

Вопрос по выбору. Измерение вязкостей жидкостей, предлагаемых для моделирования крови (по методике лабораторной работы 2.2.5(б))

Чекмарев Игорь, Б06-404

16 июня 2025 г.

1 Аннотация

Актуальность: В прикладных исследованиях, а также испытаниях протезов и операционного оборудования использование настоящей крови затруднено из-за некоторых ее свойств, таких как свертываемость при контакте с кислородом воздуха (добавление антикоагулянтов изменяет ее физические свойства) и необходимость поддерживать температуру, близкую к нормальной температуре тела (для сохранения физических свойств), а также ограниченного срока хранения. Сложности добавляют высокая стоимость и этические проблемы. В связи с этим во многих медицинских исследованиях используют иные жидкости для того, чтобы смоделировать кровь. Однако такие жидкости должны не только обладать физическими свойствами, аналогичными свойствам крови, но и быть удобными для экспериментов (стабильность, аналогичная крови вязкость при комнатной температуре, низкая стоимость). Изучение подобных жидкостей позволит моделировать кровь в различных ситуациях и условиях, чтобы с помощью медицинских исследований можно было рассмотреть как можно больше возможных состояний крови.

Цель работы: Измерить вязкость раствора, предлагаемого в статье «*A Method for Matching the Refractive Index and Kinematic Viscosity of a Blood Analog for Flow Visualization in Hydraulic Cardiovascular Models*» (doi:10.1115/1.1785812) журнала «*The American Society of Mechanical Engineers*» для моделирования крови, при комнатной температуре. Измерить вязкость 30% водного раствора глицерина (существующий аналог предлагаемого в статье). Определить, какой из растворов более подходящий для экспериментов по медицинской физике.

В работе используются: раствор, состоящий из смеси диэтилфталата (85.5% Vol) и этилового спирта (14.5% Vol); 30% водный раствор глицерина, вискозиметр Оствальда, секундомер, резиновая груша.

2 Теоретическое сведения

Распространенным для измерения вязкости является относительный метод, при котором вязкость исследуемой жидкости сравнивается с известной вязкостью η другой жидкости. Для измерений используется простой прибор - вискозиметр Оствальда, изображенный на рис. 1. Измерения заключаются в том, что сравнивается время протекания одинаковых

объемов исследуемой жидкости и жидкости с известным η_0 через один и тот же капилляр. Касательное напряжение в жидкости равно

$$\tau = -\eta \frac{dv}{dr} \quad (1)$$

Полная сила трения

$$F = S\eta \frac{dv}{dr} \quad (2)$$

где S - поверхность цилиндра, η - вязкость, $\frac{dv}{dr}$ - градиент скорости. Заменяя S через $2\pi rl$ и приравнявая сумму сил, действующих на цилиндр, получим

$$(P_1 - P_2)\pi r^2 + 2\pi rl\eta \frac{dv}{dr} = 0 \quad (3)$$

Интегрируя это равенство, получим

$$v = -\frac{P_1 - P_2}{4\eta l} r^2 + C \quad (4)$$

где C - константа интегрирования. Для ее определения, заметим, что скорость жидкости обращается в нуль при радиусе трубки R , где жидкость прилипает к стенкам. Имеем, следовательно:

$$v = -\frac{P_1 - P_2}{4\eta l} (R^2 - r^2) \quad (5)$$

Таким образом, скорость жидкости квадратично меняется с радиусом и максимальна на оси трубки (при $r = 0$). Расход жидкости Q , т.е. объем, ежесекундно протекающий через поперечное сечение трубки, равен

$$Q = \frac{V}{t} = \int_0^R v * 2\pi r dr = \pi \frac{P_1 - P_2}{8\eta l} R^4 \quad (6)$$

