

基于差分方程与非线性规划的最优炉温曲线模型

摘要

回流焊接的过程本质上为热量传递的过程，如何把控焊接区域中心点的温度，控制各大温区的温度，将直接影响到焊接质量。本文根据题目所给的回焊炉工作过程中的相关参数，研究炉温曲线，并建立模型求解，提出解决策略。

在问题一中，采用两种模型建立求解。一种是回流焊接的热量变化模型，首先分析温区温度的设定值、电子元件的初始温度、传送带的过炉速度这三个重要因素之间的关系，利用对简化加热模型的公式变换，得到热量变化模型，之后对各大温区的炉温曲线分段拟合，得出拟合函数，利用函数计算出小温区 3、6、7 中点及小温区 8 结束处焊接区域中心的温度，分别为：127.4℃、187.9℃、222.7℃、235.7℃。在计算完毕后选取若干点作为插值点，利用三次样条插值法绘制出炉温曲线；另一种是回焊炉内的温度变化模型，首先分析得到的温度变化率和温差之间的关系，得到二者的线性关系式，接着根据关系式求解出炉内的实际温度变化曲线。对该曲线进行简化处理后，利用差分方程求解炉内温度变化曲线。最终得到小温区 3、6、7 中点及小温区 8 结束处的温度为：129.2℃、170.6℃、191.5.7℃、226.1℃。对两种模型进行优劣的分析后，最终采用回焊炉内温度变化模型的结果，即小温区 3、6、7 中点及小温区 8 结束处的温度为：129.2℃、170.6℃、191.5.7℃、226.1℃。

在问题二中，基于问题一中回焊炉内的温度变化模型，利用搜索算法与差分方程对过炉速度进行搜索，以 0.1cm/min 为搜索步长，得出符合条件的炉温曲线。最终解得最大的传送带过炉速度为 75.4cm/min。

在问题三中，采用两种模型建立求解。一种是采用非线性规划模型，根据题中所给制程条件和问题一热量变化模型列方程和不等式组，使用积分和搜索算法求解出目标函数，即可得出最小面积 233.83 和对应的传送带速度 71.2 cm/min。另一种是基于搜索算法与差分方程的温度变化模型，在该模型下对温度以 1℃为搜索步长，对速度以 0.1cm/min 为搜索步长，得到符合条件的最优解。对两种模型进行优劣的分析后，由于非线性规划模型偏差较大最终采用基于搜索算法与差分方程的温度变化模型结果，即解得小温区 1~5 的温度设定为 170℃，小温区 6 的温度设定为 201℃，小温区 7 的温度设定为 244℃，小温区 8、9 的温度设定为 265℃，传送带的过炉速度设定为 93.2cm/min，题目所需求解的覆盖面积为 1680。

在问题四中，利用搜索算法，首先计算出不考虑最优面积下的对称最优炉温曲线，在该曲线下小温区 1~5 的温度设定为 165℃，小温区 6 的温度设定为 185℃，小温区 7 的温度设定为 239℃，小温区 8、9 的温度设定为 265℃，传送带的过炉速度设定为 87.6cm/min，其与理想对称中心差值为 8。但由于其覆盖面积为 1920，相较最优的 1680 差距略大，因此对搜索算法进行优化。在搜索过程中要求面积不能超过 1780，以此得到相对较优的对称炉温曲线。最终解得局部最优的对称炉温曲线下。

最后，我们对模型的优劣进行了分析。

关键词：炉温曲线；差分方程；非线性规划

一 问题重述

1.1 问题背景

在集成电路板等电子产品生产中，电子元件是通过将安装有各种电子元件的印刷电路板放置在回焊炉中加热的方式，来自动焊接到电路板上。在这个生产过程中，正确控制各温区温度，减少焊接缺陷，可确保焊接质量和产品质量^[2]。若可通过机理建模方式来对回和流温度曲线进行设定，而不是通过实验测定方式，将大大减少生产成本。

1.2 问题的提出

根据有关的背景，结合题目给出的附件，需要解决的问题有以下四个：

1、假设传送带过炉速度为 78 cm/min ，各温区温度的设定值分别为 173°C （小温区 1~5）、 198°C （小温区 6）、 230°C （小温区 7）和 257°C （小温区 8~9），利用题目已知数据以及所给附件建立数学模型，并求解相应的炉温曲线，并利用炉温曲线求得每隔 0.5 s 焊接区域中心的温度与小温区 3、6、7 中点及小温区 8 结束处焊接区域中心的温度。

2、假设各温区温度的设定值分别为 182°C （小温区 1~5）、 203°C （小温区 6）、 237°C （小温区 7）、 254°C （小温区 8~9），确定最大传送带过炉速度，使其满足题目给出的一系列限制条件。

3、理想的炉温曲线应使超过 217°C 到峰值温度所覆盖的面积最小。需要据此计算最优的小温区的预设值以及传送带速度，使其在满足题目限制条件的基础上尽可能的减小覆盖面积，并计算最优情况下炉温曲线超过 217°C 到峰值温度所覆盖的阴影面积。

4、在焊接过程中，除满足制程界限外，还希望以峰值温度为中心线的两侧超过 217°C 的炉温曲线应尽量对称。基于以上问题，计算最优的小温区的预设值以及传送带速度，使其在满足题目限制条件的基础上尽可能的减小覆盖面积，并尽可能使中心线两端的曲线对称。

二 模型假设

- 1、附件以及题目给出的数据准确，无错误。
- 2、回焊炉内密闭性较好，不会因为外界气流而受影响
- 3、各大温区的内部温度即为设定温度。
- 4、各大温区边界附近的温度即衔接处的间隙温度受两边温区的温度影响

三 符号说明

符号	符号说明	单位
T_t	当前温度	$^{\circ}\text{C}$
T_i	初始温度	$^{\circ}\text{C}$
T_s	设定温度	$^{\circ}\text{C}$
d_1	小温区长度	cm
d_2	小温区间隙	cm
d_3	炉前或炉后区域	cm
T	电子元件所处位置的温度	$^{\circ}\text{C}$

T_0	焊接区域中心的温度	$^{\circ}\text{C}$
Z	阴影面积	
dT_0	单位时间内温度变化量	$^{\circ}\text{C}$
x_1	217 $^{\circ}\text{C}$ 的时间	s
x_{02}	峰值处对应的时间	s
x_3	实际 217 $^{\circ}\text{C}$ 对应的时间	s
x_{03}	理想 217 $^{\circ}\text{C}$ 对应的时间	s
Δx	时间差	s
x_{min}	最小阴影面积	/
S	实际阴影面积	/
ΔS	阴影面积差	/
t_4	峰值处的温度	$^{\circ}\text{C}$
v	传送带速度	cm/min

四 问题分析

4.1 问题一的分析

4.1.1 回流焊接的热量变化模型分析

回流焊接的过程可视为热量传递的过程，在电子元件通过回焊炉加热焊接并冷却的过程中，影响温度变化的因素众多。因此，可以在已有假设的基础上，建立电子元件的热量变化模型，从而得出电子元件在不同温区温度随时间变化的影响。由题目已给出的相关参数可知，温区温度的设定值、电子元件的初始温度、传送带的过炉速度都是对焊接区域中心温度影响的重要因素。

温区温度的设定值越高，电子元件吸收更多的热量，焊接区域温度显然会升高。电子元件的初始温度越高，加热相同的时间，温度也更高。温区的长度固定不变，传送带的过炉速度不同，通过温区的时间也不同，因此考虑不同时间的温度变化即可反映速度对焊接区域中心温度的影响。

根据附件数据与题目中已知条件，利用 *matlab* 拟合工具箱对不同温区回流焊接的热量变化进行拟合，便可求得拟合函数，进而计算出回焊炉中的小温区 3、6、7 中点及小温区 8 结束处焊接区域中心的温度。为避免不同温区的环境温度不同可能带来曲线分段严重的情况，可以采用三次样条插值法绘制炉温曲线，最后根据插值结果依次计算出每隔 0.5 s 焊接区域中心的温度。

4.1.2 回焊炉的温度变化模型分析

热量变化模型虽然可以求得一系列插值点，但利用插值得到的曲线可能不满足约束条件，且与真实情况存在一定偏差，故可以采用温度变化模型来弥补部分缺点。

通过分析可得，温度差距越大，温度变化的速率就会越大。而由于各个小温区之间的温度存在着相互关系，因此利用题目给出的数据直接进行计算存在较大误差。因此，利用小温区 2~4 温度稳定的特性，利用附件的数据便可求得温差与温度变化率的关系。得到关系后

