

Для упрощения записи предполагается, что на все переменные навешен квантор всеобщности. Установим ограничения на родительство и опишем отношения между людьми. Здесь и далее предикат $E(x, y)$ интерпретируется как равенство. Предполагается, что все переменные удовлетворяют предикату $HUMAN(\cdot)$:

1. у всякого человека есть мать и отец:

$$\exists u, v \text{ MOTHER}(u, x) \wedge \text{FATHER}(v, x);$$

2. у человека не может быть двух матерей и двух отцов:

$$\text{MOTHER}(u, x) \wedge \text{MOTHER}(v, x) \rightarrow E(u, v),$$

$$\text{FATHER}(u, x) \wedge \text{FATHER}(v, x) \rightarrow E(u, v);$$

3. мать обязательно женщина, отец обязательно мужчина (поэтому они, в частности, не совпадают):

$$\text{MOTHER}(x, y) \rightarrow \text{WOMAN}(x),$$

$$\text{FATHER}(x, y) \rightarrow \text{MAN}(x);$$

4. мать и отец – родители:

$$\text{MOTHER}(x, y) \rightarrow \text{PARENT}(x, y),$$

$$\text{FATHER}(x, y) \rightarrow \text{PARENT}(x, y);$$

5. никто кроме матери и отца родителем не является:

$$\text{PARENT}(x, y) \rightarrow \text{MOTHER}(x, y) \vee \text{FATHER}(x, y);$$

6. нельзя быть родителем самого себя:

$$\text{PARENT}(x, y) \rightarrow \neg E(x, y);$$

7. предикат “ x – дитя y ” – это то же, что и предикат “ y – родитель x ”:

$$\text{CHILD}(x, y) \rightarrow \text{PARENT}(y, x),$$

$$\text{PARENT}(x, y) \rightarrow \text{CHILD}(y, x);$$

8. x и y – сиблинги, если у них общие родители:

$$\text{PARENTS}(u, v, x) \wedge \text{PARENTS}(u, v, y) \wedge \neg E(x, y) \rightarrow \text{SIBLING}(x, y),$$

$$\text{SIBLING}(x, y) \rightarrow \neg E(x, y),$$

$$\text{SIBLING}(x, y) \rightarrow \exists u, v \text{ PARENTS}(u, v, x),$$

где $\text{PARENTS}(u, v, x) := \text{MOTHER}(u, x) \wedge \text{FATHER}(v, x)$

9. если x – дитя y , и он мужчина (женщина), то x – сын (дочь) y . Верно и обратное:

$$\begin{aligned} \text{CHILD}(x, y) \wedge \text{MAN}(x) &\rightarrow \text{SON}(x, y), \\ \text{CHILD}(x, y) \wedge \text{WOMAN}(x) &\rightarrow \text{DAUGHTER}(x, y), \\ \text{SON}(x, y) &\rightarrow \text{CHILD}(x, y), \\ \text{SON}(x, y) &\rightarrow \text{MAN}(x), \\ \text{DAUGHTER}(x, y) &\rightarrow \text{CHILD}(x, y), \\ \text{DAUGHTER}(x, y) &\rightarrow \text{WOMAN}(x); \end{aligned}$$

10. x – брат (сестра) y , если они сиблинги, и он(а) – мужчина (женщина). Верно и обратное:

$$\begin{aligned} \text{SIBLING}(x, y) \wedge \text{MAN}(x) &\rightarrow \text{BROTHER}(x, y), \\ \text{SIBLING}(x, y) \wedge \text{WOMAN}(x) &\rightarrow \text{SISTER}(x, y), \\ \text{BROTHER}(x, y) &\rightarrow \text{SIBLING}(x, y), \\ \text{BROTHER}(x, y) &\rightarrow \text{MAN}(x), \\ \text{SISTER}(x, y) &\rightarrow \text{SIBLING}(x, y), \\ \text{SISTER}(x, y) &\rightarrow \text{WOMAN}(x); \end{aligned}$$

Начнем описывать более дальнее родство.

11. Предикат “ x – родитель y ” можно рекурсивно использовать для того, чтобы выразить предикат “ x – предок y ”:

$$\begin{aligned} \text{PARENT}(x, y) &\rightarrow \text{ANCESTOR}(x, y), \\ \text{ANCESTOR}(x, y) \wedge \text{PARENT}(y, z) &\rightarrow \text{ANCESTOR}(x, z), \\ \text{ANCESTOR}(x, y) &\rightarrow \text{PARENT}(x, y) \vee (\exists t \text{ PARENT}(x, t) \wedge \text{ANCESTOR}(t, z)). \end{aligned}$$

12. если x – родитель y , а y – родитель z , то x – grand-родитель z . Верно и обратное:

$$\begin{aligned} \text{PARENT}(x, y) \wedge \text{PARENT}(y, z) &\rightarrow \text{GRANDPARENT}(x, z), \\ \text{GRANDPARENT}(x, z) &\rightarrow \exists t \text{ PARENT}(x, t) \wedge \text{PARENT}(t, z); \end{aligned}$$

