

FUNCIÓN CUADRÁTICA

Pablo Torres

Departamento de Matemática
Escuela de Ciencias Exactas y Naturales
Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Universidad Nacional de Rosario

Curso de Análisis Matemático I
Primer cuatrimestre 2020

FUNCIÓN POLINÓMICA O POLINOMIAL

$$p_1(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - 2x^2 + x + 1, \quad Dom(p_1) = \mathbb{R}$$

$$p_2(x) = 3x^5 - 2x^4 - 4x^2 + 2, \quad Dom(p_2) = \mathbb{R}$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3, \quad Dom(p_3) = \mathbb{R}$$

FUNCIÓN POLINÓMICA O POLINOMIAL

$$p_1(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - 2x^2 + x + 1, \quad \text{Dom}(p_1) = \mathbb{R}$$

$$p_2(x) = 3x^5 - 2x^4 - 4x^2 + 2, \quad \text{Dom}(p_2) = \mathbb{R}$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3, \quad \text{Dom}(p_3) = \mathbb{R}$$

Forma general de una función polinómica:

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0, \quad \text{Dom}(p) = \mathbb{R}$$

donde $n \in \mathbb{N}_0$, $a_i \in \mathbb{R}$, $\forall i \in \{0, \dots, n\}$.

FUNCIÓN POLINÓMICA O POLINOMIAL

$$p_1(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - 2x^2 + x + 1, \quad \text{Dom}(p_1) = \mathbb{R}$$

$$a_4 = \frac{1}{2}, \quad a_3 = -1, \quad a_2 = -2, \quad a_1 = 1, \quad a_0 = 1$$

$$p_2(x) = 3x^5 - 2x^4 - 4x^2 + 2, \quad \text{Dom}(p_2) = \mathbb{R}$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3, \quad \text{Dom}(p_3) = \mathbb{R}$$

Forma general de una función polinómica:

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0, \quad \text{Dom}(p) = \mathbb{R}$$

donde $n \in \mathbb{N}_0$, $a_i \in \mathbb{R}$, $\forall i \in \{0, \dots, n\}$.

FUNCIÓN POLINÓMICA O POLINOMIAL

$$p_1(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - 2x^2 + x + 1, \quad \text{Dom}(p_1) = \mathbb{R}$$

$$a_4 = \frac{1}{2}, \quad a_3 = -1, \quad a_2 = -2, \quad a_1 = 1, \quad a_0 = 1$$

$$p_2(x) = 3x^5 - 2x^4 - 4x^2 + 2 = 3x^5 - 2x^4 + 0x^3 - 4x^2 + 0x + 2, \quad \text{Dom}(p_2) = \mathbb{R}$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3, \quad \text{Dom}(p_3) = \mathbb{R}$$

Forma general de una función polinómica:

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0, \quad \text{Dom}(p) = \mathbb{R}$$

donde $n \in \mathbb{N}_0$, $a_i \in \mathbb{R}$, $\forall i \in \{0, \dots, n\}$.

FUNCIÓN POLINÓMICA O POLINOMIAL

$$p_1(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - 2x^2 + x + 1, \quad \text{Dom}(p_1) = \mathbb{R}$$

$$a_4 = \frac{1}{2}, \quad a_3 = -1, \quad a_2 = -2, \quad a_1 = 1, \quad a_0 = 1$$

$$p_2(x) = 3x^5 - 2x^4 - 4x^2 + 2 = 3x^5 - 2x^4 + 0x^3 - 4x^2 + 0x + 2, \quad \text{Dom}(p_2) = \mathbb{R}$$

$$a_5 = 3, \quad a_4 = -2, \quad a_3 = 0, \quad a_2 = -4, \quad a_1 = 0, \quad a_0 = 2$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3, \quad \text{Dom}(p_3) = \mathbb{R}$$

Forma general de una función polinómica:

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0, \quad \text{Dom}(p) = \mathbb{R}$$

donde $n \in \mathbb{N}_0$, $a_i \in \mathbb{R}$, $\forall i \in \{0, \dots, n\}$.

FUNCIÓN POLINÓMICA O POLINOMIAL

$$p_1(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - 2x^2 + x + 1, \quad \text{Dom}(p_1) = \mathbb{R}$$

$$a_4 = \frac{1}{2}, \quad a_3 = -1, \quad a_2 = -2, \quad a_1 = 1, \quad a_0 = 1$$

$$p_2(x) = 3x^5 - 2x^4 - 4x^2 + 2 = 3x^5 - 2x^4 + 0x^3 - 4x^2 + 0x + 2, \quad \text{Dom}(p_2) = \mathbb{R}$$

$$a_5 = 3, \quad a_4 = -2, \quad a_3 = 0, \quad a_2 = -4, \quad a_1 = 0, \quad a_0 = 2$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3, \quad \text{Dom}(p_3) = \mathbb{R}$$

$$a_2 = 1, \quad a_1 = -4, \quad a_0 = 3$$

Forma general de una función polinómica:

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0, \quad \text{Dom}(p) = \mathbb{R}$$

donde $n \in \mathbb{N}_0$, $a_i \in \mathbb{R}$, $\forall i \in \{0, \dots, n\}$.

FUNCIÓN POLINÓMICA O POLINOMIAL

$$p_1(x) = \frac{1}{2}x^4 - x^3 - 2x^2 + x + 1, \quad \text{Dom}(p_1) = \mathbb{R}$$

$$a_4 = \frac{1}{2}, \quad a_3 = -1, \quad a_2 = -2, \quad a_1 = 1, \quad a_0 = 1$$

$$p_2(x) = 3x^5 - 2x^4 - 4x^2 + 2 = 3x^5 - 2x^4 + 0x^3 - 4x^2 + 0x + 2, \quad \text{Dom}(p_2) = \mathbb{R}$$

$$a_5 = 3, \quad a_4 = -2, \quad a_3 = 0, \quad a_2 = -4, \quad a_1 = 0, \quad a_0 = 2$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3, \quad \text{Dom}(p_3) = \mathbb{R}$$

$$a_2 = 1, \quad a_1 = -4, \quad a_0 = 3$$

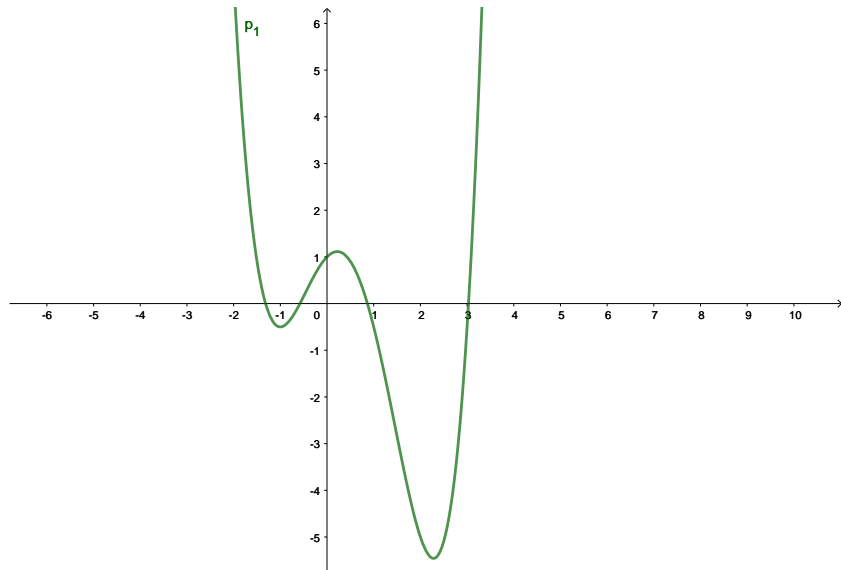
Forma general de una función polinómica:

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0, \quad \text{Dom}(p) = \mathbb{R}$$

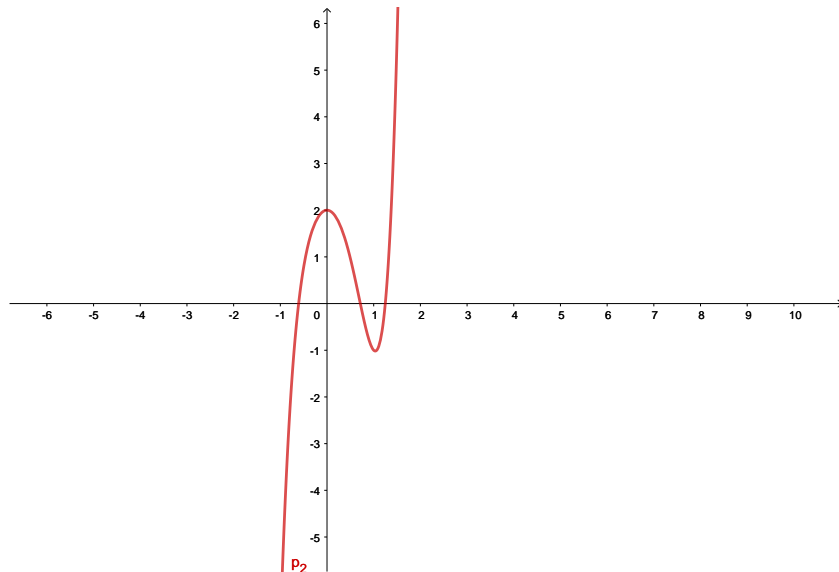
donde $n \in \mathbb{N}_0$, $a_i \in \mathbb{R}$, $\forall i \in \{0, \dots, n\}$.

