- Álgebra y Geometría Analítica I - (ECEN)

- Trabajo práctico: Números Complejos - Ejercicios resueltos

- Ejercicio 6:

Expresar en forma polar los resultados de las operaciones indicadas:

(c) $2_{30°} + 5_{315°}$

Para sumar es conveniente escribir los números en forma binómica

$$z = 2_{30°} = 2\,(\cos 30° + i \,\mathrm{sen}\, 30°) = 2.\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\,\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3} + i$$

$$w = 5_{315°} = 5\,(\cos 315° + i\,\mathrm{sen}\,315°) = 5\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\right) = \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{2}}\,i$$

$$z+w = (\sqrt{3}+i) + \left(\frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{2}}\,i\right) = \left(\sqrt{3} + \frac{5}{\sqrt{2}}\right) + \left(1 - \frac{5}{\sqrt{2}}\right) i = \frac{5+\sqrt{6}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}-5}{\sqrt{2}}\,i = \frac{5\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2} + \frac{2-5\sqrt{2}}{2}\,i$$

$$|z+w| = \sqrt{\left(\frac{5\sqrt{2}+2\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{2-5\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}\left(25.2 + 2.5\sqrt{2}\,2\sqrt{3} + 4.3\right) + \frac{1}{4}\left(4 - 2.2.5\sqrt{2} + 25.2\right)}$$

$$= \sqrt{25 + 5\sqrt{6} - 5\sqrt{2} + 3 + 1} = \sqrt{29 - 5\sqrt{2} + 5\sqrt{6}} \simeq 5{,}85$$

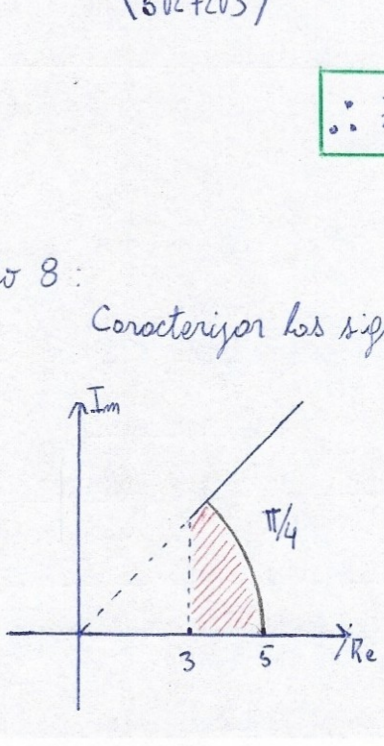
$$\arg(z+w) = \mathrm{arctg}\left(\frac{2-5\sqrt{2}}{5\sqrt{2}+2\sqrt{3}}\right) \simeq -25{,}7°$$

$$\boxed{\therefore\ z+w \simeq 5{,}85_{-25{,}7°}}$$

- Ejercicio 8:

Caracterizar las siguientes regiones mediante un subconjunto de $\mathbb{C}$

(b)



$$\boxed{\left\{ z \in \mathbb{C} \,/\, |z| \leq 5 \wedge 0 \leq \arg(z) \leq \pi/4 \wedge \mathrm{Re}(z) > 3 \right\}}$$

- Ejercicio 13:

Resolver los siguientes ecuaciones.

(a) $z^2-(2+i)z-7i=0$ → Ecuación de 2^{do} grado en variable compleja.

$a=1$

$b=-(2+i)$

$c=-7i$

$az^2+bz+c=0$ con $a,b,c\in\mathbb{C}$

Podemos aplicar la resolvente

$$z_{1,2}=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$$z_{1,2}=\frac{(2+i)+\sqrt{(2+i)^2-4.1.(-7i)}}{2.1}=\frac{(2+i)+\sqrt{3+4i+28i}}{2}=\frac{2+i+\sqrt{3+32i}}{2}$$

• Calculemos las raíces de $3+32i$. Nos conviene hacerlo en forma polar.

$W=3+32i$ $\qquad |W|=\sqrt{3^2+32^2}=\sqrt{1033}$

$\arg(W)=\arccos\left(\frac{3}{\sqrt{1033}}\right)\simeq 84{,}64^\circ$

Llamemos t a la $\sqrt{W}$:

$$|t|=|W|^{1/2}=\left(\sqrt{1033}\right)^{1/2}=\sqrt[4]{1033}\simeq 5{,}67$$

$$\arg(t)=\frac{\arg(W)}{2}+\frac{2\pi}{2}.K \qquad K=0,1$$

$$=\frac{84{,}64^\circ}{2}+180^\circ.K \qquad K=0,1$$

$t_1=\sqrt[4]{1033}_{42,32^\circ}\simeq 5{,}67[\cos(42{,}32^\circ)+i\,\mathrm{sen}(42{,}32^\circ)]$

$\simeq 4{,}19+3{,}81i$

$t_2=\sqrt[4]{1033}_{222,32^\circ}\simeq 5{,}67[\cos(222{,}32^\circ)+i\,\mathrm{sen}(222{,}32^\circ)]$

$\simeq 4{,}19+3{,}81i$

$$\boxed{\begin{aligned} z_1&=\frac{(2+i)+(4{,}19+3{,}81i)}{2}=3{,}095+2{,}409i\\ z_2&=\frac{(2+i)+(-4{,}19-3{,}81i)}{2}=-1{,}095-1{,}409i\end{aligned}}$$