

이론통계학2

Project #3. 생명보험 - 연금보험료(Premium) 계산

발표일 : 2021.09.29

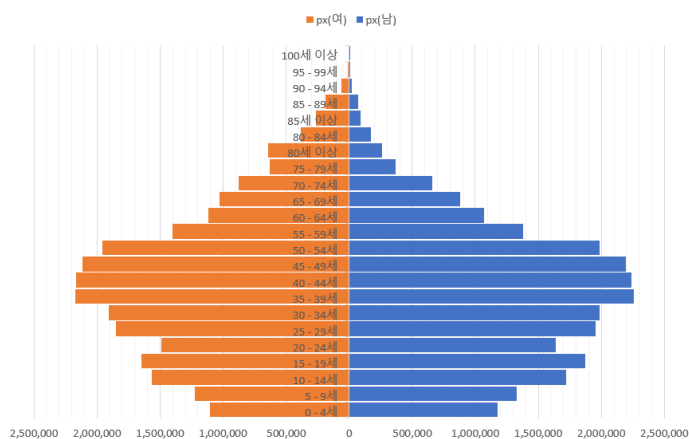
1조

202STG26	박지윤
202STG27	이수현
212STG04	김이현
212STG12	박윤정

Part 1 : 생명표 만들기

각세 x	$l_x(\text{남})$	$L_x(\text{남})$	$q_x(\text{남})$	$e_x(\text{남})$	$l_x(\text{여})$	$L_x(\text{여})$	$q_x(\text{여})$	$e_x(\text{여})$
0세	100000	99803	0.0039	76.9	100000	99854	0.0029	83.7
1세	99606	99589	0.0003	76.2	99707	99691	0.0003	82.9
2세	99572	99562	0.0002	75.2	99675	99666	0.0002	81.9
3세	99551	99541	0.0002	74.2	99656	99649	0.0001	80.9
4세	99532	99524	0.0001	73.2	99642	99636	0.0001	80
...								
95세	4258	3678	0.2723	2.6	12980	11647	0.2054	2.9
96세	3098	2697	0.2594	2.4	10314	9176	0.2207	2.5
97세	2295	2013	0.2457	2	8038	7061	0.2431	2
98세	1731	1526	0.2374	1.5	6084	5315	0.2527	1.5
99세	1320	1138	0.2766	0.9	4547	3924	0.2737	0.9

2010 인구피라미드(5세 별)

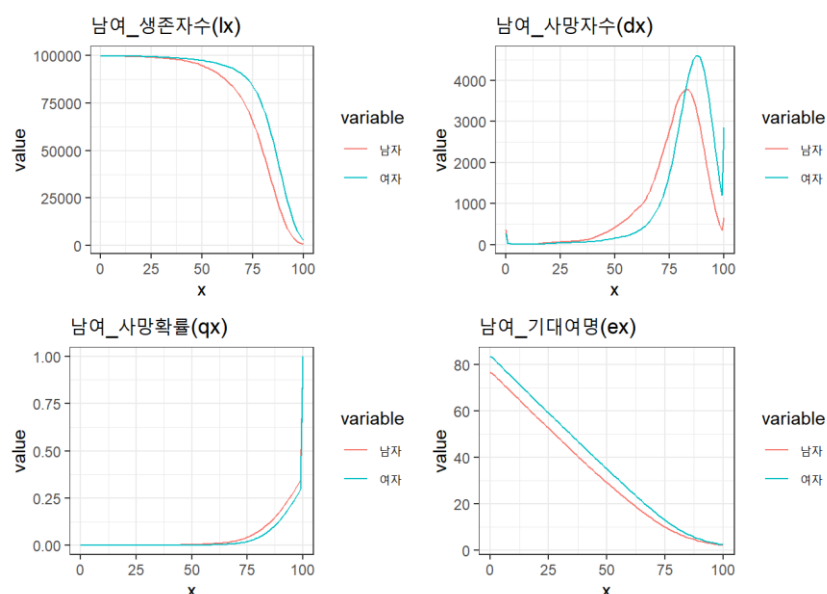


통계청에서 제공하는 생명표와 일치함을 확인하였다. 98세부터 통계청에서 제공하는 생명표와 계산한 기대여명이 차이를 보였다.

