

---

# Programação Linear

---

Prof. Márcia Zanetti

[marciavalle@gmail.com](mailto:marciavalle@gmail.com)

[marcia.zanetti@ifsudestemg.edu.br](mailto:marcia.zanetti@ifsudestemg.edu.br)



# Objetivos

---

- Apresentar a Programação Linear como ferramenta básica da Pesquisa Operacional para formulação e resolução de problemas de otimização;
- Estudar os métodos clássicos de resolução de problemas de Programação Linear através de aplicações diversificadas;
- Estudar técnicas de abordagem e resolução de problemas de Programação Linear que, pelo porte ou características específicas, sugerem metodologias alternativas.

# Ementa

---

- Formulação de problemas de decisão em programas lineares;
- Método Simplex;
- Dualidade;
- Análise de Sensibilidade;
- Problemas de Transporte e Designação;
- Projetos e simulações.

## Bibliografia Básica

---

- **HILLIER, F. S.; LIEBERMAN, G. J.; Introdução à Pesquisa Operacional. Editora McGraw-Hill, 2013.**
- GOLDBARG, M.; LUNA, H.P.L.; Otimização Combinatória e Programação Linear. Editora Campus Elsevier, 2005.
- LACHTERMACHER, G.; Pesquisa Operacional na tomada de decisões. Editora Pearson Prentice-Hall, 2011.

## Bibliografia Complementar

---

- ARENALES, M.; ARMENTANO, V.; MORABITO, R.; YANASSE, H.; Pesquisa Operacional - Modelagem e Algoritmos. Editora Campus Elsevier, 2007.
- FAMPA, M.H.C.; MACULAN, N.; Otimização Linear. Editora Universidade de Brasília, 2006.
- PASSOS, E. J. P. F.; Programação Linear como Instrumento da Pesquisa Operacional. Editora Atlas, 2008.

# Atividades avaliativas

---

- 1ª Trabalho: 22/02

Valor: 50 pontos

Implementação: Resolução de um problema de PL (método exato)

- 2ª Trabalho: 29/03

Valor: 50 pontos

Implementação: Resolução de um problema de PL (método de aproximação)

## Atividades de frequência

---

- Participação nas enquetes semanais, versando sobre conteúdos da semana anterior.

---

# Introdução à Programação Linear

---



# Pesquisa Operacional

---

- Metodologia de estruturar processos aparentemente não estruturados por meio da **construção de modelos**.
- **Análise e otimização** de decisões negociais usando modelos matemáticos.
- Utiliza um conjunto de **técnicas quantitativas** com o intuito de resolver os aspectos matemáticos dos modelos.

# Origem

---

- A Pesquisa Operacional começou a desenvolver-se durante a 2ª Guerra Mundial na Inglaterra.
- O objetivo era decidir sobre a utilização mais eficaz de recursos militares limitados (estratégia e tática) = Primeira atividade formal de Pesquisa Operacional.
- Os resultados positivos conseguidos pela equipe de PO inglesa motivaram os Estados Unidos a iniciarem atividades semelhantes.
- George B. Dantzig, ainda durante a Segunda Guerra Mundial obteve excelentes resultados para as pesquisas realizadas, concluindo em 1947, o *Método Simplex*.

# Origem

---

- Com o fim da guerra, a utilização de técnicas de pesquisa operacional atraiu o interesse de diversas outras áreas.
- A PO visa facilitar o processo de análise e de decisão através da utilização de modelos que permitem a experimentação da solução proposta.
- Com o aumento da velocidade de processamento e quantidade de memória dos computadores atuais, houve um grande progresso na PO, permitindo que os modelos desenvolvidos com PO sejam mais rápidos, versáteis e interativos.

