Университет ИТМО

Факультет Программной Инженерии и Компьютерной техники

Информатика

Лабораторная работа №6

Работа с системой компьютерной вёрстки TeX

Вариант: 67

Выполнил: Чимирев Игорь Олегович
Группа: P3115
Преподаватель: Белокон Юлия Алексеевна

Санкт-Петербург
2024г.

для L неотрицательны, найденное решение — оптимальное; в противном случае процесс выбора базисных переменных и улучшения решения про-должается.

Описанный алгоритм и называется *симплекс-методом.* (Обратили ли Вы, читатель, внимание, что в нашем изложении алгоритма оставлена одна «дырка»: одна возможность не рассмотрена?)

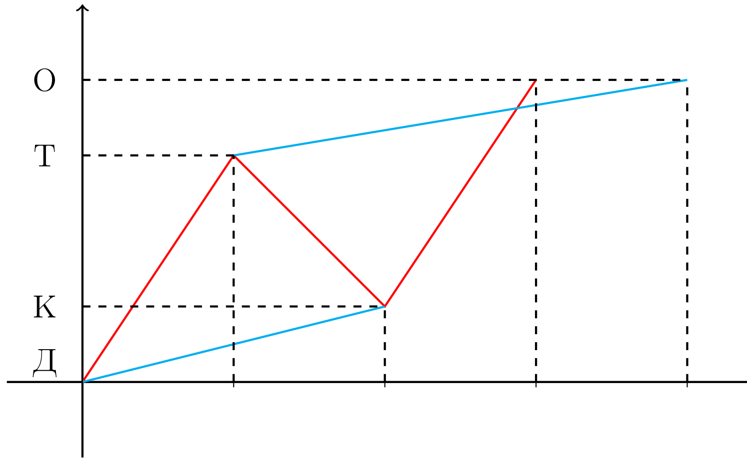
Два примера

Рассмотрим сначала обычную школьную задачу.

Задача 1. *Три школьника хотят добраться до лесного озера, распо-ложенного в 20 км от дома. У них есть один двухместный мопед, на котором можно ехать со скоростью 36 км/час. Пешком каждый школьник может идти со скоростью 4 км/час. Как организовать движение, чтобы всем троим быстрее добраться до озера? Каково наименьшее время, за которое это можно сделать?*

Очевидно, что многократная смена пассажиров на мопеде не сможет дать никакой выгоды во времени по сравнению с однократной. Поэтому составим такой план организации движения: в начальный момент времени из дома Д одновременно выезжают на мопеде два школьника и выходит пешком третий школьник. В промежуточной точке Т водитель мопеда высаживает своего спутника, который до озера О идет дальше пешком; мопед же возвращается за третьим школьником, встречает его в точке К и отвозит к озеру (на рисунке 1 красным цветом обозначено движение мопеда, синим — движение пешеходов). Наш план организации движения становится конкретным при фиксировании расстояння *|ДТ|* $= x$. Нам надо найти х, при котором время i прибытия в точку О последнего из школьников будет минимальным.

Обозначим через t_1 время, затраченное на «переход» из д в О «высаженным» школьником, через t_2 —



время, затраченное водителем мопеда. Очевидно,

$$t_1 = \frac{x}{36} + \frac{20-x}{4}.$$

Положим $|KT| = y$. Тогда

$$\frac{x-y}{4} = \frac{x+y}{36}, \text{откуда} y = \frac{4}{5}x. \text{Очевидно,}$$

$$t_2 = \frac{20+2y}{36}. \text{ Значит, } t_2 = \frac{5}{9} + \frac{2}{45}x.$$

По смыслу наших обозначений

$t = \max(t_1, t_2)$.

Таким образом, $t \geq t_1$ и $t \geq t_2$. Если «высаженный» школьник прибыл в O раньше, чем мопед, то $t_1 < t_2$ и $t = t_2$. В противном случае $t_1 \geq t_2$ и $t = t_1$.Отметим ещё, $t \geq 0$.

Нам надо найти такое x, при котором функция $t = \max(t_1, t_2)$ принимает наименьшее значение. Кроме того, нам надо найти значение функции $\max(t_1, t_2)$ при этом x, т.е есть число$\min(\max(t_1, t_2))$. Из рисунка 2 (на нём красным цветом нарисована график функции t_1(x), чёрным — функции t_2(x), синимфункции $\max(t_1, t_2)$) сразу видно, что искомое определяется из уравнения $t_1 = t_2$,

Тем не менее, чтобы проиллюстрировать общий метод, поставим и решим данную задачу как задачу линейного программирования. Переформулируем её так: найти наименьшее t, для которого одновременно $t \geq t_1$ и $t \geq t_2$. Итак, нам надо найти неотрицательные значения переменных x и t, которые удовлетворяли бы системе неравенств

$$
\begin{cases} t \geq \frac{x}{36} + \frac{20-x}{4}, \\ t \geq \frac{5}{9} + \frac{2}{45}x. \end{cases} \tag{8}
$$