РАНГ МАТРИЦЫ

КОНТАКТЫ

voytenko.igor2354@gmail.com

ВОЙТЕНКО ИГОРЬ

Студент первого курса РГПУ им.Герцена

МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ РАНГА МАТРИЦЫ

Найти ранг матрицы методом элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & -5 & 1 & -3 \end{pmatrix}.$$

❍ Приведем матрицу к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 1 & 1 & 3 & 5 \\ 1 & -5 & 1 & -3 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ 2\cdot\mathrm{II}-\mathrm{I} \\ 2\cdot\mathrm{III}-\mathrm{I} \end{matrix} \sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & -9 & -3 & -12 \end{pmatrix} \begin{matrix} \\ \\ \mathrm{III}+3\cdot\mathrm{II} \end{matrix} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 & 6 \\ 0 & 3 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Полученная ступенчатая матрица содержит две ненулевые строки, значит ее ранг равен 2. Следовательно, ранг исходной матрицы также равен 2. ●

Найти ранг матрицы методом окаймляющих миноров и указать один из базисных миноров:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

❍ Так как у матрицы A есть ненулевые элементы, то $r(A) \geqslant 1$. Найдем какой-либо ненулевой минор 2-го порядка (если он существует). Таким минором является, например, $M_2 = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} = 3 \neq 0$. Значит, $r(A) \geqslant 2$.

Вычислим миноры 3-го порядка, окаймляющие M_2:

$$M_3^{(1)} = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 2 & 6 & 1 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \text{разложение} \\ \text{по 2-й строке} \end{bmatrix} = -1\cdot\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 6 \end{vmatrix} = 0;$$

$$M_3^{(2)} = \begin{vmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 \\ 6 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} \text{разложение} \\ \text{по 1-му столбцу} \end{bmatrix} =$$

$$= 3\cdot\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} + 6\cdot\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = 3\cdot(-2-2)+6\cdot(6-4) = -12+12 = 0;$$

Все миноры 3-го порядка, окаймляющие M_2, равны нулю, следовательно, $r(A) < 3$. Итак, $r(A) = 2$.

Одним из базисных миноров является $M_2 = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$. ●