13. если x – grand-родитель y , и x мужчина (женщина), то x – дедушка (бабушка) y . Верно и обратное:

$$\begin{aligned} \text{GRANDPARENT}(x, y) \wedge \text{MAN}(x) &\rightarrow \text{GRANDFATHER}(x, y), \\ \text{GRANDPARENT}(x, y) \wedge \text{WOMAN}(x) &\rightarrow \text{GRANDMOTHER}(x, y), \\ \text{GRANDFATHER}(x, y) &\rightarrow \text{GRANDPARENT}(x, y), \\ \text{GRANDFATHER}(x, y) &\rightarrow \text{MAN}(x, y), \\ \text{GRANDMOTHER}(x, y) &\rightarrow \text{GRANDPARENT}(x, y), \\ \text{GRANDMOTHER}(x, y) &\rightarrow \text{WOMAN}(x); \end{aligned}$$

14. предикат x – гранд-родитель y – это то же, что и y – гранд-ребёнок x :

$$\begin{aligned}\text{GRANDPARENT}(x, y) &\rightarrow \text{GRANDCHILD}(y, x), \\ \text{GRANDCHILD}(x, y) &\rightarrow \text{GRANDPARENT}(y, x);\end{aligned}$$

15. если x – гранд-ребёнок y , и x мужчина (женщина), то x – внук (внучка) y . Верно и обратное:

$$\begin{aligned}\text{GRANDCHILD}(x, y) \wedge \text{MAN}(x) &\rightarrow \text{GRANDSON}(x, y), \\ \text{GRANDCHILD}(x, y) \wedge \text{WOMAN}(x) &\rightarrow \text{GRANDDAUGHTER}(x, y), \\ \text{GRANDSON}(x, y) &\rightarrow \text{GRANDCHILD}(x, y), \\ \text{GRANDSON}(x, y) &\rightarrow \text{MAN}(x, y), \\ \text{GRANDDAUGHTER}(x, y) &\rightarrow \text{GRANDCHILD}(x, y), \\ \text{GRANDDAUGHTER}(x, y) &\rightarrow \text{WOMAN}(x);\end{aligned}$$

16. x – дядя (тетя) y , если у y нашёлся такой родитель t , что x – его брат (сестра). Верно и обратное:

$$\begin{aligned}\text{PARENT}(t, y) \wedge \text{BROTHER}(x, t) &\rightarrow \text{UNCLE}(x, y), \\ \text{PARENT}(t, y) \wedge \text{SISTER}(x, t) &\rightarrow \text{AUNT}(x, y), \\ \text{UNCLE}(x, y) &\rightarrow \exists t \text{PARENT}(t, y) \wedge \text{BROTHER}(x, t), \\ \text{AUNT}(x, y) &\rightarrow \exists t \text{PARENT}(t, y) \wedge \text{SISTER}(x, t);\end{aligned}$$

17. x – племянник (племянница) y , если x – мужчина (женщина), и y – дядя или тетя x . Верно и обратное:

$$\begin{aligned}\text{MAN}(x) \wedge (\text{UNCLE}(y, x) \vee \text{AUNT}(y, x)) &\rightarrow \text{NEPHEW}(x, y), \\ \text{WOMAN}(x) \wedge (\text{UNCLE}(y, x) \vee \text{AUNT}(y, x)) &\rightarrow \text{NIECE}(x, y), \\ \text{NEPHEW}(x, y) &\rightarrow \text{MAN}(x), \\ \text{NEPHEW}(x, y) \wedge \text{MAN}(y) &\rightarrow \text{UNCLE}(y, x), \\ \text{NEPHEW}(x, y) \wedge \text{WOMAN}(y) &\rightarrow \text{AUNT}(y, x), \\ \text{NIECE}(x, y) &\rightarrow \text{WOMAN}(x), \\ \text{NIECE}(x, y) \wedge \text{MAN}(y) &\rightarrow \text{UNCLE}(y, x), \\ \text{NIECE}(x, y) \wedge \text{WOMAN}(y) &\rightarrow \text{AUNT}(y, x);\end{aligned}$$

18. x – кузен y , если их родители – сиблинги. Верно и обратное:

$$\begin{aligned}\text{PARENT}(u, x) \wedge \text{SIBLING}(u, v) \wedge \text{PARENT}(v, y) &\rightarrow \text{COUSIN}(x, y), \\ \text{COUSIN}(x, y) &\rightarrow \exists u, v \text{PARENT}(u, x) \wedge \text{SIBLING}(u, v) \wedge \text{PARENT}(v, y),\end{aligned}$$

Перейдем к описанию семейных отношений.

