

## Лабораторная работа № 4.

### Транспортная задача. Методы нахождения начального решения транспортной задачи

**Цель:** Составить опорные планы различными методами, сравнить значения суммарной стоимости перевозок по каждому плану.

#### Задача 1

##### Постановка задачи

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$a_i$
$A_1$	2	3	2	4	30
$A_2$	3	2	5	1	40
$A_3$	4	3	2	6	20
$b_j$	20	30	30	10	90

##### Решение

##### Метод северо-западного угла

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$a_i$
$A_1$	20	10	-	-	30
$A_2$	-	20	20	-	40
$A_3$	-	-	10	10	20
$b_j$	20	30	30	10	90

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть  $m + n - 1 = 6$ . Следовательно, опорный план является невырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$Z_1 = 20 \cdot 2 + 10 \cdot 3 + 20 \cdot 2 + 20 \cdot 5 + 10 \cdot 2 + 10 \cdot 6 = 290$$

### Метод минимальной стоимости

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$a_i$
$A_1$	20	-	10	-	30
$A_2$	-	30	-	10	40
$A_3$	-	0	20	-	20
$b_j$	20	30	30	10	90

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть  $m + n - 1 = 6$ . Следовательно, опорный план является невырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$Z_2 = 20 \cdot 2 + 10 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + 10 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 20 \cdot 2 = 170$$

### Метод аппроксимации Фогеля

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$a_i$	$\Delta_{cij}$
$A_1$	20	-	10	-	30	0;0;0;1;0
$A_2$	-	30	-	10	40	1;1;1;1
$A_3$	-	0	20	-	20	1;1
$b_j$	20	30	30	10	90	
$\Delta_{cij}$	1;1;1;1;0	1;1;1;1	0;0;3	3		

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 6, а должно быть  $m + n - 1 = 6$ .  
Следовательно, опорный план является невырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$Z_3 = 20 \cdot 2 + 10 \cdot 2 + 30 \cdot 2 + 10 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 20 \cdot 2 = 170$$

Вывод:  $Z_1 > Z_2$ ,  $Z_1 > Z_3$ ,  $Z_2 = Z_3 \Rightarrow$  метод минимальной стоимости и метод аппроксимации Фогеля более оптимальны для данной задачи.

## Задача 2

### Постановка задачи

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i$
$A_1$	2	7	3	6	2	30
$A_2$	9	4	5	7	3	70
$A_3$	5	7	6	2	4	50
$b_j$	10	40	20	60	20	150

### Решение

#### Метод северо-западного угла

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i$
$A_1$	10 2	20 7	- 3	- 6	- 2	30
$A_2$	- 9	20 4	20 5	30 7	- 3	70
$A_3$	- 5	- 7	- 6	30 2	20 4	50
$b_j$	10	40	20	60	20	150

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 7, а должно быть  $m + n - 1 = 7$ .  
Следовательно, опорный план является невырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$Z_1 = 10 \cdot 2 + 20 \cdot 7 + 20 \cdot 4 + 20 \cdot 5 + 30 \cdot 7 + 30 \cdot 2 + 20 \cdot 4 = 690$$

### Метод минимальной стоимости

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i$
$A_1$	10 <sup>2</sup>	- <sup>7</sup>	0 <sup>3</sup>	- <sup>6</sup>	20 <sup>2</sup>	30
$A_2$	- <sup>9</sup>	40 <sup>4</sup>	20 <sup>5</sup>	10 <sup>7</sup>	- <sup>3</sup>	70
$A_3$	- <sup>5</sup>	- <sup>7</sup>	- <sup>6</sup>	50 <sup>2</sup>	- <sup>4</sup>	50
$b_j$	10	40	20	60	20	150

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 7, а должно быть  $m + n - 1 = 7$ . Следовательно, опорный план является невырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$Z_2 = 10 \cdot 2 + 0 \cdot 3 + 20 \cdot 2 + 40 \cdot 4 + 20 \cdot 5 + 10 \cdot 7 + 50 \cdot 2 = 490$$

### Метод аппроксимации Фогеля

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i$	$\Delta c_{ij}$
$A_1$	10 <sup>2</sup>	- <sup>7</sup>	20 <sup>3</sup>	- <sup>6</sup>	0 <sup>2</sup>	30	0;0;1;1;3
$A_2$	- <sup>9</sup>	40 <sup>4</sup>	- <sup>5</sup>	10 <sup>7</sup>	20 <sup>3</sup>	70	1;1;1;2;2
$A_3$	- <sup>5</sup>	- <sup>7</sup>	- <sup>6</sup>	50 <sup>2</sup>	- <sup>4</sup>	50	2
$b_j$	10	40	20	60	20	150	
$\Delta c_{ij}$	3;7	3;3;3	2;2;2;2;2	4;1;1;1;1	1;1;1;1		

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 7, а должно быть  $m + n - 1 = 7$ .

Следовательно, опорный план является невырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$Z_3 = 10 \cdot 2 + 20 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + 40 \cdot 4 + 10 \cdot 7 + 20 \cdot 3 + 50 \cdot 2 = 470$$

Вывод:  $Z_1 > Z_2 > Z_3 \Rightarrow$  метод аппроксимации Фогеля более оптимальный для данной задачи.

