

# Домашнее задание к семинару №8

29 октября 2017 г.

1. Докажите следующие утверждения:

- (a) Х.ф — равномерно непрерывная функция
- (b)  $\overline{\phi}_\xi(t) = \phi_\xi(-t) = \phi_{-\xi}(t)$ , где черта означает комплексное сопряжение. Отсюда следует, что если характеристическая функция действительная тогда и только тогда, когда она четная.
- (c) \* Х.ф. может быть не интегрируемой на всей действительной оси. Но если х.ф. интегрируема на всей действительной оси, то существует плотность соответствующей случайной величины и выполнено

$$f_\xi(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-ixt) \phi_\xi(t) dt$$

Обратное неверно. Т.е. если случайная величина имеет плотность, то это не значит, что х.ф. интегрируема.

2. Является ли  $f(t)$  характеристической функцией

- (a)  $f(t) = \exp(-t^4)$

*Подсказка:* Вычислите дисперсию

- (b)  $f(t) = \cos t^2$
- (c)  $f(t) = \frac{1}{1+t}$
- (d)  $f(t) = \frac{1}{1+it^2}$
- (e)  $f(t) = 1 + \cos t$
- (f)  $f(t) = \frac{1}{2} \cos^2 t 2^{\cos t}$
- (g) \*

$$f(t) = \begin{cases} 1-t, & |t| \leq 1 \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$