

# Lista 6 - Igor Patrício Michels

November 15, 2021

## 1 Item a

Implementado no arquivo `btcs.py`.

```
[1]: from btcs import *
```

## 2 Item b

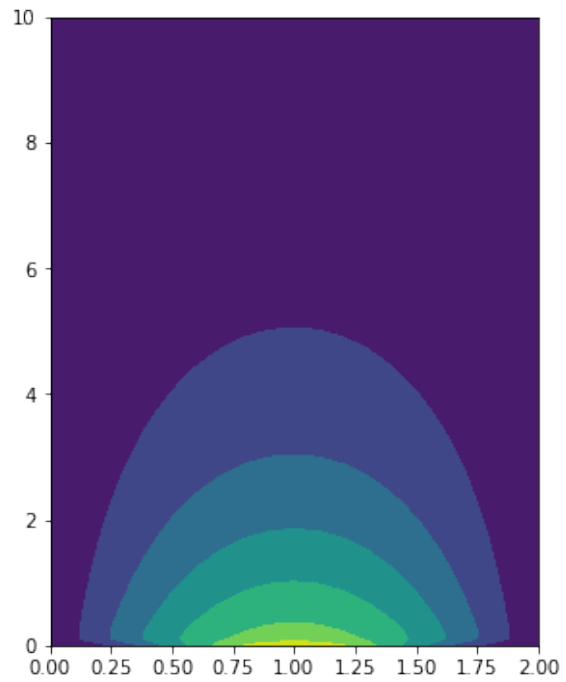
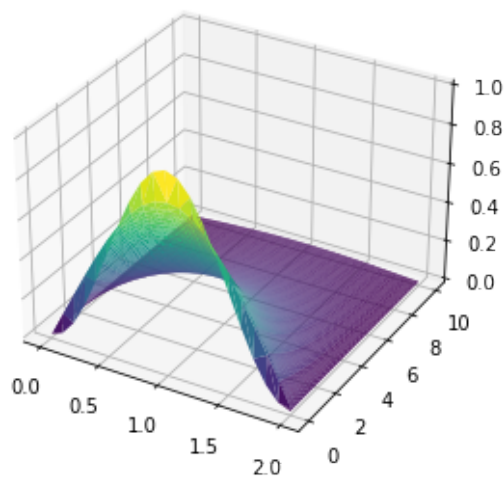
Usando como parâmetros  $L = 2$  e  $c = 4$ , podemos manter a comparação com os valores de  $d$  como 9.5 e 10, pois a razão  $\frac{c}{L^2}$  se mantém igual a 1, além de garantirmos continuidade na solução:

```
[2]: c = 4
L = 2
T = 10
dt = 0.1
dx = 0.1

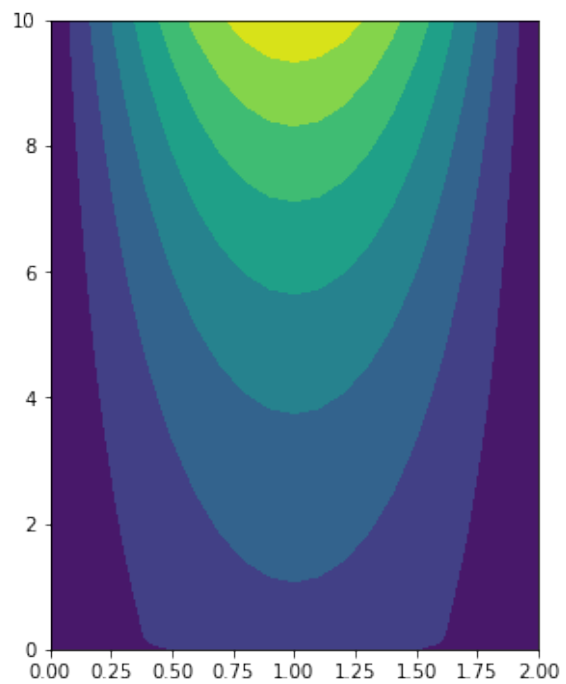
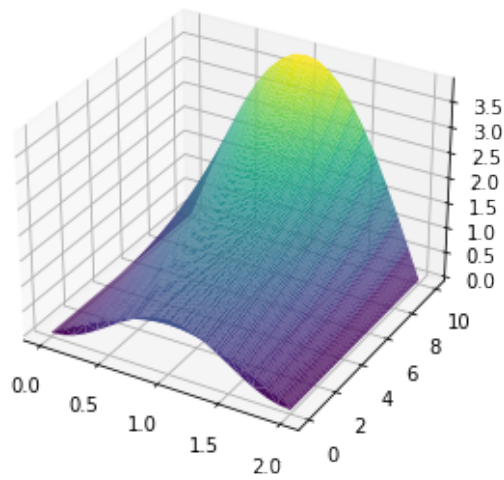
print('A população tende a se extinguir para d = ', d := 9.5, ':', sep = '')
btcs(c, d, L, T, dt, dx, f, g, h)

print('A população tende a aumentar para d = ', d := 10, ':', sep = '')
btcs(c, d, L, T, dt, dx, f, g, h)
```

A população tende a se extinguir para  $d = 9.5$ :



A população tende a aumentar para  $d = 10$ :



