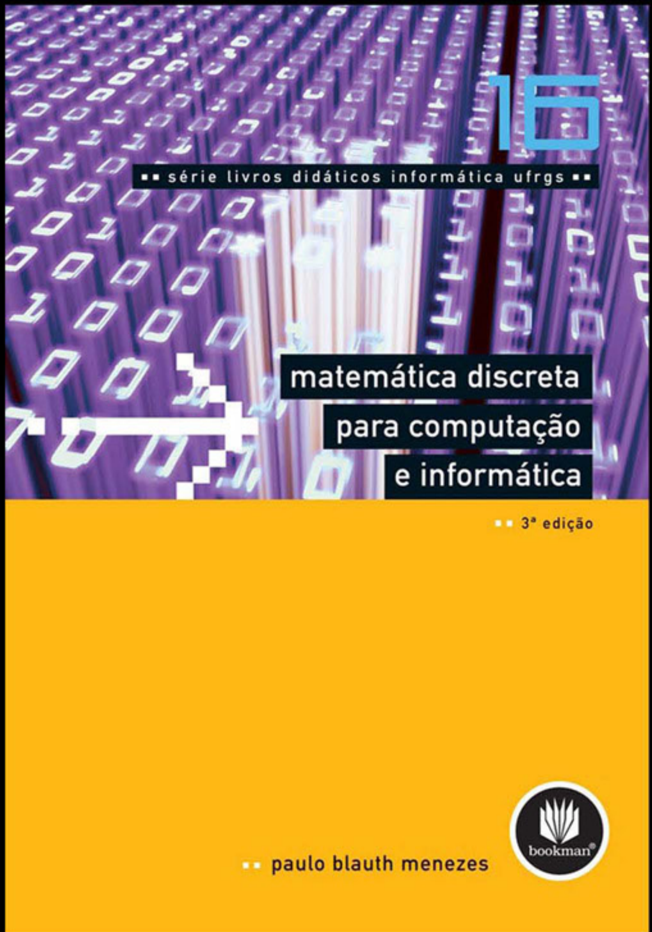
▪▪ série de livros didáticos informática ufrgs

16

bookman®
EMPRESA DO GRUPO ARTMED
www.bookman.com.br

.INF
INSTITUTO
DE INFORMÁTICA
UFRGS



Matemática discreta para computação e informática

Paulo Blauth Menezes

Matemática Discreta para Ciência da Computação

P. Blauth Menezes

3 – Álgebra de Conjuntos

3.1 Introdução

- **Álgebra, desde a sua origem até a sua forma atual**
  - refere-se a cálculos
- **Desenvolvida de forma informal ou formal**
  - praticamente em todos os níveis de escolaridade
  - exemplo: operações aritméticas (adição, multiplicação…) sobre $\mathbb{R}$
- **Álgebras, em CC, destaca-se a partir de 1950**
  - Teoria dos Autômatos e Linguagens Formais

♦ De certa forma, toda a CC é construída sobre álgebras

- Álgebra: denominação alternativa para a Matemática Discreta
  - Diretrizes Curriculares do MEC para Computação e Informática

♦ Conceito de Álgebra é introduzido adiante

- informalmente: operações definidas sobre um conjunto
- Álgebra de Conjuntos: operações definidas sobre *todos* os conjunto

♦ Desejável para o estudo da Álgebra de Conjuntos

- Diagramas de Venn: representação diagramática
  - auxilia o entendimento dos conceitos e raciocínios
- Paradoxo de Russell: *importante!*

♦ Operações sobre conjuntos

- *Não-Reversíveis*: mais usuais
  - ∗ União
  - ∗ Intersecção

- *Reversíveis*: especialmente importantes para CC
  - ∗ Complemento
  - ∗ Conjunto das Partes
  - ∗ Produto Cartesiano
  - ∗ União Disjunta

Obs: Lógica × Álgebra dos Conjuntos

Relação direta entre conetivos lógicos e operações sobre conjuntos

- facilita muito o estudo da Álgebra de Conjuntos

Conetivo Lógico	Operação sobre Conjuntos
negação	complemento
disjunção	união
conjunção	intersecção

Relação Lógica	Relação sobre Conjuntos
implicação	continência
equivalência	igualdade

- **Propriedades sobre os conetivos são válidas na Teoria dos Conjuntos**
  - substituindo cada conetivo
  - pela correspondente operação sobre conjuntos
  - exemplo
    - idempotência do $\wedge$ e do $\vee$ (da $\cap$ e da $\cup$)
    - comutatividade do $\wedge$ e do $\vee$ (da $\cap$ e da $\cup$)
    - associatividade do $\wedge$ e do $\vee$ (da $\cap$ e da $\cup$)
    - distributividade do $\wedge$ sobre o $\vee$ (da $\cap$ sobre a $\cup$) e vice-versa

