UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

Pregunta 1	Pregunta 2

TEST 1 VERSIÓN 1 CÁLCULO NUMÉRICO 521230

Nombre: **Carrera:**

Ayudante: **Matrícula:**

Enviar los programas solicitados en el formato solicitado al correo informado por el ayudante de su sección y con copia a **numerico@ing-mat.udec.cl**.

1. Considere los conjuntos de polinomios

$$P_1 = \{x^2 + 2x + 1, x + 1, x\}, \quad P_2 = \{ax^3 + bx^2 + x : a + b = 0\}.$$

   a) **(10 puntos)** Construya un programa de Octave que grafique en un mismo gráfico todos los polinomios de P_1.

   b) **(20 puntos)** Construya un programa de Octave que decida si existe o no un polinomio interpolante en P_2 de los pares ordenados

$$\{(-2, -38), (-1, -7), (0, 0), (1, 1), (2, 14)\}$$

2. En dos ruteros de Octave resuelva los siguientes problemas.

   a) **(15 puntos)** Determine el valor de $x > 0$ tal que

$$\int_0^x te^{t^2} \mathrm{d}t = x.$$

   b) **(15 puntos)** Considere la función $f(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{5x} + \sin(3x) + 1,\ x \in [1, 4]$. Hallar los puntos en que el gráfico de f tiene máximos y mínimos locales.

Desarrollo:

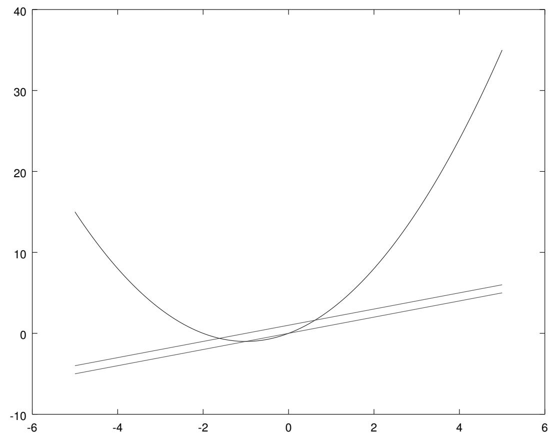
1. El programa solicitado en la parte a) debe tener instrucciones similares a

```
clear all; close all; clc;
p1=@(x) x.^2+2*x;
p2=@(x) x+1;
p3=@(x) x;

x=-5:0.01:5;
plot(x,p1(x),x,p2(x),x,p3(x))
```

(10 puntos)

con el cual se genera una gráfica similar a



Luego, el programa solicita en la parte b) debe tener instrucciones similares a

```
clear all; close all; clc
x=-2:2;
p=@(x) 3*x.^3-3*x.^2+x
y=p(x);%[34,5,0,-10,-51];
A=[x'.^3,x'.^2,x'];
coef=A\y';
```

(10 puntos)

donde se observa que los coeficientes del polinomio encontrado son

```
>> coef
coef =

   3.0000
  -3.0000
   1.0000
```

así el interpolante pertenece a P_2. **(10 puntos)**

2. El programa solicitado en la parte a) debe tener instrucciones similares a

```
f=@(x) quad(@(t)t*exp(t.^ 2),0,x)-x;
fsolve(f,1)
```

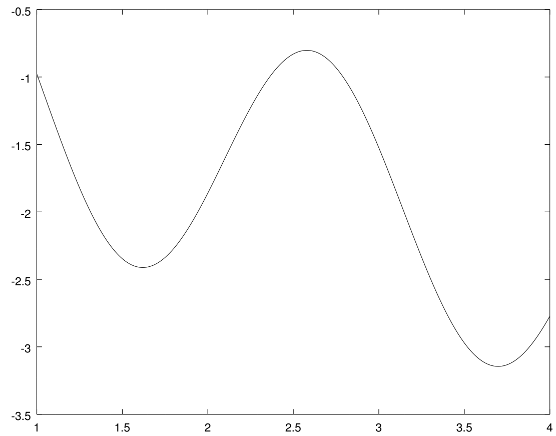
(10 puntos)

con el cual se obtiene el valor

```
>> P2A
ans =  1.0695
```

(5 puntos)