Формула (6) носит название формулы Пуазейля. Из нее следует, что вязкость жидкости можно определить, измеряя ее расход Q , перепад давления $P_1 - P_2$, длину трубки l и ее радиус r . Для расчета процесса течения жидкости через капилляр воспользуемся формулой (6). Разность давлений $P_1 - P_2$ в вискозиметре Оствальда зависит от уровня жидкости в шарике и во время опыта непрерывно меняется. Поэтому формулу (6) нужно применять к небольшим отрезкам времени. При этом Q_v - объем жидкости, проходящей в секунду через капилляр, - следует заменить на $-\frac{dV}{dt}$, где V - объем жидкости в шарике Ш1. Разность давлений $P_1 - P_2$ равна $\rho h(V)g$, где ρ - плотность жидкости, а h - высота ее столба. Эта высота однозначно связана с объемом жидкости в шарике. Функция зависимости $h(V)$ для заданного сосуда имеет определенный вид и не зависит от рода жидкости, заполняющей шарик.

С учетом сказанного формула (6) принимает вид

$$-\frac{dV}{dt} = \frac{\pi R^4}{8l} \frac{h(V)\rho g}{\eta} = \frac{\rho g}{\eta} dt$$

Проинтегрируем это уравнение от начальных условий $V = V_0$, $t = 0$ до конечных $V = V_1$, $t = t_1$:

$$\frac{8l}{\pi R^4} \int_{V_0}^{V_1} \frac{dV}{h(V)} = - \int_{t_0}^{t_1} \frac{\rho g}{\eta} dt$$

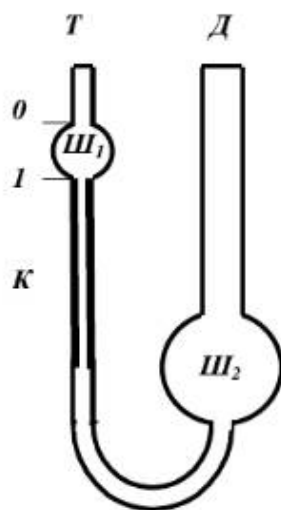


Рис. 1: Вискозиметр Оствальда

Заметим теперь, что стоящее слева выражение есть просто некоторое число, которое полностью определено, если задана геометрия установки, а также начальный и конечный уровни жидкости. При измерениях с разными жидкостями получим

$$\frac{\rho_1}{\eta_1} t_1 = \frac{\rho_2}{\eta_2} t_2 = \frac{\rho_3}{\eta_3} t_3 = \dots \quad (7)$$

Произведя опыты сначала с водой (индекс 0), а потом с исследуемой жидкостью (индекс x), найдем

$$\eta_x = \eta_0 \frac{\rho_x t_x}{\rho_0 t_0} \quad (8)$$

Эта формула является окончательной.

3 Методика измерений

Подготовка к эксперименту

Промойте вискозиметр дистиллированной водой. Для этого налейте воду в вискозиметр через широкую трубку Д (см. рис. 1) так, чтобы она заполнила шарик Ш2. С помощью резиновой груши, подсоединенной к узкой трубке Т, поднимите воду в шарик Ш1 и затем дайте воде свободно стечь через капилляр обратно вниз. Эту воду вылейте. Такую процедуру повторите дважды.

1. Заполните оба шарика изучаемым раствором с помощью резиновой груши
2. Измерьте время выливания жидкости от верхней до нижней отметки
3. Повторите измерение несколько раз
4. Рассчитайте вязкость жидкости по формуле (8), взяв табличное значение вязкости воды при данной комнатной температуре
5. Повторите пункты 1-4 для второй жидкости, предварительно промыв вискозиметр дистиллятом.
6. Сравните полученные результаты с табличными значениями вязкости крови

4 Используемое оборудование

- Резиновая груша
- Вискозиметр Оствальда
- Секундомер (± 0.2 с)
- 30% водный раствор глицерина
- Раствор, состоящий из смеси диэтилфталата (85.5% Vol) и этилового спирта (14.5% Vol)