$$p_4(x) = 2x - 1 \longrightarrow a_1 = 2, \quad a_0 = -1$$

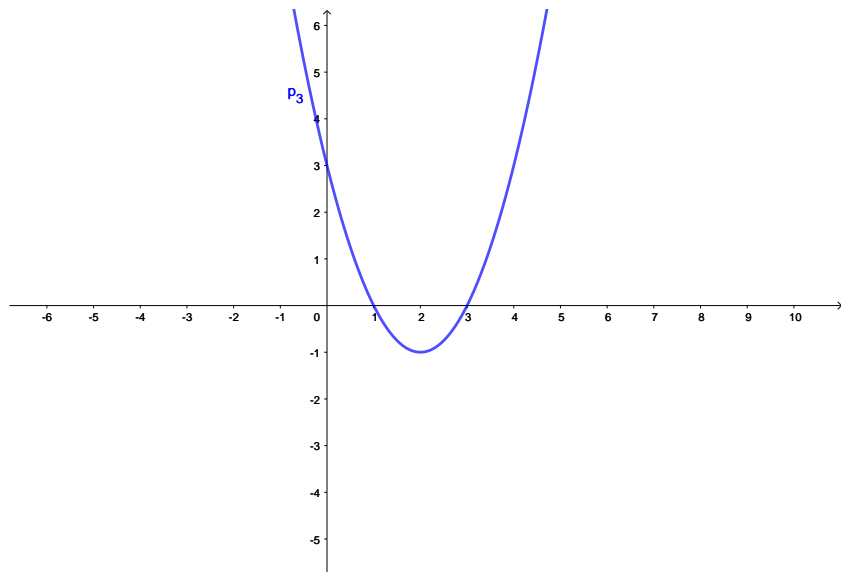
GRÁFICAS DE FUNCIONES POLINÓMICAS



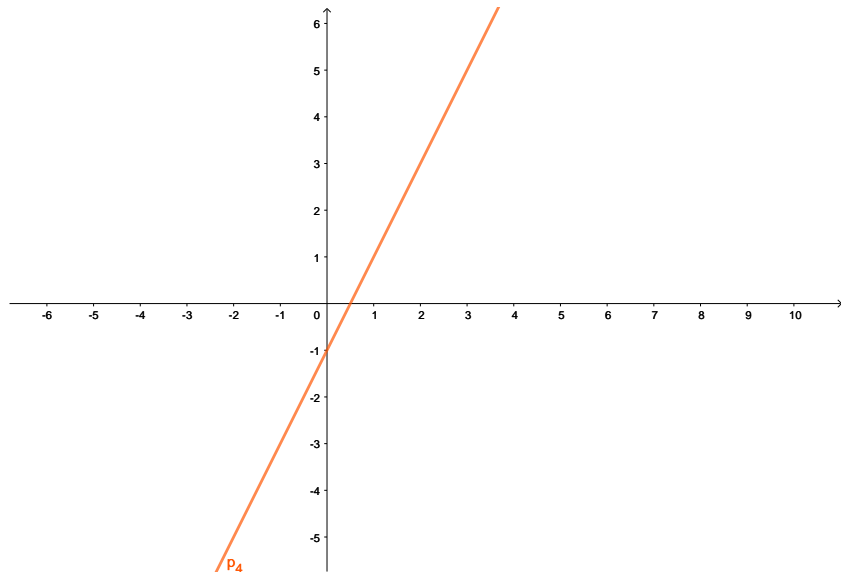
GRÁFICAS DE FUNCIONES POLINÓMICAS



GRÁFICAS DE FUNCIONES POLINÓMICAS



GRÁFICAS DE FUNCIONES POLINÓMICAS



FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \ a \neq 0, \ Dom(f) = \mathbb{R}.$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0, \quad \text{Dom}(f) = \mathbb{R}.$$

Signo de a :

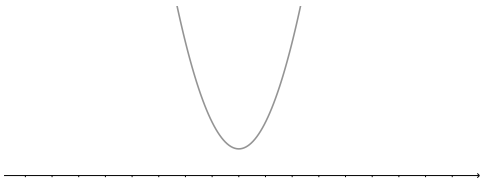
- $a > 0 \longrightarrow$ parábola con ramas hacia arriba.
- $a < 0 \longrightarrow$ parábola con ramas hacia abajo.

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0, \quad \text{Dom}(f) = \mathbb{R}.$$

Signo de a :

- $a > 0 \longrightarrow$ parábola con ramas hacia arriba.
- $a < 0 \longrightarrow$ parábola con ramas hacia abajo.

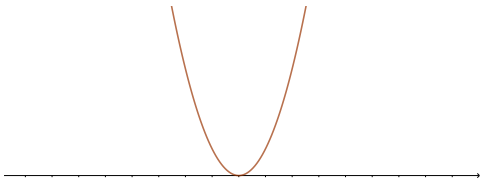


FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0, \quad \text{Dom}(f) = \mathbb{R}.$$

Signo de a :

- $a > 0 \rightarrow$ parábola con ramas hacia arriba.
- $a < 0 \rightarrow$ parábola con ramas hacia abajo.

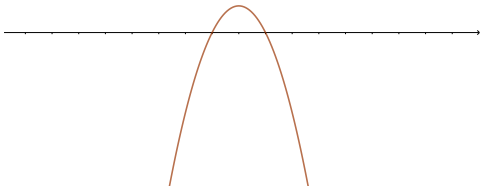


FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0, \quad \text{Dom}(f) = \mathbb{R}.$$

Signo de a :

- $a > 0 \longrightarrow$ parábola con ramas hacia arriba.
- $a < 0 \longrightarrow$ parábola con ramas hacia abajo.



FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0, \quad \text{Dom}(f) = \mathbb{R}.$$

Signo de a :

- $a > 0 \longrightarrow$ parábola con ramas hacia arriba.
- $a < 0 \longrightarrow$ parábola con ramas hacia abajo.

Vértice: $V(x_v, y_v)$

- $x_v = \frac{-b}{2a}.$
- $y_v = f(x_v) = \dots = \frac{4ac-b^2}{4a}.$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3,$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3,$$

$$a = 1, b = -4, c = 3$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3,$$

$$a = 1, b = -4, c = 3$$

$a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3,$$

$$a = 1, b = -4, c = 3$$

$a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2.$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3,$$

$$a = 1, b = -4, c = 3$$

$a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2.$$

$$y_v = p_3(x_v)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3,$$

$$a = 1, b = -4, c = 3$$

$a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2.$$

$$y_v = p_3(x_v) = \frac{4ac - b^2}{4a}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3,$$

$$a = 1, b = -4, c = 3$$

$a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2.$$

$$y_v = p_3(x_v) = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 3 - (-4)^2}{4 \cdot 1}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3,$$

$$a = 1, b = -4, c = 3$$

$a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2.$$

$$y_v = p_3(x_v) = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 3 - (-4)^2}{4 \cdot 1} = \frac{12 - 16}{4} = -1.$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3,$$

$$a = 1, b = -4, c = 3$$

$a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2.$$

$$y_v = p_3(x_v) = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 3 - (-4)^2}{4 \cdot 1} = \frac{12 - 16}{4} = -1.$$

$$y_v = p_3(x_v)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3,$$

$$a = 1, b = -4, c = 3$$

$a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2.$$

$$y_v = p_3(x_v) = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 3 - (-4)^2}{4 \cdot 1} = \frac{12 - 16}{4} = -1.$$

$$y_v = p_3(x_v) = p_3(2)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3,$$

$$a = 1, b = -4, c = 3$$

$a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2.$$

$$y_v = p_3(x_v) = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 3 - (-4)^2}{4 \cdot 1} = \frac{12 - 16}{4} = -1.$$

$$y_v = p_3(x_v) = p_3(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3,$$

$$a = 1, b = -4, c = 3$$

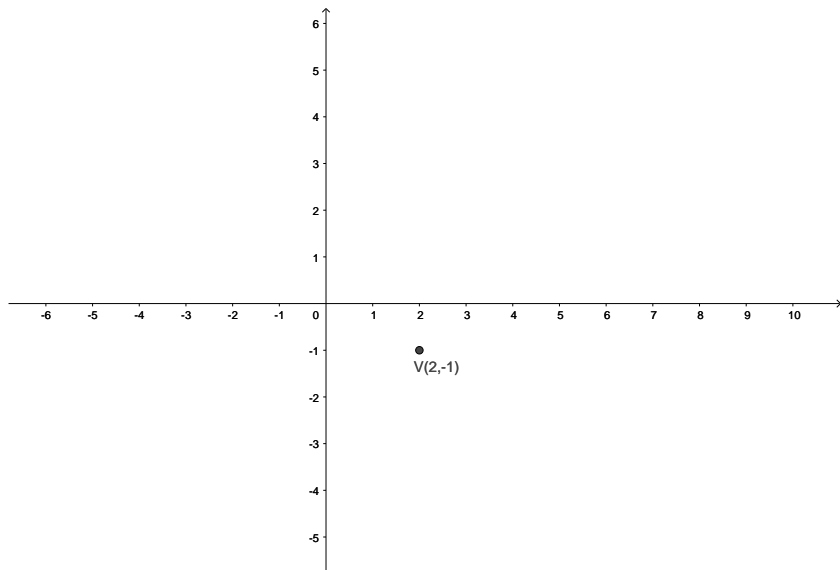
$a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = 2.$$