En la parte b) hay que partir haciendo un gráfico de f



donde se observan un máximo y dos mínimos locales, cercanos a 1, 2, y 3, así, un rutero similar a

```
f=@(x) -1/2.*sqrt(5*x)+sin(3*x);
df=@(x) -sqrt(5)/4*1./sqrt(5*x)+3*cos(3*x);
x=1:0.01:4;
plot(x,f(x));
x1=fsolve(df,1.5)
x2=fsolve(df,2.5)
x3=fsolve(df,3.5)
```

(10 puntos)

permite encontrar los valores

```
>> P2B
x1 =  1.5928
x2 =  2.6008
x3 =  3.679708
```

(5 puntos)

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS
FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

Pregunta 1	Pregunta 2

TEST 1 VERSIÓN 2 CÁLCULO NUMÉRICO 521230

Nombre: **Carrera:**

Ayudante: **Matrícula:**

Enviar los programas solicitados en el formato solicitado al correo informado por el ayudante de su sección y con copia a **numerico@ing-mat.udec.cl**.

1. Descargue el archivo disponible en

   `http://goo.gl/cQetKF`

   este contiene una celda en donde se registran algunos precios diarios de cierre y la cantidad de acciones tranzadas de la sociedad anónima Aesgener en la bolsa de Santiago.

   Usando estos datos y en un rutero de Octave

   a) **(5 puntos)** Cargue los datos usando la función `load`. ¿Cómo se llama la variable que tiene los datos?, ¿Cuantas filas y columnas tiene esta variable?.

   b) **(10 puntos)** Calcule en cuantos días el precio de cierre de la acción de Aesgener ha estado sobre el promedio.

   c) **(15 puntos)** Grafique usando una línea roja con puntos verdes el precio de cierre para cada día.

2. Se quiere interpolar la función $f(x) = 1/(x^2+1)$, $x \in [-5, 5]$. Para ello se consideran las dos siguientes alternativas.

   a) **(10 puntos)** Considere el conjunto de puntos $x_i = -5 + 0.5(i-1)$ con $i = 1, ..., 21$. Construya un programa de Octave que calcule el prolinomio interpolante de la función f en estos puntos. Además, en un mismo gráfico, grafique la función f, los puntos de interpolación y el polinomio de interpolación obtenido.

   b) **(15 puntos)** Considere ahora el conjunto de puntos $z_i = 5\cos\left(\frac{(2i-1)\pi}{42}\right)$ con $i = 1, ..., 21$. Construya un programa de Octave que interpole la función f en estos puntos. Además, en un mismo gráfico, grafique la función f, los puntos de interpolación y el polinomio de interpolación obtenido. Observación: los putnos z_i se conocen como nodos de Chebyshev.

   c) **(5 puntos)** ¿Qué fenómeno observa en las gráficas?. Justifique.

Desarrollo:

1. El programa solicitado en la parte a) debe tener instrucciones similares a

```
clear all; close all; clc;
load('aesgener.m');
size(AESGENER)
```

con el cual se observa que

```
>> P1A
ans =

   2495       3
```

así la variable que contiene los datos tiene 2495 filas y 3 columnas. **(5 puntos)**

En la parte b), un programa como

```
for i=3:2495
precio(i-2)=AESGENER{i,2};
end
sobre=sum(precio>mean(precio));
```

permite determinar que

```
>> sobre
sobre =  1349
```

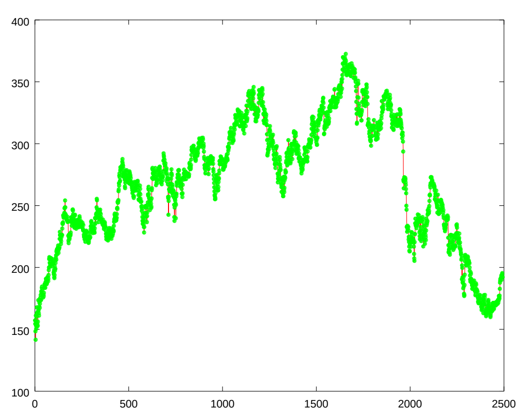
asi, hay 1349 datos que están sobre el promedio. **(10 puntos)**

Finalmente, en la parte c), usando lo anterior un programa como

```
plot(precio,'-r')
hold all;
plot(precio,'.g');
```

