UNIVERSIDADE FEDERAL DO CARIRI
CENTRO DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA

7ª lista de exercícios de Cálculo Numérico
Unidade III: Métodos de Aproximação
Interpolação Polinomial

Prof Dr. Diego Frankin de Souza Veras Sant'Ana

OBS.: Quando a questão não impor o método de obtenção do polinômio interpolador (fórmula de interpolação), utilize aquele que preferir ou achar mais adequado.

1) Considere os seguintes quatro pontos

$$A = (1,\ 1), \qquad B = (3,\ 3), \qquad C = (5,\ -2) \qquad e \qquad D = (7,\ 2)$$

Obtenha o polinômio interpolador que "passa" pelos pontos
a) A e B;
b) A, B e C;
c) A, B, C e D.
Utilizando os três métodos:
i) Resolvendo o sistema linear de Vandermonde;
ii) Utilizando a fórmula de Lagrange;
iii) Utilizando a fórmula de Newton.

2) Mostre que os pontos $(-2,\ -3)$, $(2,\ 5)$, $(3,\ 7)$ e $(5,\ 11)$ são todos *colineares* encontrando um polinômio que interpole todos os pontos dados.

3) A tabela a seguir mostra os resultados obtidos na medição da deflexão de uma viga em balanço em alguns de seus pontos:

$x\ (m)$	1,0	1,3	1,6	1,9
$d\ (cm)$	0,2818	0,4554	0,6200	0,7652

Estime qual seria a deflexão desta no ponto $x = 1,5m$ utilizando

a) Um polinômio interpolador de grau 1 (um) tomando os pontos $x_0 = 1,3$ e $x_1 = 1,6$;
b) Um polinômio interpolador de grau 2 (dois) tomando os pontos $x_0 = 1,0$ e $x_1 = 1,3$ e $1,6$;
c) Um polinômio interpolador de grau 2 (dois) tomando os pontos $x_0 = 1,3$ e $x_1 = 1,6$ e $x_2 = 1,9$;
c) Um polinômio interpolador de grau 3 (três) tomando todos os quatro pontos dados;

4) Deseja-se calcular a seguinte integral:

$$I = \int_0^3 \frac{dx}{\sqrt{1 + 4sen^2(x)}}. \tag{1}$$

Esta integral é conhecida por integral elíptica e não possui solução analítica. Utilize um polinômio **interpolador de Lagrange** de grau 2 (dois) para aproximar a função $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{1 + 4sen^2(x)}}$ para calcular a integral (1). Para isto, utilize os pontos $x_0 = 0.2$, $x_1 = 1.5$ e $x_2 = 2.0$.
OBS.: Trabalhe com 3 (três) casas decimais e configure sua calculadora para operar em radianos.

.

5) Em cada item, aproxime a função do integrando por um polinômio interpolador adequado aos nós de interpolação dados. Trabalhe com quatro algarismos significativos. Resolva a integral algebricamente e calcule o erro relativo percentual na aproximação.

$$\textbf{a)} \int_1^3 e^{-x}\,dx \qquad x_0 = 1.134, \quad x_1 = 2.000, \quad x_2 = 2.866$$

$$\textbf{b)} \int_{-5}^1 \frac{x}{x^2+4}\,dx \qquad x_0 = -4.5, \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 0.6$$

Por fim, insira em um programa/site/aplicativo de construção de gráficos para visualizar a aproximação da função $f(x)$ no integrando com o polinômio interpolador $P_2(x)$.

6) A tabela abaixo mostra valores de uma função $f(x)$ para um conjunto de valores específicos de x

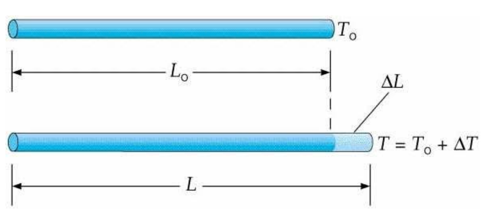
x	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0
$f(x)$	1.65	1.82	2.11	2.23	2.46	2.72

Utilize um polinômio interpolador de grau 2 para estimar qual o valor de $\bar{x}$ tal que $f(\bar{x}) = 2.0$. Trabalhe com duas casas decimais e arredondamento padrão.
Este tipo de problema é conhecido como *interpolação inversa*. Trabalhe com a fórmula de interpolação que preferir.

7) Dilatação térmica é o nome que se dá ao aumento do volume de um corpo ocasionado pelo aumento de sua temperatura, o que causa o aumento no grau de agitação de suas moléculas e consequentemente aumento na distância média entre as mesmas. A **Dilatação Linear** é o aumento de volume que acontece em apenas uma dimensão, no seu comprimento. Um exemplo simples de ocorrência de dilatação linear pode ser observado nos trilhos de trem ou em armaduras de vigas de concreto armado. A relação matemática para calcular a dilatação em uma barra de comprimento inicial L_0, chamada de **Lei da dilatação linear**, é:

$$\Delta L = \alpha L_0 \Delta T,$$

onde ΔL é a variação no comprimento da barra e ΔT é a variação na temperatura.



Em um experimento, foi medido o comprimento de uma barra em função da Temperatura de um dado material metálico.

T	30 ^oC	35 ^oC	45 ^oC	50 ^oC
L	$0,50\ m$	$0,574\ m$	$0,707\ m$	$0,766\ m$

Considere o todos os dados do experimento para encontrar um polinômio interpolador que aproxime os dados do experimento. Utilize seus resultados para estimar o comprimento da barra quando a temperatura for de 40 ^oC. Trabalhe com a fórmula de interpolação que preferir.

GABARITO

01)
a) $P_1(x) = x;$
b) $P_2(x) = -\frac{7}{8}x^2 + \frac{9}{2}x - \frac{21}{8};$
c) $P_3(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{31}{8}x^2 + \frac{73}{6}x - \frac{61}{8}.$

02) $2x + 1.$

03)
a) $P_1(x) = -0,2579 + 0,54867x.$ $P_1(1,5) = 0,5651$ cm
b) $P_2(x) = -0,36187 + 0,6937x - 0,05x^2.$ $P_2(1,5) = 0,5661$ cm
c) $P_2(x) = -0,482 + 0,8612x - 0,1078x^2.$ $P_2(1,5) = 0,5673$ cm
d) $P_3(x) = -0,2283 + 0,3762x + 0,2004x^2 - 0,06419x^3.$ $P_3(1,5) = 0,5668$ cm

04)
Polinômio Interpolador: $P_2(x) = 0,243x^2 - 0,783x + 1,076.$
Valor da integral: $I \approx 1,892$

05)
a) $P_2(x) = 0.072x^2 - 0.4409x + 0.7291$ Erro de 6.63% na aproximação da integral
b) $P_2(x) = 0.03688x^2 + 0.20722x$ Erro de 6.68% na aproximação da integral

06) $\bar{x} = 0.65$
Dica: Como 2 está entre $1,082$ e $2,11$, utilize $0,6$, $0,7$ e $0,8$ como nós de interpolação.
O Polinômio encontrado será $P_2(x) = -8.5x^2 + 13.95x - 3.49.$

07) $P_4(T) = -0,0001\,T^2 + 0,0213\,T - 0,049$ $P_4(40^oC) = 0,643$ m