Atividade da aula 11 - Matemática Discreta

Igor Radtke

6.18 - Seja R uma endorelação em N^2 definida por:

$\langle a, b \rangle R \langle c, d \rangle \leftrightarrow a + b = c + d$

Reflexiva $(\forall a \in A)(a R a)$

seja $\langle a, b \rangle \in N^2$. então: $\langle a, b \rangle \in N^2 \Rightarrow$

$a + b = a + b \Leftrightarrow$

$\langle a, b \rangle R \langle a, b \rangle$

Logo, R é reflexiva.

Simétrica $(\forall a \in A)(\forall b \in A)(a R b \to b R a)$

seja $\langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle \in N^2$ tais que $\langle a, b \rangle R \langle c, d \rangle$

então: $\langle a, b \rangle R \langle c, d \rangle \Rightarrow$

$a + b = c + d \Rightarrow$

$c + d = a + b \Rightarrow$ Logo, R é simétrica

$\langle c, d \rangle R \langle a, b \rangle$

Transitiva $(\forall a \in A)(\forall b \in A)(\forall c \in A)(a R b \wedge b R c \to a R c)$

sejam $\langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle, \langle e, f \rangle \in N^2$ tais que $\langle a, b \rangle R \langle c, d \rangle$ e $\langle c, d \rangle R \langle e, f \rangle$, então: $\langle a, b \rangle R \langle c, d \rangle$ e $\langle c, d \rangle R \langle e, f \rangle \Rightarrow$

$a + b = c + d$ e $c + d = e + f \Rightarrow$

$a + b = e + f \Rightarrow$

$\langle a, b \rangle R \langle e, f \rangle$ Logo, R é transitiva

Portanto, R é relação de equivalência

6.19 Seja R uma endorrelação em N^2 definida por:

$\langle a, b \rangle R \langle c, d \rangle \Leftrightarrow a \cdot d = b \cdot c$

Demonstre que R não é uma relação equivalente.

R:

Reflexiva $(\forall a \in A)(a R a)$

Seja $\langle a, b \rangle \in N^2$. Pela comutatividade da multiplicação em N, ocorre que $a \cdot b = b \cdot a$. Portanto, $\langle a, b \rangle R \langle a, b \rangle$. Logo, R é reflexiva;

Simétrica $(\forall a \in A)(\forall b \in A)(a R b \rightarrow b R a)$

Sejam $\langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle \in N^2$ tais que $\langle a, b \rangle R \langle c, d \rangle$. então:

$\langle a, b \rangle R \langle c, d \rangle \Rightarrow$

$a \cdot d = b \cdot c \Rightarrow$ definição de R comutatividade

$d \cdot a = c \cdot d \Rightarrow$ na multiplicação em N

$c \cdot d = d \cdot a \Rightarrow$ propriedade simétrica da =

$\langle c, d \rangle R \langle a, b \rangle$ definição de R

Logo, R é simétrica;

Transitiva $(\forall a \in A)(\forall b \in A)(\forall c \in A)(a R b \wedge b R c \rightarrow a R c)$

Sejam $\langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle, \langle e, f \rangle \in N^2$ tais que $\langle a, b \rangle R \langle c, d \rangle R \langle e, f \rangle$. Então:

$\langle a, b \rangle R \langle c, d \rangle$ e $\langle c, d \rangle R \langle e, f \rangle \Rightarrow$

$a \cdot d = b \cdot c$ e $c \cdot f = d \cdot e$

Sejam $\langle 1, 2 \rangle, \langle 0, 0 \rangle, \langle 3, 7 \rangle \in N^2$. Observe que

$\langle 1, 2 \rangle R \langle 0, 0 \rangle \Leftrightarrow 1 \cdot 0 = 2 \cdot 0 \Leftrightarrow 0 = 0$

$\langle 0, 0 \rangle R \langle 3, 7 \rangle \Leftrightarrow 0 \cdot 7 = 0 \cdot 3 \Leftrightarrow 0 = 0$

entretanto, $\neg(\langle 1, 2 \rangle R \langle 3, 7 \rangle)$, pois $1 \cdot 7 \neq 2 \cdot 3$ Logo, R não é Transitiva

Portanto, R não é relação de equivalência, pois não satisfaz a propriedade transitiva.