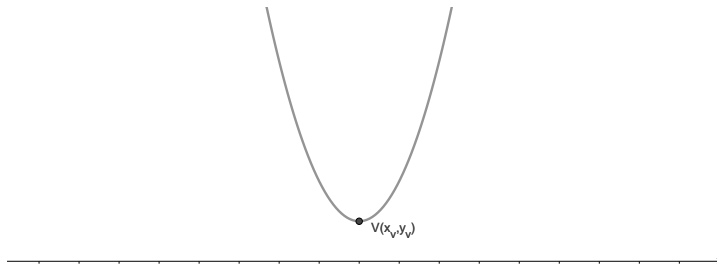
$$y_v = p_3(x_v) = \frac{4ac - b^2}{4a} = \frac{4 \cdot 1 \cdot 3 - (-4)^2}{4 \cdot 1} = \frac{12 - 16}{4} = -1.$$

$$y_v = p_3(x_v) = p_3(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1.$$

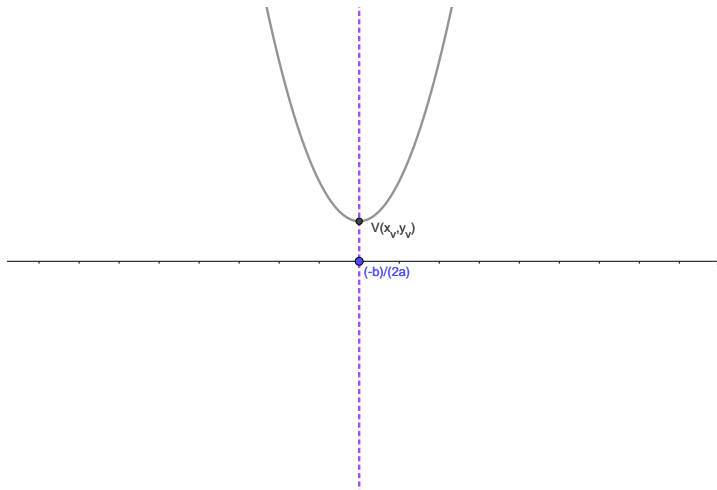
VÉRTICE DE LA GRÁFICA DE $p_3(x)$



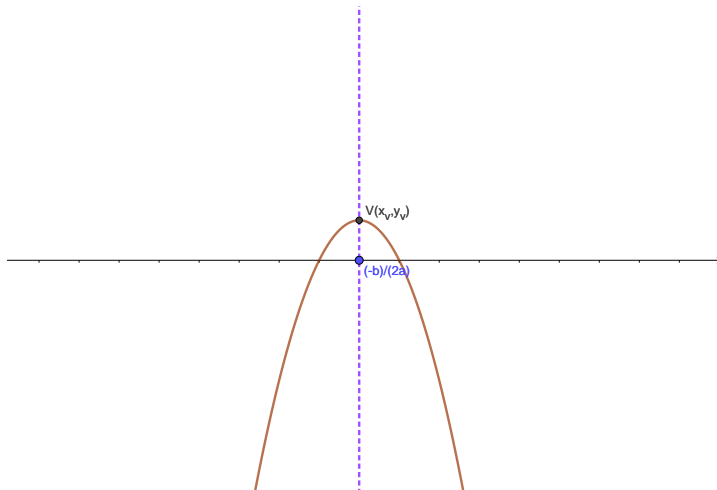
FUNCIÓN CUADRÁTICA



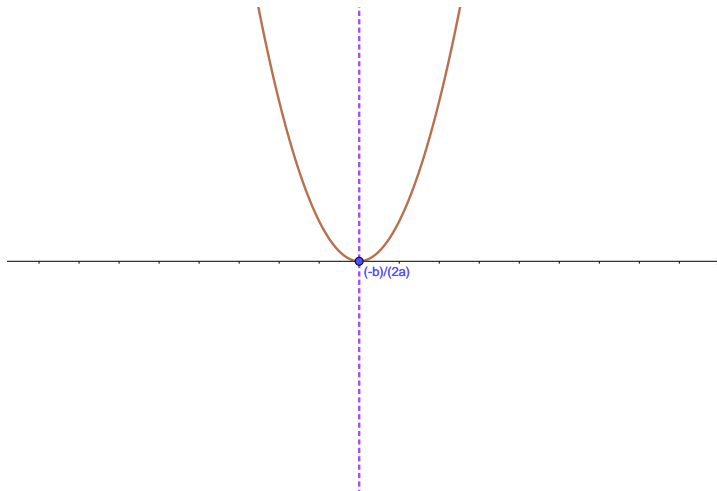
FUNCIÓN CUADRÁTICA



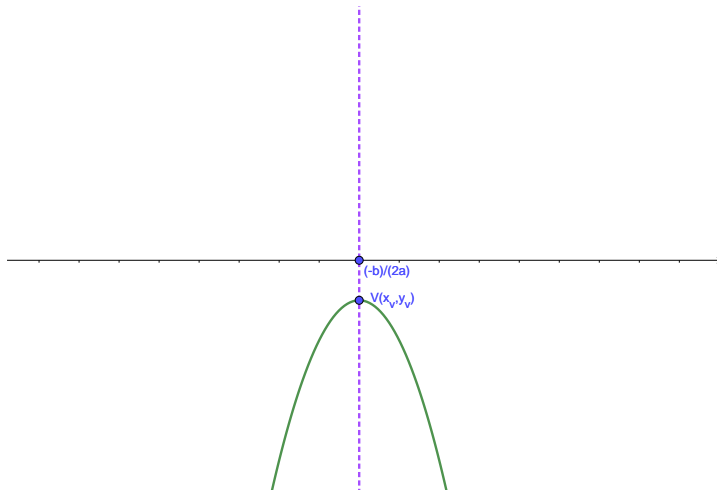
FUNCIÓN CUADRÁTICA



FUNCIÓN CUADRÁTICA



FUNCIÓN CUADRÁTICA



FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \ a \neq 0, \ Dom(f) = \mathbb{R}.$$

$$V(x_v, y_v).$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \ a \neq 0, \ Dom(f) = \mathbb{R}.$$

$$V(x_v, y_v).$$

Analicemos la ecuación: $f(x) = 0$, i.e.

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0, \quad \text{Dom}(f) = \mathbb{R}.$$

$$V(x_v, y_v).$$

Analicemos la ecuación: $f(x) = 0$, i.e.

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0, \quad \text{Dom}(f) = \mathbb{R}.$$

$$V(x_v, y_v).$$

Analicemos la ecuación: $f(x) = 0$, i.e.

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$

- Si $\Delta > 0 \longrightarrow$ la parábola interseca al eje x en dos puntos diferentes, a saber $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$.

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0, \quad \text{Dom}(f) = \mathbb{R}.$$

$$V(x_v, y_v).$$

Analicemos la ecuación: $f(x) = 0$, i.e.

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$

- Si $\Delta > 0 \longrightarrow$ la parábola interseca al eje x en dos puntos diferentes, a saber $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$.
- Si $\Delta = 0 \longrightarrow$ la parábola interseca al eje x en un solo punto, a saber $(x_v, 0)$.

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0, \quad \text{Dom}(f) = \mathbb{R}.$$

$$V(x_v, y_v).$$

Analicemos la ecuación: $f(x) = 0$, i.e.

$$ax^2 + bx + c = 0.$$

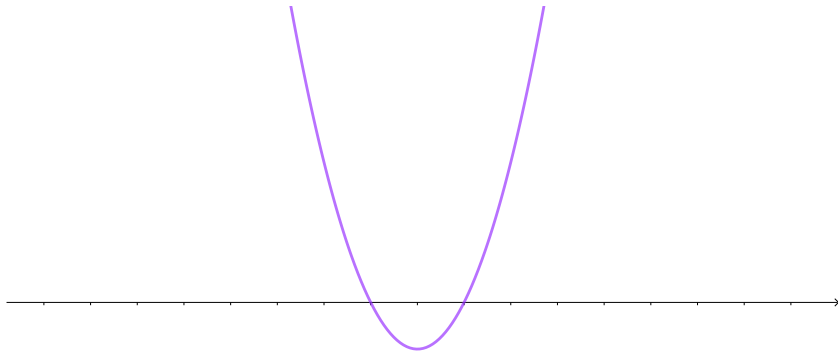
$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac.$$

- Si $\Delta > 0 \longrightarrow$ la parábola interseca al eje x en dos puntos diferentes, a saber $(x_1, 0)$ y $(x_2, 0)$.
- Si $\Delta = 0 \longrightarrow$ la parábola interseca al eje x en un solo punto, a saber $(x_v, 0)$.
- Si $\Delta < 0 \longrightarrow$ la parábola no interseca al eje x .