### 3 Item c

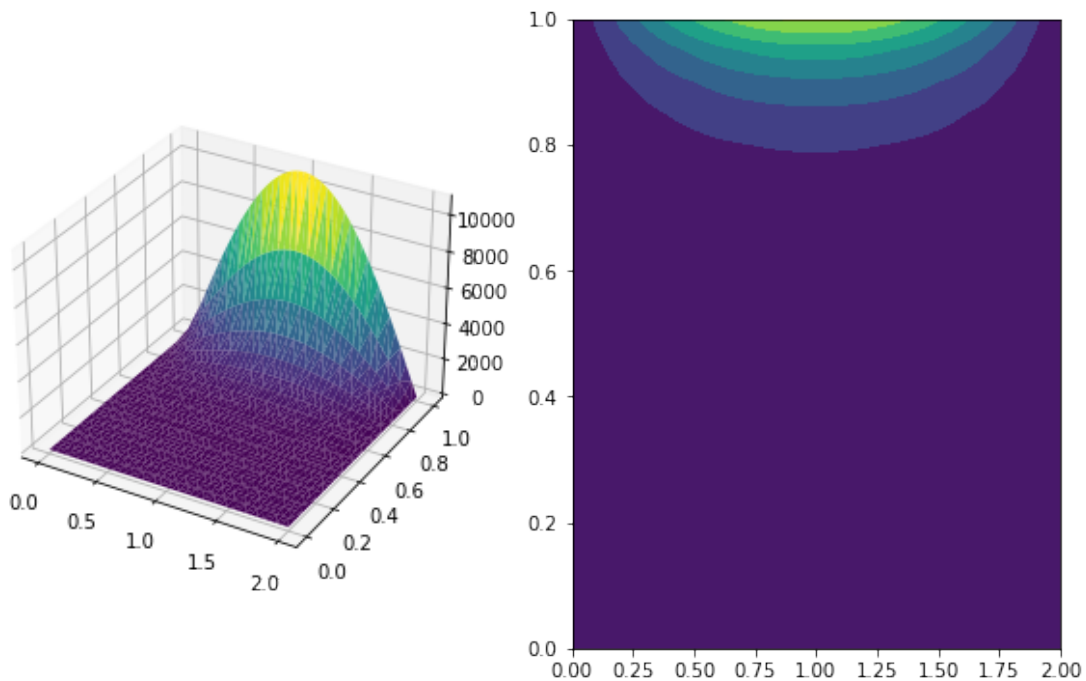
Vamos dar uma chutada no balde para a relação entre  $d$  e a razão  $\frac{c}{L^2}$ :

```
[3]: c = 1  
d = 10  
L = 2  
T = 1  
dx = 0.05
```

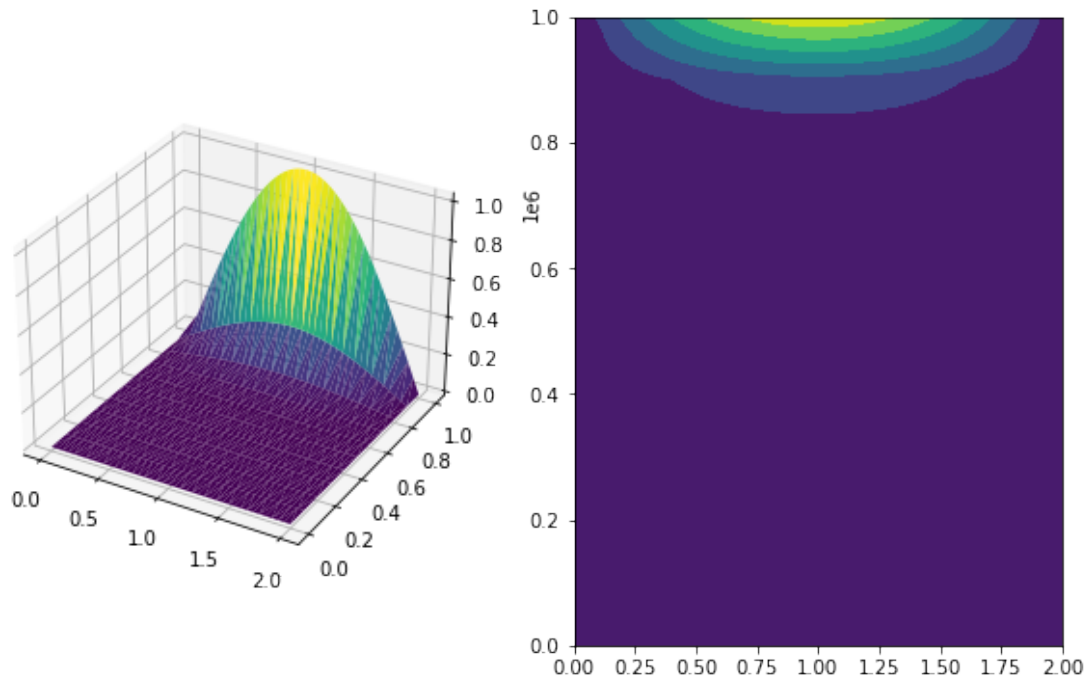
Agora vamos plotar os gráficos para diferentes valores de  $\Delta t$  e  $\Delta x$ :

```
[4]: for dt in [0.05, 0.1, 0.2]:  
    print(f'Simulação com dt = {dt} e dx = {dx}:')  
    btcs(c, d, L, T, dt, dx, f, g, h)
```