便可反推求得焊炉的实际温度曲线。但由于求得曲线函数过于复杂，故将变化都视作线性变化，建立函数并不断选点优化，与真实的温度变化曲线作对比，最终选定最优的分段线性函数。

利用建立的分段线性函数，便可基于差分方程，求解得到炉温曲线，以及题目需要求得的一系列数据。

4.2 问题二的分析

针对问题二，需要计算最大的传送带过炉速度。由于题目已经给出标定温度，因此可以在问题一温度变化模型的基础上采取搜索算法，以 0.1 cm/min 的速度变化量为搜索步长，根据当前速度构建实际温度的分段函数，接着采用迭代的方式，求解出当前的炉温曲线。在搜索过程中需要充分考虑题目给出的一系列限制条件，以求解出最优的过炉速度。

4.3 问题三的分析

4.3.1 基于非线性规划模型的分析

对于问题三，要测定最优炉温曲线，需要满足的目标条件为：超过 217°C 到峰值温度所覆盖的面积最小。限定条件为：温度上升斜率在制程界限内，温度大于 217°C 的时间在制程界限内，峰值温度在制程界限内。

由于峰值温度出现在回流区，即小温区 8~9，则可以通过问题一确定出的热量变化模型和题中所给的温度限定条件，求解峰值的时间和温度变化趋势，从而确定覆盖面积的定义域上限，而覆盖面积的定义域下限为温度为 217°C 的时间值，其同样可以通过代入小温区 8~9 的函数模型得出。由题目可知，实际生产时各小温区温度可以进行 10°C 浮动范围内的调整，借此可以确定小温区 8~9 设定温度的范围，进而可以计算出传送带的传送速度。上述计算过程主要通过建立非线性规划模型求解。

4.3.2 基于差分方程的搜索算法

相对问题二，问题三在小温区温度与速度的设计上都提出了更高的要求。由于题目给出了优化的目标以及约束条件，因此依旧采用搜索算法的思想，依次对各个温区的温度以及速度进行搜索。最终搜索出满足题意的最优炉温曲线。在得到最优炉温曲线后需要对其原因进行分析，以说明模型的可靠性。

4.4 问题四的分析

结合问题三可知，除了要考虑制程界限，超过 217°C 到峰值所覆盖的面积尽可能小外，还要求尽量使以峰值温度为中心线的两侧超过 217°C 的炉温曲线对称。根据对称关系可以计算出理想状态下 217°C 对应的时间，与实际 217°C 对应的时间对比，显然差距越小越对称。根据问题三的搜索方法，可以求出最小阴影面积，也可以求出最小时间差距，但不能同时满足两种条件，所以只能找出一种尽可能满足较小面积和较小时间差的局部最优方案。因此在求解时通过搜索算法求解对称最优炉温曲线，且该曲线的阴影面积相较最小面积不能超过 100，最终求得局部最优解。

五 模型的建立与求解

5.1 问题一模型的建立与求解

5.1.1 回流焊接的热量变化模型的建立与求解

Step1: 分段函数的提取与拟合

设电子元件的当前温度为 T ，初始温度为 T_i ，加热环境即小温区设定温度为 T_s ，传热热阻为 R ，电子元件的热容为 C ，则可以建立如下的简易热量变化模型^[3]：

$$T_t - T_i = (T_s - T_i) (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

将模型变换可得：

$$\frac{T_t - T_i}{T_s - T_i} = 1 - e^{-\frac{t}{RC}}$$

令 y 为因变量，则有：

$$y = \frac{T_t - T_i}{T_s - T_i}$$

根据上式可推导出：

$$y = 1 - e^{-t/RC}$$

由上式可知，等式左边可作为函数因变量，涉及初始温度、当前温度以及小温区设定温度，等式右边则与电子器件的热容、热阻即电子器件的本身材料有关。由于电子器件的材料特性固定，可以将其看做常数，因此可只考虑时间因素，将其设为自变量，从而进一步求解自变量和因变量之间的关系。利用附件中的数据和题目已知条件，可将回焊过程中分为四段对其研究，提取数据并进行拟合，得到每段的函数模型。

Step2:各时间点的求解

在加热过程中，由于温度传感器在温度达到 30℃时才开始工作，因此设定初始温度为 30℃，而环境温度随着电子元件的行进过程而变化。假设 t 为电子元件进入回焊炉后的行进时间， x 为路程， v 为传送带的速度。根据路程与时间之间的关系可得：

$$t = x/v$$

当计算出抵达小温区 3、6、7 中点及小温区 8 结束处的时间点后，便可按分段位置代入拟合得到的函数式，即可求出对应的 y 值，由 y 值可得出各点对应的温度。

以小温区 3 中点为例，小温区 3 属于小温区 1~5，设定温度为 175℃，速度为 70cm/min 时，通过温区总路程为：

$$d = d_1 * 5 + d_2 * 4 + d_3$$

其中 d_1 为每个小温区的长度， d_2 为相邻小温区间隙的长度， d_3 为炉前区域或炉后区域的长度，从而得出 d 的值为 197.5cm，而通过温区的总时间为：

$$t = d/70 * 60$$

得出 t 的值为 169.28s，设初始温度为传送带启动时温度，30℃：

$$y = \frac{T_t - 30}{175 - 30}$$

绘制拟合曲线，如图 6.1 所示。

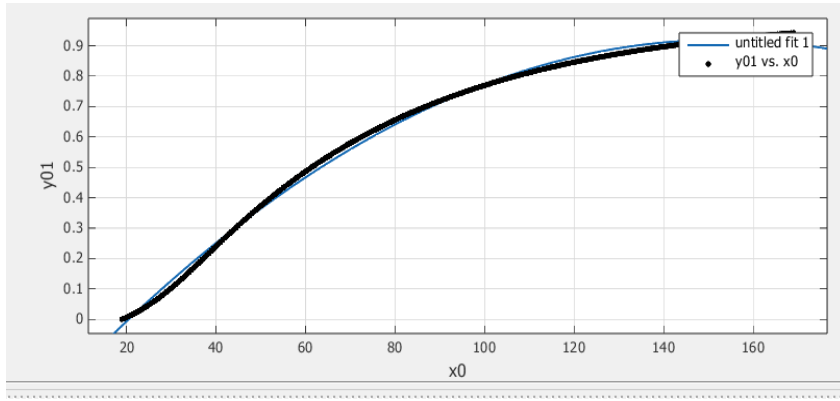


图 6.1 小温区 1~5 的拟合曲线

拟合曲线的函数模型：

$$y = p_1 * x^2 + p_2 * x + p_3$$

$$\begin{cases} p_1 = -5.249e - 05 \\ p_2 = 0.01605 \\ p_3 = -0.3073 \end{cases}$$

该拟合的拟合度为 0.9971，可知拟合效果较好

电子元件到达中点的距离为：

$$d = d_1/5 + 10 + d_1 * 2 + d_3$$

得出 111.25cm 处到达中点，所用时间：

$$t = d/78 * 60$$

可得在 85.5s 时到达中点，由题意已知 $T_s=173^{\circ}\text{C}$, $T_t=30^{\circ}\text{C}$, 将 t 代入小温区 1~5 的函数模型可得：

$$y = 0.681$$

得出：

$$T_t = y * (173 - 30) + 30$$

即到达中点时电子元件焊接区域中心的温度为 127.4°C

同理可得其他各温区的拟合曲线的函数模型如下：

• 小温区 6

$$y = a_1 * e^{-((x-b_1)/c_1)^2} + a_2 * e^{-((x-b_2)/c_2)^2}$$

$$\begin{cases} a_1 = 1.061 \\ b_1 = 228.6 \\ c_1 = 145.3 \end{cases} \quad \begin{cases} a_2 = 0.06911 \\ b_2 = 158.7 \\ c_2 = 15.99 \end{cases}$$

