
1ª Avaliação de Cálculo Numérico (Engenharia de Materiais)

Nome(a):

Data: 05 de Setembro de 2023

Prof: Dr. Diego Franklin de Souza Veras Sant'Ana

1) (1,0 pt) Considere as expansões em série de Taylor das funções $\sin x$ e $\cos x$:

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$$

onde (!) denota o fatorial Utilize as expansões acima com os quatro termos para estimar $\sin^2(\pi/4) + \cos^2(\pi/4)$ e calcule o erro percentual com relação ao valor exato. OBS. Configure sua calculadora para operar em radianos. Utilize todos os dígitos da sua calculadora e utilize o valor de π da calculadora com todos os dígitos.

2) (1,0 pt) Represente na base binária o número decimal 29,75.

3) (1,0 pt) Considere as funções

$$f(x) = x^2 + x \ln x \quad g(x) = \cos(x^2) + \ln(x) \quad h(x) = \log_3(\cos x)$$

Com base no Teorema de Bolzano, para qual(ou quais) das funções acima é garantido que haja pelo menos uma raiz no intervalo $[0,5, 1,5]$?

OBS.: Configure sua calculadora para operar em radianos. Apresente os cálculos que justifiquem sua resposta.

4) (2,0 pts) Com relação aos métodos numéricos de soluções de equações (obtenção de raízes) temos o método do ponto fixo (ou iteração linear) que consiste em escrever a equação $f(x) = 0$ como $x = \phi(x)$, onde ϕ é a chamada função de iteração. Considere a equação

$$e^x - 4x^2 = 0.$$

Esta equação possui duas soluções (duas raízes). Construa três funções de iteração diferentes para a equação acima e utilize o chute inicial $x_0 = 1$ em cada uma delas. Em cada caso, indique se o método converge ou não e, em caso de convergência, indique qual raiz é obtida.

5) Encontre a raiz da função $f(x) = x^2 + x e^x$ que esteja no intervalo $[-0,75; -0,5]$ com precisão $\epsilon < 0,02$.

a) (1,0 pt) pelo método da bisseção.

b) (1,0 pt) pelo método da falsa posição.

6) (1,0 pt) Considere novamente a função da questão anterior, $f(x) = x^2 + x e^x$. Encontre a sua raiz pelo método de Newton-Raphson. Indique a estimativa inicial que for utilizada e escreva sua resposta considerando todos os dígitos da calculadora.

7) (2,0 pts) Uma matriz tridiagonal é uma matriz quadrada onde apenas os elementos da diagonal principal e as que estão acima e abaixo a ela são não-nulas. Sistemas lineares tridiagonais são de grande importância em Matemática Aplicada, pois surgem da solução numérica de Equações Diferenciais e sabe-se muito bem que os fenômenos da Natureza são descritos em grande parte por equações diferenciais. O sistema linear abaixo é tridiagonal e simétrico:

$$\begin{cases} 2,5x_1 - x_2 = 0 \\ -x_1 + 2,5x_2 - x_3 = 0,95 \\ -x_2 + 2,5x_3 - x_4 = 1 \\ -x_3 + 2,5x_4 - x_5 = 0,95 \\ -x_4 + 2,5x_5 = 0 \end{cases}$$

Escreva este sistema linear na forma matricial para visualizar a estrutura tridiagonal.

Resolva este sistema utilizando o método iterativo de Gauss-Siedel com 5 iterações. Opere com quatro casas decimais e arredondamento padrão. Considere o vetor $\vec{r}_0 = (1, 1, 1, 1)$ como estimativa inicial. Não é necessário calcular o erro.

**Hoje é um bom dia para ser um bom dia!
Bom desempenho!!**