



Pregunta 1	Pregunta 2

## TEST 1 VERSIÓN 1 CÁLCULO NUMÉRICO 521230

Nombre:

Carrera:

Ayudante:

Matrícula:

Enviar los programas solicitados en el formato solicitado al correo informado por el ayudante de su sección y con copia a **numerico@ing-mat.udec.cl**.

1. Considere la función  $f(x) = e^x(x^2 + \sin(x^3))$ ,  $x \in [-3, -1]$ . Escriba un rutero que:
  - a) **(10 puntos)** Grafique la función en el intervalo  $[-3, -1]$ . Observe que ella tiene 3 máximos locales en  $[-3, -2]$ .
  - b) **(20 puntos)** Calcule los 3 puntos  $x_1, x_2$  y  $x_3$  del intervalo  $[-3, -2]$  en que  $f$  alcanza máximos locales.

Escriba a continuación los puntos obtenidos.

$x_1$	-2.8582
$x_2$	-2.4180
$x_3$	-2.2135

¿Cómo nombró a su programa?

nombre programa	Test1_v1_P1.m
-----------------	---------------

2. Se desea aproximar la función  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$(\forall x \in [-1, 1]) \quad f(x) = \frac{10x}{10x + 11}$$

mediante polinomios interpolados en dos familias de nodos.

a) **(20 puntos)** Escriba una función OCTAVE que reciba un grado  $N \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$  y devuelva los coeficientes respecto a la base de monomios  $\{x^N, x^{N-1}, \dots, x, 1\}$  de los siguientes dos polinomios:

- 1) El polinomio  $p$  que resulta de interpolar a la función  $f$  en  $N + 1$  puntos equiespaciados en  $[-1, 1]$ , extremos incluidos; esto es, en

$$\text{linspace}(-1, 1, N+1)$$

- 2) El polinomio  $q$  re resulta de interpolar a la función  $f$  en la proyección al eje horizontal de  $N + 1$  puntos equiespaciados en el semicírculo superior, extremos incluidos; esto es, en

$$\cos(\text{linspace}(0, \text{pi}, N+1))$$

Cada uno de estos polinomios debe ser devuelto por su función en el formato que usa la función `polyval` de OCTAVE, es decir, con los coeficientes en orden decreciente con respecto al grado.

¿Cómo nombró a su función?

nombre función	funcion_Test1_v1_P2.m
----------------	-----------------------

b) **(10 puntos)** Escriba un rutero que

- 1) grafique en  $[-1, 1]$  la función original  $f$  y los dos polinomios de la parte anterior  $p$  y  $q$  en el caso  $N = 11$  y
- 2) calcule los siguientes errores (llene la tabla):

$ f(1) - p(1) $	$3.2196 \cdot 10^{-15}$
$ f(1) - q(1) $	$8.9040 \cdot 10^{-14}$

¿Cómo nombró a su rutero?

nombre rutero	Test1_v1_P2.m
---------------	---------------



Pregunta 1	Pregunta 2

## TEST 1 VERSIÓN 2 CÁLCULO NUMÉRICO 521230

Nombre:

Carrera:

Ayudante:

Matrícula:

Enviar los programas solicitados en el formato solicitado al correo informado por el ayudante de su sección y con copia a **numerico@ing-mat.udec.cl**.

1. Considere la función  $f(x) = e^x(-x^3 - 5x + 8)$ ,  $x \in [-10, 2]$ . Escriba un rutero que:

- a) **(15 puntos)** Grafique, en una misma figura, la función  $f$  y la recta  $L : x - 2y - 6 = 0$ .
- b) **(15 puntos)** Encuentre el punto  $x_0 \in [-10, 2]$  en que la recta tangente al gráfico de  $f$  es paralela a  $L$ .

Escriba a continuación el valor obtenido.

$x_0$	-5.1362
-------	---------

¿Cómo nombró a su rutero?

nombre rutero	Test1_v2_P1.m
---------------	---------------

2. Se desea aproximar la función  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$(\forall x \in [-1, 1]) \quad f(x) = \frac{10x}{10x + 11}$$

mediante polinomios interpolados en una familia de nodos y además mediante sumas parciales de su serie de Taylor centrada en 0.

a) **(20 puntos)** Escriba una función OCTAVE que reciba un grado  $N \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$  y devuelva los coeficientes respecto a la base de monomios  $\{x^N, x^{N-1}, \dots, x, 1\}$  de los siguientes dos polinomios:

1) El polinomio  $p$  que resulta de interpolar a la función  $f$  en  $N + 1$  puntos equiespaciados en  $[-1, 1]$ , extremos incluidos; esto es, en

$$\text{linspace}(-1, 1, N+1)$$

2) El polinomio  $r$  que resulta de truncar la serie de Taylor centrada en 0 de  $f$  en el término de grado  $N$ ; esto es, el polinomio

$$r(x) = \sum_{k=1}^N (-1)^{k+1} \left( \frac{10}{11} \right)^k x^k.$$

Cada uno de estos polinomios debe ser devuelto por su función en el formato que usa la función `polyval` de OCTAVE. Así, por ejemplo, cuando  $N = 5$ , el polinomio  $r$  debe quedar representado por el vector de coeficientes

$$[(10/11)^5 \quad -(10/11)^4 \quad (10/11)^3 \quad -(10/11)^2 \quad 10/11 \quad 0]$$