• 小温区 7

$$y = a_1 * e^{-((x-b_1)/c_1)^2}$$

$$\begin{cases} a_1 = 2.231e + 08 \\ b_1 = 6049 \\ c_1 = 1334 \end{cases}$$

• 小温区 8~9

$$y = p_1 * x^2 + p_2 * x + p_3$$

$$\begin{cases} p_1 = -2.03e - 05 \\ p_2 = 0.01312 \\ p_3 = -1.039 \end{cases}$$

其他要求的各点温度如表 5.1 所示。

表 5.1 焊接区域中心的温度

位置 (cm)	3 中点	6 中点	7 中点	8 结束
温度 (°C)	127.4	187.9	222.7	235.7

Step3:根据时间点进行插值

由题可知，小温区之间间隙的温度没有受到特殊的温度控制，其温度与相邻温区的温度有关，但由于相邻温区温度相差较大，不能直接用分段函数绘制炉温曲线，因此使用三次样条插值法对曲线进行平滑，将曲线中残缺的数据利用插值获得，从而得到较为平滑的炉温曲线。

为了曲线更贴近真实效果，经过不断的尝试和优化，选定了初始 0s、小温区 3、6、7 中点，峰值点以及冷却区中的一点作为插值点，利用 *spline* 函数插值绘制结果如图 7.1 所示

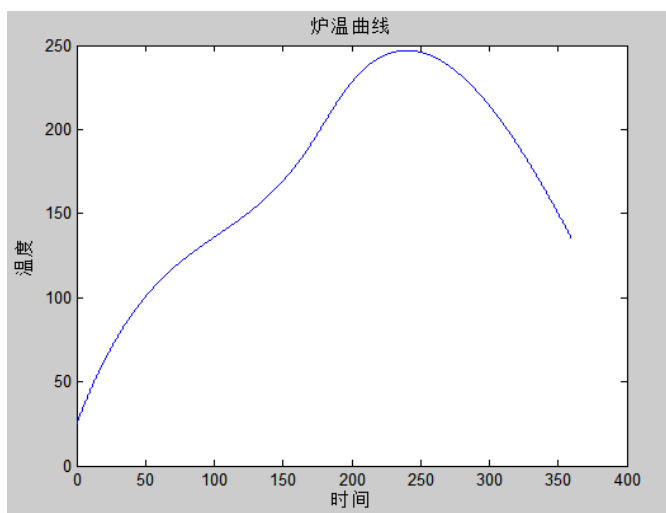


图 7.1 炉温曲线图

5.1.2 回焊炉的温度变化模型的建立与求解

5.1.2.1 回焊炉的温度变化模型的建立

Step1: 求解温差与温度变化率的关系

由热量变化模型可知，温差与温度变化率存在着对应关系，假设电子元件所处位置的温度为 T ，其焊接区域中心的温度为 T_0 ，单位时间温度变化量为 dT_0 ，则三者之间有如下关系：

$$T - T_0 \sim dT_0$$

对于温度变化率，利用附件中的数据，通过迭代的方式即可以求得；对于焊接区域中心的温度则可以直接从附件中取得；对于电子元件所处位置的温度，由题目可知，各区域之间的温度相互影响。由于每个小温区边缘的温度受到相邻区域的影响，因此不能以题目给出的小温区温度作为参考温度进行求解。突破口在于，一至五小温区的温度均为同一温度，因此其中间区域的温度可以认为与设定温度相同，不受相邻区域影响。在求解中，所处位置温

度可以取 70s 至 140s 的温度，认为该区域温度为 175℃。

根据以上数据，求得温差与温度变化率变化关系图 8.1 所示。

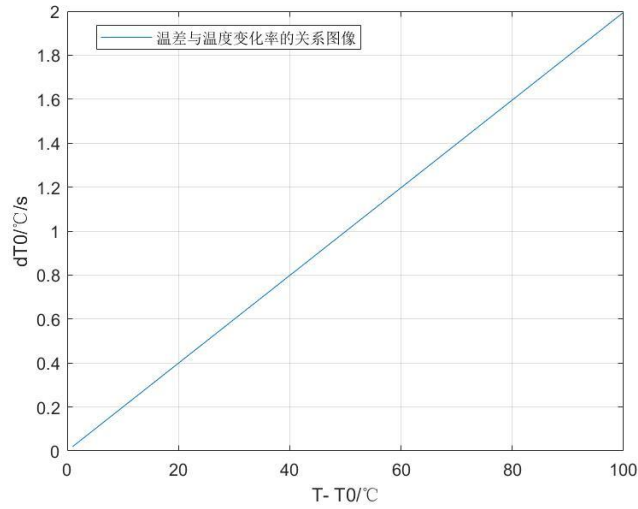


图 8.1 温差与温度变化率的关系图像

由图像可以看出，温差与温度变化率存在明显的线性关系，利用多项式拟合函数得到二者关系为：

$$T - T_0 = 0.01995 * dT_0 + 0.000279$$

Step2: 计算电子元件所处位置的实际温度

由于每个小温区边缘的温度受到相邻区域的影响，因此在上述计算中采用了小温区 1~5 中较为特殊的部分，得到了温差与温度变化率的关系。而根据附件中已知的焊接区域中心温度与计算得到的温度变化率，存在关系式如下：

$$T = 0.01995 * dT_0 + 0.000279 + T_0$$

通过上式可以计算出每时刻下电子元件所处位置的温度，其图形曲线如图 8.2 所示。

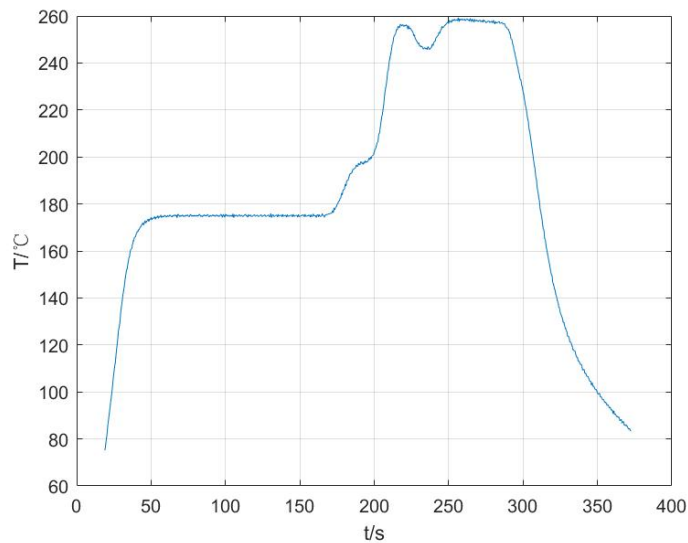


图 8.2 电子元件所处位置的实际温度图像

由图像可以看出，温度在整个过程中的波动是相对较大的，而在 200s 后出现的温度异

常波动可能是由于测量数据出错引起的，这里可以看做维持在 255℃没有变化。针对该图像进行研究，可以得到以下几点结论：

1、在温度的跃变阶段，可以将变化曲线简化，将其看做线性图像，例如由炉前区域向预热区的跃升阶段其线性特征较强，而由小温区六至小温区七的跃升阶段同样有着较强的线性特征。

2、小温区一的温度与设置的温度并不相同，直到小温区二电子元件所处位置的温度才达到预设值。

3、小温区七设置的温度对图像影响不大，在小温区八之前其温度便跃升至小温区八、九预设的温度值。

根据以上几点结论，对于任意预设的温度值，均可以建立分段的线性温度变化模型，从而得到每一点的实际温度。因此，将第一问中给定的预设温度结合给定的速度按分段模型代入计算，得到实际温度的变化曲线，其曲线如图 9.1 所示。

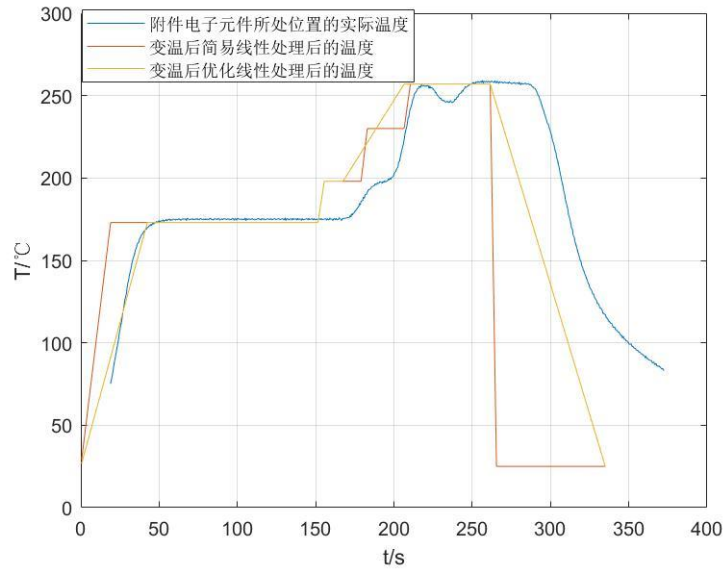


图 9.1 变化后两种优化表示的实际温度图像

可以看到在温度与速度变化后，曲线发生了部分偏移，但可以看到优化的曲线依然较为符合变化趋势。并且与未经过优化的实际温度曲线相比，其趋势更加符合根据附件得出的实际温度曲线，因此采用优化后的实际温度曲线。

