(10.04.20)

Эксцентриситетом ε эллипса называется отношение фокусного расстояния c (расстояние между фокусами) к большой оси.

$\varepsilon = \frac{c}{a}$; $\varepsilon < 1$, т.к. $c < a$

Фокальные радиусы:

$r_1 = a + \varepsilon x$; $r_2 = a - \varepsilon x$, $r_1 + r_2 = 2a$

Директрисами эллипса l_1 и l_2 параллельные малой оси эллипса и отстоящие от нее на расстоянии $\frac{a}{\varepsilon}$

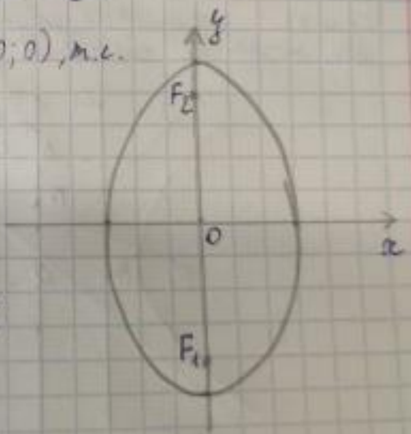
$x = \frac{a}{\varepsilon} - l_2$; $x = -\frac{a}{\varepsilon} - l_1$

Замечание:

1) Если $a = b$ => окружность $x^2 + y^2 = a^2$

2) Если фокусы $\in Oy$, то $b > a$, $c^2 = b^2 - a^2$
$\varepsilon = \frac{c}{b}$
Уравнение директрис $y = \pm \frac{b}{\varepsilon}$.

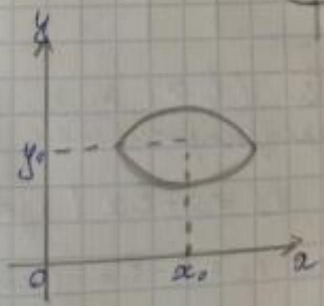
3) Центр не в точке $O(0;0)$, т.е. оси $\parallel Ox, Oy$.



$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1$$

$(x_0; y_0)$ - центр эллипса

4) $x = a\cos t$ $t \in [0, 2\pi]$
$y = b\sin t$
параметрические уравнения эллипса



Гипербола

Называется множество всех точек плоскости, модуль разности расстояний от каждой из которых до двух заданных точек этой же плоскости, называемых фокусами, есть величина постоянная, меньшая чем расстояние между фокусами.

Каноническое уравнение: $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$

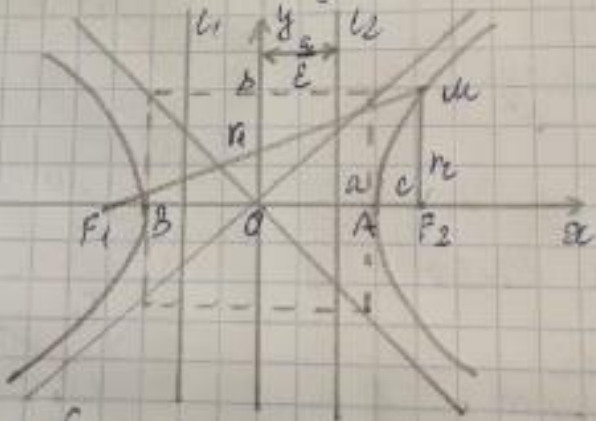
a - действительная полуось, b - мнимая полуось, $2a$, $2b$ - действительная и мнимая оси

$F_1(-c; 0)$, $F_2(c; 0)$, где c - половина расстояния между фокусами.

$c^2 = a^2 + b^2$

A, B - вершины гиперболы, O - центр гиперболы

r_1 и r_2 - фокальные радиусы (расстояние от произвольной точки M гиперболы до ее фокусов)



Число $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ($\varepsilon > 1$, т.к. $c > a$), $|OA| = a$, $|OF_2| = c$ называется эксцентриситетом гиперболы

$r_1 = a + \varepsilon x$, $r_2 = -a + \varepsilon x$ (правая ветка)

$r_1 = -a - \varepsilon x$, $r_2 = a - \varepsilon x$ (левая ветка)

Прямоугольник центр которого совпадает с точкой O, а стороны = и ∥ осям гиперболы называется основным прямоугольником гиперболы. Диагонали его лежат на двух прямых называемых асимптотами гиперболы.

$y = \pm \frac{b}{a} x$

Прямые l_1, l_2 ∥ мнимой оси гиперболы и отстоящие от нее на расстоянии $= \frac{a}{\varepsilon}$, называются директрисами гиперболы

$l_1: x = -\frac{a}{\varepsilon}$; $l_2: x = \frac{a}{\varepsilon}$

Замечание:

1) $a = b$ => равносторонняя (равнобочная) гипербола

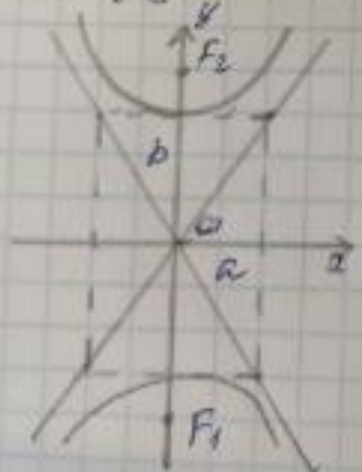
$x^2 - y^2 = a^2$

2) Если F_1 и $F_2 \in Oy$ => $\frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$

$\varepsilon = \frac{c}{b}$; $l_1, l_2: y = \pm \frac{b}{a} x$

Директрисы: $y = \pm \frac{b}{\varepsilon}$

Полученная гипербола — сопряженной гиперболе из первого определения



3) Оси гиперболы ∥ координатным осям

$\frac{(x-x_0)^2}{a^2} - \frac{(y-y_0)^2}{b^2} = 1$

$(x_0; y_0)$ — центр гиперболы

График, аналогично эллипсу.