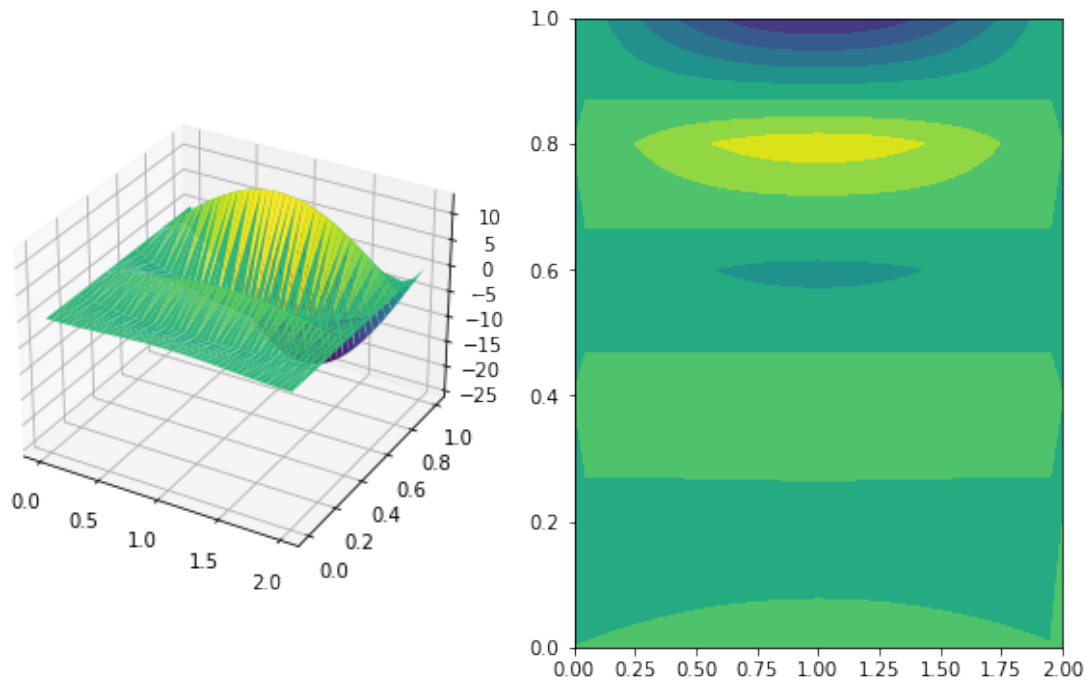
Simulação com  $dt = 0.05$  e  $dx = 0.05$ :



Simulação com  $dt = 0.1$  e  $dx = 0.05$ :



Simulação com  $\Delta t = 0.2$  e  $\Delta x = 0.05$ :



Podemos ver que, variando  $\Delta t$ , o eixo  $z$  tem sua escala alterada, ou seja, temos que os valores do

passo acabam influenciando nos resultados computacionais, o que, para os dois primeiros valores, pode ser melhor percebido no mapa de calor, à direita, onde o maior passo faz com que as curvas fiquem mais estranhas, bem como as faixas fiquem mais estreitas e surgindo mais cedo, o que mostra que os valores crescem mais rapidamente. Além disso, um grande passo faz com que valores negativos apareçam, o que não faz sentido para o modelo.

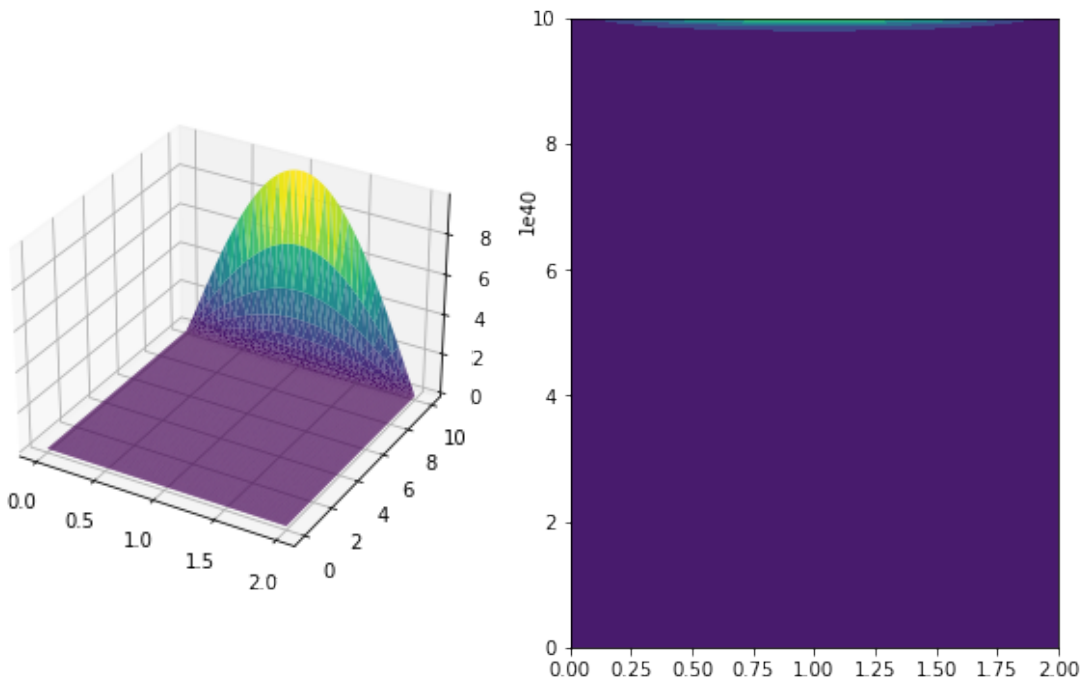
Agora vamos ver o que ocorre com um maior passo no eixo  $x$ . Para isso, vamos redefinir os parâmetros:

```
[5]: c = 1  
d = 10  
L = 2  
T = 10  
dt = 0.05
```