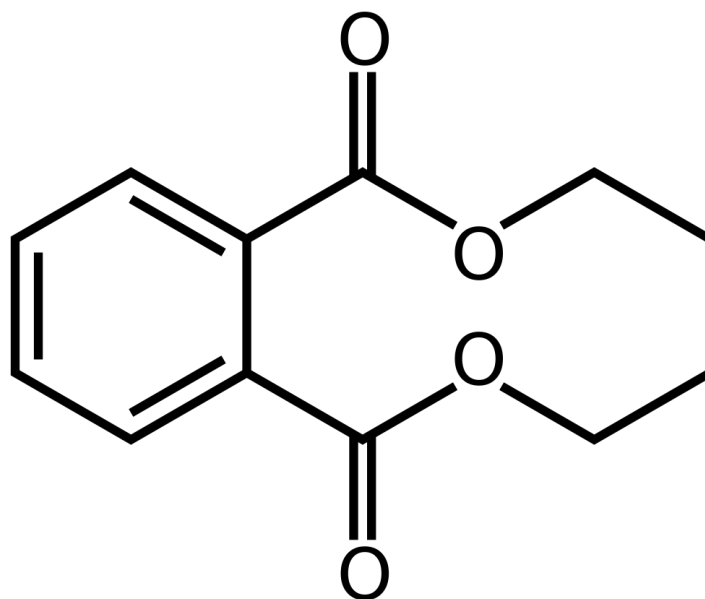


Рис. 2: Структурная формула диэтилфталата

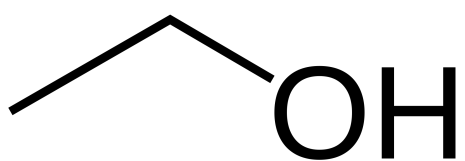


Рис. 3: Структурная формула этанола

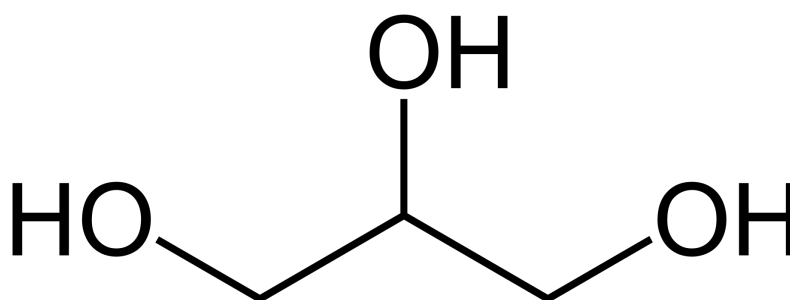


Рис. 4: Структурная формула глицерина

5 Результаты измерений и обработка данных

Температура воздуха - 25°C. Вязкость воды при такой температуре - 0.89 мПа*с

Измерим время истечения воды:

Номер измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Время истечения t, с	8,9	8,9	8,8	8,8	8,7	8,6	8,6	8,7	8,7	8,7

Среднее значение - $8,7 \pm 0,2$ с

Измерение вязкости 30% водного раствора глицерина

Плотность раствора глицерина - 1,065 г/см³.

Измерим время истечения раствора глицерина:

Номер измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Время истечения t, с	23,4	24,4	23,6	23,9	23,6	23,8	23,5	23,8	23,7	23,4

Найдем среднее значение: $\langle t \rangle = 23,7 \pm 0,2$ с

Рассчитаем погрешность:

$$\sigma_{random} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \langle x \rangle)^2} = 0,09$$

$$\sigma_{system} = \sqrt{\left(\frac{0,2}{8,6}\right)^2 + \left(\frac{0,2}{23,4}\right)^2 + \left(\frac{0,001}{1,065}\right)^2 + \left(\frac{0,001}{0,997}\right)^2} = 0,025$$

$$\sigma_{full} = \sqrt{\sigma_{random}^2 + \sigma_{system}^2} = \sqrt{0,09^2 + 0,025^2} = 0,094$$

Исходя из полученных данных, найдем вязкость 30% водного раствора глицерина:

$$\eta_{glu} = \eta_{H_2O} \cdot \frac{\rho_{glu}}{\rho_{H_2O}} \cdot \frac{\langle t_{glu} \rangle}{\langle t_{H_2O} \rangle} = 0,89 \cdot \frac{1,065}{0,997} \cdot \frac{23,7}{8,7} = 2,59 \pm 0,25 \approx 2,6 \pm 0,3$$

Табличное значение вязкости для 30% водного раствора глицерина при 25°C составляет 2,38 мПа*с, что соответствует полученному значению (в пределах погрешности σ).