인구 피라미드를 보면, 나이가 많아질수록 여성의 그래프가 남성에 비해서 더 길고 75세 이상부터 남녀의 차이가 크게 벌어진다. 따라서 남성에 비해 여성의 평균 수명이 길다고 볼 수 있다.

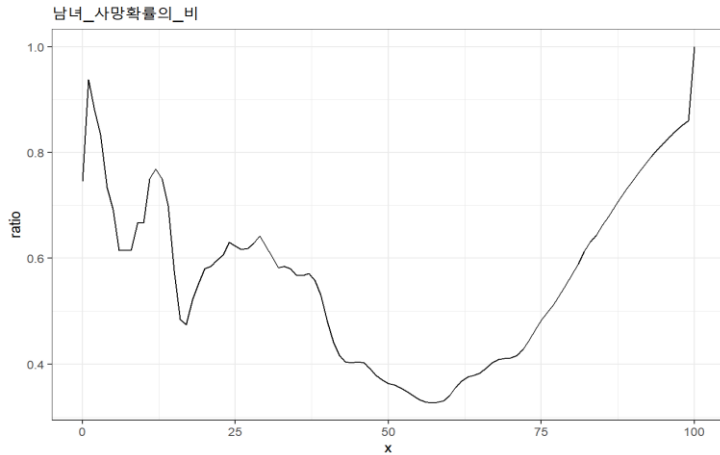
Part 2 : 생명표 의미 분석

a) l_x , d_x , q_x , e_x 의 시계열도표를 성(gender)별로 같은 도표에 겹쳐서 그려보고 남녀 간 차이를 비교분석해 보시오.



생존자수 그래프를 보면, 나이가 많아질수록 여성의 그래프(청색)가 남성보다 위쪽에 존재하는 것을 확인할 수 있다. 사망자수 그래프를 보면 80대 초반까지는 남성의 사망자 수가 여성에 비해서 더 많고, 그 후는 여성이 좀더 많았다. 또한 0세와 100세 이상의 경우에 사망자 수가 급증하는 것을 알 수 있다. 사망확률 그래프를 보면, 50대 이상부터 남성의 사망확률이 꾸준히 여성보다 높은 것을 확인할 수 있다. 기대여명의 경우, 여성이 남성보다 모든 연령대에서 높음을 확인하였다.

b) 남녀 간 사망확률의 비의 시계열 도표를 그려보고 그 의미를 설명하시오

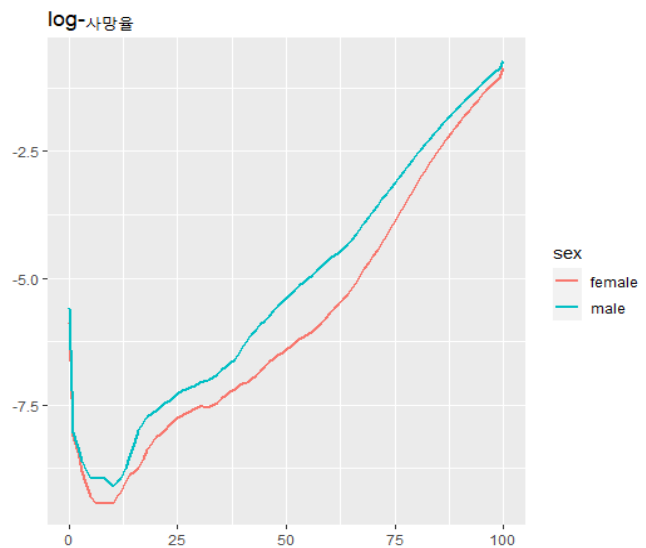
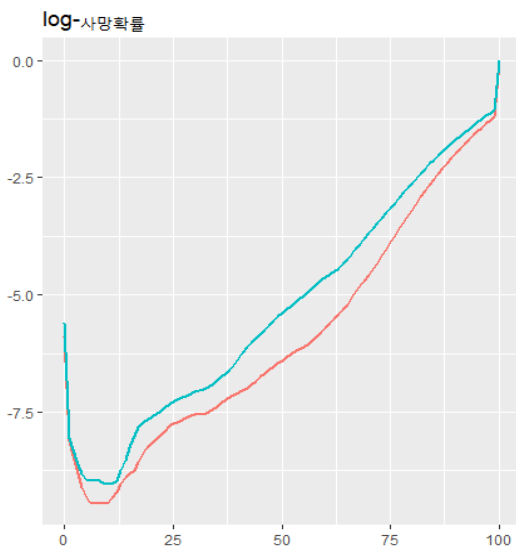