Step3: 计算炉温曲线

在得到改变预设温度后，根据以上公式变换，则有：

$$dT_0 = \frac{T - T_0 - 0.000279}{0.01995}$$

为了更好的与原图像的变化趋势进行对比，我们假设初始温度为 30℃，起始点为 19s。由于小温区一至五有着足够的长度，因此可以充分预热，其误差可以忽略。根据差分方程进行迭代，则有：

$$T_n = T_n + dT_{n-1}$$

$$dT_n = \frac{T - T_n - 0.000279}{0.01995}$$

通过这样的迭代过程，便可求得完整的炉温曲线与每隔 0.5s 的电子元件当前温度。

5.1.2.2 回焊炉的温度变化模型的求解

根据附件中的数据，绘制出回焊炉内的温度变化曲线如图 10.1 所示

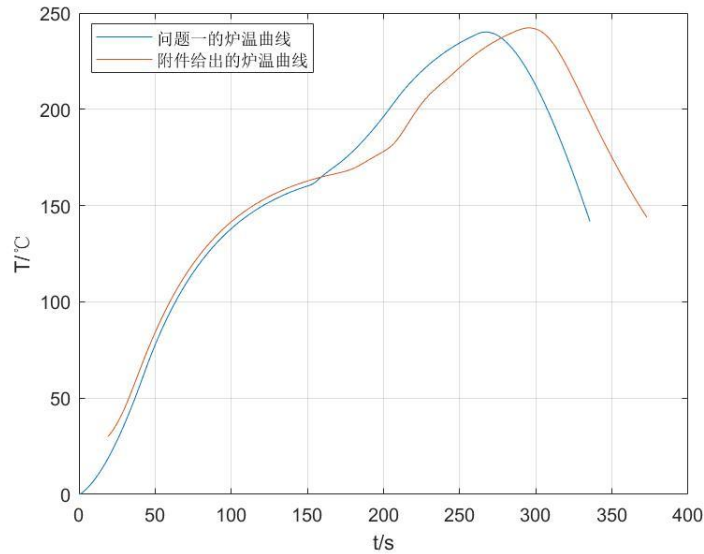


图 10.1 问题一得出的炉温曲线与附件给出的炉温曲线

从曲线可以看出其在小温区 1~5 与根据附件得到的曲线几乎完全相同，由于两次预设的温度仅仅相差 2°C，因此曲线的趋势应大致相同；同样在 6、7 小温区的上升趋势也与根据附件得到的图像一致，反映出模型的可靠性。

5.2 问题二模型的建立与求解

5.2.1 问题二的建模

基于问题一的迭代过程，问题二仅需考虑速度的不同，进而对问题进行求解。因此，采用搜索算法的方式，将搜索步长设置为 0.1cm/min，针对每一个需要搜索的速度，首先需要构造电子元件所处位置的实际温度的分段线性函数，接下来进行迭代求解过程，计算其炉温曲线。在计算炉温曲线的过程中，需要对约束条件进行一系列判断。假设其温度变化率为 ti ，则有：

$$if (ti > 3 \mid ti < -3)$$

$$return false;$$

对于其他约束条件，其判断方式与其同理。在搜索过程中，同样需要注意保留最优速度，假设当前速度为 v ，约束条件的判定结果为 $bool$ ，需要求解的最优速度为 rtv ，在每次搜索过后进行比较，则有：

$$if (v > rtv \& bool == true)$$

$$rtv = v;$$

通过这样的搜索过程，即可计算出题目要求的最大传送带过炉速度。

5.2.2 问题二的求解

经过搜索后，得出当速度为 75.4cm/min 时，根据其速度求得的炉温曲线如图 11.1 所示

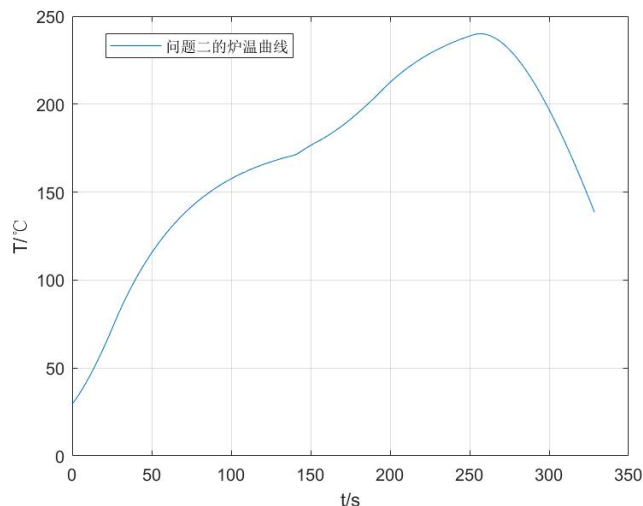


图 11.1 问题二得到的炉温曲线

对于该炉温曲线，其温度最大值为 240°C ，恰巧符合题目要求的边界条件，其余条件也均符合题目的限制条件。可以看出模型是在边界处取得最优值，展现出模型的可靠性。

5.3 问题三的建模与求解

5.3.1 问题三的建模

5.3.1.1 非线性规划模型

由题可知，第四大温区 T_s 的变化范围在 245°C ~ 265°C 以内，则：

$$245^{\circ}\text{C} \leq T_s \leq 265^{\circ}\text{C}$$

由问题一可知：

$$y = -1.918e - 05 * x * x + 0.01255 * x - 1.085$$

初始温度仍设为 30°C ，因此当前温度函数（小温区 8~9 炉温曲线函数）为：

$$T_t = (T_s - 30) * y + 30$$

由题中所给的制程界限可知，炉温曲线的峰值温度范围在 240°C ~ 250°C ，则有不等式如下：

$$240 \leq T_t \leq 250$$

由此可以算出小温区 8~9 时间 x 的范围，经计算， $x < 286\text{s}$ 。

要使阴影部分面积最小，则目标函数 Z_{min} 可以设定为：

$$z_{min} = \int_{x_1}^{x_2} T_t dx - 271 * (x_2 - x_1)$$

其中 x_1 为 271°C 的时间， x_2 为峰值处的时间。

首先确定 x_2 ，由 (1) 可知，在同一设定温度下， y 与 T_t 成正比，则有：

$$y_{max} = T_{tmax}$$

对 y 求导可知， $x_0=327$ 处取得极值，此前导数一直为正，则一直递增，又由 $x < 286\text{s}$ 可知， $x_2 = 286\text{s}$ 。

求得 x_2 后，即可求出传送带速度为：

$$v = (d_1 * 9 + d_2 * 8 + d_3) / x_2$$

计算得出 $v = 71.2 \text{ cm/min}$ 。

5.3.1.2 基于差分方程的搜索算法

Step1: 小温区 8 温度的设计

基于问题二的搜索算法，问题三需要考虑四段温度的预设值，进而对问题进行求解。由于在问题一中，小温区 7 对于整体的温度影响不明显并明显趋近于小温区 8 的温度，在优化过程中将其该段温度曲线转变为线性的函数关系，因此在问题三中仅需考虑三段温度，而小温区 8 的温度由两端小温区的值确定即可。