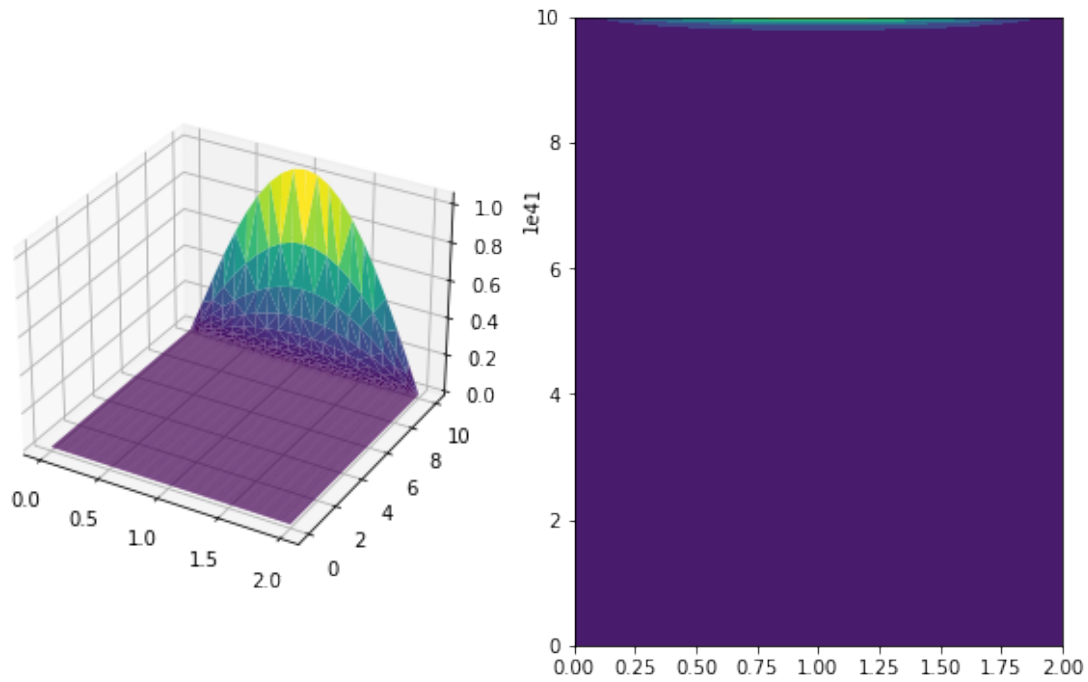
E agora vamos testar para diferentes valores para  $\Delta x$ :

```
[6]: for dx in [0.05, 0.1, 0.2]:  
    print(f'Simulação com dt = {dt} e dx = {dx}:')  
    btcs(c, d, L, T, dt, dx, f, g, h)
```

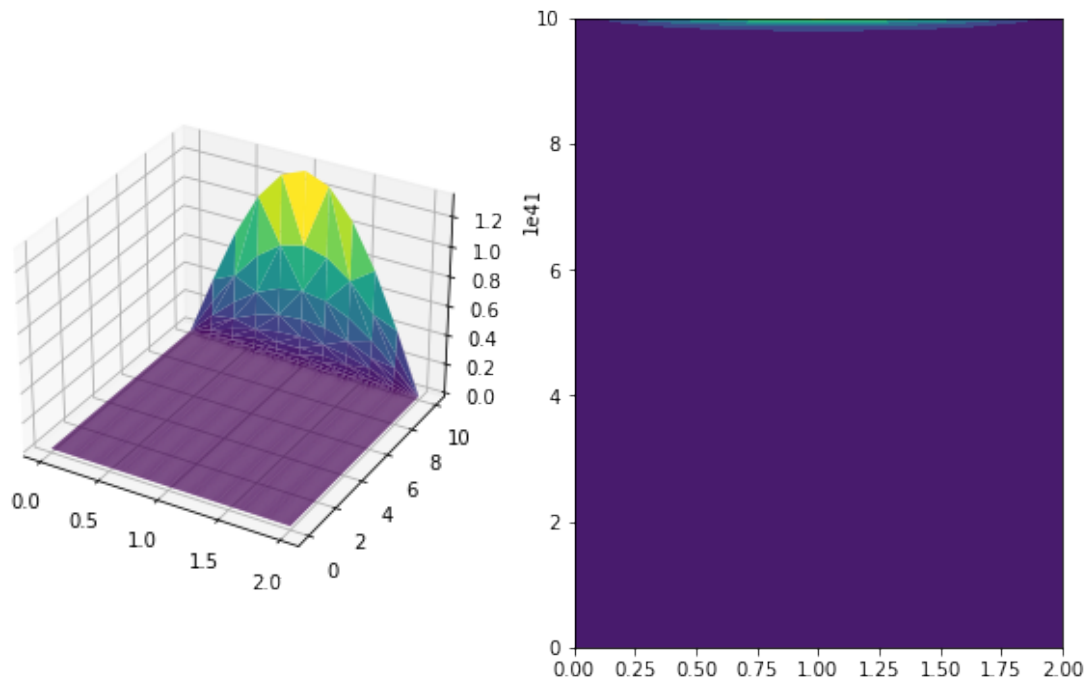
Simulação com  $dt = 0.05$  e  $dx = 0.05$ :



Simulação com  $dt = 0.05$  e  $dx = 0.1$ :



Simulação com  $dt = 0.05$  e  $dx = 0.2$ :



Como aumentamos o tempo, agora é mais fácil olharmos para o plot 3D, em especial para a escala

do eixo  $z$ , a qual muda do primeiro para o segundo plot. Notamos que os valores aumentam, bem como o mapa de calor do segundo para o terceiro plot, ou seja, os valores de  $\Delta x$  também fazem com que os resultados computacionais variem.

