PRÁCTICA 5 - Introducción al Cálculo Integral

PRIMITIVAS DE FUNCIONES ELEMENTALES.

1. Hallar las primitivas de las siguientes funciones:

(a) $f_1(x) = 3x - 5$

(b) $f_2(x) = x^3 + 4x - 2$

(c) $f_3(x) = \dfrac{x^2-1}{1+x^2}$

(d) $f_4(x) = \dfrac{e^x}{2} + 3\cos x$

(e) $f_5(x) = 1 - \tan^2 x$

(f) $f_6(x) = \cos^2 \dfrac{x}{2} - \sin^2 \dfrac{x}{2}$

(g) $f_7(x) = 2\sin\dfrac{x}{2}\cos\dfrac{x}{2}$

(h) $f_8(x) = 2e^x - 2^x - x^2$

(i) $f_9(x) = \dfrac{3}{\sin^2 x}$

REGLA DE SUSTITUCIÓN.

2. Hallar las primitivas de las siguientes funciones:

(a) $\dfrac{1}{3-5x}$

(b) $(4-7x)^2$

(c) $\dfrac{1}{x^2-2x+1}$

(d) $e^{3x} + \cos 2x$

(e) $x^2\cos(x^3)$

(f) $\tan x$

(g) $(x+1)\sqrt{x^2+2x+1}$

(h) $\dfrac{2x-7}{(x^2-7x+4)^3}$

(i) $\dfrac{3}{1+9x^2}$

(j) $\dfrac{2}{\sqrt{1-(2x)^2}}$

3. Probar que integrales de la forma $\displaystyle\int R(e^x)\,dx$, mediante la sustitución $u = e^x$, se reducen a integrales de la forma $\displaystyle\int \frac{R(u)}{u}\,du$. Hallar las primitivas de las siguientes funciones:

(a) $\dfrac{e^{2x}}{e^{2x}-1}$

(b) $(1+e^x)^{-1}$

(c) $\dfrac{e^x\sqrt{e^x-1}}{e^x-1}$

INTEGRACIÓN POR PARTES.

4. Calcular las siguientes integrales:

(a) $\displaystyle\int \frac{-2x}{e^x}\,dx$

(b) $\displaystyle\int 3x^2\ln x\,dx$

(c) $\displaystyle\int x\sin x\,dx$

(d) $\displaystyle\int e^{2x}\cos x\,dx$

(e) $\displaystyle\int x^2\cos 5x\,dx$

(f) $\displaystyle\int e^{-x}\sin 3x\,dx$

(g) $\displaystyle\int (x^2+5x-3)e^x\,dx$

(h) $\displaystyle\int \frac{x^2+5x-3}{e^x}\,dx$

(i) $\displaystyle\int \sin(\ln x)\,dx$

(j) $\displaystyle\int \cos(\ln x)\,dx$

(k) $\displaystyle\int x(2+\ln x)\,dx$

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119

PRIMITIVAS DE FUNCIONES RACIONALES.

5. Halle las primitivas de las siguientes funciones racionales usando el método de fracciones simples.

(a) $\dfrac{1}{7-8x}$

(b) $\dfrac{1}{(3x-4)^2}$

(c) $\dfrac{1}{x^2-1}$

(d) $\dfrac{1}{(x+1)(2x+1)^2}$

(e) $\dfrac{8x^3+7}{(x+1)(2x+1)^2}$

(f) $\dfrac{1}{x^3-x}$

(g) $\dfrac{1}{(x^3-x)^2}$

(h) $\dfrac{2x+1}{(x^3-x)}$

(i) $\dfrac{1+\sinh x}{1+\cosh x}$

LA REGLA DE BARROW.

6. Aplicando la regla de Barrow calcular las siguientes integrales:

(a) $\displaystyle\int_0^1 2x(\sqrt{x}+\sqrt[5]{x})\,dx$

(b) $\displaystyle\int_1^{\sqrt{3}} \frac{\sqrt{x}-2x^2+5}{x^2}\,dx$

(c) $\displaystyle\int_1^{\sqrt{3}} \frac{x^2}{x^2+1}\,dx$

(d) $\displaystyle\int_{-1}^{2} |x-x^2|\,dx$

(e) $\displaystyle\int_{-2}^{2}(4-x^2)\,dx+\int_2^4(x-2)\,dx$

(f) $\displaystyle\int_{-1}^{0}\frac{dx}{3-5x}$

(g) $\displaystyle\int_{-1}^{0}\frac{dx}{(4-7x)^2}$

(h) $\displaystyle\int_2^4 \frac{1}{x^2+2x+1}\,dx$

7. Dada la función $f(x)=-3x$, se pide calcular:

(a) $\displaystyle\int_{-2}^{3} f(x)\,dx$

(b) $\displaystyle\int_{-2}^{3} |f(x)|\,dx$

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN EN INTEGRALES DEFINIDAS.

8. Calcular las siguientes integrales:

(a) $\displaystyle\int_1^2 \frac{8x^3-1}{(2x^4-x)^2}\,dx$

(b) $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \sin x\cos x\,dx$

(c) $\displaystyle\int_2^{e^3} \frac{\ln^2 x}{x}\,dx$

9. Si m y n son números positivos, demostrar que:

$$\int_0^1 x^m(1-x)^n\,dx=\int_0^1 x^n(1-x)^m\,dx$$

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119

10. Probar que $\forall m, n \in \mathbb{N}$ valen las siguientes igualdades:

    (a) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin(mx)\cos(nx)\,dx = 0$

    (b) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin(mx)\sin(nx)\,dx = \begin{cases} \pi & \text{si } m = n \\ 0 & \text{si } m \neq n \end{cases}$

    (c) $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \cos(mx)\cos(nx)\,dx = \begin{cases} \pi & \text{si } m = n \\ 0 & \text{si } m \neq n \end{cases}$

MÉTODO DE INTEGRACIÓN POR PARTES EN INTEGRALES DEFINIDAS.

11. Calcular las siguientes integrales, en caso de que existan:

    (a) $\displaystyle\int_0^1 \frac{-2x}{e^x}\,dx$ (b) $\displaystyle\int_1^3 3x^2 \ln x\,dx$ (c) $\displaystyle\int_0^{\pi} x\sin x\,dx$ (d) $\displaystyle\int_0^1 x^2 e^x\,dx$

12. Verificar las siguientes igualdades:

    (a) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin^2 x\,dx = \frac{\pi}{4}$ (b) $\displaystyle\int_{\pi}^{3\pi/2} \cos^2 x\,dx = \frac{\pi}{4}$ (c) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sin^3 x\,dx = \frac{2}{3}$

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119