Step2: 阴影部分面积的求解

根据以上炉温曲线的研究，可以看到在上升至 217℃直到达到最高点的过程中，其温度变化类似线性变化。因此在计算阴影部分时，可以将其近似看做三角形对其积分进行求解。假设达到 217℃时的位置为 x_1 ，达到峰值时的位置为 x_2 ，峰值温度设定为 t_4 ，阴影面积为 S ，其面积可以表示为：

$$S = (x_2 - x_1) * \left(\frac{t_4 - 217}{2}\right)$$

在搜索时对于每一个小温区的温度以及速度均进行搜索，当在该情况下满足题意时，计算其相对应的面积，则最终的面积最小值为：

$$S = \min \{S_1, S_2, S_3 \dots S_{n-1}, S_n\}$$

得到面积最小值时同样保留对应的小温区温度与速度，进而求解出问题结果。

5.3.2 问题三的求解

5.3.2.1 求解非线性规划模型

Step1 对目标函数的求解

x_l 为 271℃的时间，则可根据（1）列出 T_s 与 x_l 的关系式为：

$$(T_s - 30) * (-1.918e - 05 * x_1 * x_1 + 0.01255 * x_1 - 1.085) + 30 = 271$$

由于小温区 8~9 的 T_s 的变化范围在 245℃~265℃以内，可采用搜索算法，设定步长为 1℃，求出一系列对应的 x_l 值，进而进行积分，最终找出最小的面积值 Z_{min} 。

根据计算解得 Z_{min} 的值为 233.83，因此所要求的面积为 233.83。

Step2 其他温区设定温度的求解

计算各小温区的时间段：

小温区 1~5:

$$t_{11} = \frac{d}{v}$$

小温区 6:

$$d_{02} = 25 + d_1 * 6 + d_2 * 5$$

$$t_{12} = d_{02}/v$$

小温区 7:

$$d_{03} = 25 + d_1 * 7 + d_2 * 6$$

$$t_{12} = d_{02}/v$$

时间段如表 12.1:

表 12.1

温区	炉前区域	1~5	6	7
结束时间 (s)	21	166.4	196.3	226.26

此刻已经采用数学的方法计算出传送带速度和小温区 8~9 的设定温度，若要求其他温区的设定温度，则要考虑不同温区的温度变化率与设定温度之间的关系。为了简化问题，可以直接采用基于差分方程的搜索算法求解计算。

5.3.2.2 基于差分方程的搜索算法求解

经过搜索后，解得小温区 1~5 的温度设定为 170°C ，小温区 6 的温度设定为 201°C ，小温区 7 的温度设定为 244°C ，小温区 8、9 的温度设定为 265°C ，传送带的过炉速度设定为 93.2cm/min 。其图 13.1 所示。

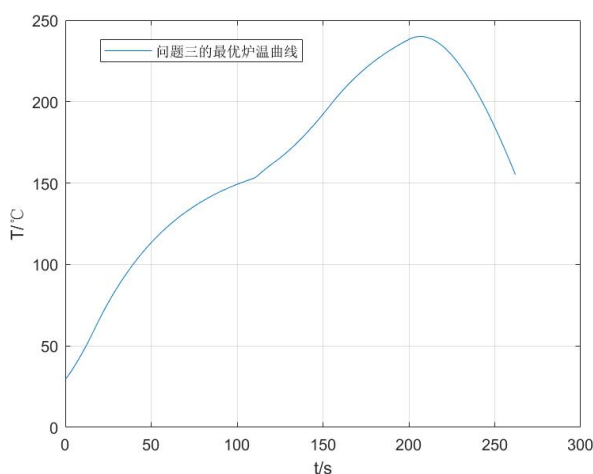


图 13.1 问题三得到的最优炉温曲线

需要求解的面积和温度与速度有关。为了让焊接区域温度大于 217°C 的时间变短，就需要在预热区设置相对较低的温度，在保证充分预热，接近 217°C 的情况下让其在回流区的温差变大，以获得更快的升温速度。在回流区便需要设置相对较大的温度，确保其高额的温差，以便迅速升温至最高点，使其横坐标缩短。虽然回流区温度增高会导致阴影面积的纵坐标变大，但同样使得速度有了更大的上升空间。因为速度变快会使得焊接区域接收到更少的热量，必须依靠提升小温区温度才可以保证达到 240°C 以上的高温。而速度需要设定较快的原因在于，焊接区域需要在抵达最高点后迅速离开高温区，进入冷却区，否则在会长时间停留在回流区，使得区域面积成倍增加。以上几点相辅相成，共同构成了最优炉温曲线的优化方案。

5.4 问题四模型的建立与求解

5.4.1 问题四的建模

基于问题三设计的搜索算法，可以确定不同设定温度，不同传送速度下的炉温曲线，假设刚刚到达 217°C 时的时间为 x_1 ，到达最高点的时间为 x_2 ，回落至 217°C 的时间为 x_3 ，理想对称中心为 x_{02} ，则有：

$$x_{02} = (x_1 + x_3)/2$$

设实际对称中心为 x_{03} ，最优对称中心差距为 x_3 ，时间差为 Δx ，则有：

$$x_3 = |x_{02} - x_{03}|$$

$$\Delta x = |x_3 - x_{03}|$$

设实际阴影面积为 S ，最小阴影面积为 S_{\min} ，面积差为 Δs ，则：

$$\Delta s = |s - s_{min}|$$

由于在炉温曲线中同时满足最优情况的点大概率不存在，因此仅要求出满足 Δx 和 Δs 都较小的最优解。可以基于问题三的搜索算法上加入范围控制条件，使其满足的条件如下：

$$x_{min} < \Delta x < x_{max}$$

$$s_{min} < \Delta s < s_{max}$$

找出满足条件的不同温区的设定温度，传送带过炉速度即可绘制出最优曲线。

5.4.2 问题四的求解

首先不考虑面积问题，针对对称问题进行求解，求解满足条件的对称最优条件。经过搜索后，解得小温区 1~5 的温度设定为 165℃，小温区 6 的温度设定为 185℃，小温区 7 的温度设定为 239℃，小温区 8、9 的温度设定为 265℃，传送带的过炉速度设定为 87.6cm/min，其与理想对称中心差值为 8。其图像 14.1 所示：

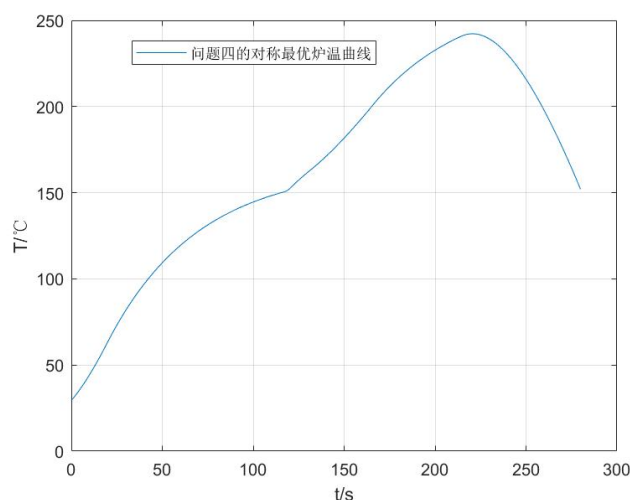


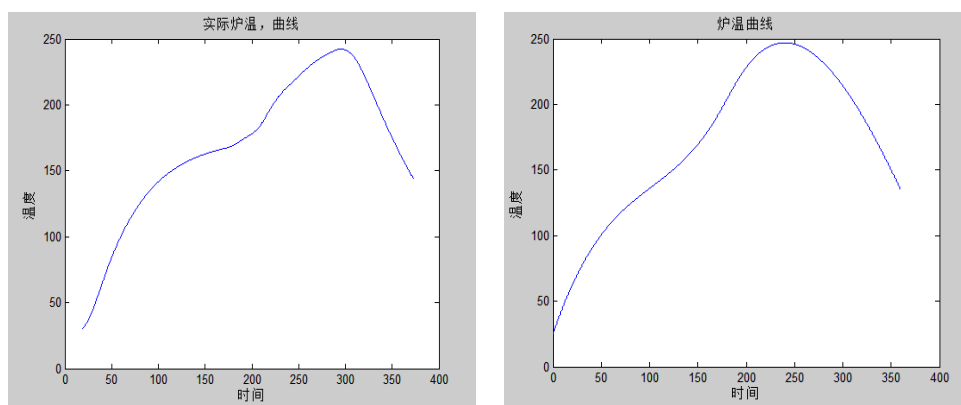
图 14.1 问题四得到的对称最优炉温曲线

可以看出其对称性相对较好，可以较好的满足题意。但对于该对称最优炉温曲线，其题目所需覆盖面积为 1920，相较 1680 差距略大。在本题中我们认为覆盖面积最为重要，因此设定面积差值必须小于 100，求解相对来说最优的对称炉温曲线。