## 4 Item d

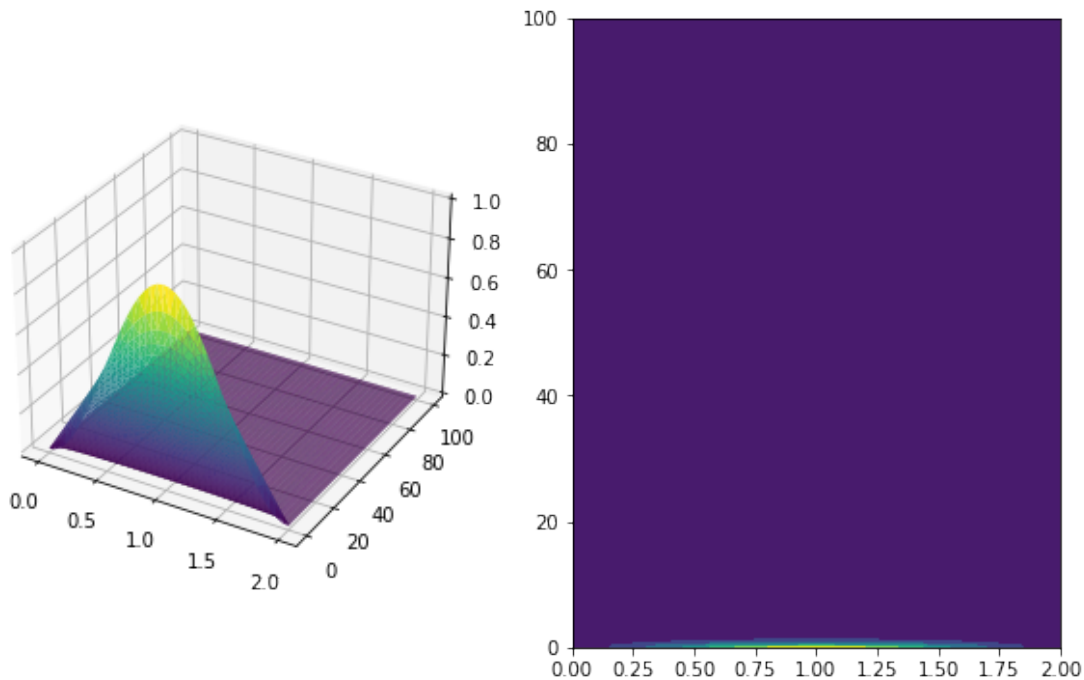
Primeiramente, vamos definir alguns parâmetros para as simulações:

```
[7]: c = 1
      d = 1
      T = 100
      dt = 0.05
      dx = 0.05
```

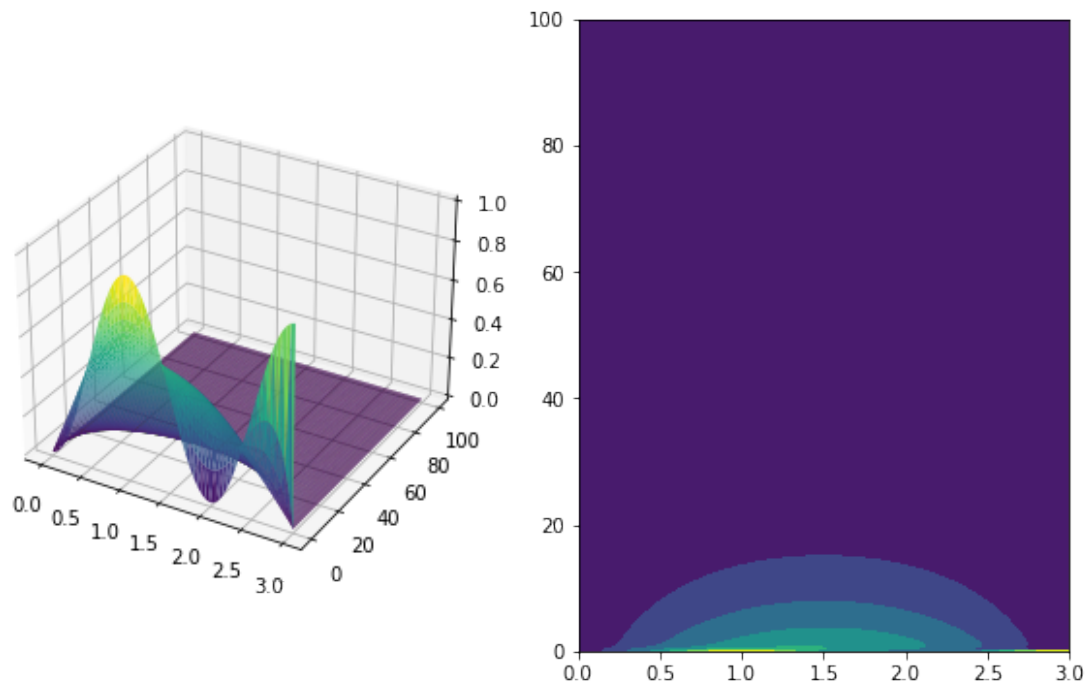
Agora vamos testar alguns valores de  $L$ , usando que, pela teoria, a população deve sobreviver quando  $L > \pi$  e ir para extinção quando  $L < \pi$ . Assim, vamos testar alguns valores próximos, sem nos importar muito com a continuidade da solução (problema causado pela inconsistência da condição inicial com as condições de fronteira para o ponto  $(L, 0)$ ):

```
[8]: for L in [2, 3, 3.1, 3.14, np.pi, 3.15, 3.2, 4]:
      print(f'Simulação com L = {L}:')
      btcs(c, d, L, T, dt, dx, f, g, h)
```