(10 puntos)

permite construir una gráfica como



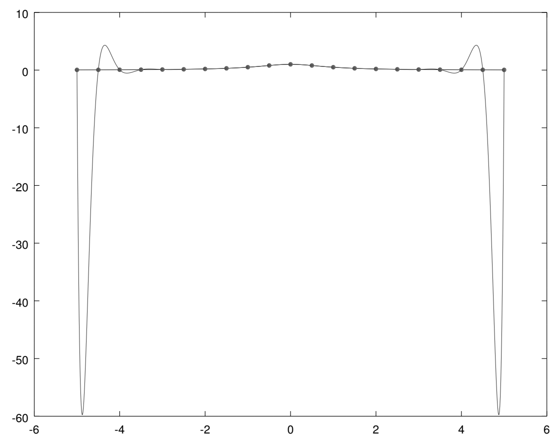
(5 puntos)

2. Entendiendo cuales son las pregimágenes de los puntos de interpolación, se puede construir un rutero como

```
clear all; close all; clc;
f=@(x) 1./(x.^2+1);
x=-5:0.5:5;
p=polyfit(x,f(x),length(x)-1)
xplot=-5:0.01:5;
plot(xplot,f(xplot),'-',x,f(x),'.r',xplot,polyval(p,xplot));
```

(10 puntos)

con el cual se genera la gráfica

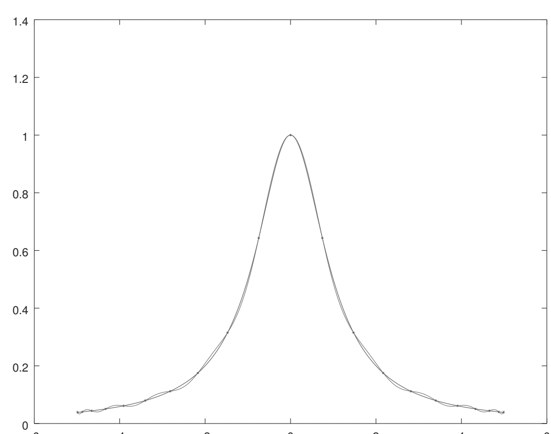


Similarmente, para el caso b), un rutero como

```
clear all; close all; clc;
f=@(x) 1./(x.^2+1);
z =5* cos ((2*(1:21) - 1) ./42* pi );
p=polyfit(z,f(z),length(z)-1);
xplot=-5:0.01:5;
plot(xplot,f(xplot),'-',z,f(z),'.r',xplot,polyval(p,xplot));
```

(10 puntos)

se genera un gráfico como



con lo cual se observa que en el caso de los nodos equiespaciados el fenómeno de Runge se observa en ambos extremos, mientras que usando los nodos Chebyshev, el fenómeno de Runge no se observa tan evidentemente.. **(5 puntos)**

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

Pregunta 1	Pregunta 2

TEST 1 VERSIÓN 3 CÁLCULO NUMÉRICO 521230

Nombre: **Carrera:**

Ayudante: **Matrícula:**

Enviar los programas solicitados en el formato solicitado al correo informado por el ayudante de su sección y con copia a **numerico@ing-mat.udec.cl**.

1. Considere el conjunto de matrices

$$M = \left\{ \begin{bmatrix} (-1)^i & i \\ 2^{-i} & \frac{1}{i} \end{bmatrix} \right\}_{i=1}^{101}$$

   a) **(5 puntos)** Cree una función de OCTAVE llamada `generadorM` que tenga como entrada el índice i y como salida la i-ésima matriz del conjunto anterior.

   b) **(10 puntos)** En un rutero de OCTAVE grafique el determinante de cada matríz de M versus el índice de estas matrices.

   c) **(15 puntos)** En un rutero de OCTAVE usando la función `det` y mediante un ciclo de iteración decida si las 101 matrices de este conjunto son o no invertibles.