q_x^1 을 여성의 사망확률, q_x^0 을 남성의 사망확률로 두었을 때, $\frac{q_x^1}{q_x^0}$ 의 시계열 도표이다.

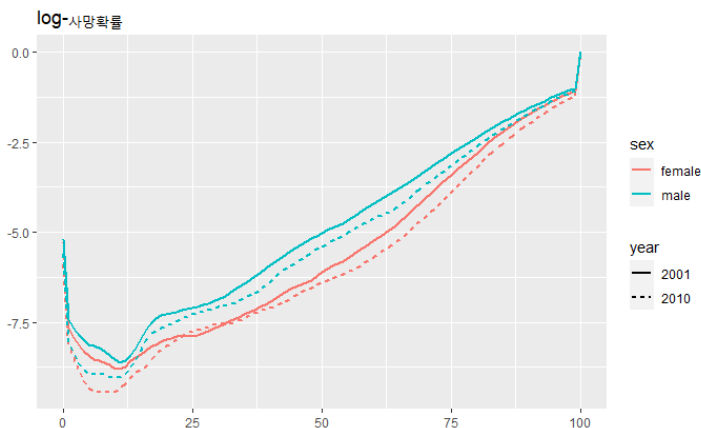
그래프가 항상 1을 넘지 않는 것으로 보아 a)의 결과와 마찬가지로, 사망 확률은 항상 남성이 높다.

0세와 100세 주변에서 남녀 간 사망확률이 가장 비슷하고, 50세 ~75세 사이에서 가장 차이가 많이 나는 것을 알 수 있다.

c) 남/녀 별 log-사망확률 및 log-사망율의 시계열 도표를 성별로 겹쳐서 그려보고 의미를 설명하시오.

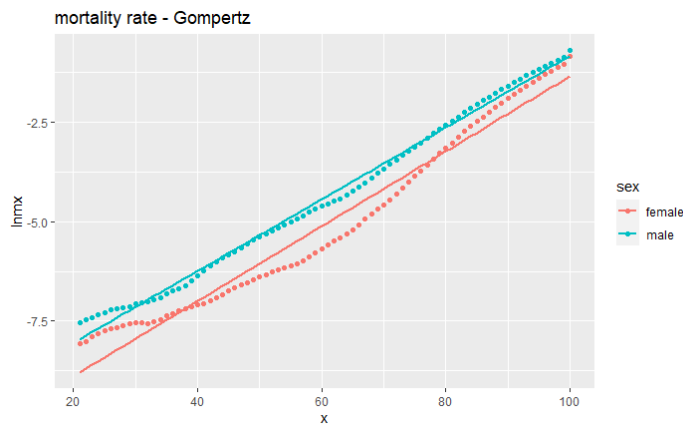


두 그래프가 거의 동일하다. log-사망확률 및 log-사망율은 남성이 여성보다 높다.

d) 2001년 및 2010년의 생명표에서 남/녀 별 log-사망확률 $\ln q_x$ 의 시계열 도표를 서로 겹쳐서 그려보고 10년간 남녀별 사망률의 변화추이를 설명하시오.