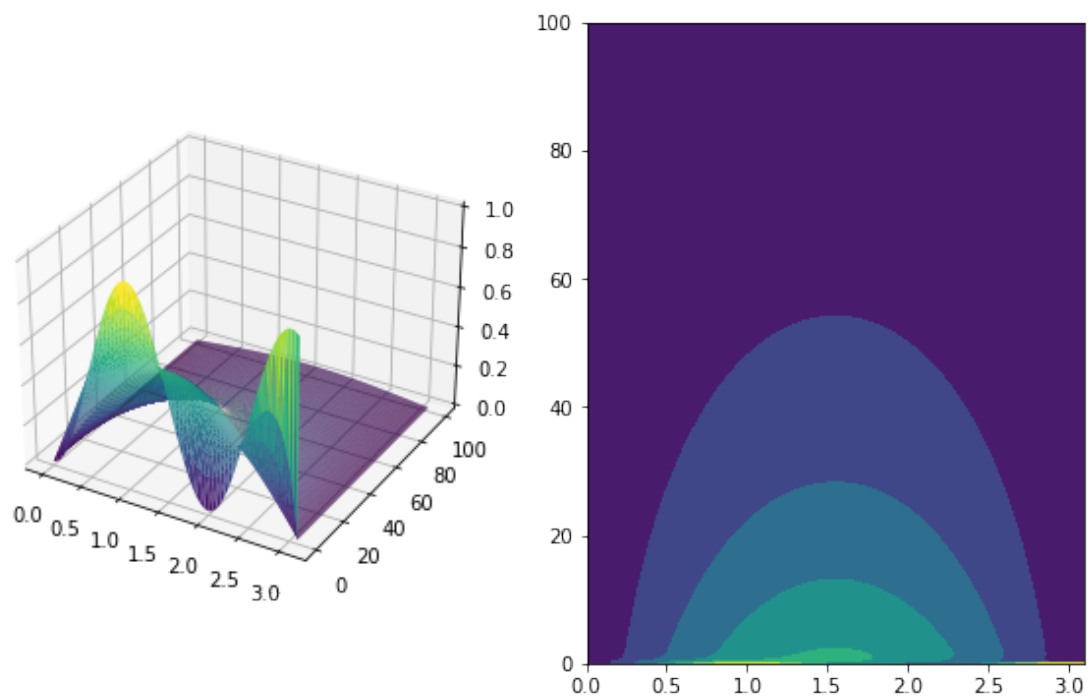
Simulação com  $L = 2$ :



Simulação com  $L = 3$ :

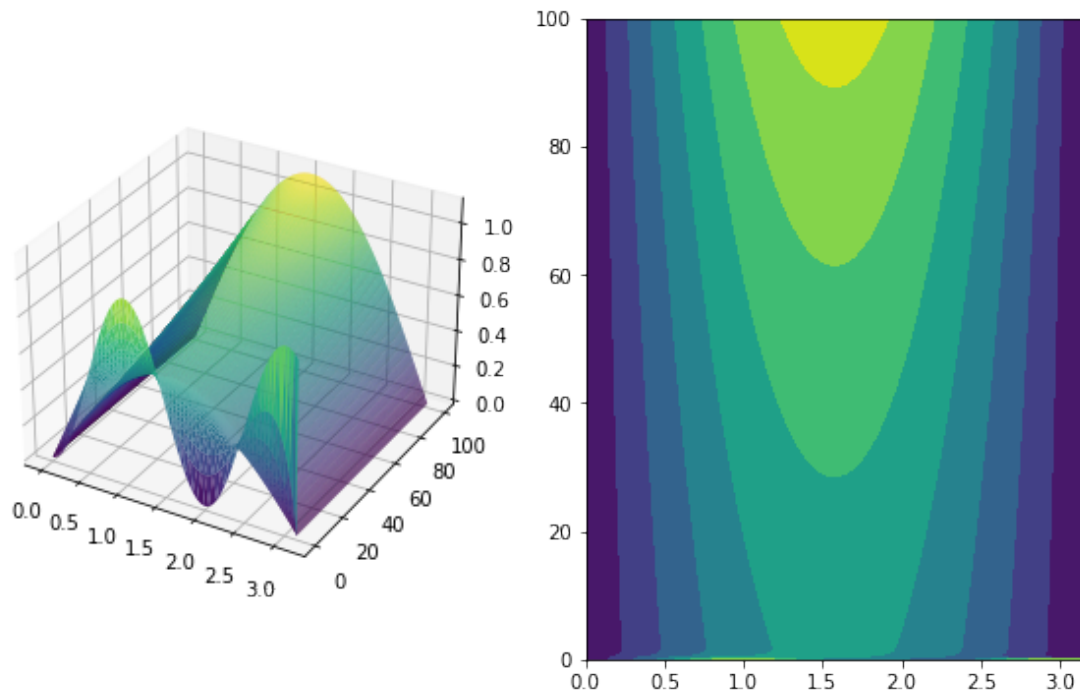


Simulação com  $L = 3.1$ :