2. Considere los siguientes datos de temperaturas en Concepción el jueves pasado. La hora 0 corresponde a las 0:00 hrs.

Hora (H)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Temperatura ($°C$)	12	12	11	10	10	14	15	16	15	14	11	11	9

   a) **(10 puntos)** Construya un programa de OCTAVE que ajuste los datos por el siguente modelo:

$$T(H) = a_0 + a_1 H + a_2 H^2.$$

   Graficar los puntos y la curva obtenida. Además calcular $T(9)$.

   b) **(15 puntos)** Construya un programa de OCTAVE que ajuste los datos por el siguente modelo:

$$f(H) = c_1 + c_2 \cos\left(\frac{2\pi}{24} H\right) + c_3 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{24} H\right).$$

   Graficar los puntos y la curva obtenida. Además calcular $f(9)$.

   c) **(5 puntos)** ¿Cuál de los dos modelos ajusta mejor a los datos?. Justifique.

Desarrollo:

1. En el caso del problema a) la función

```
function M=generadorM(i)
M=[(-1)^i, i; 2^(-i), 1/i];
endfunction
```

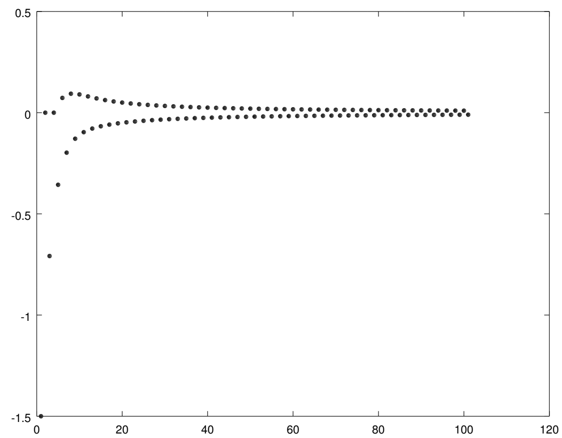
genera las matrices del conjunto **(5 puntos)**

Usando esta función, en un rutero como

```
clear all; close all; clc;
for i=1:101
plot(i,det(generadorM(i)));
hold on;
end
```

(5 puntos)

permite construir el gráfico



(5 puntos)

Similarmente, un rutero como

```
for i=1:101
  if(det(generadorM(i))==0)
    disp(['La ' num2str(i) '- sima matriz es singular']);
  end
end
```

(10 puntos)

permite determinar en su ejecución que

```
>> p1C
La 2- sima matriz es singular
La 4- sima matriz es singular
```

(5 puntos)

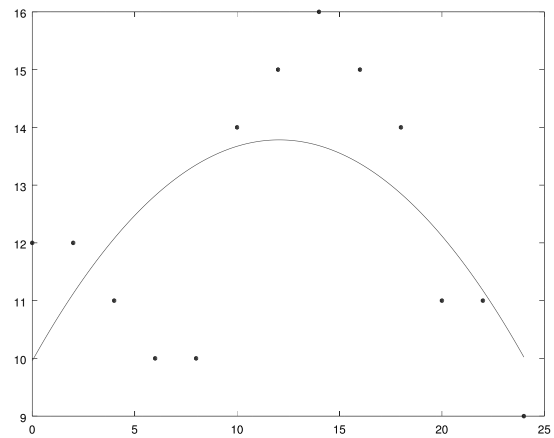
2. En la parte a)

```
clear all; close all; clc;
H=0:2:24;
T=[12,12,11,10,10,14,15,16,15,14,11,11,9];
plot(H,T,'.'); hold all;
p=polyfit(H,T,2);
Hplot=0:0.1:24;
plot(Hplot,polyval(p,Hplot));
polyval(p,9)
```

permite calcular, graficar y evaluar el polinomio buscado, de donde

```
>> P2A
ans =  13.538
```

es la evaluación del polinomio en 9 y la gráfica solicitada es similar a



(10 puntos)

