4^a Lista de Exercícios de Cálculo Numérico

Unidade II: Raízes de Equações

Tópico: Método de Newton-Raphson

Prof Dr. Diego Frankin de Souza Veras Sant'Ana

1) Usando o método de Newton, resolva as equações

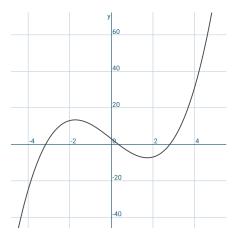
a)
$$x - sen(x) = 0$$

b)
$$sen(x) - x - 1 = 0$$

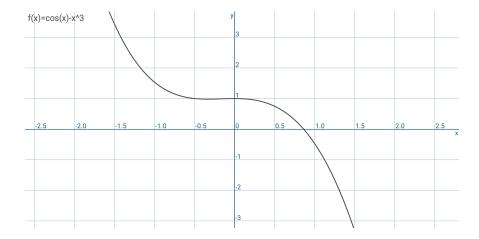
c)
$$2x - e^x = 0$$

OBS.: escolha a estimativa inicial que preferir.

2) Seja $f(x) = x^3 - 9x + 3$. Sabendo que uma de suas raízes esteja no intervalo [0, 1], encontre-a pelo **método de Newton** até atingir a precisão de sua calculadora. Considere $x_0 = 0, 5$ como aproximação inicial. Após isso, analise o gráfico desta função, dado abaixo, e obtenha as outras duas raízes escolhendo estimativas iniciais ao seu critério.

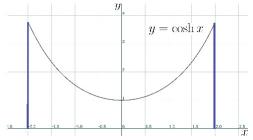


- **3)** Obtenha a raiz quadrada do número 7 usando o **método de Newton**. Compare com o valor retornado calculadora e calcule o erro relativo. Considere todas as casas decimais da calculadora.
- 4) A função $f(x) = x + \sqrt{e^{-x}} 1$ possui duas raízes no intervalo [-5, 5]. Encontre essas raízes pelo método de Newton-Raphson.
- 5) Um duto de escoamento será construído sobre uma estrutura de aço. A forma deste duto é modelada pela função $f(x) = \cos(x) x^3$ cujo gráfico encontra-se na figura abaixo. Uma das principais saídas para o escoamento será instalada no ponto de altura zero, isto é $x = \xi$ tal que $f(\xi) = 0$. Determine o ponto ξ pelo método de Newton-Raphson com erro inferior a 10^{-6} .

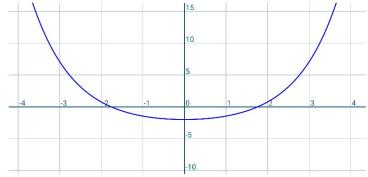


6) A catenária é a curva plana que representa a forma de equilíbrio de um cabo homogêneo, flexível, pesado, suspenso por suas extremidades a partir de dois pontos fixos, e submetido exclusivamente à força da gravidade (veja a figura 1 abaixo).

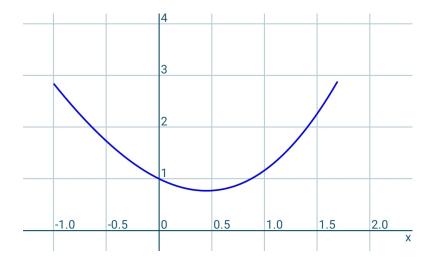




A catenária é descrita pela função co-seno hiperbólico: $\cosh x$. Considere a função $f(x) = \cosh(x) - 3$. Seu gráfico está apresentado na figura 2 abaixo. Utilize o método de Newton para encontrar as raízes de f(x). Utilize o gráfico dado para escolher a solução inicial do método.



7) A disposição de um cabo de aço não-homogêneo sustentado por dois pontos de fixação pôde ser modelado matematicamente pela função $y(x) = 1 + x^2 - \text{sen}(x)$, cujo gráfico está apresentado na figura abaixo. Deseja-se encontrar o ponto em que o cabo de aço esteja o mais próximo do solo. Sabendo que o ponto em questão corresponde à altuma mínima, determine-o pelo método de Newton-Raphson com erro inferior a 10^{-7} .



8) Uma área muito importante das Engenharias é a Mecânica dos Fluidos que descreve os Fenômenos de Transporte. Ná área Ambiental, por exemplo, o nível de concentração C de Oxigênio em um canal poluído, em função da distância x, em kilômetros, pode ser modelado pela equação

$$C(x) = 10 - 20(e^{-0.2x} - e^{-0.75x}),$$

em mg/L. Note que funções deste tipo são soluções de equações diferenciais de segunda ordem com coeficientes constantes.

Calcule, utilizando o método de Newton-Raphson a distância para o qual o nível de oxigênio atinja uma concentração de 5 mg/L.



GABARITO

01)

- **a**) $\xi = 0$
- **b)** $\xi = -1,9345632107521758$
- c) A equação não possui solução.
- **02)** As raízes são 0.337608956 2.816914053 e -3.154523009
- 03) Resolva a equação $x^2-7=0$ pelo método de Newton e encontre $\sqrt{7}=2,64575131106469333$ com erro igual a $2,7867\times 10^{-7}$

$$\mathbf{04})\xi_1 = -2,5128624172 \text{ e } \xi_2 = 0$$

05)
$$\xi = 0.86547403$$

06)
$$\xi_1 = -1,7627 \text{ e } \xi_2 = 1,7627$$

07)
$$\xi = 0,450183611$$

08) 602, 4 metros