Условная вероятность
(03.06.20)

A, B – события

$P(B) > 0$.

def: Условной вероятностью события A при условии B называется вероятность события A, найденная при условии, что событие B произошло.

$$P(A|B) = \frac{P(AB)}{P(B)}$$

def Условной вероятностью события B при условии A ..

$$P(B|A) = \frac{P(AB)}{P(A)} \quad P(A) > 0$$

Th (правило умножения вероятностей)

Вероятность произведения двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого при условии, что первое событие произошло.

$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A)$

$P(AB) = P(B) \cdot P(A|B)$

$A_1, A_2, \dots, A_n$ - события

$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2|A_1) \cdot P(A_3|A_1 A_2) \cdot P(A_4|A_1 A_2 A_3)$

$\cdot \ldots \cdot P(A_n | A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_{n-1})$

Независимые события

def: событие A называется независимым от события B, если вероятность события A не зависит от того, осуществилось или нет событие B.

1) $P(A|B) = P(A)$

2) A - не зависит от $B \Rightarrow B$ - не зависит от A

Тогда A и B - это независимые события

$\Rightarrow$ def: Два события независимые, если появление одного из них не меняет вероятности появления другого

$P(AB) = P(A) \cdot P(B|A) = P(A) \cdot P(B)$

$P(AB) = P(B) \cdot P(A|B) = P(B) \cdot P(A)$

В общем виде

A, B - независимы, если $P(AB) = P(A) \cdot P(B)$

3) def: $A_1, A_2, \ldots, A_n$ — называются независимыми в совокупности, если вероятность каждого из них не зависит от осуществления или неосуществления любого числа остальных событий.

$$P(A_1 \cdot A_2 \cdot \ldots \cdot A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot \ldots \cdot P(A_n)$$

def: $A_1, A_2, \ldots, A_n$ — попарно-независимые, если A_i и A_j ($i \neq j$) попарно независимы.

Вероятность суммы совместных событий

Th: Вероятность суммы двух совместных событий есть сумма их вероятностей минус вероятность их произведения.

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B)$$

$$P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cdot B) - P(A \cdot C) - P(BC) + P(ABC)$$

Если событий больше трёх, то удобно

1) найти $P(\overline{S})$ — противоп. событие
2) затем: $P(S) = 1 - P(\overline{S})$

№ 6.4.1

2 игральные кости

A = „На первой кости выпало 2 очка"

B = „Сумма очков, выпавших на двух костях, меньше 6"

$A = \{2\}$

$B = \{(1;2), (1;1), (1;3), (1;4), (2,1), (2,2), (2,3), (3,1), (3,2),$
$(4;1)$

Сколько исходов $A|B$ - ?

$\Rightarrow$ $(2;1)$, $(2;2)$, $(2;3)$, т.е. 3 исхода

$P(A|B) = \frac{3}{10}$

1) Ω - ?

$6 \cdot 6 = 36$ раз

$\Omega = \{(1,1), \ldots, (6,6)\}$

2) Из всех, из Ω сколько A

$A = \{(2;1), (2;2), (2;3), (2;4), (2;5), (2;6)\}$

3) Из всех, из Ω сколько B

$B = 10$ раз

4) Сколько исходов $A \cdot B$

$AB = 3$ раза

5) $P(A) = \frac{6}{36}$ $\quad P(B) = \frac{10}{36}$ $\quad P(AB) = \frac{3}{36}$

5) $P(A|B) = \dfrac{\frac{3}{36}}{\frac{10}{36}} = \frac{3}{10}$