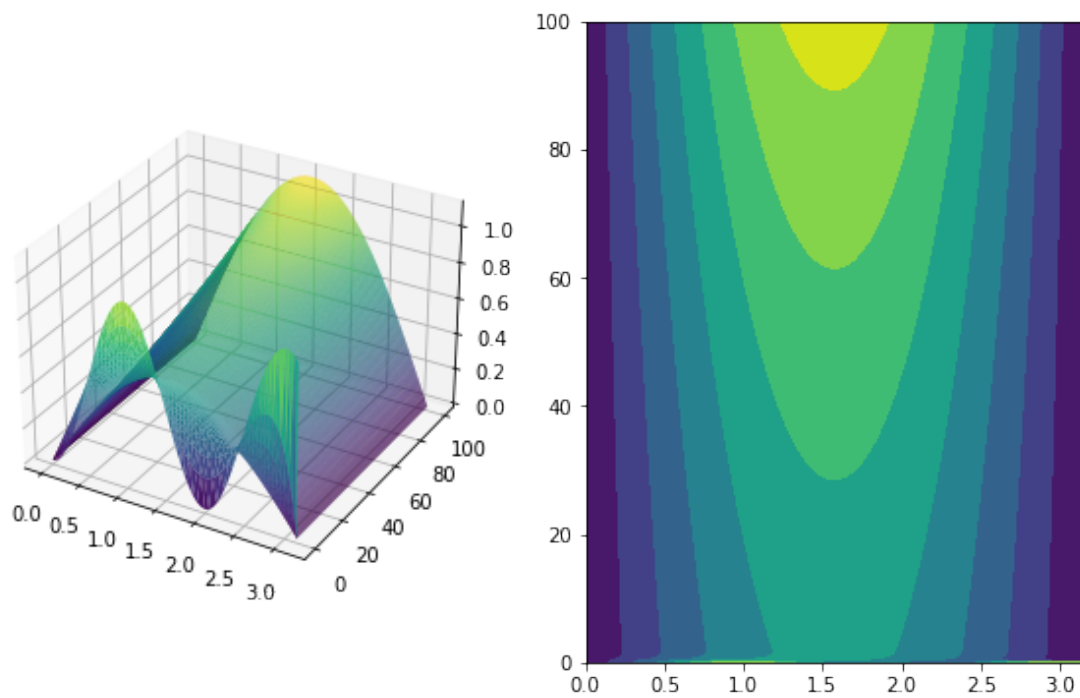




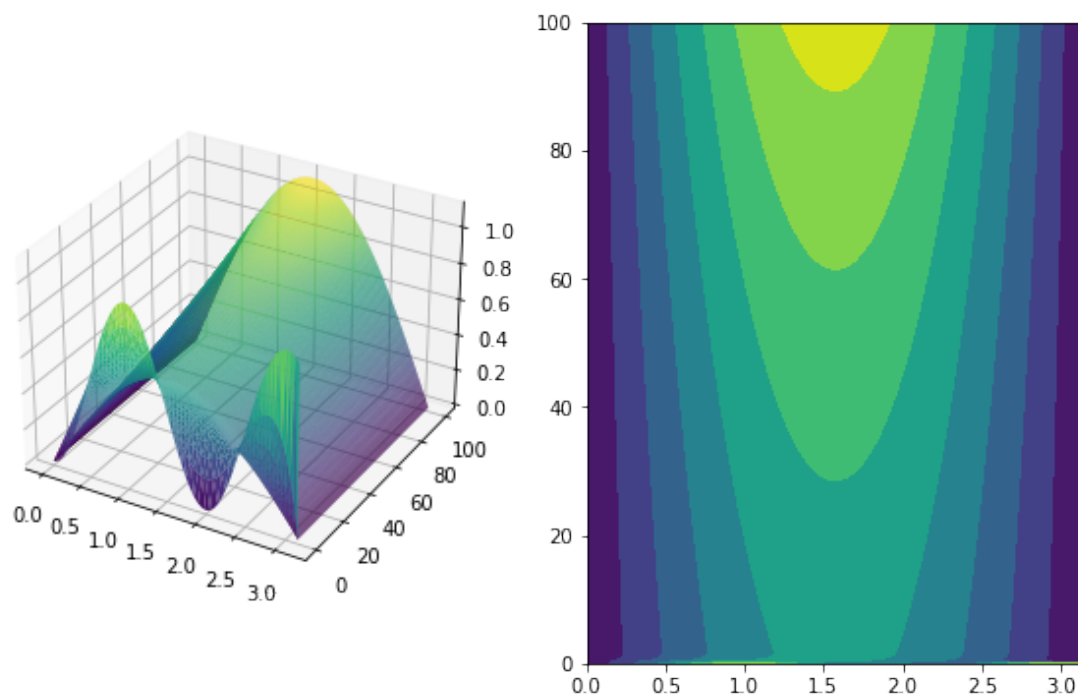
Simulação com  $L = 3.14$ :