¿Cómo nombró a su función?

nombre función	funcion_Test1_v2_P2.m
----------------	-----------------------

b) **(10 puntos)** Escriba un rutero que

1) grafique en  $[-1, 1]$  la función original  $f$  y los dos polinomios de la parte anterior  $p$  y  $r$  en el caso  $N = 11$  y

2) calcule los siguientes errores (llene la tabla):

$ f(1) - p(1) $	$3.2196 \cdot 10^{-15}$
$ f(1) - q(1) $	0.16690

¿Cómo nombró a su rutero?

nombre rutero	Test1_v2_P2.m
---------------	---------------



Pregunta 1	Pregunta 2

## TEST 1 VERSIÓN 3 CÁLCULO NUMÉRICO 521230

Nombre:

Carrera:

Ayudante:

Matrícula:

Enviar los programas solicitados en el formato solicitado al correo informado por el ayudante de su sección y con copia a **numerico@ing-mat.udec.cl**.

1. (30 puntos) Considere el siguiente sistema de ecuaciones no lineales

$$\begin{cases} x = \sqrt{2}y^2 \\ x^2 - 4y^2 = -2 \end{cases}$$

cuyas soluciones exactas son

$$\alpha_1 = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad \alpha_2 = \begin{pmatrix} \sqrt{2} \\ -1 \end{pmatrix}.$$

Escriba un programa que, partiendo desde

$$\mathbf{x}^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix},$$

realice 15 iteraciones del Método de Newton. ¿A cuál de las dos soluciones exactas está convergiendo el método?

<b>Respuesta:</b>	está convergiendo a $\alpha_1$
-------------------	--------------------------------

Mida el error de la última aproximación encontrada por el método en norma 1, 2 e  $\infty$  (denotando como  $\mathbf{x}_N$  la aproximación del método y  $\alpha_{\text{ex}}$  el valor al cual el método está convergiendo):

$\ \alpha_{\text{ex}} - \mathbf{x}_N\ _1$	$5.8417 \cdot 10^{-5}$
$\ \alpha_{\text{ex}} - \mathbf{x}_N\ _2$	$4.5776 \cdot 10^{-5}$
$\ \alpha_{\text{ex}} - \mathbf{x}_N\ _\infty$	$4.3158 \cdot 10^{-5}$

¿Cómo nombró a su programa?

nombre programa	Test1_v3_P1.m
-----------------	---------------

2. Los siguientes pares de datos corresponden a la evaluación de una determinada función  $f$ :

$x$	-2	-1	0	1
$f(x)$	-25	-4	-1	8

**(5 puntos)** Determine qué grado debe tener el polinomio de interpolación  $p$  para que éste sea único, de acuerdo a la teoría vista en clase.

grado del polinomio	3
---------------------	---

Escriba un rutero que:

- a) **(5 puntos)** Calcule el polinomio  $p$  de interpolación.
- b) **(5 puntos)** Calcule la spline cúbica que interpola los datos de la tabla.
- c) **(10 puntos)** Grafique, en una misma figura, el polinomio de interpolación  $p$  y la spline calculada anteriormente.

**(5 puntos)** ¿Coinciden  $p$  y la spline cúbica? ¿Por qué?

Coinciden, pues $p$ es de grado 3 y entonces la spline cúbica no es más que el mismo polinomio $p$ .
--

¿Cómo nombró a su rutero?

nombre rutero	Test1_v3_P2.m
---------------	---------------



Pregunta 1	Pregunta 2

## TEST 1 VERSIÓN 4 CÁLCULO NUMÉRICO 521230

Nombre:

Carrera:

Ayudante:

Matrícula:

Enviar los programas solicitados en el formato solicitado al correo informado por el ayudante de su sección y con copia a **numerico@ing-mat.udec.cl**.

1. (30 puntos) Considere el siguiente sistema de ecuaciones no lineales

$$\left. \begin{array}{rcl} x & = & y^2 \\ x^2 + (y - 3)^2 & = & 5 \end{array} \right\}$$

cuya solución exacta es  $\alpha = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ . Escriba un rutero que, partiendo con  $\mathbf{x}^{(0)} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$ , aproxime la solución  $\alpha$  con un error menor que  $10^{-9}$ , utilizando el **criterio visto en clase** (no comparando directamente con la solución exacta).