六 模型的评价

6.1 问题一的模型评价

针对问题一的两种方法，对于第一种方法可作出已知模型与预测模型的比较：



已知模型

预测模型

由图可知，优点在于预测模型与已知模型轮廓基本相似，由于传送带速度不同，小温区设定温度不同，因此时间、升温速率有少量变化是合理的，整体来说拟合效果比较好。缺点在于插值的结果并不能保证符合题目约束条件，且插值点的选取对图形整体变化的趋势影响较大。

对于第二种方法，其优点在于充分考虑了全局的温度变化，其结果的可视化效果较好。其缺点在于没有充分考虑温度的细致变化，利用线性模型代替电子元件所处位置实际温度的变化，使得结果存在一定误差。

6.2 问题二的模型评价

针对问题二，其优点在于利用搜索算法搜索全部解空间，可以得到全局最优解，且由于仅需针对速度进行搜索，其消耗的时间较小。其缺点与问题一的第二种方法相同。

6.3 问题三的模型评价

针对问题三的两种方法，第一种方法采用非线性规划模型，利用曲线积分的方式求解炉温曲线中超过 217°C 到峰值温度所覆盖的最小面积和传送带的速度，优点是所计算的最小面积会更加精确，缺点是由于要计算其他小温区的设定温度，还要考虑不同温区的温度变化率与设定温度之间的关系，后续思路较为复杂。

第二种方法主要基于差分方程，采用搜索算法根据制程界限和题目中其他条件，迭代出所有可能情况，优点是数据结果更完整，也利于观察和分析数据，缺点是可搜索的解空间过大，需要大量时间进行搜索，且在计算区域积分时为降低时间复杂度，将积分区域简化为三角形，使得其存在部分误差。

6.4 问题四的模型评价

针对问题四，其优点在于首先求解出对称的最优炉温曲线，再结合对称最优与面积最优进行分析求解，使得求解的过程变的更加简易。其缺点在于无法求得全局的最优解，仅能根据人为设定的条件求解得到局部最优解。

七 参考文献

- [1] 司守奎, 孙兆亮. 数学建模算法与应用[M]. 国防工业出版社: 北京, 2015. 4:21.
- [2] 蔡海涛, 李威, 王浩. 回流焊接温度曲线控制研究. 微处理机, 2008, 29(5):24-26.
- [3] 冯志刚, 郁鼎文, 朱云鹤. 回流焊工艺参数对温度曲线的影响. 电子工艺技术, 2004, 25(6):243-246.

八 附录

问题一:

Exp_1_1.m

```
function [fitresult, gof] = Exp_1_1(x0, y01)
[xData, yData] = prepareCurveData( x0, y01 );
% Set up fittype and options.
ft = fittype( 'poly2' );
opts = fitoptions( ft );
opts.Lower = [-Inf -Inf -Inf];
opts.Upper = [Inf Inf Inf];
% Fit model to data.
[fitresult, gof] = fit( xData, yData, ft, opts );
% Plot fit with data.
figure( 'Name', 'untitled fit 1' );
h = plot( fitresult, xData, yData );
legend( h, 'y01 vs. x0', 'untitled fit 1', 'Location', 'NorthEast' );
% Label axes
xlabel( 'x0' );
ylabel( 'y01' );
grid on
```

Exp_1_2.m

```
function [fitresult, gof] = Exp_1_2(x2, y02)
[xData, yData] = prepareCurveData( x2, y02 );
% Set up fittype and options.
ft = fittype( 'gauss2' );
opts = fitoptions( ft );
opts.Display = 'Off';
opts.Lower = [-Inf -Inf 0 -Inf -Inf 0];
opts.StartPoint = [1.01813793103448 199 16.8134273762815 0.896168843452933
169.5 5.64598256864825];
opts.Upper = [Inf Inf Inf Inf Inf Inf];
% Fit model to data.
[fitresult, gof] = fit( xData, yData, ft, opts );
% Plot fit with data.
figure( 'Name', 'untitled fit 1' );
h = plot( fitresult, xData, yData );
legend( h, 'y02 vs. x2', 'untitled fit 1', 'Location', 'NorthEast' );
% Label axes
xlabel( 'x2' );
ylabel( 'y02' );
grid on
```


Exp_1_3.m

```
function [fitresult, gof] = Exp_1_3(x3, y03)
[xData, yData] = prepareCurveData( x3, y03 );
% Set up fittype and options.
ft = fittype( 'gauss2' );
opts = fitoptions( ft );
opts.Display = 'Off';
opts.Lower = [-Inf -Inf 0 -Inf -Inf 0];
opts.StartPoint = [1.22420689655172 230 11.8497403430173 1.02634441674838
204.5 10.749993145635];
opts.Upper = [Inf Inf Inf Inf Inf Inf];
% Fit model to data.
[fitresult, gof] = fit( xData, yData, ft, opts );
% Plot fit with data.
figure( 'Name', 'untitled fit 1' );
h = plot( fitresult, xData, yData );
legend( h, 'y03 vs. x3', 'untitled fit 1', 'Location', 'NorthEast' );
% Label axes
xlabel( 'x3' );
ylabel( 'y03' );
grid on
```

Exp_1_4.m

```
function [fitresult, gof] = Exp_1_4(x4, y04)
[xData, yData] = prepareCurveData( x4, y04 );
% Set up fittype and options.
ft = fittype( 'poly2' );
opts = fitoptions( ft );
opts.Lower = [-Inf -Inf -Inf];
opts.Upper = [Inf Inf Inf];
% Fit model to data.
[fitresult, gof] = fit( xData, yData, ft, opts );
% Plot fit with data.
figure( 'Name', 'untitled fit 1' );
h = plot( fitresult, xData, yData );
legend( h, 'y04 vs. x4', 'untitled fit 1', 'Location', 'NorthEast' );
% Label axes
xlabel( 'x4' );
ylabel( 'y04' );
grid on
```

Exp_1_5.m

```
x=[0 85.5 167.5 194.8 265 350];
y=[25 127.4 187.9 222.7 241 150];
```

```

xi=0:0.1:360;
yi=spline(x,y,xi);
plot(xi,yi)
xlabel('时间'), ylabel('温度'), title('炉温曲线');
squ = double(squ);

```

Exp_1_6.m

```

clear
clc
xlsread('附件.xlsx');
s = ans(:,1);
C = ans(:,2);
plot(s,C)
for i = 104 : 1 : 174
    temp(i - 103) = 175 - C(i);
    temp1(i - 103) = (C(i+1)-C(i))/0.5;
end
polyfit(temp,temp1,1);
x = 1 : 1 : 100;
y = 0.01995.*x + 0.000279;
plot(x,y)
xlabel('T- T0/°C')
ylabel('dT0/°C/s')
legend('温差与温度变化率的关系图像')
grid on

```

Exp_1_7.m

```

clear
clc
xlsread('附件.xlsx');
s = ans(:,1);
C = ans(:,2);
for i = 1 : 1 : 708
    change(i) = (C(i+1)-C(i))/0.5;
    realdelt(i) = (change(i) - 0.000279)/0.01995;
    T(i) = realdelt(i) + C(i);
end
x = 19 : 0.5 : 372.5;
plot(x,T)
xlabel('t/s')
ylabel('T/°C')
grid on
hold on
clear

```

```

clc
for i = 0.5 : 0.5 : 19
    T(2*i) = 7.7895 .* i + 25;
end
for i = 19 : 0.5 : 151.5
    T(2*i) = 173;
end
for i = 0.5 : 0.5 : 19
    T(2*i) = 7.7895 .* i + 25;
end
for i = 19.5 : 0.5 : 151.5
    T(2*i) = 173;
end
for i = 152 : 0.5 : 155.5
    T(2*i) = 6.25.*i -773.875;
end
for i = 156 : 0.5 : 179
    T(2*i) = 198;
end
for i = 179.5 : 0.5 : 183
    T(2*i) = 8.*i-1234;
end
for i = 183.5 : 0.5 : 206.5
    T(2*i) = 230;
end
for i = 207 : 0.5 : 210.5
    T(2*i) = 6.75 .* i - 1163.875;
end
for i = 211 : 0.5 : 261
    T(2*i) = 257;
end
for i = 261.5 : 0.5 : 265.5
    T(2*i) = -58.*i+15424;
end
for i = 266 : 0.5 : 335
    T(2*i) = 25;
end
x = 0 : 0.5 : 335;
x = 0.5 : 0.5 : 335;
plot(x,T)
xlabel(' t/s')
ylabel(' T/°C')
grid on
hold on