18. Если x в браке с y , то y в браке с x :

$$\text{MARRIED}(x, y) \rightarrow \text{MARRIED}(y, x);$$

19. нельзя состоять в браке с самим собой:

$$\text{MARRIED}(x, y) \rightarrow \neg E(x, y);$$

20. в браке состоит не более двух людей:

$$\text{MARRIED}(x, y) \wedge \text{MARRIED}(y, z) \rightarrow E(x, z);$$

21. нельзя состоять в браке со своими детьми и родителями

$$\text{MARRIED}(x, y) \rightarrow \neg \text{PARENT}(x, y);$$

22. мужчины женятся на женщинах, женщины выходят замуж за мужчин:

$$\text{MARRIED}(x, y) \wedge \text{MAN}(x) \rightarrow \text{WOMAN}(y),$$

$$\text{MARRIED}(x, y) \wedge \text{WOMAN}(x) \rightarrow \text{MAN}(y);$$

23. состоять в браке и быть мужчиной (женщиной) значит быть мужем (женой) своей половинки:

$$\text{MARRIED}(x, y) \wedge \text{MAN}(x) \rightarrow \text{HUSBAND}(x, y),$$

$$\text{MARRIED}(x, y) \wedge \text{WOMAN}(x) \rightarrow \text{WIFE}(x, y);$$

24. определим тестя (свёкра) и тещу (свекровь):

$$\text{MARRIED}(x, y) \wedge \text{FATHER}(z, y) \rightarrow \text{FATHER-IN-LAW}(z, x),$$

$$\text{MARRIED}(x, y) \wedge \text{MOTHER}(z, y) \rightarrow \text{MOTHER-IN-LAW}(z, x),$$

$$\text{FATHER-IN-LAW}(z, x) \rightarrow \exists y \text{ MARRIED}(x, y) \wedge \text{FATHER}(z, y),$$

$$\text{MOTHER-IN-LAW}(z, x) \rightarrow \exists y \text{ MARRIED}(x, y) \wedge \text{MOTHER}(z, y),$$

25. определим зятя и невестку:

$$\text{MARRIED}(x, y) \wedge \text{MAN}(x) \wedge \text{PARENT}(z, y) \rightarrow \text{SON-IN-LAW}(x, z),$$

$$\text{MARRIED}(x, y) \wedge \text{WOMAN}(x) \wedge \text{PARENT}(z, y) \rightarrow \text{DAUGHTER-IN-LAW}(x, z),$$

$$\text{SON-IN-LAW}(x, z) \rightarrow \text{MAN}(x),$$

$$\text{SON-IN-LAW}(x, z) \rightarrow \exists y \text{ MARRIED}(x, y) \wedge \text{PARENT}(z, y),$$

$$\text{DAUGHTER-IN-LAW}(x, z) \rightarrow \text{WOMAN}(x),$$

$$\text{DAUGHTER-IN-LAW}(x, z) \rightarrow \exists y \text{ MARRIED}(x, y) \wedge \text{PARENT}(z, y);$$

Об английских кузенах

Запишем предикат “ x – предок y n -го порядка”:

$$\text{ANCESTOR}(x, y, 0) \rightarrow E(x, y),$$

$$E(x, y) \rightarrow \text{ANCESTOR}(x, y, 0),$$

$$\text{ANCESTOR}(x, y, 1) \rightarrow \text{PARENT}(x, y),$$

$$\text{PARENT}(x, y) \rightarrow \text{ANCESTOR}(x, y, 1),$$

$$\text{ANCESTOR}(x, y, n) \rightarrow \exists t \text{ PARENT}(x, t) \wedge \text{ANCESTOR}(t, y, n - 1).$$

$$\text{PARENT}(x, t) \wedge \text{ANCESTOR}(t, y, n - 1) \rightarrow \text{ANCESTOR}(x, y, n).$$

В соответствии с картинкой из википедии, предикат “ x и y – n -th cousins” понимается как “ x и y имеют общего предка $n + 1$ -го порядка”:

$$\text{COUSIN}'(x, y, n) \rightarrow \exists p \text{ ANCESTOR}(p, x, n + 1) \wedge \text{ANCESTOR}(p, y, n + 1),$$

$$\text{ANCESTOR}(p, x, n + 1) \wedge \text{ANCESTOR}(p, y, n + 1) \rightarrow \text{COUSIN}'(x, y, n).$$

Для определения нужного предиката определим промежуточный:

$$\text{COUSIN}''(x, y, n, m) \rightarrow \exists p \text{ ANCESTOR}(p, y, m) \wedge \text{COUSIN}'(p, x, n),$$

$$\text{ANCESTOR}(p, y, m) \wedge \text{COUSIN}'(p, x, n) \rightarrow \text{COUSIN}''(x, y, n, m).$$

Ответ:

$$\text{COUSIN}'''(x, y, n, m) := \text{COUSIN}''(x, y, n, m) \vee \text{COUSIN}''(y, x, n, m).$$