Войтенко Игорь Александрович

Группа №1

Лекция. Производная функции (05.10.20)

1) $f'(x_0) = \lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$

2) Таблица производных

3) Основные правила дифференцирования

4) Геометрический смысл производной.

5) Логарифмическая производная

$(\ln y)' = \frac{y'}{y}$

$(u^v)' = u^v \cdot v' \cdot \ln u + u^{v-1} \cdot u' \cdot v$

6) Производные неявных функций

7) Производные высших порядков

$f'(x),\ f''(x),\ f'''(x),\ f^{(4)}(x),\ f^{(V)}(x),\ f^{(n)}(x)$

8) Параметрически заданные ф-ции

Задачи.

1 $y' - ?$

$y' = \left(11 \cdot \operatorname{arcctg}^2 \ln \frac{5x + \sqrt{x}}{12x^2 - 5}\right)' =$

$= \left[\begin{array}{lll} f(\varphi(x))' = f'_\varphi \cdot \varphi'_x & (\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2} & (\ln x)' = \frac{1}{x} \\ (c \cdot f(x))' = c \cdot f'_x & \left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u' \cdot v - u v'}{v^2} & \end{array} \right] =$

$= 11 \cdot \left(\operatorname{arcctg}^2 \ln \frac{5x + \sqrt{x}}{12x^2 - 5}\right)' =$

$$= 11 \cdot 2 \cdot \operatorname{arcctg}^{2-1} \ln \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5} \cdot \left(\operatorname{arcctg} \ln \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}\right)' =$$

$$= 22 \cdot \operatorname{arcctg} \ln \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5} \cdot \left(-\frac{1}{1+\left(\ln \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}\right)^2}\right) \cdot$$

$$\cdot \left(\ln \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}\right)' = 22 \operatorname{arcctg} \ln \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5} \cdot$$

$$\left(-\frac{1}{1+\ln^2 \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}}\right)\left(\frac{1}{\frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}}\right) \cdot \left(\frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}\right)' =$$

$$= 22 \operatorname{arcctg}\left(\ln\left(\frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}\right)\right) \cdot \left(-\frac{1}{1+\ln^2 \frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}}\right) \cdot$$

$$\cdot \frac{12x^2-5}{5x+\sqrt{x}} \cdot \frac{(5x+\sqrt{x})'(12x^2-5)-(5x+\sqrt{x})(12x^2-5)'}{(12x^2-5)^2} =$$

$$= \left[* \frac{\left(5+\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)(12x^2-5)-(5x+\sqrt{x})(12 \cdot 2x-0)}{(12x^2-5)^2} = \right.$$

$$= \frac{\frac{(5 \cdot 2\sqrt{x}+1)(12x^2-5)}{2\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}(5x+\sqrt{x}) \cdot 24x}{2\sqrt{x}}}{(12x^2-5)^2} =$$

$$= \frac{(10\sqrt{x}+1)(12x^2-5) - 2\sqrt{x} \cdot \sqrt{x}(5\sqrt{x}+1) \cdot 24x}{2\sqrt{x}(12x^2-5)^2} =$$

$$\left. = \frac{(10\sqrt{x}+1)(12x^2-5) - 48x^2(5\sqrt{x}+1)}{2\sqrt{x}(12x^2-5)^2} \right] =$$

$$= -22\,\mathrm{arcctg}\left(\ln\left(\frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}\right)\right)\cdot\frac{1}{1+\ln^2\frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}}\cdot\frac{(12x^2-5)}{(5x+\sqrt{x})}\cdot$$

$$\cdot\frac{((10\sqrt{x}+1)(12x^2-5)-48x^2(5\sqrt{x}+1))}{2\sqrt{x}(12x^2-5)^2} =$$

$$= -22\,\mathrm{arcctg}\left(\ln\left(\frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}\right)\right)\cdot\frac{1}{1+\ln^2\frac{5x+\sqrt{x}}{12x^2-5}}\cdot$$

$$\cdot\frac{(10\sqrt{x}+1)(12x^2-5)-48x^2(5\sqrt{x}+1)}{2x(5\sqrt{x}+1)(12x^2-5)}$$

2) $y' - ?$ $\quad y=(x^3-\sqrt{11x})^{\arcsin(x^2-1)}$

$$(\ln y)' = (\ln(x^3-\sqrt{11x})^{\arcsin(x^2-1)})' \Rightarrow$$

$$\frac{y'}{y} = (\arcsin(x^2-1)\cdot\ln(x^3-\sqrt{11x}))' \Rightarrow$$

$$\frac{y'}{y} = (\arcsin(x^2-1))'\ln(x^3-\sqrt{11x}) + \arcsin(x^2-1)(\ln(x^3-\sqrt{11x}))' \Rightarrow$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{1}{\sqrt{1-(x^2-1)^2}}\cdot 2x\,\ln(x^3-\sqrt{11x}) + \arcsin(x^2-1)\cdot\frac{1}{x^3-\sqrt{11x}}\left(3x^2-\frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{x}}\right)$$

$$\frac{y'}{y} = \frac{2x\cdot\ln(x^3-\sqrt{11x})}{\sqrt{1-(x^2-1)^2}} + \frac{\arcsin(x^2-1)\left(3x^2-\frac{\sqrt{11}}{2\sqrt{x}}\right)}{x^3-\sqrt{11x}} \ast$$

$$y' = (x^3-\sqrt{11x})^{\arcsin(x^2-1)}\cdot\ast$$