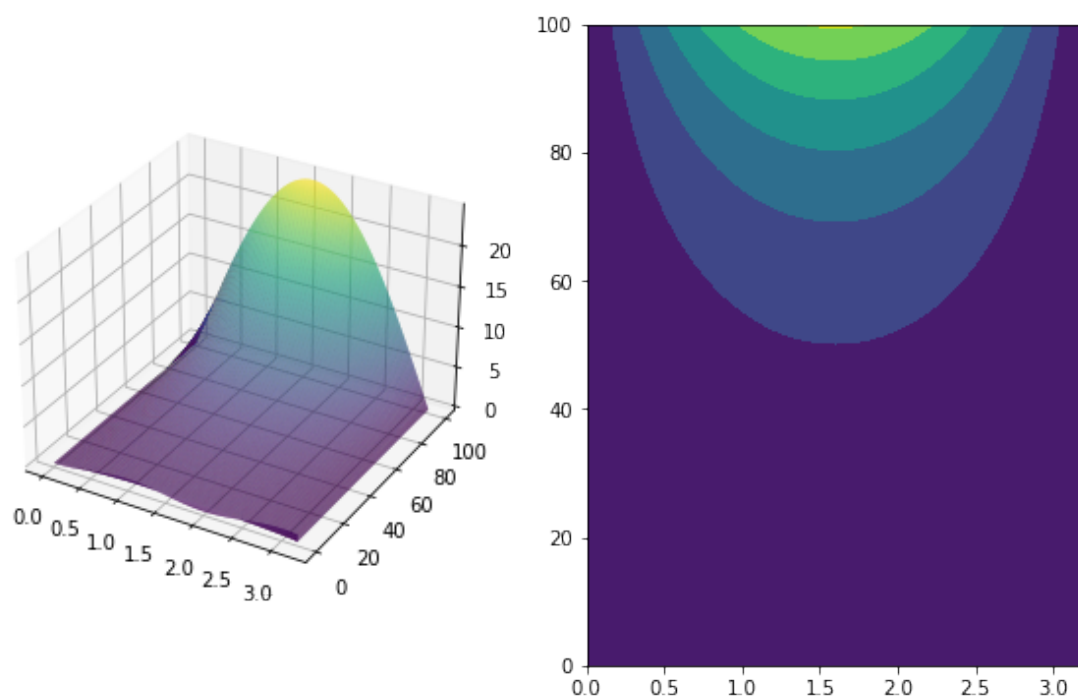
Simulação com  $L = 3.141592653589793$ :



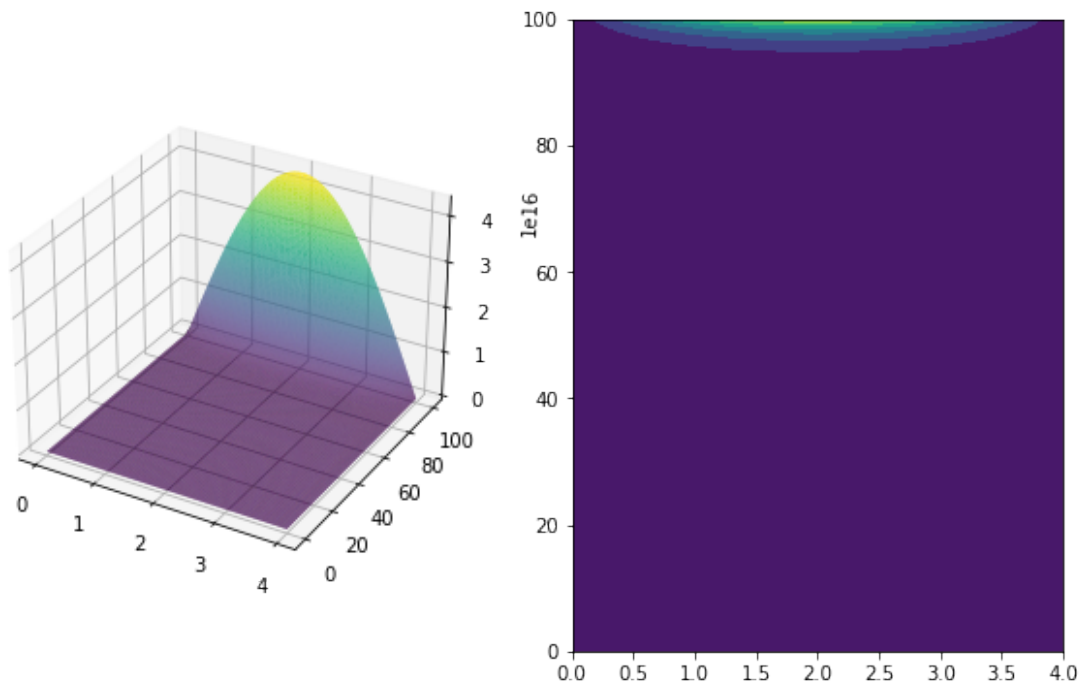
Simulação com  $L = 3.15$ :



Simulação com  $L = 3.2$ :



Simulação com  $L = 4$ :



Notamos que o valor mínimo para  $L$  de modo que a população não fique extinta está bem próximo de  $\pi$ , com a população indo a extinção até quando  $L = 3.1$  e aumentando nos demais casos, conforme sugere o resultado teórico do item b.

**OBS:** o crescimento da população para quando  $L = 3.14 < \pi$  deve estar relacionado a erros numéricos da aritmética do computador.