¿Cuántas iteraciones son necesarias para alcanzar la tolerancia deseada?

número de iteraciones	29
-----------------------	----

¿Cómo nombró a su rutero?

nombre rutero	Test1_v4_P1.m
---------------	---------------

2. Se desea aproximar la función  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$(\forall x \in [-1, 1]) \quad f(x) = e^x$$

mediante polinomios interpolados en dos familias de nodos.

a) **(20 puntos)** Escriba una función OCTAVE que reciba un grado  $N \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$  y devuelva los coeficientes respecto a la base de monomios  $\{x^N, x^{N-1}, \dots, x, 1\}$  de los siguientes dos polinomios:

1) El polinomio  $p$  que resulta de interpolar a la función  $f$  en  $N + 1$  puntos equiespaciados en  $[-1, 1]$ , extremos incluidos; esto es, en

$$\text{linspace}(-1, 1, N+1)$$

2) El polinomio  $q$  re resulta de interpolar a la función  $f$  en la proyección al eje horizontal de  $N + 1$  puntos equiespaciados en el semicírculo superior de radio  $\pi$ , extremos incluidos; esto es, en

$$\cos(\text{linspace}(0, \pi, N+1))$$

Cada uno de estos polinomios debe ser devuelto por su función en el formato que usa la función `polyval` de OCTAVE, es decir, con los coeficientes en orden decreciente con respecto al grado.

¿Cómo nombró a su función?

nombre función	funcion_Test1_v4.P2.m
----------------	-----------------------

b) **(10 puntos)** Escriba un rutero que

- 1) grafique en  $[-1, 1]$  la función original  $f$  y los dos polinomios de la parte anterior  $p$  y  $q$  en el caso  $N = 11$  y
- 2) calcule los siguientes errores (llene la tabla):

$ f(1) - p(1) $	0
$ f(1) - q(1) $	$4.4409 \cdot 10^{-16}$

¿Cómo nombró a su rutero?

nombre rutero	Test1_v4.P2.m
---------------	---------------





Pregunta 1	Pregunta 2

## TEST 1 VERSIÓN 5 CÁLCULO NUMÉRICO 521230

Nombre:

Carrera:

Ayudante:

Matrícula:

Enviar los programas solicitados en el formato solicitado al correo informado por el ayudante de su sección y con copia a **numerico@ing-mat.udec.cl**.

1. **(30 puntos)** Escriba un rutero que permita hallar el valor de  $x \in \mathbb{R}$  tal que

$$\int_0^x 2t^2 \sin(t^3) dt = x + 1.$$

Para ello:

- Calcule la integral (aun no hemos visto integración numérica en laboratorio, pero ésta se puede resolver a mano; una sustitución simple ayuda).
- Identifique la ecuación no lineal a resolver, y la función asociada a ella.
- Grafique la función e identifique algún punto cercano a la solución para utilizarlo como punto de partida del algoritmo.
- Calcule la solución.

¿Qué valor obtuvo?

valor obtenido	-0.86509
----------------	----------

¿Cómo nombró a su rutero?

nombre rutero	Test1_v5_P1.m
---------------	---------------

2. Se desea aproximar la función  $f: [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  definida por

$$(\forall x \in [-1, 1]) \quad f(x) = e^x$$

mediante polinomios interpolados en una familia de nodos y además mediante sumas parciales de su serie de Taylor centrada en 0.

a) **(20 puntos)** Escriba una función OCTAVE que reciba un grado  $N \in \mathbb{N} = \{1, 2, \dots\}$  y devuelva los coeficientes respecto a la base de monomios  $\{x^N, x^{N-1}, \dots, x, 1\}$  de los siguientes dos polinomios:

1) El polinomio  $p$  que resulta de interpolar a la función  $f$  en  $N + 1$  puntos equiespaciados en  $[-1, 1]$ , extremos incluidos; esto es, en

$$\text{linspace}(-1, 1, N+1)$$

2) El polinomio  $r$  que resulta de truncar la serie de Taylor centrada en 0 de  $f$  en el término de grado  $N$ ; esto es, el polinomio

$$r(x) = \sum_{k=0}^N \frac{1}{k!} x^k$$

Cada uno de estos polinomios debe ser devuelto por su función en el formato que usa la función `polyval` de OCTAVE. Así, por ejemplo, cuando  $N = 5$ , el polinomio  $r$  debe quedar representado por el vector de coeficientes

$$[1/120 \quad 1/24 \quad 1/6 \quad 1/2 \quad 1/1 \quad 1/1]$$

¿Cómo nombró a su función?

nombre función	funcion_Test1_v5_P2.m
----------------	-----------------------

b) **(10 puntos)** Escriba un rutero que

- 1) grafique en  $[-1, 1]$  la función original  $f$  y los dos polinomios de la parte anterior  $p$  y  $q$  en el caso  $N = 11$  y
- 2) calcule los siguientes errores (llene la tabla):

$ f(1) - p(1) $	0
$ f(1) - r(1) $	$2.2606 \cdot 10^{-9}$

¿Cómo nombró a su rutero?

nombre rutero	Test1_v5_P2.m
---------------	---------------