### Задача 3

#### Постановка задачи

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i$
$A_1$	4	2	5	7	6	20
$A_2$	7	8	3	4	5	110
$A_3$	2	1	4	3	2	120
$b_j$	70	40	30	60	50	250

#### Решение

##### Метод северо-западного угла

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i$
$A_1$	20	-	-	-	-	20
$A_2$	50	40	20	-	-	110
$A_3$	-	-	10	60	50	120
$b_j$	70	40	30	60	50	250

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 7, а должно быть  $m + n - 1 = 7$ .

Следовательно, опорный план является невырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$Z_1 = 20 \cdot 4 + 50 \cdot 7 + 40 \cdot 8 + 20 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 60 \cdot 3 + 50 \cdot 2 = 1130$$

### Метод минимальной стоимости

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i$
$A_1$	- 4	20 2	- 5	- 7	- 6	20
$A_2$	- 7	- 8	30 3	60 4	20 5	110
$A_3$	70 2	20 1	- 4	- 3	30 2	120
$b_j$	70	40	30	60	50	250

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 7, а должно быть  $m + n - 1 = 7$ . Следовательно, опорный план является невырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$Z_2 = 20 \cdot 2 + 30 \cdot 3 + 60 \cdot 4 + 20 \cdot 5 + 70 \cdot 2 + 20 \cdot 1 + 30 \cdot 2 = 690$$

### Метод аппроксимации Фогеля

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i$	$\Delta c_{ij}$
$A_1$	- 4	20 2	- 5	- 7	- 6	20	2;2
$A_2$	20 7	- 8	30 3	60 4	- 5	110	1;1;1;1;3;0
$A_3$	50 2	20 1	- 4	- 3	50 2	120	1;1;1;1
$b_j$	70	40	30	60	50	250	
$\Delta c_{ij}$	2;2;5;5;0;0;0	1;1;7	1;1;1;1;0	1;1;1;1;0;0	3		

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 7, а должно быть  $m + n - 1 = 7$ .

Следовательно, опорный план является невырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$Z_3 = 20 \cdot 2 + 20 \cdot 7 + 30 \cdot 3 + 60 \cdot 4 + 50 \cdot 2 + 20 \cdot 1 + 50 \cdot 2 = 730$$

Вывод:  $Z_1 > Z_3 > Z_2 \Rightarrow$  метод минимальной стоимости более оптимальный для данной задачи.

## Задача 4

### Постановка задачи

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i$
$A_1$	2	8	4	6	3	120
$A_2$	3	2	5	2	6	30
$A_3$	6	5	8	7	4	40
$A_4$	3	4	4	2	1	60
$b_j$	30	90	80	20	30	250

### Решение

#### Метод северо-западного угла

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i$
$A_1$	30 2	90 8	0 4	- 6	- 3	120
$A_2$	- 3	- 2	30 5	- 2	- 6	30
$A_3$	- 6	- 5	40 8	- 7	- 4	40
$A_4$	- 3	- 4	10 4	20 2	30 1	60
$b_j$	30	90	80	20	30	250

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 8, а должно быть  $m + n - 1 = 8$ .

Следовательно, опорный план является невырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$Z_1 = 30 \cdot 2 + 90 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 30 \cdot 5 + 40 \cdot 8 + 10 \cdot 4 + 20 \cdot 2 + 30 \cdot 1 = 1360$$

#### Метод минимальной стоимости

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i$
$A_1$	30 2	10 8	80 4	- 6	- 3	120
$A_2$	- 3	30 2	- 5	- 2	- 6	30
$A_3$	- 6	40 5	- 8	- 7	- 4	40
$A_4$	- 3	10 4	- 4	20 2	30 1	60
$b_j$	30	90	80	20	30	250

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 8, а должно быть  $m + n - 1 = 8$ . Следовательно, опорный план является невырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$Z_2 = 30 \cdot 2 + 10 \cdot 8 + 80 \cdot 4 + 30 \cdot 2 + 40 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + 20 \cdot 2 + 30 \cdot 1 = 830$$

#### Метод аппроксимации Фогеля

$A_i \backslash B_j$	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$	$B_5$	$a_i$	$\Delta_{cij}$
$A_1$	30 2	10 8	80 4	- 6	- 3	120	1;2;2;4;0;0;0;0
$A_2$	- 3	30 2	- 5	- 2	- 6	30	0;0;0;3;0
$A_3$	- 6	40 5	- 8	- 7	- 4	40	1;1;2;3;0;0;0
$A_4$	- 3	10 4	- 4	20 2	30 1	60	1;1;2;0;0;0



<b>b<sub>j</sub></b>	30	90	80	20	30	250
<b>Δc<sub>ij</sub></b>	1;1	2;2;2;2;2;1;3;0	0;0;0;0	0;0;0	2	

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность потребителей удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 8, а должно быть  $m + n - 1 = 8$ . Следовательно, опорный план является невырожденным.

Значение целевой функции для этого опорного плана равно:

$$Z_3 = 30 \cdot 2 + 10 \cdot 8 + 80 \cdot 4 + 30 \cdot 2 + 40 \cdot 5 + 10 \cdot 4 + 20 \cdot 2 + 30 \cdot 1 = 830$$

Вывод:  $Z_1 > Z_2$ ,  $Z_1 > Z_3$ ,  $Z_2 = Z_3 \Rightarrow$  метод минимальной стоимости и метод аппроксимации Фогеля более оптимальны для данной задачи.

**Вывод:** В ходе лабораторной работы были решены транспортные задачи различными методами и составлены их опорные планы, также мы сравнили значения суммарной стоимости перевозок по каждому плану.