UNIVERSIDADE FEDERAL DO CARIRI
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

2^a **Lista de Exercícios de Cálculo Numérico**

Unidade II: Raízes de Equações

Tópico: Método da Bisseção

Prof Dr. Diego Frankin de Souza Veras Sant'Ana

1) Seja f uma função contínua no intervalo $[-2,\ 2]$ tal que $f(-2) = 1$ e $f(2) = 3$. Indique qual (ou quais) das expressões seguintes define uma função $g(x)$, para a qual o Teorema de Bolzano garante a existência de pelo menos uma raiz no intervalo $[-2,\ 2]$:

A) $g(x) = -f(x)$
B) $g(x) = x^2 + f(x)$
C) $g(x) = x^2 - f(x)$
D) $g(x) = x + f(x)$
E) $g(x) = x - f(x)$
F) $g(x) = f(x) - x$
G) $g(x) = 2x + f(x)$
H) $g(x) = 2x - f(x)$

2) Seja f a função de domínio $(-1, +\infty)$, definida por $f(x) = 4 - x + \ln(x+1)$. Mostre, aplicando o teorema de Bolzano, que a função f tem, pelo menos uma raiz no intervalo $[5, 7]$.

3) Considere a função $f(x) = 1 - 2x + \ln(x+1)$ de domínio $x \in (-1, +\infty)$. Com base no teorema de Bolzano, em qual (ou quais) dos seguintes intervalos é garantido que se tenha pelo menos uma raiz?

A) $[-0,9\ ; -0,45]$
B) $[-0,5\ ; 0]$
C) $[0\ ; 1]$
D) $[1\ ; 2]$
E) $[2\ ; 3]$

4) Considere as funções

$$f(x) = x^2 + x\ln x \qquad g(x) = \cos(x^2) + \ln(x) \qquad h(x) = \ln(\cos x)$$

$$y(x) = \ln x - \cos^2 x \qquad z(x) = \text{sen}(e^{-x})$$

Com base no Teorema de Bolzano, para qual(ou quais) das funções acima é garantido que haja pelo menos uma raiz no intervalo $[0.5,\ 1.5]$?

5) Encontre a raiz da função $f(x) = x^2 + xe^x$ pelo **método da bisseção** no intervalo $[a,\ b] = [-0,75\ ;\ -0,5]$ com precisão $\epsilon < 0,02$.

6) Encontre a raiz da função $f(x) = \cos(x) - x$ pelo **método da bisseção** no intervalo $[a,\ b] = [0,5\ ;\ 1,0]$ com precisão $\epsilon < 0,01$. Lembre de configurar sua calculadora para operar em radianos. Isto deve ser feito em todas as questões que apresentarem funções trigonométricas.

7) Seja $f(x) = x^3 - 9x + 3$. Supondo que a raiz de f esteja no intervalo $[0, 1]$. Encontre esta raiz pelo **método da bisseção** com precisão $\epsilon < 0,1$.

8) A função $V(x) = (1 - x^2)^2 - 1$ possui três raízes. Sabendo que uma dessas raízes pertence ao intervalo $[1, 2]$, encontre esta raiz pelo método da bisseção com precisão $\epsilon < 0,05$.

9) Use o método da bisseção para encontrar a solução das equações a seguir no intervalo $[0, 1]$ com precisão $\epsilon < 0,05$.
a) $x^3 - 7x^2 + 14x - 6 = 0$
b) $x + \frac{14}{x} - \frac{6}{x^2} - 7 = 0$

10) Utilize a expressão

$$k \geq \log_2\left(\frac{b-a}{\epsilon}\right)$$

para estimar o número mínimo k de iterações para se atingir uma precisão menor do que ϵ nas questões 4 à 8.

11) Resolva novamente as questões 04 à 08 utilizando o método da falsa posição, que é um aprimoramento do método da Bisseção, onde o ponto médio x_i é trocado pela média ponderada entre a_i e b_i com pesos $|f(b_i)|$ e $|f(a_i)|$

$$x_i = \frac{a_i f(b_i) - b_i f(a_i)}{f(b_i) - f(a_i)}$$

GABARITO

01) Itens D, G e H

02) Questão de demonstração.

03) Item C, apenas

04) Apenas as funções f, g e y

05) $\xi = -0,5703125$

06) Na sexta iteração, a raiz encontrada é $\xi = 0,73828$ com erro relativo $0,00528$. O valor funcional neste resultado é de $f(0,73828) = 1,33 \times 10^{-3}$.

07) $\xi = 0,34375$

08) $\xi = 1,4375$

09) **a)** $\xi = 0,578125$
b) Não é possível. Há uma divisão por zero. Mude o intervalo para $[0.1\ ,\ 1.0]$ e encontre a raiz $\xi = 0,578125$

10) 04: Pelo menos quatro iterações
05: Pelo menos seis iterações
06: Pelo menos quatro iterações
07: Pelo menos cinco iterações
08: Pelo menos cinco iterações