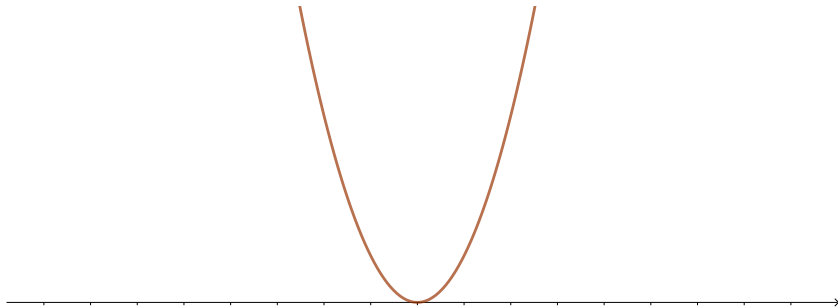
ESQUEMA DE LA GRÁFICA

$$a > 0, \Delta > 0$$



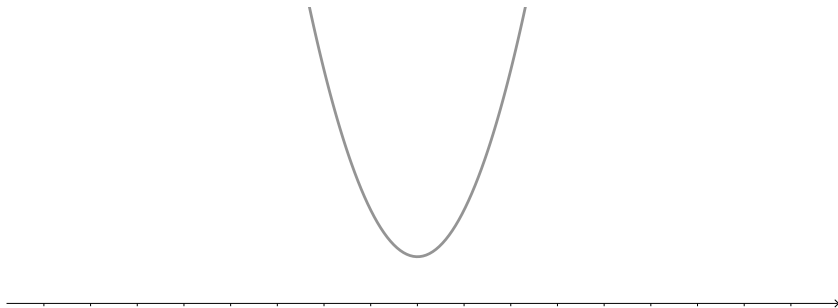
ESQUEMA DE LA GRÁFICA

$$a > 0, \Delta = 0$$



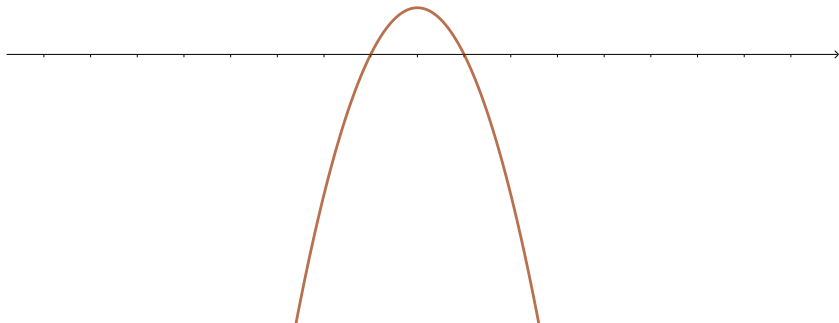
ESQUEMA DE LA GRÁFICA

$$a > 0, \Delta < 0$$



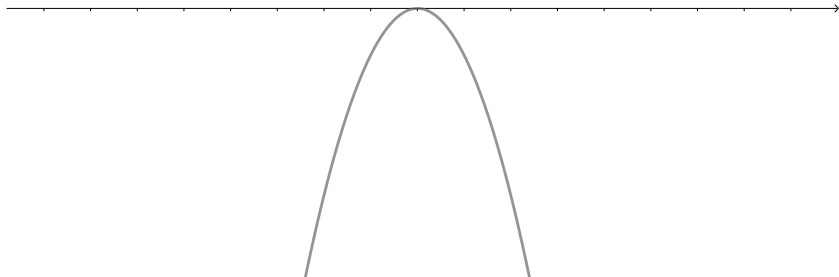
ESQUEMA DE LA GRÁFICA

$$a < 0, \Delta > 0$$



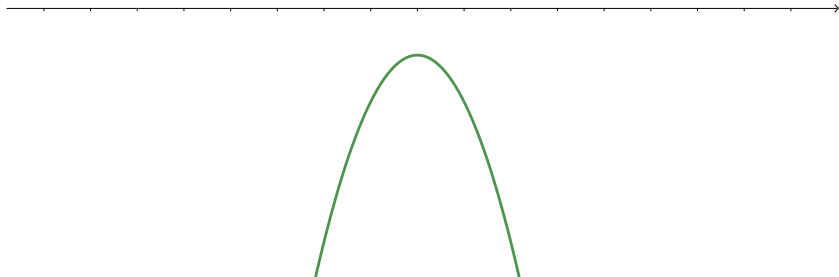
ESQUEMA DE LA GRÁFICA

$$a < 0, \Delta = 0$$



ESQUEMA DE LA GRÁFICA

$$a < 0, \Delta < 0$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

- $a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba.
- $V(2, -1)$.

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

- $a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba.
- $V(2, -1)$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4 > 0.$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

- $a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba.
- $V(2, -1)$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4 > 0.$$

$$x_1 = \frac{-(-4) + \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 + \sqrt{4}}{2} = \frac{6}{2} = 3.$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

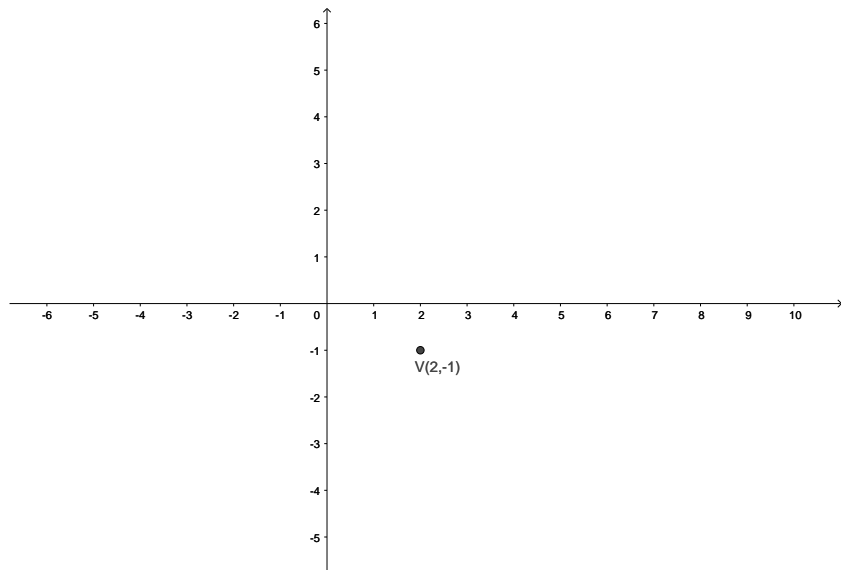
- $a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba.
- $V(2, -1)$.

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 16 - 12 = 4 > 0.$$

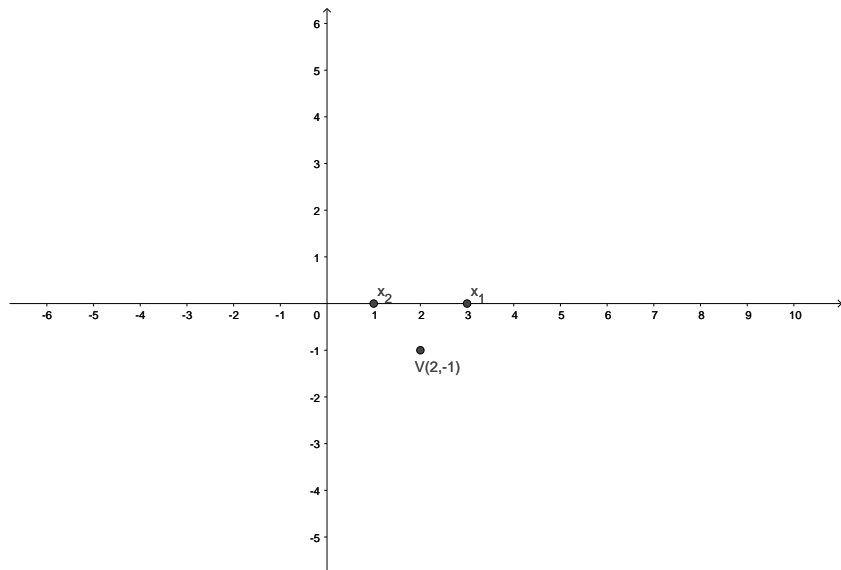
$$x_1 = \frac{-(-4) + \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 + \sqrt{4}}{2} = \frac{6}{2} = 3.$$

$$x_2 = \frac{-(-4) - \sqrt{4}}{2 \cdot 1} = \frac{4 - \sqrt{4}}{2} = \frac{2}{2} = 1.$$

