

ДЗ 1 по Методам Оптимизации.

Соколов Игорь, группа 573

25 февраля 2018 г.

1. $r_k = \left\{ (0.707)^k \right\}_{k=1}^{\infty}$

Solution. Тест корней: $\alpha = \lim_{k \rightarrow \infty} \sup r_k^{1/k}$

$$\alpha = \lim_{k \rightarrow \infty} \sup (0.707^k)^{1/k} = 0.707$$

$\Rightarrow \{r_k\}_{k=1}^{\infty}$ имеет линейную сходимость с константой $\alpha = 0.707$

■

2. $r_k = \left\{ (0.707)^{2^k} \right\}_{k=1}^{\infty}$

Solution. Тест отношений: $\alpha = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{r_{k+1}}{r_k}$

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{(0.707)^{2^{k+1}}}{(0.707)^{2^k}} &= \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\exp \ln (0.707)^{2^{k+1}}}{\exp \ln (0.707)^{2^k}} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{\exp(2^{k+1} \ln(0.707))}{\exp(2^k \ln(0.707))} = \\ &= \lim_{k \rightarrow \infty} \exp(2^k \ln(0.707)) = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

$$\ln 0.707 < 0$$

$\Rightarrow \{r_k\}_{k=1}^{\infty}$ имеет сверхлинейную сходимость.

■

3. $r_k = \left\{ \frac{1}{k^2} \right\}_{k=1}^{\infty}$

Solution. Тест отношений: $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k^2}{(k+1)^2} = 1$

$\Rightarrow \{r_k\}_{k=1}^{\infty}$ имеет сублинейную сходимость.

■

4. $r_k = \left\{ \frac{1}{k!} \right\}_{k=1}^{\infty}$

Solution. Тест отношений: $\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k!}{(k+1)!} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k+1} = 0$
 $\Rightarrow \{r_k\}_{k=1}^{\infty}$ имеет сверхлинейную сходимость. ■

5.
$$\begin{cases} \frac{1}{k}, & \text{if } k \text{ is even} \\ \frac{1}{k^2}, & \text{if } k \text{ is odd} \end{cases},$$

Solution. Тест отношений: $\liminf_{k \rightarrow \infty} \frac{r_{k+1}}{r_k} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k^2}{(k+1)^2} = 1$
 $\Rightarrow \{r_k\}_{k=1}^{\infty}$ имеет сублинейную сходимость. ■

6.
$$\begin{cases} \frac{1}{k^k}, & \text{if } k \text{ is even} \\ \frac{1}{k^{2k}}, & \text{if } k \text{ is odd} \end{cases},$$

Solution. Тест корней: $\limsup_{k \rightarrow \infty} r_k^{1/k} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{1}{k} = 0$
 $\Rightarrow \{r_k\}_{k=1}^{\infty}$ имеет сверхлинейную сходимость. ■