Exercícios - Grupos de até 3 pessoas.

Exercício 1 - MS 211 - Turma L

Zero de função - Bissecção; Newton; Secante

Rafael Alves

Enunciado

O crescimento de uma população pode, muitas vezes, ser modelado ao longo de períodos curtos de tempo, assumindo que a população cresce continuamente com o tempo com taxa proporcional ao número presente naquele momento. Suponha que $N(t)$ indica o número da habitantes no tempo t e λ indica a diferença entre as taxas de natalidade e mortalidade constante da população. Então, a população satisfaz a equação diferencial

$$\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t).$$

A solução da equação diferencial é dada por $N(t) = N_0 e^{\lambda t}$, em que N_0 é a população inicial ($N(0)$).

Se considerarmos que há imigração e migração, à taxa constante v, o modelo passa a ser dado por

$$\frac{dN(t)}{dt} = \lambda N(t) + v,$$

cuja solução é

$$N(t) = N_0 e^{\lambda t} + \frac{v}{\lambda}(e^{\lambda t} - 1). \tag{1}$$

Supondo que tenha havido um saldo de 50 mil imigrantes chegando a esta população durante o primeiro ano e que, inicialmente, havia $N(0) = 1$ milhão habitantes. Suponha ainda que, ao final do 1^o ano, havia $''ra'' \times 10$ habitantes, em que $''ra''$ corresponde aos seis números de seu RA. Descubra a taxa de crescimento λ dessa população, com precisão de 10^{-6}.

Método

Implemente os métodos apresentados para resolução de equações do tipo $f(x) = 0$ baseados na iteração do ponto fixo: Newton e Secantes.

Lembre-se que, entre Newton e Secantes, há apenas uma mudança na função de iteração. Porém, o Método das Secantes exige duas aproximações iniciais. As demais linhas da implementação são rigorosamente iguais, o que inclui o critério de parada.

Primeiramente, crie a função de λ substituindo os valores conhecidos em (1). Para definir aproximações iniciais, use o Método da Bissecção, que pode ser implementado ao programa, ou usado externamente. Ou ainda, faça graficamente. Nesse caso, inclua os gráficos na resolução.

Pseudo-código Método da Bissecção:

Entrada: a, b limites do intervalo, tais que $f(a) \cdot f(b) < 0$; tolerância ϵ;

1. $j = 1; j <$ # máximo de iterações
$fa = f(a)$;
2. $y = \frac{a+b}{2}$;
$fy = f(y)$;
3. Se $0 \leq fy \leq \epsilon$;
então, solução= y;
4. senão $i = i + 1$
5. se $fy \cdot fa > 0$
então $a = y$
$fa = fy$;
6. senão $b = y$ (a e fa se mantém).