g) Pasa por los puntos de coordenadas $(7,9,1)$ $(-2,-3,2)$ $(1,5,5)$ y $(-6,2,5)$.

Buscamos la ecuación de una esfera que pasa por estos 4 puntos.

$$\mathcal{E}) \quad (x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=r^2$$

donde (x_0, y_0, z_0) es el centro de $\mathcal{E}$ y r es el radio

Como la esfera pasa por los puntos $(7,9,1)$ $(-2,-3,2)$ $(1,5,5)$ y $(-6,2,5)$ se tiene que cada uno de estos ptos verifica la ecuación de $\mathcal{E})$. Esto es

$$P_1(7,9,1) \in \mathcal{E}) \ , \quad (7-x_0)^2+(9-y_0)^2+(1-z_0)^2=r^2 \quad E_1$$
$$P_2(-2,-3,2) \in \mathcal{E}) \ , \quad (-2-x_0)^2+(-3-y_0)^2+(2-z_0)^2=r^2 \quad E_2$$
$$P_3(1,5,5) \in \mathcal{E}) \ , \quad (1-x_0)^2+(5-y_0)^2+(5-z_0)^2=r^2 \quad E_3$$
$$P_4(-6,2,5) \in \mathcal{E}) \ , \quad (-6-x_0)^2+(2-y_0)^2+(5-z_0)^2=r^2 \quad E_4$$

Es decir x_0, y_0, z_0 y r satisfacen simultáneamente las ecuaciones E_1, E_2, E_3 y E_4. luego.

$$S \begin{cases} (7-x_0)^2+(9-y_0)^2+(1-z_0)^2=r^2 & (E_1) \\ (-2-x_0)^2+(-3-y_0)^2+(2-z_0)^2=r^2 & (E_2) \\ (1-x_0)^2+(5-y_0)^2+(5-z_0)^2=r^2 & (E_3) \\ (-6-x_0)^2+(2-y_0)^2+(5-z_0)^2=r^2 & (E_4) \end{cases} \quad (*)$$

Desarrollando cada binomio cuadrado

$$S \begin{cases} x_0^2+y_0^2+z_0^2-14x_0-18y_0-2z_0+131-r^2=0 & (E_1) \\ x_0^2+y_0^2+z_0^2+4x_0+6y_0-4z_0+17-r^2=0 & (E_2) \\ x_0^2+y_0^2+z_0^2-2x_0-10y_0-10z_0+51-r^2=0 & (E_3) \\ x_0^2+y_0^2+z_0^2+12x_0-4y_0-10z_0+65-r^2=0 & (E_4) \end{cases}$$

Restamos las ecuaciónes (E_1) y (E_2)

$$
\begin{array}{llllllll}
(E_1) & x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 & -14x_0 & -18y_0 & -2z_0 & +131 & -r_2 & =0 \\
-(E_4) & x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 & +4x_0 & +6y_0 & -4z_0 & +17 & -r^2 & =0 \\
\hline
 & / \quad / \quad / & -18x_0 & -24y_0 & +2z_0 & +114 & / & =0
\end{array}
$$

luego restamos (E_1) y (E_3) y se obtiene la ecuación

$$-12x_0 - 8y_0 + 8z_0 + 80 = 0$$

y también (E_1) y (E_4) obtemendo

$$-26x_0 - 14y_0 + 8z_0 + 66 = 0$$

Así se tiene el sistema equivalente

$$
\begin{cases}
-18x_0 - 24y_0 + 2z_0 + 114 = 0 \\
-12x_0 - 8y_0 + 8z_0 + 80 = 0 \\
-26x_0 - 14y_0 + 8z_0 + 66 = 0.
\end{cases}
$$

Resolviendo este sistemo de 3 ecuaciones lineales con 3 incógnitas se tiene

$$x_0 = -4$$
$$y_0 = 7$$
$$z_0 = -9$$

Es decir, el centro de la esfera es el punto $(-4, 7, -9)$

Para hallar el radio de la esfera reemplazamos el centro en las ecuaciones del sistema (*). Por ejemplo en (E_1)

$$(7 - x_0)^2 + (9 - y_0)^2 + (1 - z_0)^2 = r^2$$

$$(7 - (-4))^2 + (9 - 7)^2 + (1 - (-9))^2 = r^2$$

$$11^2 + 2^2 + 10^2 = r^2$$

$$225 = r^2$$

$$15 = r$$

la ecuación de la esfera que pasa por los 4 ptos es

$$\boxed{8) \quad (x+4)^2 + (y-7)^2 + (z+9)^2 = 15^2.}$$