Измерение вязкости смеси диэтилфталата (85,5% Vol) и этанола (14,5% Vol)

Плотность смеси - 1,07 г/см³

Измерим ее время истечения:

Номер измерения	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Время истечения t, с	38,4	38,5	38,4	38,6	38,3	38,4	38,7	38,2	38,0	38,4

Найдем среднее значение: $\langle t \rangle = 38,4 \pm 0,2$ с

Рассчитаем погрешность:

$$\sigma_{random} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2} = 0,062$$

$$\sigma_{system} = \sqrt{\left(\frac{0,2}{8,6}\right)^2 + \left(\frac{0,2}{38}\right)^2 + \left(\frac{0,01}{1,07}\right)^2 + \left(\frac{0,001}{0,997}\right)^2} = 0,026$$

$$\sigma_{full} = \sqrt{\sigma_{random}^2 + \sigma_{system}^2} = \sqrt{0,09^2 + 0,025^2} = 0,068$$

Исходя из полученных данных, найдем вязкость исследуемой смеси:

$$\eta_x = \eta_{H_2O} \cdot \frac{\rho_x}{\rho_{H_2O}} \cdot \frac{\bar{t}_x}{\bar{t}_{H_2O}} = 0,89 \cdot \frac{1,07}{0,997} \cdot \frac{38,4}{8,7} = 4,22 \pm 0,29 \approx 4,2 \pm 0,3$$

6 Обсуждение результатов

- Получено значение вязкости 30% водного раствора глицерина ($2,6 \pm 0,3$ мПа*с) при комнатной температуре. Табличное значение вязкости для 30% водного раствора глицерина при 25°C составляет 2,38 мПа*с, что соответствует полученному значению (в пределах погрешности σ). Погрешность полученного значения - 9,4%.
- Значение вязкости изученного раствора глицерина не соответствует значению вязкости крови здорового человека (3,6 - 4,8 мПа*с). Использовать данный раствор для опытов не представляется возможным.
- Получено значение вязкости для смеси диэтилфталата (85,5% Vol) и этанола (14,5% Vol) при комнатной температуре ($4,2 \pm 0,3$ мПа*с). Погрешность полученного значения - 6,8%.
- Значение вязкости интересующего раствора из статьи (с учетом погрешности) находится в пределах значения вязкости крови здорового человека. Он отлично подойдет для имитации крови в экспериментах по медицинской физике.
- В данной работе значение погрешности σ для интересующих жидкостей получилось $\approx 10\%$ и $\approx 7\%$. Это связано со сложностью точно измерить время истечения жидкости вручную. Для решения этой проблемы и улучшения точности измерений можно подключить лазерный датчик с осциллографом к установке, чтобы он детектировал моменты начала и конца каждого повторения эксперимента. Таким образом, по показаниям осциллографа можно было определить время истечения жидкости.

7 Выводы

- Предлагаемая в статье «*A Method for Matching the Refractive Index and Kinematic Viscosity of a Blood Analog for Flow Visualization in Hydraulic Cardiovascular Models*» журнала «*The American Society of Mechanical Engineers*» жидкость, состоящая из диэтилфталата (85,5% Vol) и этанола (14,5% Vol), очень схожа с кровью здорового человека по вязкости и может быть использована в экспериментах при комнатной температуре;
- Значение вязкости 30% водного раствора глицерина при комнатной температуре отличается от значения вязкости крови здорового человека, в связи с чем его использование для моделирования крови в экспериментах не представляется возможным;
- Результаты измерений данного эксперимента можно сделать более точными, усовершенствовав установку (см. последний пункт обсуждения результатов).