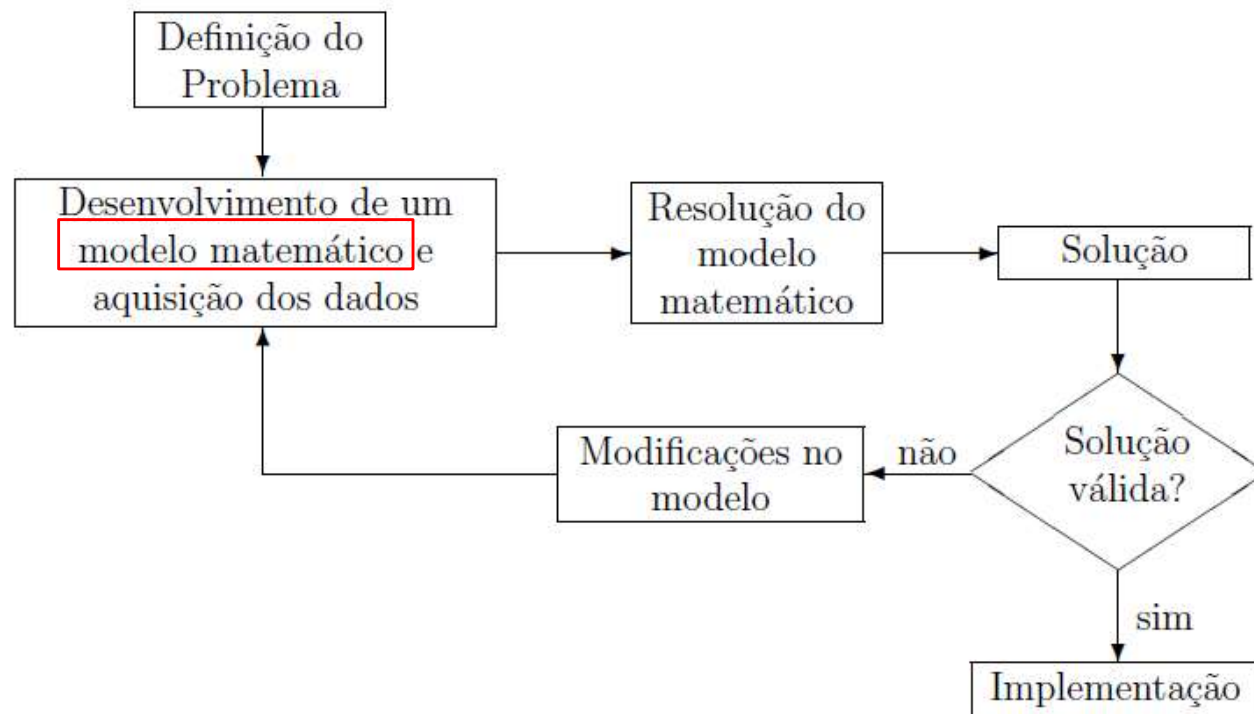
# Modelagem

---

- Modelo = representação de um sistema real: existente ou em projeto.
- No primeiro caso, o modelo pretende reproduzir o funcionamento do sistema, de modo a aumentar sua produtividade.
- No segundo caso, o modelo é utilizado para definir a estrutura ideal do sistema.

# Metodologia da Pesquisa Operacional

---



# Metodologia da Pesquisa Operacional

---

- Modelos Matemáticos

- Em um modelo matemático, são incluídos três conjuntos principais de elementos:

1. Variáveis de Decisão e Parâmetros:

Variáveis de decisão são as incógnitas a serem determinadas pela solução do modelo.

Parâmetros são valores fixos no problema.

2. Restrições:

Levam em conta as limitações físicas do sistema, o modelo deve incluir restrições que limitam as variáveis de decisão a seus valores possíveis (ou viáveis).

3. Função Objetivo:

Função matemática que define a qualidade da solução em função das variáveis de decisão.

# Metodologia da Pesquisa Operacional

---

- Definição do Problema - Observação cuidadosa e formulação do problema
  - *Identificar;*
  - *Compreender;*
  - *Descrever.*
- Desenvolvimento de um modelo matemático e aquisição dos dados
  - *Definir as variáveis de decisão (variáveis e parâmetros);*
  - *Função Objetivo;*
  - *Restrições.*

# Metodologia da Pesquisa Operacional

---

- Resolução do modelo matemático - Usar o modelo para encontrar soluções boas/melhores/ótimas
  - *Métodos Ótimos - exatos;*
  - *Métodos Heurísticos - aproximados.*
- Validação, instrumentação e controle da solução



## Aplicação - Otimização

---

- Processos de produção (indústria química, petrolífera, metalurgia, manufatura, agricultura, ...)
- Processos de Fluxo (transporte, energia, fluidos,...)
- Finanças (investimento, aplicações, ...)
- Misturas (alimentos, ligas, misturas químicas,...)

# Impacto da Pesquisa Operacional

---

- Apresenta impacto crescente na administração de empresas nos anos recentes.
- Utilizado nas ciências políticas, matemática, economia, teoria da probabilidade e estatística.
- Usada amplamente em outros tipos de organizações, inclusive negócios e indústria.

# Fases de Estudo de Pesquisa Operacional

---

- (1) definição do problema;
- (2) construção do modelo;
- (3) solução do modelo;
- (4) validação do modelo;
- (5) implementação da solução.

- Apesar da sequência acima não ser rígida, ela indica as principais etapas a serem vencidas.

# Definição do problema

---

- A definição do problema baseia-se em três aspectos principais:
  - descrição exata dos objetivos do estudo;
  - identificação das alternativas de decisão existentes;
  - reconhecimento das limitações, restrições e exigências do sistema.
- A descrição dos objetivos é uma das atividades mais importantes em todo o processo do estudo, pois a partir dela é que o modelo é concebido.
- Da mesma forma, é essencial que as alternativas de decisão e as limitações existentes sejam todas explicitadas, para que as soluções obtidas ao final do processo sejam válidas e aceitáveis.