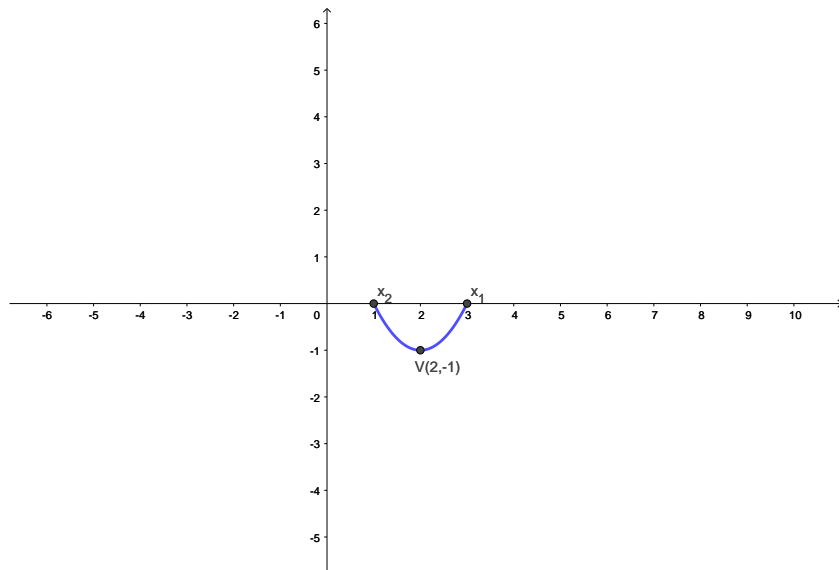
GRÁFICA $p_3(x) = x^2 - 4x + 3$



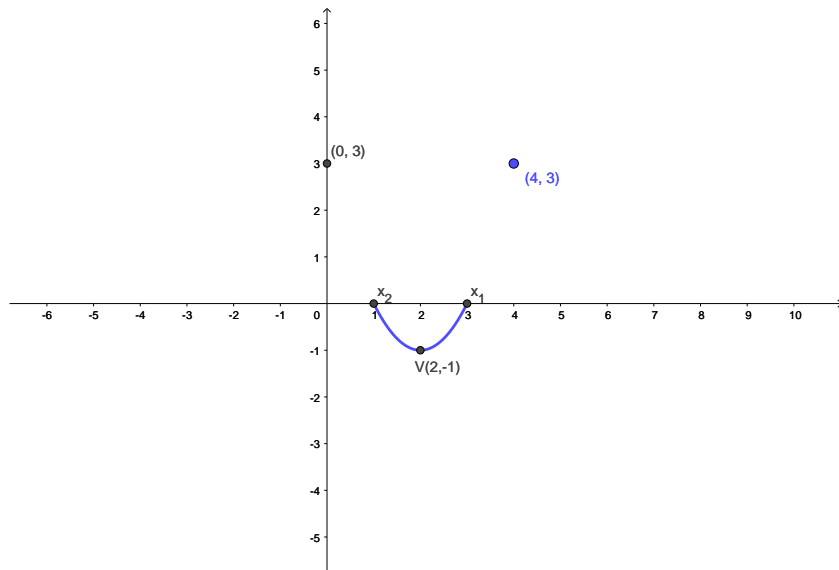
GRÁFICA $p_3(x) = x^2 - 4x + 3$



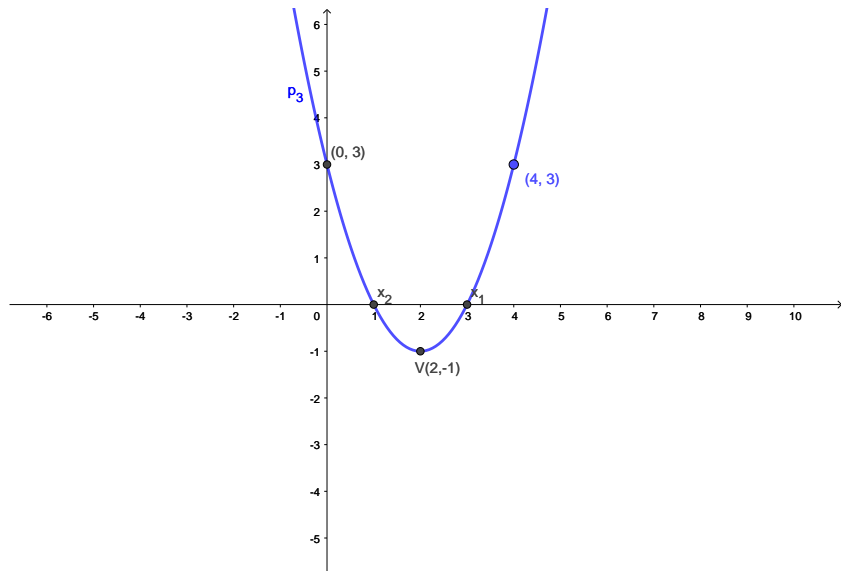
GRÁFICA $p_3(x) = x^2 - 4x + 3$



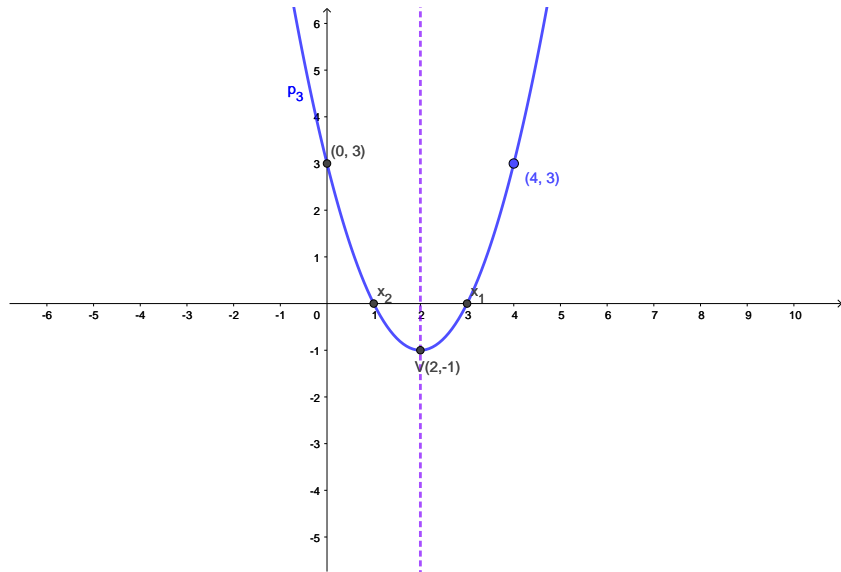
GRÁFICA $p_3(x) = x^2 - 4x + 3$



GRÁFICA $p_3(x) = x^2 - 4x + 3$



GRÁFICA $p_3(x) = x^2 - 4x + 3$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

Eje de simetría: recta de ecuación $x = \frac{-b}{2a}$.

FUNCIÓN CUADRÁTICA

Eje de simetría: recta de ecuación $x = \frac{-b}{2a}$.

Observación: Si $\Delta > 0$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

Eje de simetría: recta de ecuación $x = \frac{-b}{2a}$.

Observación: Si $\Delta > 0$

$$x_v = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

Eje de simetría: recta de ecuación $x = \frac{-b}{2a}$.

Observación: Si $\Delta > 0$

$$x_v = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) = \frac{1}{2} \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

Eje de simetría: recta de ecuación $x = \frac{-b}{2a}$.

Observación: Si $\Delta > 0$

$$x_v = \frac{1}{2}(x_1 + x_2) = \frac{1}{2} \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta} - b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right) =$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

Eje de simetría: recta de ecuación $x = \frac{-b}{2a}$.

Observación: Si $\Delta > 0$

$$\begin{aligned}x_v &= \frac{1}{2}(x_1 + x_2) = \frac{1}{2} \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{-b + \sqrt{\Delta} - b - \sqrt{\Delta}}{2a} \right) = \\&= \frac{1}{2} \left(\frac{-2b}{2a} \right) = \frac{1}{2} \frac{-b}{a} = \frac{-b}{2a}\end{aligned}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

Eje de simetría: recta de ecuación $x = \frac{-b}{2a}$.

Observación: Si $\Delta \geq 0$

$$\begin{aligned}x_v &= \frac{1}{2}(x_1 + x_2) = \frac{1}{2} \left(\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{-b+\sqrt{\Delta}-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \right) = \\&= \frac{1}{2} \left(\frac{-2b}{2a} \right) = \frac{1}{2} \frac{-b}{a} = \frac{-b}{2a}\end{aligned}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3 = x^2 - 4x + \textcolor{red}{h^2} - \textcolor{red}{h^2} + 3$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3 = \underbrace{x^2 - 4x + h^2}_{(x+h)^2} - h^2 + 3$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3 = \underbrace{x^2 - 4x + h^2}_{(x+h)^2} - h^2 + 3$$

$$(x + h)^2 = x^2 - 4x + h^2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3 = \underbrace{x^2 - 4x + h^2}_{(x+h)^2} - h^2 + 3$$

$$(x + h)^2 = x^2 - 4x + h^2$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 2hx + h^2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3 = \underbrace{x^2 - 4x + h^2}_{(x+h)^2} - h^2 + 3$$

$$(x + h)^2 = x^2 - 4x + h^2$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 2hx + h^2$$

Luego, $-4 = 2h$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3 = \underbrace{x^2 - 4x + h^2}_{(x+h)^2} - h^2 + 3$$

$$(x + h)^2 = x^2 - 4x + h^2$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 2hx + h^2$$

$$\text{Luego, } -4 = 2h \longrightarrow h = -2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3 = \underbrace{x^2 - 4x + (-2)^2}_{(x-2)^2} - (-2)^2 + 3 =$$

$$(x + h)^2 = x^2 - 4x + h^2$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 2hx + h^2$$

$$\text{Luego, } -4 = 2h \longrightarrow h = -2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3 = \underbrace{x^2 - 4x + (-2)^2}_{(x-2)^2} - (-2)^2 + 3 =$$

$$= (x - 2)^2 - 4 + 3$$

$$(x + h)^2 = x^2 - 4x + h^2$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 2hx + h^2$$

$$\text{Luego, } -4 = 2h \longrightarrow h = -2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3 = \underbrace{x^2 - 4x + (-2)^2}_{(x-2)^2} - (-2)^2 + 3 =$$

$$= (x - 2)^2 - 4 + 3 = (x - 2)^2 - 1$$

$$(x + h)^2 = x^2 - 4x + h^2$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 2hx + h^2$$

$$\text{Luego, } -4 = 2h \longrightarrow h = -2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$$

$$g_1(x) = x^2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$$

$$g_1(x) = x^2$$

$$g_2(x) = g_1(x - 2) = (x - 2)^2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$$

$$g_1(x) = x^2$$

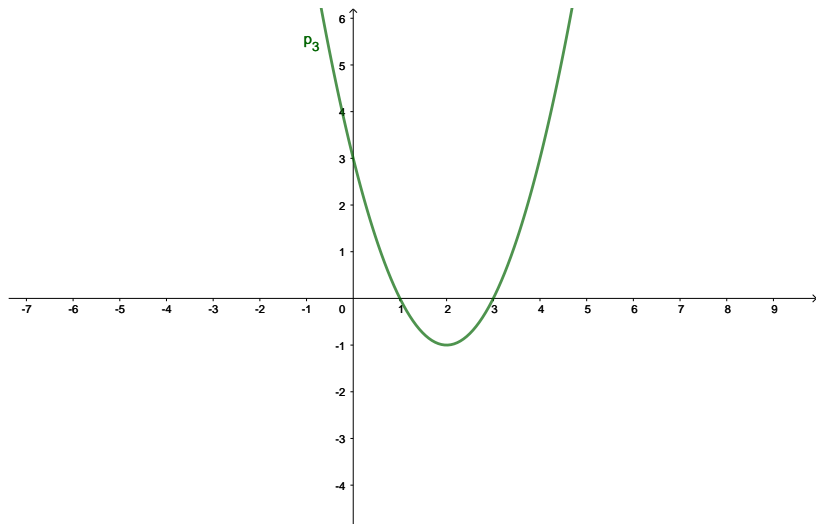
$$g_2(x) = g_1(x - 2) = (x - 2)^2$$

$$p_3(x) = g_2(x) - 1 = (x - 2)^2 - 1$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

