

Programação Dinâmica

Quando usar?

- Problema pode ser dividido em subproblemas com sobreposição.
- Utilizado para **otimizar recursões pesadas**, evitando recomputações.

Exemplo de código: Fibonacci recursivo e com **memoization**

```
1 def fibonacci(n, memo={}):
2     if n in memo:
3         return memo[n]
4     if n <= 1:
5         return n
6     memo[n] = fibonacci(n - 1, memo) + fibonacci(n - 2, memo)
7     return memo[n]
```

Merge Sort Tree

Quando usar?

- Quando é necessário **responder consultas de contagem ou ordenação em intervalos**, como:
 - Quantos elementos $\leq k$ em $[l, r]$?
 - Qual o k -ésimo menor em $[l, r]$?
 - Quantos elementos estão dentro de um intervalo $[a, b]$ em $[l, r]$?

Exemplo de código: Merge Sort Tree com Consulta de Elementos Menores ou Iguais a k

```
1 import bisect
2
3 def buildTree(idx, ss, se, a, sTree):
4     if ss == se:
5         sTree[idx] = a[ss]
6         return
7
8     mid = (ss + se) // 2
9
10    buildTree(2 * idx + 1, ss, mid, a, sTree)
11    buildTree(2 * idx + 2, mid + 1, se, a, sTree)
12    sTree[idx] = sorted(sTree[2 * idx + 1] + sTree[2 * idx + 2])
13
14 def queryRec(node, start, end, ss, se, k, a, sTree):
15     if ss > end or start > se:
16         return 0
17
18     if ss <= start and se >= end:
19         return bisect.bisect_right(sTree[node], k) - start
20
21     mid = (start + end) // 2
22
23     p1 = queryRec(2 * node + 1, start, mid, ss, se, k, a, sTree)
24     p2 = queryRec(2 * node + 2, mid + 1, end, ss, se, k, a, sTree)
25     if p1 + p2 < 0:
26         return 0
27
28     return p1 + p2
29
30 def query(start, end, k, a, n, sTree):
31     return queryRec(0, 0, n - 1, start, end, k, a, sTree)
```