11/12/2020

Trabalho - Arquimedes

Questão 1 (0,5).

Resolva com seu silogismo, o sistema abaixo pelo teorema de Cramer mostrando a resolução.

$$\begin{cases} 3x + 4y - z = 1 \\ 4x + 5y + 2z = 12 \\ x - 2y + 3z = 8 \end{cases}$$

$x = \frac{D_x}{D} \Rightarrow \frac{3}{30}$ $x = 0,1$

$y = \frac{D_y}{D} \Rightarrow \frac{30}{30}$ $D_y = 1$

$z = \frac{D_z}{D} \Rightarrow \frac{99}{30}$ $D_z = 3,3.$

$$\left|\begin{matrix} 3 & 4 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \\ 1 & -2 \end{matrix}$$

$\underbrace{-5 \quad -12 \quad 48}_{31}$ $\underbrace{45 \quad 8 \quad +8}_{61}$

$D = 61 - 31 \Rightarrow D = 30$

$$\left|\begin{matrix} 1 & 4 & -1 \\ 12 & 5 & 2 \\ 8 & -2 & 3 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 1 & 4 \\ 12 & 5 \\ 8 & -2 \end{matrix}$$

$\underbrace{-40 \quad -4 \quad 144}_{100}$ $\underbrace{15 \quad 64 \quad 24}_{103}$

$D_x = 103 - 100 = 3$

$$\left|\begin{matrix} 3 & 1 & -1 \\ 4 & 12 & 2 \\ 1 & 8 & 3 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 3 & 1 \\ 4 & 12 \\ 1 & 8 \end{matrix}$$

$\underbrace{-12 \quad 48 \quad 12}_{48}$ $\underbrace{108 \quad 2 \quad -32}_{78}$

$D_y = 78 - 48 = 30$

$$\left|\begin{matrix} 3 & 4 & 1 \\ 4 & 5 & 12 \\ 1 & -2 & 8 \end{matrix}\right| \begin{matrix} 3 & 4 \\ 4 & 5 \\ 1 & -2 \end{matrix}$$

$\underbrace{5 \quad -72 \quad 128}_{61}$ $\underbrace{120 \quad 48 \quad -8}_{160}$

$D_z = 99$

R: S{0,1 , 1 , 3,3}

Questão 2 (0,5)

Resolva, com seu silogismo, o sistema abaixo pelo Teorema do escalonamento de Gauss mostrando a resolução.

$$\begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ 2x + y + z = 4 \\ x - y + 5z = 5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x + 2y - z &= -1 \quad (-2) \Rightarrow & -2x - 4y + 2z &= 2 \\ 2x + y + z &= 4 & 2x + y + z &= 4 \\ & & \hline 0 - 3y + 3z &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ -3y + 3z = 6 \\ -3y + 6z = 6 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x + 2y - z &= -1 \quad (-1) \Rightarrow & -x - 2y + z &= 1 \\ x - y + 5z &= 5 & x - y + 5z &= 5 \\ & & \hline 0 - 3y + 6z &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -3y + 3z &= 6 \quad (-1) \Rightarrow & +3y - 3z &= -6 \\ -3y + 6z &= 6 & -3y + 6z &= 6 \\ & & \hline 0 \quad 3z &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x + 2y - z = -1 \\ -3y + 3z = 6 \\ 3z = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - z = -1 \Rightarrow x + 2 \cdot (-2) - 0 = -1 \Rightarrow x + (-4) = -1 \Rightarrow x = -1 + 4 \Rightarrow x = 3 \\ -3y + 3z = 6 \Rightarrow -3y + 3 \cdot 0 = 6 \Rightarrow -3y^{(-1)} = 6^{(-1)} \Rightarrow 3y = -6 \Rightarrow y = -6/3 \Rightarrow y = -2. \\ 3z = 0 \Rightarrow z = 0/3 \Rightarrow z = 0 \end{cases}$$

R: S{3, -2, 0}.

Questão 3 (0,5)

Resolva, com seu silogismo, o sistema abaixo pelo Teorema das transformações matriciais de Gauss mostrando a resolução

$$\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ x - y + z = 1 \\ 3x + y + 2z = 5 \end{cases}$$

$$A^0|B^0 \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 5 \end{array}\right]$$

Pivo $= a_{11} = 1$

$mL_2 = 1/1 \quad L_2 \leftarrow L_2 - mL_2 \times L_1$

$mL_3 = 3/1 \quad L_3 \leftarrow L_3 - mL_3 \times L_1$

$L_2 \leftarrow L_2 - mL_2 \times L_1$	$L_3 \leftarrow L_3 - mL_3 \times L_2$
$1 - 1 \cdot 1 = 0$	$3 - 3 \cdot 1 = 0$
$-1 - 1 \cdot 2 = -3$	$1 - 3 \cdot 2 = -5$
$1 - 1 \cdot -1 = 2$	$2 - 3 \cdot (-1) = 5$
$1 - 1 \cdot 0 = 1$	$5 - 3 \cdot 0 = 5$

$$A^1|B^1 \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -5 & 5 & 5 \end{array}\right]$$

$$[A^1|B^1] = \left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & -5 & 5 & 5 \end{array}\right]$$

Pivô $= a_{22} = -3$

$mL_3 = \frac{-5}{-3}$

$L_3 \leftarrow L_3 - mL_3 \times L_2$

$L_3 \leftarrow L_3 - mL_3 \times L_2$

$$[A^2|B^2] = \left[\begin{array}{ccc:c} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 5/3 & 10 \end{array}\right]$$

$0 - \frac{-5}{-3} \cdot 0 = 0$

$-5 - \frac{-5}{-3} \cdot -3 = 0$

$5 - \frac{-5}{-3} \cdot 2 = 5/3$

$5 - \frac{-5}{-3} \cdot 1 = 10/3$

$$\begin{cases} 1x + 2y - 1z = 0 \Rightarrow x + 2 \cdot 1 - 1 \cdot 2 = 0 \Rightarrow x + 2 - 2 = 0 \Rightarrow x = 0 \\ -3y + 2z = 1 \Rightarrow -3y + 2 \cdot 2 = 1 \Rightarrow -3y + 4 = 1 \Rightarrow -3y^{(-1)} = -3^{(-1)} \Rightarrow y = 1 \\ 5/3 z = 10/3 \Rightarrow z = \frac{10/3}{5/3} \Rightarrow 10/3 \cdot 3/5 \Rightarrow 30/15 \Rightarrow 2/1 \Rightarrow z = 2 \end{cases}$$

R: $S:\{0, 1, 2\}$.

Questão 4 (0,5)

Faça a resenha crítica do teorema de Cramer e julgue a eficácia do mesmo, conforme à nota histórica do Anton sobre o Gabriel Cramer.

O Teorema de Cramer é uma regra em álgebra linear (sistema linear). Recebe esse nome como homenagem a seu criador Gabriel Cramer. Só pode ser utilizada quando o número de equações e incognitas forem o mesmo. São calculados da seguinte maneira $X_N = D_N/D$ onde x é a incognita e D a determinante. O D_N juntamente com o D é encontrado através da regra de Sarrus aplicada no sistema lineas.

A regra de Cramer é uma das maneiras eficientes e qualificadas para resolver os sistemas Lineares, causando um forte impacto e chamando atenção da população a ser criada.