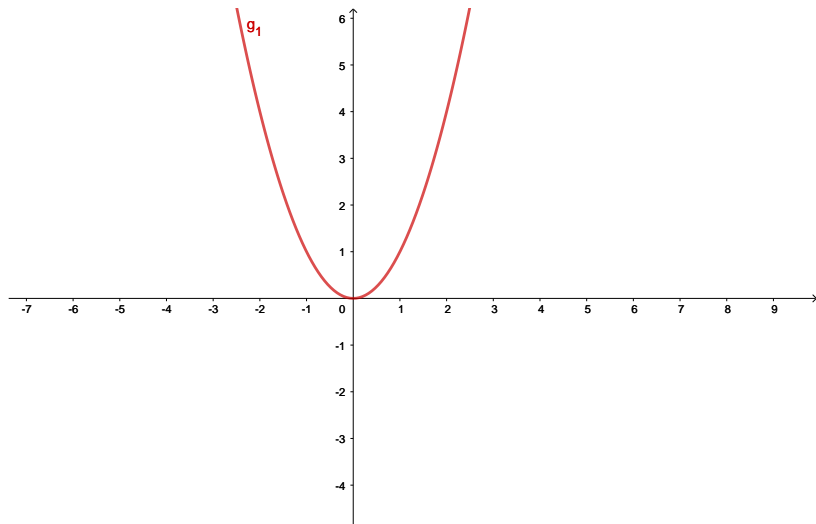
$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

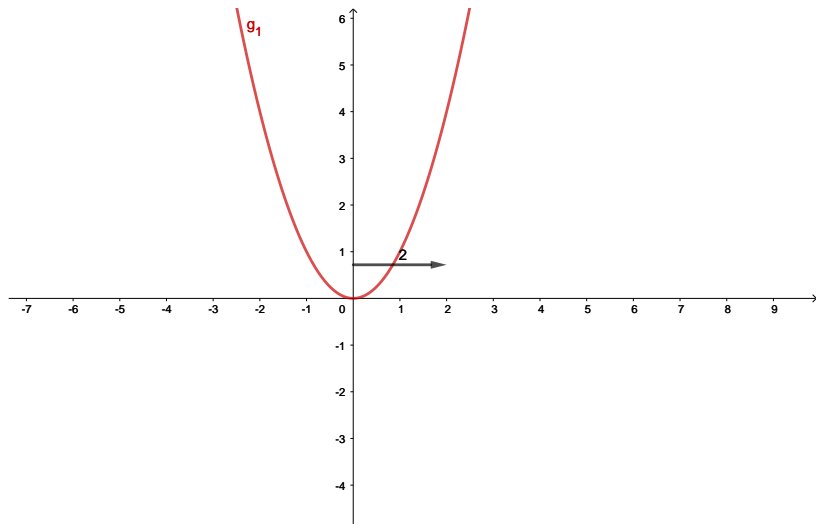
$$g_1(x) = x^2$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

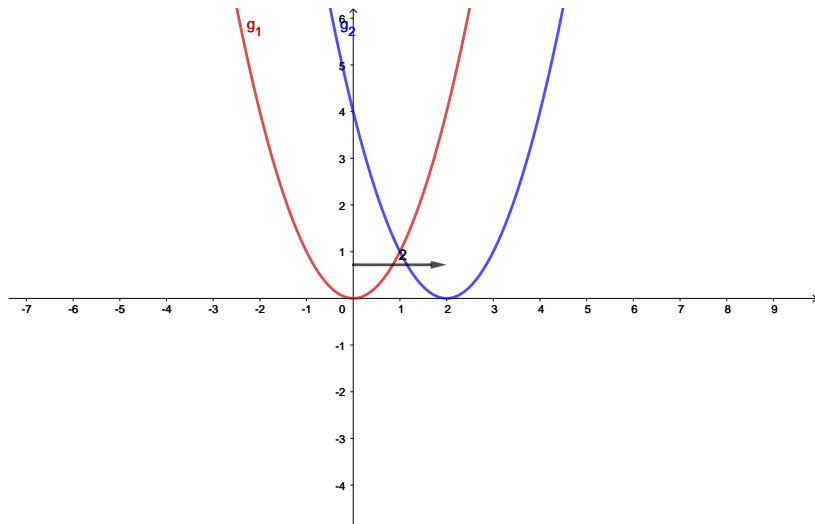
$$g_2(x) = g_1(x - 2) = (x - 2)^2$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

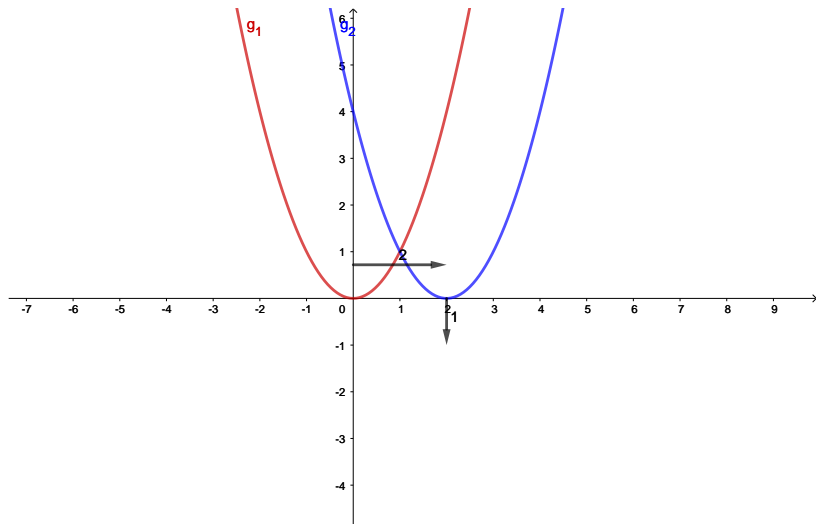
$$g_2(x) = g_1(x - 2) = (x - 2)^2$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

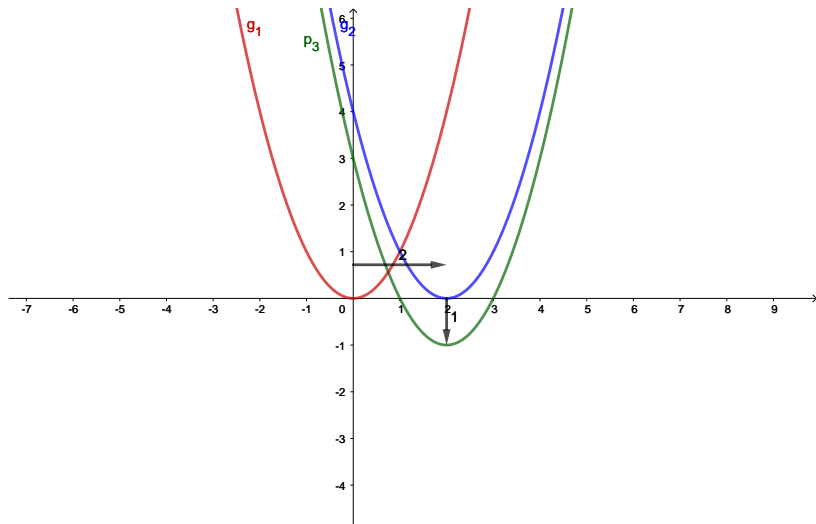
$$p_3(x) = g_2(x) - 1 = (x - 2)^2 - 1$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

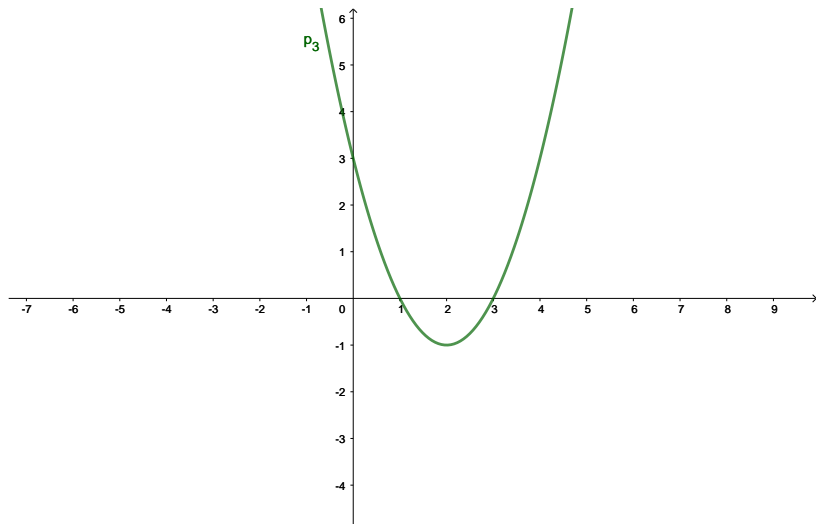
$$p_3(x) = g_2(x) - 1 = (x - 2)^2 - 1$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

COMPLETAR CUADRADOS

$$p_3(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$a = 2, \ b = 8, \ c = 8.$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$a = 2, b = 8, c = 8.$$

$a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba.

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$a = 2, \ b = 8, \ c = 8.$$

$a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba.

Vértice: $V(x_v, y_v)$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \cdot 2} = -2.$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$a = 2, b = 8, c = 8.$$

$a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba.

Vértice: $V(x_v, y_v)$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \cdot 2} = -2.$$

$$y_v = g(-2) = 2 \cdot (-2)^2 + 8 \cdot (-2) + 8 = 2 \cdot 4 - 16 + 8 = 0.$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$a = 2, b = 8, c = 8.$$

$a > 0 \longrightarrow$ ramas hacia arriba.

Vértice: $V(x_v, y_v)$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \cdot 2} = -2.$$

$$y_v = g(-2) = 2 \cdot (-2)^2 + 8 \cdot (-2) + 8 = 2 \cdot 4 - 16 + 8 = 0.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8 = 0.$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$a = 2, b = 8, c = 8.$$

$a > 0 \rightarrow$ ramas hacia arriba.

