UNIVERSIDADE FEDERAL DO CARIRI
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

**$1^a$ Lista de Exercícios de Cálculo Numérico**
**Unidade I: Erros e Base Numérica**
**Tópico: Cálculo de Erros e Base Binária**

**Prof Dr. Diego Frankin de Souza Veras Sant'Ana**

**1)** Suponha que, em uma determinada situação, você tenha à disposição, uma calculadora comum que efete apenas operações aritméticas e precisa calcular o valor de $\tanh(x)$ especificamente no ponto $\pi/4$. Um ideia é utilizar a expansão em série de Taylor da função tangente hiperbólica até terceira ordem. Tal expansão é dada por

$$\tanh(x) = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{2}{15}x^5 - \frac{17}{315}x^7 + \cdots$$

**a)** Calcule o valor de $\tanh(\pi/4)$ utilizando a fórmula acima. Configure sua calculadora para operar em radianos e utilize o valor de $\pi$ da calculadora com todos os dígitos.
**b)** Calcule o erro relativo percentual com relação ao valor retornado pela calculadora com todos os dígitos. Este valor pode ser obtido pelas teclas "hyp" e "tan", nesta ordem. Utilize o valor de $\pi$ dado diretamente pela calculadora.
**c)** Refaça o item **(a)** utilizando $\pi = 3,14$ e compare com o resultado exato.

**2)** Provavelmente você já se perguntou como o computador calcula funções como seno e co-seno. Computadores antigos usavam tabelas armazenadas na memória, isto é, para um determinado ângulo existia um valor pré-determinado para uma função trigonométrica associada ao mesmo. Nos dias de hoje os computadores usam expansões em séries infinitas. As expansões em série de Taylor das funções $\operatorname{sen} x$ e $\cos x$ são dadas por

$$\operatorname{sen} x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \cdots$$

$$\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \cdots$$

onde (!) denota o fatorial Utilize as expansões acima com os quatro termos para calcular $\operatorname{sen}^2(\pi/4) + \cos^2(\pi/4)$ e calcule o erro percentual com relação ao valor exato. OBS. Configure sua calculadora para operar em radianos. Utilize todos os dígitos da sua calculadora e utilize o valor de $\pi$ da calculadora com todos os dígitos

**3)** Sabe-se da matemática fundamental que $\operatorname{sen}(a+b) = \operatorname{sen}(a)\cos(b) + \operatorname{sen}(b)\cos(a)$. No entanto, numericamente, este resultado pode não ser verdadeiro, principalmente quando se trabalha com arredondamentos. Considere $a = 20^o$ e $b = 10^o$. Mostre que a fórmula acima não é verdadeira quando se considera quatro casas decimais e **arredondamento em todas as operações**. Calcule o erro relativo percentual com relação ao valor exato $\operatorname{sen}(30) = 0,5000$.
OBS. Configure sua calculadora para operar em graus.

**4)** Sabemos que a área do triângulo equilátero de lado $l$ é dada por

$$A = \frac{l\sqrt{3}}{4}.$$

Determine o erro relativo no cálculo da área de um triângulo equilátero de lado igual a 10 metros considerando duas casas decimais na aproximação da raiz quadrada de 3 com arredondamento padrão.

**5)** O arredondamento e o trucamento de um número irracional pode ocasionar erros significativos quando este número estiver em uma sequência de cálculos matemáticos. Considere o número pi, $\pi$, retornado pela própria calculadora (há uma tecla específica para ele). Calcule o erro absoluto ao se aproximar os cálculos de $\pi$, $\pi^2$, $\pi^5$ e $\pi^{10}$ por $\pi_0 = 3,14$. Interprete os resultados quanto ao acúmulo de erros.

**6)** Uma empresa de arquitetura está trabalhando na reforma de uma grande arena circular (perfeitamente cicular) com 100 metros de diâmetro. Esta arena terá um revestimento no piso com tecnologia de ponta (anti-reflexo e e com mínima absorção de calor). O referido revestimento custa R$ 143,56 por m$^2$. Encontre a diferença absoluta no cálculo do custo total do revestimento se $\pi$ for arredondado para 3,14. Interprete o resultado.
Obs.: Considere o valor exato de $\pi$ como aquele retornado pela calculadora.

**7)** Converta os seguintes números na base binária para a base decimal:
**a)** $101101$ **b)** $101,101$ **c)** $0,01101$ **d)** $1111001010,01$
**e)** $111111110$ **f)** $100000011,0101$

**8)** Represente na base binária os seguintes números decimais:
**a)** 13 **b)** 2012 **c)** 29,75 **d)** 17,6 **e)** 0,46875 **f)** 0,327

**9)** Considere uma calculadora que trabalha com apenas seis dígitos após a vírgula, ou seja, sete bits. Os números $(0,4)_{10}$, $(0,5)_{10}$ e $(0,7)_{10}$ quando lidos por esta calculadora, isto é, convertidos para a base binária, representarão que números decimais? Calcule o erro percentual em cada caso.

**10)** Converta o número decimal $9,6875$ para a base binária. Supondo que nosso sistema considera apenas 8 dígitos significativos, determine o seu sucessor e o seu antecessor na base binária. Que números decimais são representados pelo antecessor e pelo sucessor?

**GABARITO**

**01)** Valor aproximado: $0,653804724$. Erro de $0,30337\%$.
Valor aproximado: $0,653586395$. Erro de $0,33666\%$.

**02)** Valor aproximado: $0.999994514$. Valor exato: $1,0$. Erro de $5,486 \times 10^{-4}$ %

**03)** Valor para quatro casas decimas e arredondamento em todas as operações: $0,4999$.
Erro de $0,02\%$

**04)** $\epsilon = -0,1184\%$

**05)** $1,59 \times 10^{-3}$ $10^{-2}$ $0,7749$ $473,674$
Quanto maior for a taxa de varição da expressão matemática envolvida, maior será o erro no cálculo

**06)** Arredondar $\pi$ para 3,14 leva à uma diferença absoluta de R$ 571,60 para menos.

**07)** **a)** 45 **b)** $5,625$ **c)** $0,40625$ **d)** $970,25$ **e)** 510 **f)** 259.3125

**08)** **a)** 1101 **b)** 11111011100 **c)** $11101,110$ **d)** $10001,1001100110011\cdots$
**e)** $0,011110$ **f)** $0,0101001110111\cdots$

**09)** $0,390625$ com erro de 2,34 %, $0,5$ com erro zero e $0,6875$ com erro 1,786%, respectivamente

**10)** $(0,6875)_{10}$ na base binária corresponde a $(1001,1011)_2$.
O Anterior e o sucessor são $(1001,1010)_2$ e $(1001,1100)_2$ respectivamente.
Esses números na base decimal são $(9,625)_{10}$ e $(9,75)_{10}$, respectivamente.