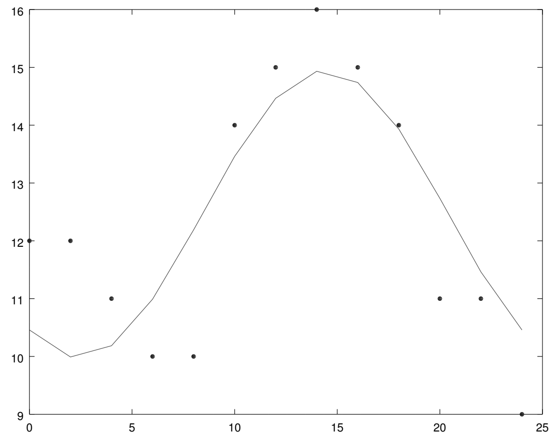
Similarmente para b), planteando un sistema sobredeterminado de ecuaciones, un rutero como

```
clear all; close all; clc;
H=0:2:24;
T=[12,12,11,10,10,14,15,16,15,14,11,11,9];
plot(H,T,'.'); hold all;
A=[ones(length(H),1),cos(2*pi/24*H'),sin(2*pi/24*H')];
coef=A\T';
Hplot=0:0.1:24;
plot(H,coef(1)+coef(2).*cos(2.*pi./24.*H)+coef(3).*sin(2.*pi./24.*H));
coef(1)+coef(2)*cos(2*pi/24*9)+coef(3)*sin(2*pi/24*9)
```

permite calcular, graficar y evaluar la función buscada, de donde

```
>> P2B
        ans =  12.838
```

es la evaluación de la función en 9 y la gráfica solicitada es similar a



(10 puntos)

donde se observa que esta última gráfica es mas cercana a los datos. **(5 puntos)**

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

Pregunta 1	Pregunta 2

TEST 1 VERSIÓN 4 CÁLCULO NUMÉRICO 521230

Nombre: **Carrera:**

Ayudante: **Matrícula:**

Enviar los programas solicitados en el formato solicitado al correo informado por el ayudante de su sección y con copia a **numerico@ing-mat.udec.cl**.

1. Considere los siguientes datos de temperaturas en Concepción el jueves pasado. La hora 0 corresponde a las 0:00 hrs.

Hora (H)	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
Temperatura ($°C$)	12	12	11	10	10	14	15	16	15	14	11	11	9

   a) **(15 puntos)** Construya un programa de OCTAVE que ajuste los datos por el siguente modelo:

$$f(H) = c_1 + c_2 \cos\left(\frac{2\pi}{24}H\right) + c_3 \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi}{24}H\right).$$

   Graficar los puntos y la curva obtenida. Además calcular $f(9)$.

   b) **(10 puntos)** Ajuste los datos utilizando splines cúbica natural. Graficar los puntos y la curva obtenida. Además calcular el valor del spline en $H = 9$.

   c) **(5 puntos)** ¿Cuál de los dos modelos ajusta mejor a los datos?. Justifique.

2. Considere la función definida por $f(x) = \sin(3x) + x^2$, $x \in [-\pi, \pi]$, y la recta L de ecuación $2x - y + 1 = 0$. Construya un programa de OCTAVE que:

   a) **(10 puntos)** Grafique, en un mismo gráfico (con distinto color), la función f y la recta L.

   b) **(20 puntos)** Encuentre los puntos del intervalo $[-\pi, \pi]$ en que la recta tangente al gráfico de f es paralela a la recta L.

Desarrollo:

1. Con un programa como

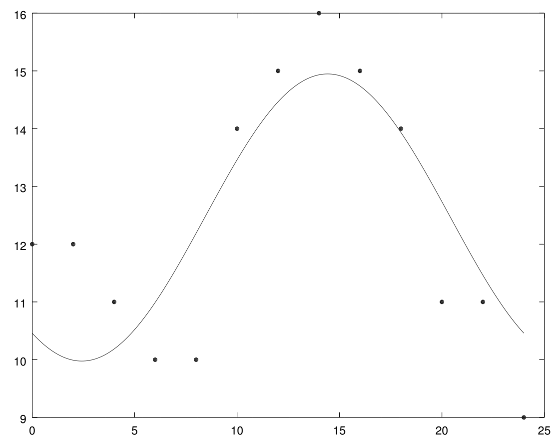
```
clear all; close all; clc;
H=0:2:24;
T=[12,12,11,10,10,14,15,16,15,14,11,11,9];
plot(H,T,'.'); hold all;
A=[ones(length(H),1),cos(2*pi/24*H'),sin(2*pi/24*H')];
coef=A\T';
HPlot=0:0.1:24;
plot(HPlot,coef(1)+coef(2).*cos(2.*pi./24.*HPlot)+coef(3).*sin(2.*pi./24.*HPlot));
coef(1)+coef(2)*cos(2*pi/24*9)+coef(3)*sin(2*pi/24*9)
```

   se obtiene la evaluación de la función buscada

```
>> P1A

ans =  12.838
```

y se genera la gráfica



(10 puntos)