Vértice: $V(x_v, y_v)$

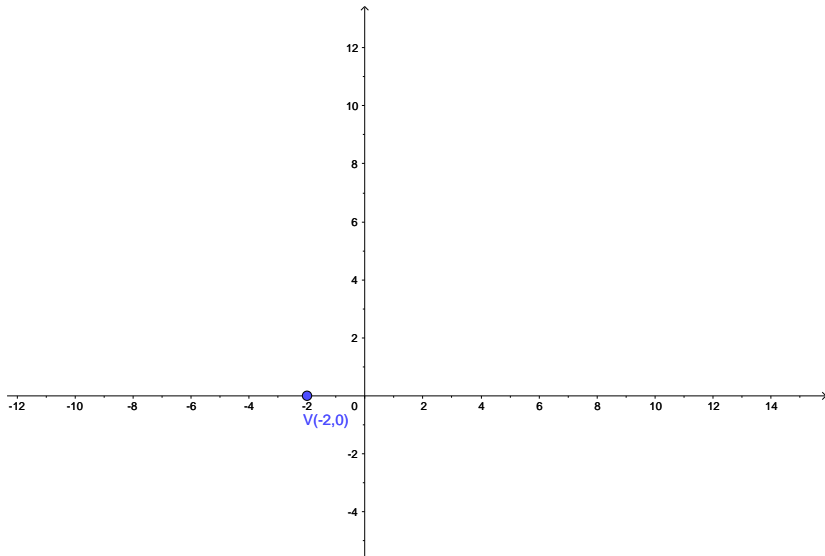
$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-8}{2 \cdot 2} = -2.$$

$$y_v = g(-2) = 2 \cdot (-2)^2 + 8 \cdot (-2) + 8 = 2 \cdot 4 - 16 + 8 = 0.$$

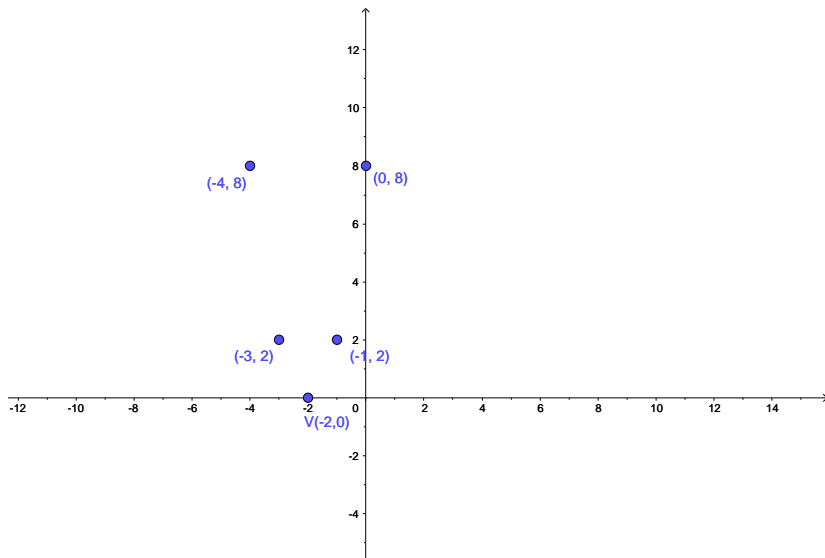
$$\Delta = b^2 - 4ac = 8^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8 = 0.$$

Eje de simetría: recta de ecuación $x = -2$.

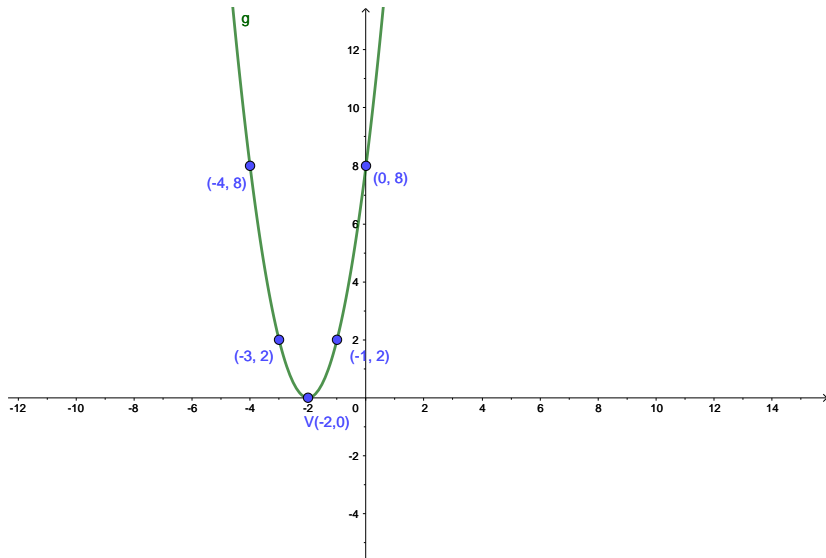
FUNCIÓN CUADRÁTICA



FUNCIÓN CUADRÁTICA



FUNCIÓN CUADRÁTICA



FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8 = 2(x^2 + 4x + 4)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8 = 2(x^2 + 4x + 4) = 2(x^2 + 4x + h^2 - h^2 + 4) =$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8 = 2(x^2 + 4x + 4) = 2(x^2 + 4x + h^2 - h^2 + 4) =$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 4x + h^2$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 2hx + h^2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8 = 2(x^2 + 4x + 4) = 2(x^2 + 4x + h^2 - h^2 + 4) =$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 4x + h^2$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 2hx + h^2$$

$$4 = 2h \longrightarrow h = 2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$\begin{aligned} g(x) &= 2x^2 + 8x + 8 = 2(x^2 + 4x + 4) = 2(x^2 + 4x + h^2 - h^2 + 4) = \\ &= 2(x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + 4) \end{aligned}$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 4x + h^2$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 2hx + h^2$$

$$4 = 2h \longrightarrow h = 2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$\begin{aligned} g(x) &= 2x^2 + 8x + 8 = 2(x^2 + 4x + 4) = 2(x^2 + 4x + h^2 - h^2 + 4) = \\ &= 2(x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + 4) = 2(\underbrace{x^2 + 4x + 2^2}_{(x+2)^2} - 2^2 + 4) = \end{aligned}$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 4x + h^2$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 2hx + h^2$$

$$4 = 2h \longrightarrow h = 2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$\begin{aligned} g(x) &= 2x^2 + 8x + 8 = 2(x^2 + 4x + 4) = 2(x^2 + 4x + h^2 - h^2 + 4) = \\ &= 2(x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + 4) = 2(\underbrace{x^2 + 4x + 2^2}_{(x+2)^2} - 2^2 + 4) = \end{aligned}$$

$$= 2((x+2)^2 - 4 + 4)$$

$$(x+h)^2 = x^2 + 4x + h^2$$

$$(x+h)^2 = x^2 + 2hx + h^2$$

$$4 = 2h \longrightarrow h = 2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$\begin{aligned} g(x) &= 2x^2 + 8x + 8 = 2(x^2 + 4x + 4) = 2(x^2 + 4x + h^2 - h^2 + 4) = \\ &= 2(x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + 4) = 2(\underbrace{x^2 + 4x + 2^2}_{(x+2)^2} - 2^2 + 4) = \end{aligned}$$

$$= 2((x + 2)^2 - 4 + 4) = 2((x + 2)^2)$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 4x + h^2$$

$$(x + h)^2 = x^2 + 2hx + h^2$$

$$4 = 2h \longrightarrow h = 2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2x^2 + 8x + 8$$

$$\begin{aligned} g(x) &= 2x^2 + 8x + 8 = 2(x^2 + 4x + 4) = 2(x^2 + 4x + h^2 - h^2 + 4) = \\ &= 2(x^2 + 4x + 2^2 - 2^2 + 4) = 2(\underbrace{x^2 + 4x + 2^2}_{(x+2)^2} - 2^2 + 4) = \end{aligned}$$

$$= 2((x+2)^2 - 4 + 4) = 2((x+2)^2) = 2(x+2)^2$$

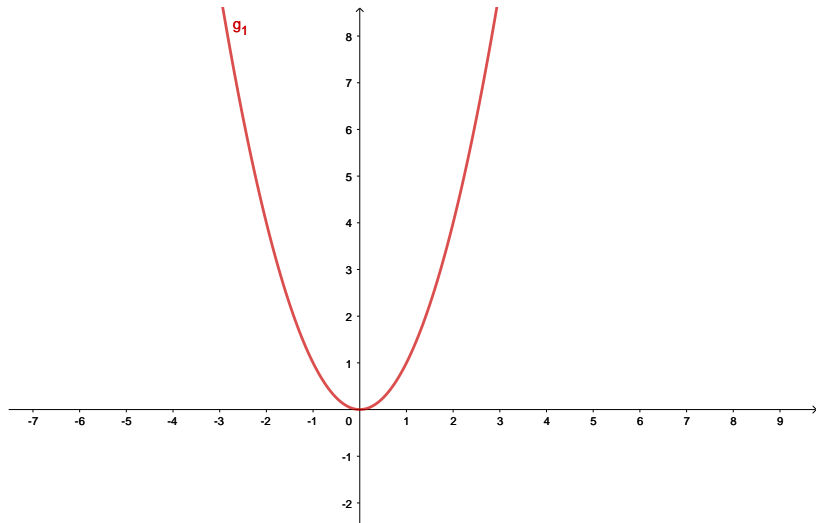
$$(x+h)^2 = x^2 + 4x + h^2$$

$$(x+h)^2 = x^2 + 2hx + h^2$$

$$4 = 2h \longrightarrow h = 2$$

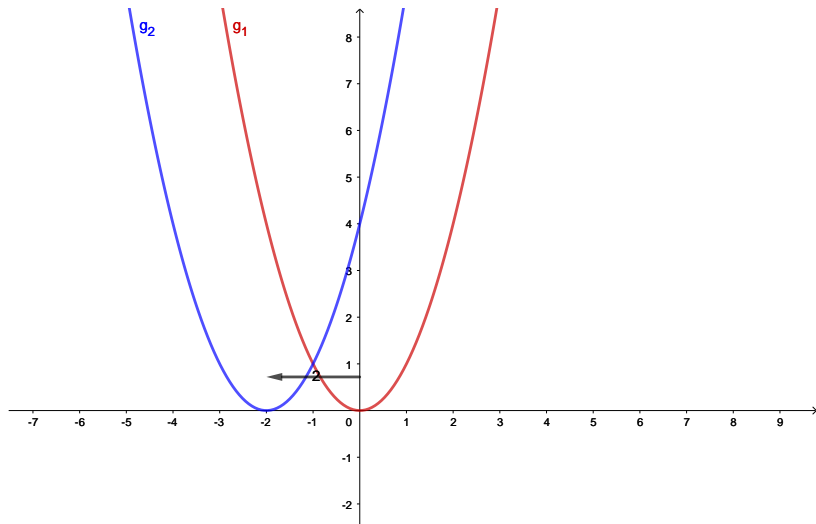
FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g_1(x) = x^2$$