남성, 여성 모두 2001년의 사망확률이 2010년의 사망 확률보다 높다. 이는 의학의 발달 및 생활 수준의 향상에서 기인한 것으로 생각된다. 남성의 경우 모든 나이대에서 항상 2001년 사망률이 높으나, 여성의 경우에 2010년의 20대 사망률이 2001년보다 더 높음을 확인할 수 있다. 2001년과 2010년 모두 남성이 여성보다 사망확률이 높다. 10년동안 변화가 없는 것으로 보아 여성이 남성보다 수명이 긴 것을 확인할 수 있다.

e) 사망률에 대한 Gompertz법칙이 성립하는지 남/여별로 각각 살펴보고 각 경우 회귀모형을 이용하여 (a,b)값을 추정하고 그 의미를 설명하시오.



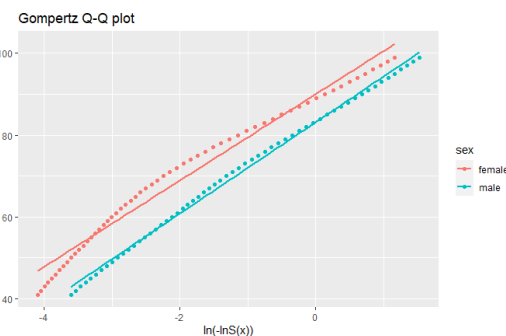
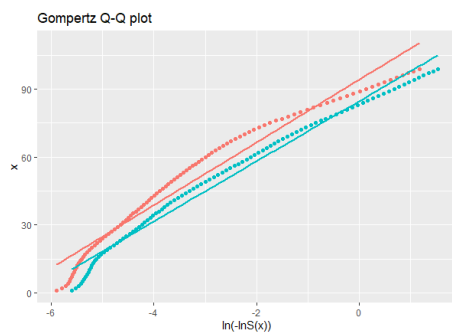
성별	a	b
남	-9.846	0.090
여	-10.761	0.094

사망률에 대한 Gompertz법칙은 인간을 포함한 동물의 노화와 수명은 일반적으로 나이가 들수록 사망률이 지수함수적으로 증가한다는 법칙이다. a)의 사망률 그래프를 살펴보면 남녀모두 성립할 것이라 예상해볼 수 있다.

X와 $\ln(m_x)$ 의 산점도를 그려보면, 남성의 경우 직선의 형태를 띠고, 여성의 경우에 직선을 약간 벗어나지만 비교적 직선 근처에 점들이 분포하고 있다. 따라서 남녀 모두 Gompertz법칙이 성립함을 알 수 있다.

계수는 남녀 각각 절편 -9.846, -10.761, 기울기는 0.090, 0.094로 추정되었다. 절편은 남성이 더 크고 기울기는 여성이 더 크게 추정되었다. 기울기에 비해 절편의 차이가 더 커 전체적으로 사망확률은 남성이 여성보다 크다.

f) 남/녀 별 Gompertz Q-Q plot을 겹쳐서 그려보고, 직선에 가까운 부분에 대하여 선형회귀분석으로 해당 모수(μ, σ)를 각각 추정해보시오. 또 a,b를 추정해보고 e) 결과와 비교하시오.



성별	μ	σ	a	b
남	83.185	11.171	-9.860	0.090
여	90.023	10.556	-10.885	0.095

Q-Q plot을 그렸을 때, $x > 40$ 일 경우에 가장 직선에 가까웠으므로 $x > 40$ 에 대한 선형회귀분석을 통해서 모수를 추정하였다. 계수는 남녀 각각 절편 -9.860, -10.885, 기울기는 0.09, 0. 0.095로 e)의 결과와 비슷하게 추정되었다.

e)의 경우는 사망률의 gompertz법칙을 통해서 모수를 추정한 것이고, f)의 경우는 생존함수가 gompertz분포를 따른다는 가정하에 모수를 추정한 방법인데, 각 방법이 비슷한 결과를 도출함을 알 수 있다.

g) 최대수명계산

i)

성별	a	b	\bar{x}
남	-9.811	0.089	110.0
여	-10.747	0.094	114.8

ii)

사망자수n	남자 $\bar{x}_{(n)}$	여자 $\bar{x}_{(n)}$
100000	110.5	115.8
500000	111.9	117.2
1000000	112.5	117.7
100000000	115.7	120.8
60000000000	118.0	122.9

한계 수명과 최대 수명을 비교해보면, i)방법으로 추정된 한계 수명값이 최대 수명에 비해서 작은 것을 확인할 수 있다.