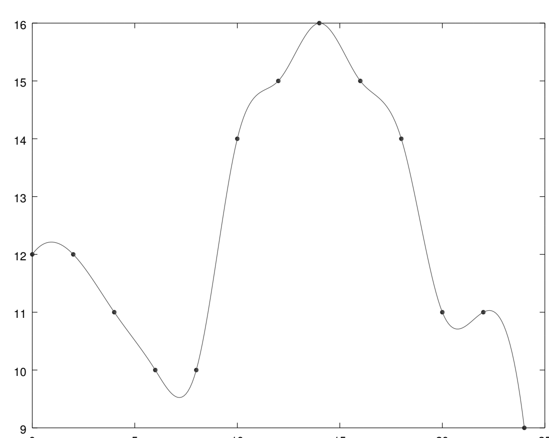
Similarmente para el caso b)

```
clear all; close all; clc;
H=0:2:24;
T=[12,12,11,10,10,14,15,16,15,14,11,11,9];
plot(H,T,'.'); hold all;
sp=spline(H,T);
HPlot=0:0.1:24;
plot(HPlot,ppval(sp,HPlot));
ppval(sp,9)
```

se obtiene el valor

```
>> P1B
ans =  11.954
```

y se genera la gráfica



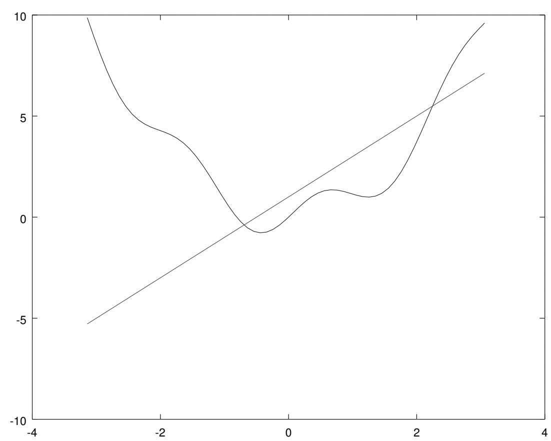
(10 puntos)

En la pregunta c), se debe responder que el spline cúbico se ajusta mejor a los datos, puesto el spline es un interpolante de los puntos. **(5 puntos)**

2. En la parte a), un programa como

```
clear all; close all; clc
f=@(x) sin(3*x)+x.^2;
L=@(x) 2*x+1;
xPlot=-pi:0.1:pi;
plot(xPlot,f(xPlot),xPlot,L(xPlot));
```

genera un gráfico como



(10 puntos)

A partir de este gráfico, se sospecha que los puntos donde la recta tangente a f tiene la misma pendiente que la recta L, estan cerca del 1, 2 y 3, con lo cual, un programa como

```
clear all; close all; clc
f=@(x) sin(3*x)+x.^2;
L=@(x) 2*x+1;
df=@(x) 3*cos(3*x)+2*x;
dL=@(x) 2;
dif=@(x) df(x)-dL(x);
fsolve(dif,1)
fsolve(dif,2)
fsolve(dif,3)
```

permite encontrar los puntos de coordenada abscisa

```
>> P2B
ans =  1.4656
ans =  0.38207
ans =  3.0669
```

(20 puntos)

UNIVERSIDAD DE CONCEPCIÓN
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MATEMÁTICA

Pregunta 1	Pregunta 2

TEST 1 VERSIÓN 5 CÁLCULO NUMÉRICO 521230

Nombre: **Carrera:**

Ayudante: **Matrícula:**

Enviar los programas solicitados en el formato solicitado al correo informado por el ayudante de su sección y con copia a **numerico@ing-mat.udec.cl**.

1. El número 6174 es conocido como una constante de **Kaprekar**. Todos los números naturales menores que 10000 y mayores que 1000, a excepcion de los que tengan sus digitos repetidos, se pueden transformar en 6174 ordenando los dítigos del número en orden descendente y ascendente, luego calcular la resta entre estos dos números y finalmente repitiendo este proceso.