* dupla negação (duplo complemento)
* DeMorgan

♦ **Pode-se intuir que provas na Teoria dos Conjuntos**

- são, em grande parte, baseadas em resultados da lógica

3 – Álgebra de Conjuntos

3.2 Diagramas de Venn

♦ Linguagem diagramática

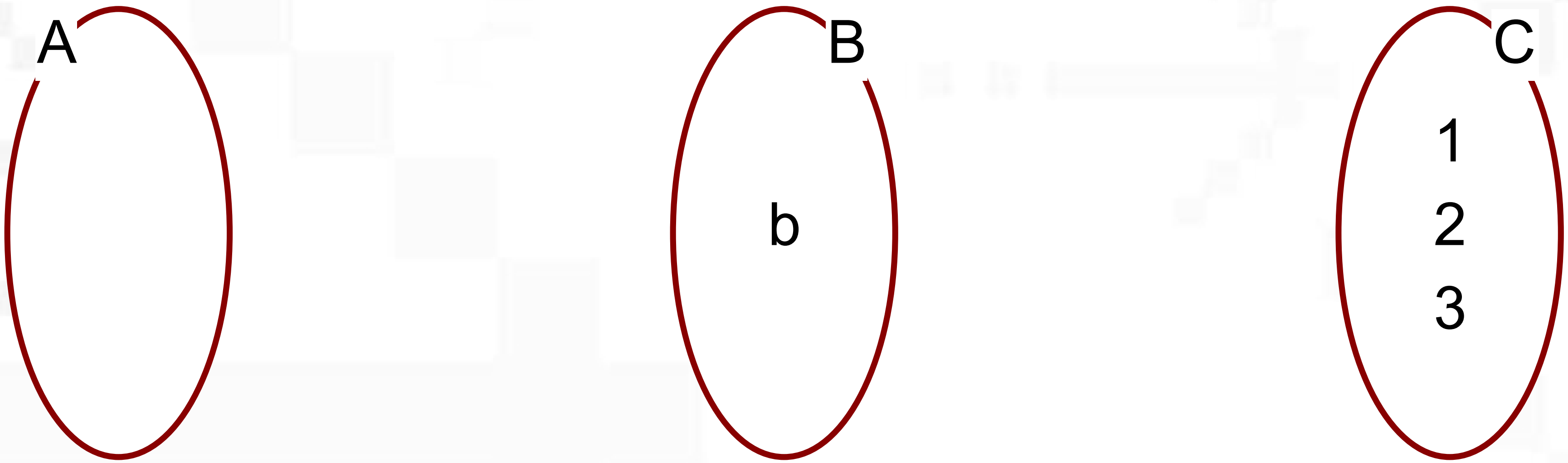
- auxilia o entendimento de definições
- facilita o desenvolvimento de raciocínios
- permite identificação e compreensão *fácil* e *rápida* dos
  - componentes e relacionamentos

♦ Diagramas de Venn

- universalmente conhecidos e largamente usados
- usam figuras geométricas, em geral representadas no plano

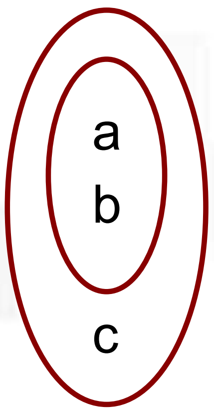
Exp: Diagramas de Venn

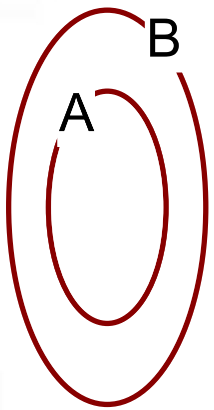
- um dado conjunto A
- um determinado elemento $b \in B$
- o conjunto $C = \{ 1, 2, 3 \}$

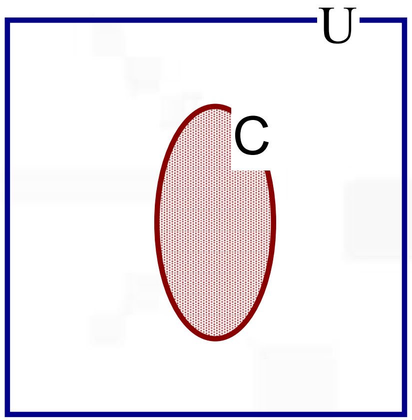


Exp: Diagramas de Venn

- { a, b } ⊆ { a, b, c }
- A ⊆ B
- para um dado conjunto universo U, um conjunto C ⊆ U





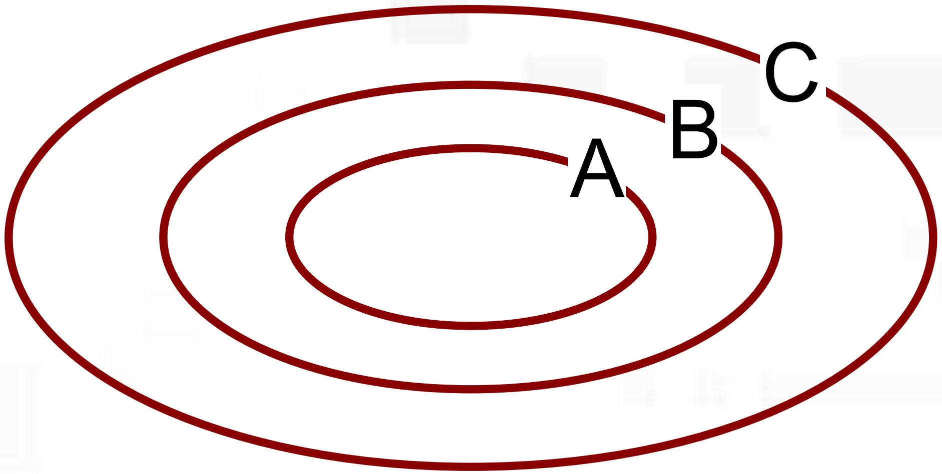


Em geral

- U é representado por um retângulo
- demais conjuntos por círculos, elipses, etc
- emC ⊆ U, o conjunto C é destacado, para auxiliar visualmente

Exp: Aplicação dos Diagramas de Venn

Considere que



pode-se intuir que a noção de subconjunto é transitiva, ou seja

$$A \subseteq B \wedge B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C$$