## Construção do modelo

---

- A escolha apropriada do modelo é fundamental para a qualidade da solução fornecida.
- Se o modelo elaborado tem a forma de um modelo conhecido, a solução pode ser obtida através de métodos matemáticos convencionais.
- Por outro lado, se as relações matemáticas são muito complexas, talvez se faça necessária a utilização de combinações de metodologias.

## Solução do modelo

---

- O objetivo desta fase é encontrar uma solução para o modelo proposto.
- Ao contrário das outras fases, que não possuem regras fixas, a solução do modelo é baseada geralmente em técnicas matemáticas existentes.
- No caso de um modelo matemático, a solução é obtida pelo algoritmo mais adequado, em termos de rapidez de processamento e precisão da resposta.
- Isto exige um conhecimento profundo das principais técnicas existentes.
- A solução obtido, neste caso, é dita "ótima".

## Validação do modelo

---

- Um modelo é válido se, levando-se em conta sua inexatidão em representar o sistema, ele for capaz de fornecer uma previsão aceitável do comportamento do sistema.
- Um método comum para testar a validade do sistema é analisar seu desempenho com dados passados do sistema e verificar se ele consegue reproduzir o comportamento que o sistema apresentou.
- É importante observar que este processo de validação não se aplica a sistemas inexistentes, ou seja, em projeto.
- Nesse caso, a validação é feita pela verificação da correspondência entre os resultados obtidos e algum comportamento esperado do novo sistema.

## Implementação da solução

---

- Avaliadas as vantagens e a validação da solução obtida, esta deve ser convertida em regras operacionais.
- A implementação, por ser uma atividade que altera uma situação existente, é uma das etapas críticas do estudo.
- É conveniente que seja controlada pela equipe responsável, pois, eventualmente, os valores da nova solução, quando levados à prática, podem demonstrar a necessidade de correções nas relações funcionais do modelo conjunto dos possíveis cursos de ação, exigindo a reformulação do modelo em algumas de suas partes.



# Metodologia da Pesquisa Operacional

---

## **Ilustração de um problema do cotidiano:**

- Um entregador leva jornais e revistas em sua bicicleta.
- Ele cobra \$1 para cada fardo entregue, tanto jornais, quanto de revistas.
- Os fardos de jornais e revistas pesam, respectivamente, 1 kg e 2 kg.
- O fardo de jornais ocupa o volume de  $2 \text{ dm}^3$  e o de revista  $1 \text{ dm}^3$ .
- A bicicleta tem capacidade para transportar 7 kg e  $8 \text{ dm}^3$ .
- Para evitar danos às revistas o distribuidor exige seja transportada, no máximo, uma pilha de 3 fardos de revistas por bicicleta.
- O entregador, que desejar maximizar seu lucro por entrega, necessita definir qual a melhor forma de se realizar as entregas.

# Metodologia da Pesquisa Operacional

---

- **Análise do problema:**

- No problema de entrega de jornais e revistas, as variáveis de decisão são as quantidades de fardos a serem carregados de cada item na bicicleta.
- Os parâmetros fornecidos para a decisão são os preços unitários cobrados por fardo transportado.
- As restrições são os limites de volume, peso e empilhamento.
- A função objetivo é uma função matemática que determina o lucro em função das variáveis de decisão.
- O Objetivo é maximizar essa função.

# Metodologia da Pesquisa Operacional

---

## **Outra ilustração de problema:**

- Uma companhia de transporte tem dois tipos de caminhões:
  - Tipo A: 2m<sup>3</sup> de espaço refrigerado  
3m<sup>3</sup> de espaço não refrigerado;
  - Tipo B: 2m<sup>3</sup> de espaço refrigerado  
1m<sup>3</sup> de não refrigerado.
- Um cliente deseja transportar produtos que necessitarão:
  - 16m<sup>3</sup> de espaço refrigerado
  - 12m<sup>3</sup> de área não refrigerada.
- Custos:
  - A companhia calcula que são necessários em 1.100 litros de combustível para uma viagem com o caminhão A e 750 litros para o caminhão B.
- Deseja-se saber quantas viagens deverão ser feitas com cada tipo de caminhão para que se tenha o menor custo de combustível?

# Metodologia da Pesquisa Operacional

---

- **Perguntas:**
- Quais são as variáveis de decisão?
- Quais os parâmetros fornecidos?
- Qual o objetivo a ser alcançado?
- O que restringe o problema?

# Técnicas de Pesquisa Operacional

---

- Programação Linear
- Programação Inteira
- Programação Dinâmica
- Teoria das Filas
- Outras técnicas de pesquisa operacional, tais como teoria de estoque, teoria dos jogos e simulação, também têm sido aplicadas com sucesso a diversos contextos.