   Por ejemplo, para el número $n = 2368$, sus digitos ordenados en orden ascendente son 2368 y descendente son 8632. Así la diferencia entre ellos es

   $$8632 - 2368 = 6264,$$

   repitiendo este proceso con el número recién calculado

   $$6642 - 2466 = 4176$$

   similarmente, se llega a constante de Kaprekar.

   $$7641 - 1467 = 6174.$$

   Así, se dice que el número $n = 2368$ tiene 3 pasos de Kaprekar.

   a) **(20 puntos)** Cree una función de Octave que tenga como entrada un número natural menor que 10000 y mayor que 1000 y que tenga como salida los pasos de Kaprekar de dicho número.

   b) **(10 puntos)** Grafique los pasos de Kaprekar versus el número para los números naturales entre 6000 y 6200.

2. Considere la función definida por $f(x) = \sin(x^2) - e^{3x+1}$, $x \in [-\pi, 0]$, y la recta L de ecuación $2x + y + 4 = 0$. Construya un programa de Octave que:

   a) **(10 puntos)** Grafique, en un mismo gráfico (con distinto color), la función f y la recta L.

   b) **(20 puntos)** Encuentre los puntos del intervalo $[-\pi, 0]$ en que la recta L intersecta el gráfico de f.

Desarrollo:

1. En la parte a), la funci
   on Kaprekar debe ser similar a

```
function steps=Kaprekar(n)
steps=0;
if n>=1000 && n<10000
  while n~=6174
    steps=steps+1;
```

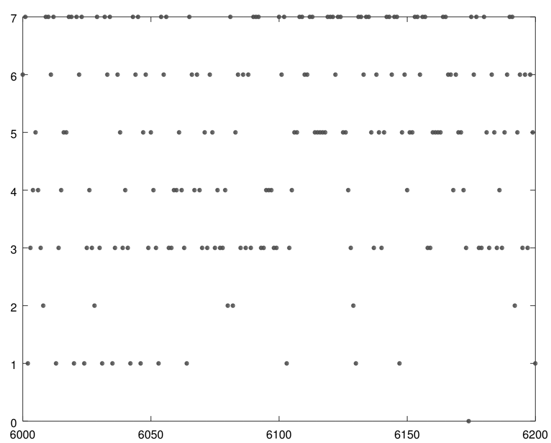
```
    digits=num2str(n);
    digits=[str2num(digits(1)),str2num(digits(2)),str2num(digits(3))
       ,str2num(digits(4))];
    nAsc=sort(digits,'ascend');
    nAsc=nAsc*[1000;100;10;1];
    nDes=sort(digits,'descend');
    nDes=nDes*[1000;100;10;1];
    n=nDes-nAsc;
  endwhile
endif
```

en este caso, mediante transformaciones a cadenas se extraen los digitos de un número. Existen otras opciones. **(20 puntos)**

Usando esta función, en la parte b), un rutero como

```
for i=6000:6200;
N(i-5999)=Kaprekar(i);
end
plot(6000:6200,N,'.r');
```

permite construir el gráfico

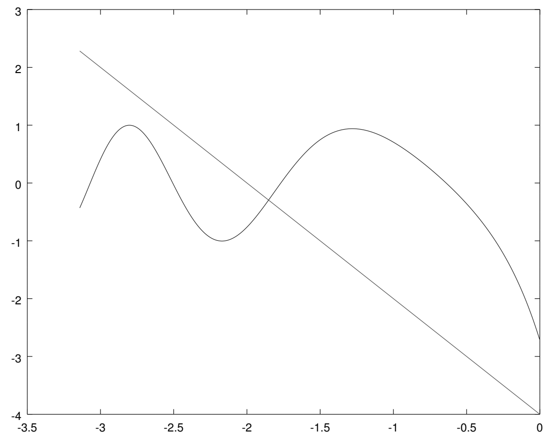


(10 puntos)

2. Se tiene que un rutero como

```
clear all; close all; clc;
f=@(x) sin(x.^2)-exp(3*x+1);
L=@(x) -2*x-4;
xPlot=-pi:0.01:0;
plot(xPlot,f(xPlot),xPlot,L(xPlot))
```

permite construir la gráfica



(10 puntos)

Donde se observa una única intersección cercana al -2, así con el rutero

```
dif=@(x) f(x)-L(x);
fsolve(dif,-2)
```

se encuentra la solución

```
>> P2B
ans = -1.8522
```

(20 puntos)