현재까지 확인된 남성의 최대 수명은 116세, 여성의 최대 수명은 122세이다. 사망자수 n이 커질수록 추정된 최대 수명이 이에 가까워지는 것을 확인할 수 있다. 따라서 계산한 최대 수명이 타당하다고 볼 수 있다.

Part 3 : 생명보험료 계산(이자율 = 1.05 적용)

a) Z=1억원

(단위: 억 원)

Age	남성 \bar{A}_x	여성 \bar{A}_x
20	0.080	0.060
25	0.099	0.070
30	0.123	0.086
35	0.152	0.107
40	0.188	0.134
45	0.231	0.166
50	0.280	0.205
55	0.336	0.254
60	0.401	0.314
65	0.476	0.386

b)

(단위: 억 원)

Age	남성 $a_x^{(m)}$	여성 $a_x^{(m)}$
20	18.898	19.392
25	18.505	19.112
30	18.021	18.768
35	17.417	18.337
40	16.677	17.801
45	15.811	17.137
50	14.809	16.326
55	13.654	15.331
60	12.326	14.105
65	10.791	12.636

c)

(단위: 원)

Age	남성 월초납 적정보험료 $p_x^{(m)}/m$	여성 월초납 적정보험료 $p_x^{(m)}/m$
20	35,300	24,000
25	44,700	30,300
30	56,800	38,300
35	72,900	48,800
40	94,100	62,500
45	121,500	80,700
50	157,300	104,900
55	205,000	138,100
60	270,900	185,400
65	367,200	254,200

Part 4 : 생명보험-연금 보험료 계산 Apps 개발

Life Insurance

Life insurance

Annuity insurance

100,000,000

Benefit

Input

Sex

☐ Male
 ☒ Female

Age

Annual Interest Rate

Payment Expiration

Pay Expiration

Benefit

120,500

Premium

life-table

age	e	q	l	L	d
0	83.6	0.00275	100000	99,769	275
1	82.9	0.0003	99725	99,710	30
2	81.9	0.00022	99695	99,684	22
3	80.9	0.00015	99673	99,666	15
4	79.9	0.00011	99658	99,653	11
5	78.9	0.00009	99647	99,643	9
...
95	3.3	0.21921	12683	11,293	2780
96	3.1	0.23787	9903	8,725	2356
97	2.9	0.2572	7547	6,576	1941
98	2.7	0.27711	5606	4,829	1553
99	2.5	0.2975	4052	3,450	1206
100	2.3	1	2847	6,657	2847

Life Insurance

Life insurance

Annuity insurance

5,000,000

Benefit

Input

Sex

☐ Male
 ☒ Female

Age

Annual Interest Rate

Payment Expiration

Pay Expiration

Benefit

54,000

Premium

life-table

age	e	q	l	L	d
0	83.6	0.00275	100000	99,769	275
1	82.9	0.0003	99725	99,710	30
2	81.9	0.00022	99695	99,684	22
3	80.9	0.00015	99673	99,666	15
4	79.9	0.00011	99658	99,653	11
5	78.9	0.00009	99647	99,643	9
...
95	3.3	0.21921	12683	11,293	2780
96	3.1	0.23787	9903	8,725	2356
97	2.9	0.2572	7547	6,576	1941
98	2.7	0.27711	5606	4,829	1553
99	2.5	0.2975	4052	3,450	1206
100	2.3	1	2847	6,657	2847