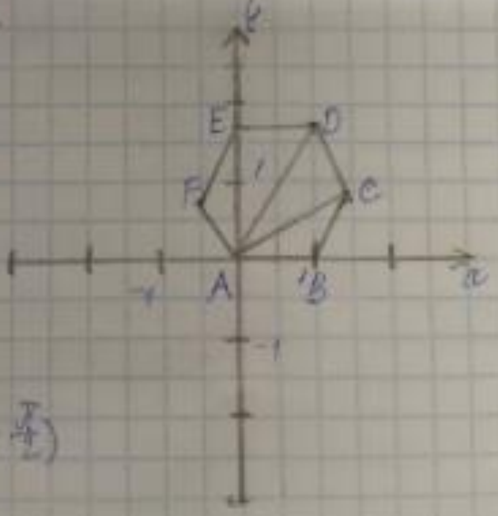
B: $r=\sqrt{25}=5$ $tg\,\varphi=\frac{3\pi}{2}$ $B=\left(5, \frac{3\pi}{2}\right)$

C: $r=\sqrt{4+4}=2\sqrt{2}$ $tg\,\varphi=-1=\frac{3\pi}{4}$ $C\left(2\sqrt{2}; \frac{3\pi}{4}\right)$

D: $r=\sqrt{16}=4$ $tg\,\varphi=0=\pi$ $D(4;\pi)$

E: $r=\sqrt{16}=4$ $tg\,\varphi=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\pi}{6}$ $E\left(4; \frac{\pi}{6}\right)$

№4.1.51.



Пусть $A(0;0)$

$Ox \cap AB = B(1;0)$

$\angle CAB = 30°$

$AC=\sqrt{3}$ по теореме cos

$C\left(\sqrt{3}, \frac{\pi}{6}\right)$

$AC=AE$

$AD=FC$

$\angle DAC = 60°$ $D\left(2; \frac{\pi}{3}\right)$, $E\left(\sqrt{3}, \frac{\pi}{2}\right)$

$\angle FAB = 120°$, $AF=1$, $F\left(1; \frac{2\pi}{3}\right)$

Obtem: $A(0;0)$, $B(1;0)$, $C(\sqrt{3};\frac{\pi}{6})$, $D(2;\frac{\pi}{3})$, $E(\sqrt{3};\frac{\pi}{2})$, $F(1;\frac{2\pi}{3})$