```

```

for i = 0.5 : 0.5 : 42.5
    T(2*i) = 3.4824 .*i + 25;
end
for i = 167.5 : 0.5 : 206.5
    T(2*i) = 1.5128.*i - 55.394;
end
for i = 206.5 : 0.5 : 210.5
    T(2*i) = 257;
end
for i = 261.5 : 0.5 :335
    T(2*i) = -3.1565.*i + 1082.425;
end
x1 = 0.5:0.5 :335;
plot(x1,T)
legend('附件电子元件所处位置的实际温度','变温后简易线性处理后的温度','变温
后优化线性处理后的温度')

```

Exp_1_8.m

```

clear
clc
for i = 0.5 : 0.5 : 19
    T(2*i) = 7.7895 .* i + 25;
end
for i = 19 : 0.5 : 151.5
    T(2*i) = 173;
end
for i = 0.5 : 0.5 : 19
    T(2*i) = 7.7895 .* i + 25;
end
for i = 19.5 : 0.5 : 151.5
    T(2*i) = 173;
end
for i = 152 : 0.5 : 155.5
    T(2*i) = 6.25.*i -773.875;
end
for i = 156 : 0.5 : 179
    T(2*i) = 198;
end
for i = 179.5 : 0.5 : 183
    T(2*i) = 8.*i-1234;
end
for i = 183.5 : 0.5 : 206.5
    T(2*i) = 230;
end

```

```

for i = 207 : 0.5 : 210.5
    T(2*i) = 6.75 .* i - 1163.875;
end
for i = 211 : 0.5 : 261
    T(2*i) = 257;
end
for i = 261.5 : 0.5 : 265.5
    T(2*i) = -58.*i+15424;
end
for i = 266 : 0.5 : 335
    T(2*i) = 25;
end
for i = 0.5 : 0.5 : 42.5
    T(2*i) = 3.4824 .*i + 25;
end
for i = 167.5 : 0.5 : 206.5
    T(2*i) = 1.5128.*i - 55.394;
end
for i = 206.5 : 0.5 : 210.5
    T(2*i) = 257;
end
for i = 261.5 : 0.5 :335
    T(2*i) = -3.1565.*i + 1082.425;
end
for i = 19 : 0.5 : 335
    t(2*i) = 30;
end

for i = 19 : 0.5 : 335
    delt(2*i) = T(2*i)-t(2*i);
    ti(2*i) = 0.01995 * delt(2*i) +0.000279;
    t(2*i+1) = t(2*i) + (ti(2*i)/2);
end

for i = 38 : 1 : 671
    realt(i-37) = t(i);
end
i = 19 : 0.5 : 335.5;
plot(i,realT)
xlabel('t/s')
ylabel('T/°C')
grid on
hold on
xlsread('附件.xlsx');

```

```

s = ans(:,1);
C = ans(:,2);
plot(s,C)
legend('问题一的炉温曲线','附件给出的炉温曲线')

```

问题二:

Exp_2_1.m

```

syms x;
squ = 1000000;
for Ts = 245 : 1 : 265
    f(x) = -1.918e-05.*x.*x + 0.01255.*x - 1.085 - (217-30)/(Ts-30);
    sol = vpa(solve(f(x)));
    y = (Ts-30).*(-1.918e-05.*x.*x + 0.01255.*x - 1.085) + 30;
    sol = double(sol(1));
    quad = int(y,x,[sol,286]);
    quad = quad - (286 - sol) * 217;
    if quad < squ
        squ = quad;
        temp = Ts;
        temp1 = sol;
    end
end
end

```

Exp_2_2.m

```

clear
clc
flag0 = 0;
flag1 = 0;
for v = 65 : 0.1 : 100
    for i = 0.5 : 0.5 : 3330/v
        T(2*i) = 0.0471.*i.*v + 25;
    end
    for i = round(3330/v) : 0.5 : 11850/v
        T(2*i) = 182;
    end
    for i = round(11850/v) : 0.5 : 12150/v
        T(2*i) = 0.07.*i.*v - 647.5;
    end
    for i = round(12150/v) : 0.5 : 13065/v
        T(2*i) = 203;
    end
    for i = round(13065/v) : 0.5 : 16110/v
        T(2*i) = 0.0167.*i.*v - 15.1855;
    end
end

```

```

for i = round(16110/v) : 0.5 : 20370/v
    T(2*i) = 254;
end
for i = round(20370/v) : 0.5 : 26130/v
    T(2*i) = -0.0398.*i.*v+1064.974;
end
for i = 19 : 0.5 : 26130/v
    t(2*i) = 30;
end
for i = 19 : 0.5 : 26130/v
    delT(2*i) = T(2*i)-t(2*i);
    ti(2*i) = 0.01995 * delT(2*i) +0.000279;
    if ti(2*i) > 3 | ti(2*i) < -3
        trig = 0;
    end
    t(2*i+1) = t(2*i) + (ti(2*i)/2);
    if t(2*i+1) >150 & t(2*i+1) <190
        flag0 = flag0 + 0.5;
    end
    if t(2*i + 1)>217
        flag1 = flag1 + 0.5;
    end
end
if flag0 > 120 | flag0 < 60
    trig = 0;
end
if flag1 > 90 | flag1 < 40
    trig = 0;
end
if max(t) > 250 | max(t) < 240
    trig = 0;
end
if trig == 1
    sav = v;
end
clear T;
clear t;
clear ti;
clear delT;
flag0 = 0;
flag1 = 0;
trig =1;
end

```

问题三:

Exp_3_1.m

```
syms x;
squ = 1000000;
for Ts = 245 : 1 : 265
    f(x) = -1.918e-05.*x.*x + 0.01255.*x - 1.085 - (217-30)/(Ts-30);
    sol = vpa(solve(f(x)));
    y = (Ts-30).*(-1.918e-05.*x.*x + 0.01255.*x - 1.085) + 30;
    sol = double(sol(1));
    quad = int(y,x,[sol,286]);
    quad = quad - (286 - sol) * 217;
    if quad < squ
        squ = quad;
        temp = Ts;
        temp1 = sol;
    end
end
squ = double(squ);
```

Exp_3_2.m

```
function [sav,rtt] = Exp_3_2(t1,t2,t4)
flag0 = 0;
flag1 = 0;
sav = 0;
j = 0;
trig = 1;
rtt = 10000000;
T = zeros(1,26130/65);
t = zeros(1,26130/65);
delt = zeros(1,26130/65);
ti = zeros(1,26130/65);
temp = zeros(1,26130/130);
for v = 65 : 0.1 : 100
    for i = 0.5 : 0.5 : 3330/v
        T(2*i) = (t1-25)./3300.*i.*v + 25;
    end
    for i = round(3330/v) : 0.5 : 11850/v
        T(2*i) = t1;
    end
    for i = round(11850/v) : 0.5 : 12150/v
        k1 = (t2-t1)./(12150 - 11850).*v;
        b1 = k1 .* 11850./v - t1;
        T(2*i) = k1.*i - b1;
    end
end
```



```

for i = round(12150/v) : 0.5 : 13065/v
    T(2*i) = t2;
end
for i = round(13065/v) : 0.5 : 16110/v
    k2 = (t4-t2)./(16110-13065).*v;
    b2 = k2 .* 13065./v - t2;
    T(2*i) = k2.*i - b2;
end
for i = round(16110/v) : 0.5 : 20370/v
    T(2*i) = t4;
end
for i = round(20370/v) : 0.5 : 26130/v
    k3 = (25 - t4)./(26130-20370).*v;
    b3 = k3 .* 20370./v - t4;
    T(2*i) = k3.*i - b3;
end
for i = 19 : 0.5 : 26130/v
    t(2*i) = 30;
end
for i = 19 : 0.5 : 26130/v
    delT(2*i) = T(2*i)-t(2*i);
    ti(2*i) = 0.01995 * delT(2*i) +0.000279;
    if ti(2*i) > 3 | ti(2*i) < -3
        trig = 0;
    end
    t(2*i+1) = t(2*i) + (ti(2*i)/2);
    if t(2*i+1) >150 & t(2*i+1) <190
        flag0 = flag0 + 0.5;
    end
    if t(2*i + 1) > 217
        flag1 = flag1 + 0.5;
    end
end
if flag0 > 120 | flag0 < 60
    trig = 0;
end
if flag1 > 90 | flag1 < 40
    trig = 0;
end
if max(t) > 250 | max(t) < 240
    trig = 0;
end
if trig == 1
    x1 = find(t > 217,1);

```

```

        x2 = find(t == max(t),1);
        x3 = (x2-x1);
        squ = x3.*(t4 - 217)/2;
        if squ < rtt
            rtt = squ;
            sav = v;
        end
    else
        squ = 10000000;
        if squ < rtt
            rtt = squ;
            sav = v;
        end
    end
end
clear T;
clear t;
clear ti;
clear delt;
flag0 = 0;
flag1 = 0;
j = 0;
trig = 1;
end

```

Exp_3_3.m

```

clear
clc
squ = 1000000;
for t1 = 165 : 1 : 185
    for t2 = 185 : 1 : 205
        for t3 = 245 : 1 : 265
            [sav,rtt] = Exp_3_2(t1,t2,t3);
            if rtt < squ
                squ = rtt;
                sav1 = sav;
                tt1 = t1;
                tt2 = t2;
                tt3 = t3;
            end
        end
    end
end
end

```

Exp_3_4.m

```

clear
clc
v = 93.2;
t1 = 170;
t2 = 201;
t4 = 265;
for i = 0.5 : 0.5 : 3330/v
    T(2*i) = (t1-25)./3300.*i.*v + 25;
end
for i = round(3330/v) : 0.5 : 11850/v
    T(2*i) = t1;
end
for i = round(11850/v) : 0.5 : 12150/v
    k1 = (t2-t1)./(12150 -11850).*v;
    b1 = k1 .* 11850./v - t1;
    T(2*i) = k1.*i - b1;
end
for i = round(12150/v) : 0.5 : 13065/v
    T(2*i) = t2;
end
for i = round(13065/v) : 0.5 : 16110/v
    k2 = (t4-t2)./(16110-13065).*v;
    b2 = k2 .* 13065./v - t2;
    T(2*i) = k2.*i - b2;
end
for i = round(16110/v) : 0.5 : 20370/v
    T(2*i) = t4;
end
for i = round(20370/v) : 0.5 : 26130/v
    k3 = (25 - t4)./(26130-20370).*v;
    b3 = k3 .* 20370./v - t4;
    T(2*i) = k3.*i - b3;
end
for i = 19 : 0.5 : 26130/v
    t(2*i) = 30;
end
for i = 19 : 0.5 : 26130/v
    delT(2*i) = T(2*i)-t(2*i);
    ti(2*i) = 0.01995 * delT(2*i) +0.000279;
    t(2*i+1) = t(2*i) + (ti(2*i)/2);
end
for i = 38 : 1 : 561
    temp(i-37) = t(i);
end

```

```

i = 0.5 : 0.5 : 524/2;
plot(i,temp)
xlabel('t/s')
ylabel('T/°C')
grid on
legend('问题三的最优炉温曲线');
x1 = find(t > 217,1);
x2 = find(t == max(t),1);
x3 = (x2-x1);
squ = x3.*(t4 - 217)/2;

```

问题四:

```

Exp_4_1.m
function [sav,rtt] = Exp_4_1(t1,t2,t4)
flag0 = 0;
flag1 = 0;
sav = 0;
j = 0;
trig = 1;
rtt = 10000000;
T = zeros(1,26130/65);
t = zeros(1,26130/65);
delt = zeros(1,26130/65);
ti = zeros(1,26130/65);
temp = zeros(1,26130/130);
for v = 65 : 0.1 : 100
    for i = 0.5 : 0.5 : 3330/v
        T(2*i) = (t1-25)./3300.*i.*v + 25;
    end
    for i = round(3330/v) : 0.5 : 11850/v
        T(2*i) = t1;
    end
    for i = round(11850/v) : 0.5 : 12150/v
        k1 = (t2-t1)./(12150 -11850).*v;
        b1 = k1 .* 11850./v - t1;
        T(2*i) = k1.*i - b1;
    end
    for i = round(12150/v) : 0.5 : 13065/v
        T(2*i) = t2;
    end
    for i = round(13065/v) : 0.5 : 16110/v
        k2 = (t4-t2)./(16110-13065).*v;
        b2 = k2 .* 13065./v - t2;
        T(2*i) = k2.*i - b2;
    end
end

```

```

end
for i = round(16110/v) : 0.5 : 20370/v
    T(2*i) = t4;
end
for i = round(20370/v) : 0.5 : 26130/v
    k3 = (25 - t4)./(26130-20370).*v;
    b3 = k3 .* 20370./v - t4;
    T(2*i) = k3.*i - b3;
end
for i = 19 : 0.5 : 26130/v
    t(2*i) = 30;
end
for i = 19 : 0.5 : 26130/v
    delt(2*i) = T(2*i)-t(2*i);
    ti(2*i) = 0.01995 * delt(2*i) +0.000279;
    if ti(2*i) > 3 | ti(2*i) < -3
        trig = 0;
    end
    t(2*i+1) = t(2*i) + (ti(2*i)/2);
    if t(2*i+1) >150 & t(2*i+1) <190
        flag0 = flag0 + 0.5;
    end
    if t(2*i + 1) > 217
        flag1 = flag1 + 0.5;
    end
end
if flag0 > 120 | flag0 < 60
    trig = 0;
end
if flag1 > 90 | flag1 < 40
    trig = 0;
end
if max(t) > 250 | max(t) < 240
    trig = 0;
end
if trig == 1
    x1 = find(t > 217,1);
    x2 = find(t == max(t),1);
    x3 = max(find(t > 217));
    squ = abs((x1+x3)/2 - x2);
    if squ < rtt
        rtt = squ;
        sav = v;
    end
end

```

```

else
    squ = 10000000;
    if squ < rtt
        rtt = squ;
        sav = v;
    end
end
clear T;
clear t;
clear ti;
clear delt;
flag0 = 0;
flag1 = 0;
j = 0;
trig = 1;
end

```

Exp_4_2.m

```

clear
clc
squ = 1000000;
for t1 = 165 : 1 : 185
    for t2 = 185 : 1 : 205
        for t3 = 245 : 1 : 265
            [sav,rtt] = Exp_4_1(t1,t2,t3);
            if rtt < squ
                squ = rtt;
                sav1 = sav;
                tt1 = t1;
                tt2 = t2;
                tt3 = t3;
            end
        end
    end
end
end
end

```

Exp_4_3.m

```

clear
clc
v = 87.6;
t1 = 165;
t2 = 205;
t4 = 265;
for i = 0.5 : 0.5 : 3330/v

```

```

    T(2*i) = (t1-25)./3300.*i.*v + 25;
end
for i = round(3330/v) : 0.5 : 11850/v
    T(2*i) = t1;
end
for i = round(11850/v) : 0.5 : 12150/v
    k1 = (t2-t1)./(12150 -11850).*v;
    b1 = k1 .* 11850./v - t1;
    T(2*i) = k1.*i - b1;
end
for i = round(12150/v) : 0.5 : 13065/v
    T(2*i) = t2;
end
for i = round(13065/v) : 0.5 : 16110/v
    k2 = (t4-t2)./(16110-13065).*v;
    b2 = k2 .* 13065./v - t2;
    T(2*i) = k2.*i - b2;
end
for i = round(16110/v) : 0.5 : 20370/v
    T(2*i) = t4;
end
for i = round(20370/v) : 0.5 : 26130/v
    k3 = (25 - t4)./(26130-20370).*v;
    b3 = k3 .* 20370./v - t4;
    T(2*i) = k3.*i - b3;
end
for i = 19 : 0.5 : 26130/v
    t(2*i) = 30;
end
for i = 19 : 0.5 : 26130/v
    delT(2*i) = T(2*i)-t(2*i);
    ti(2*i) = 0.01995 * delT(2*i) +0.000279;
    t(2*i+1) = t(2*i) + (ti(2*i)/2);
end
for i = 38 : 1 : 597
    temp(i-37) = t(i);
end
i = 0.5 : 0.5 : 560/2;
plot(i,temp)
xlabel('t/s')
ylabel('T/°C')
grid on
legend('问题四的对称最优炉温曲线');
x1 = find(t > 217,1);

```

```
x2 = find(t == max(t), 1);  
x3 = (x2-x1);  
squ = x3.*(t4 - 217)/2;
```