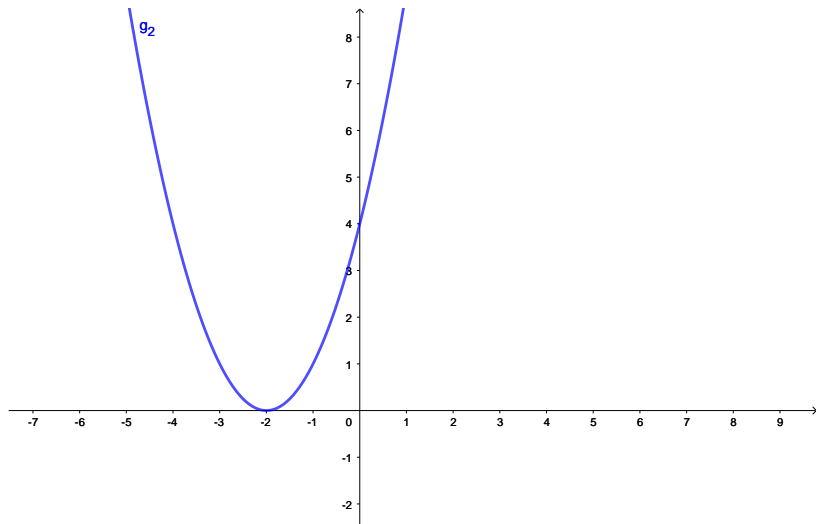
FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g_2(x) = g_1(x + 2) = (x + 2)^2$$



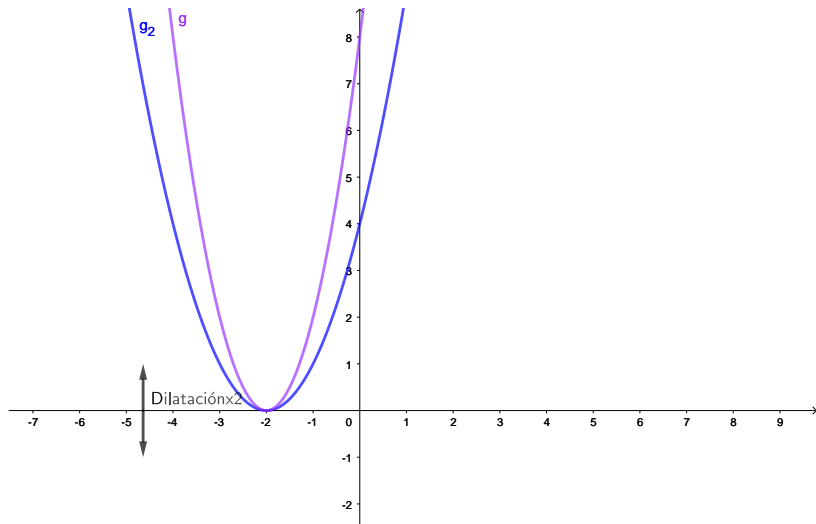
FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g_2(x) = g_1(x + 2) = (x + 2)^2$$



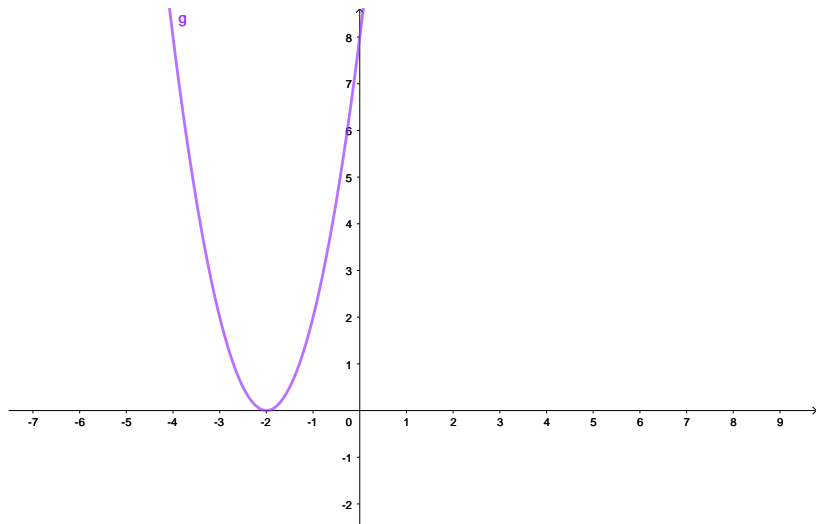
FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2g_2(x) = 2(x + 2)^2$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = 2(x + 2)^2$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6$$

$$a = -1, \ b = 4, \ c = -6.$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6$$

$$a = -1, b = 4, c = -6.$$

$a < 0 \longrightarrow$ ramas hacia abajo.

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6$$

$$a = -1, b = 4, c = -6.$$

$a < 0 \longrightarrow$ ramas hacia abajo.

Vértice: $V(x_v, y_v)$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-1)} = 2.$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6$$

$$a = -1, b = 4, c = -6.$$

$a < 0 \longrightarrow$ ramas hacia abajo.

Vértice: $V(x_v, y_v)$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-1)} = 2.$$

$$y_v = g(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 - 6 = -2.$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6$$

$$a = -1, b = 4, c = -6.$$

$a < 0 \longrightarrow$ ramas hacia abajo.

Vértice: $V(x_v, y_v)$

$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-1)} = 2.$$

$$y_v = g(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 - 6 = -2.$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6) = -8 < 0.$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6$$

$$a = -1, b = 4, c = -6.$$

$a < 0 \longrightarrow$ ramas hacia abajo.

Vértice: $V(x_v, y_v)$

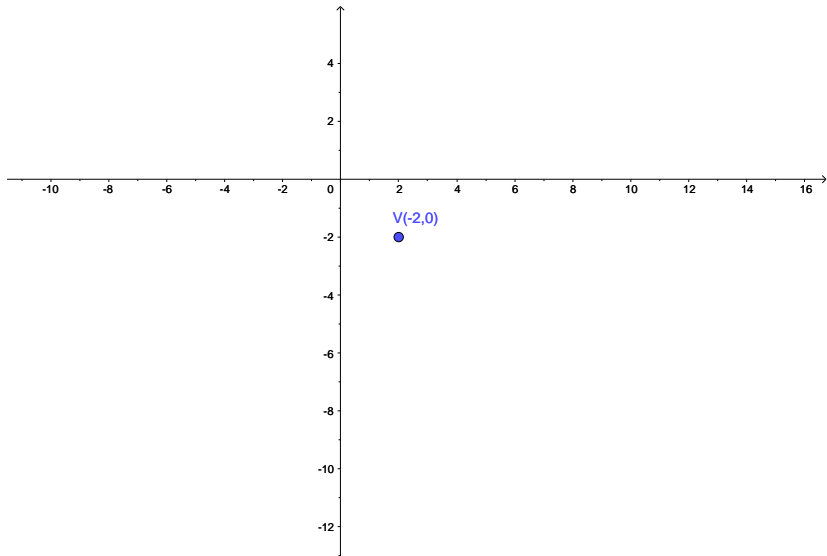
$$x_v = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2 \cdot (-1)} = 2.$$

$$y_v = g(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 - 6 = -2.$$

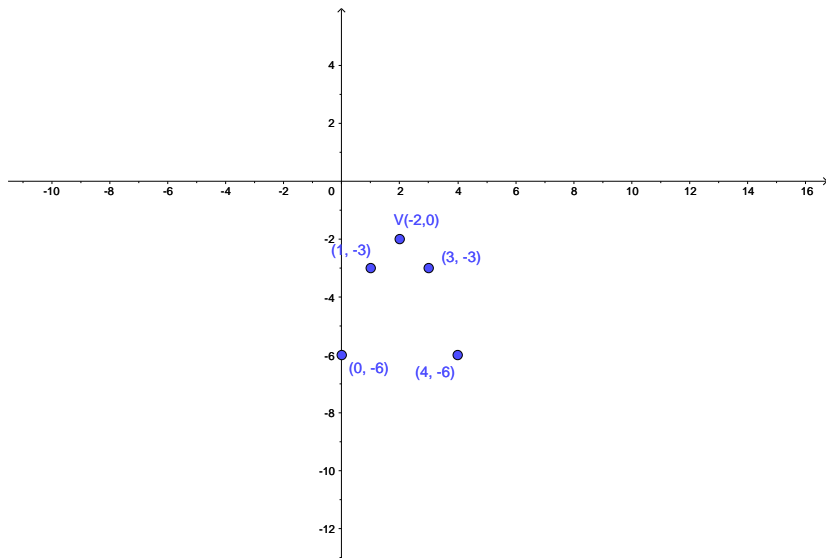
$$\Delta = b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-6) = -8 < 0.$$

Eje de simetría: recta de ecuación $x = 2$.

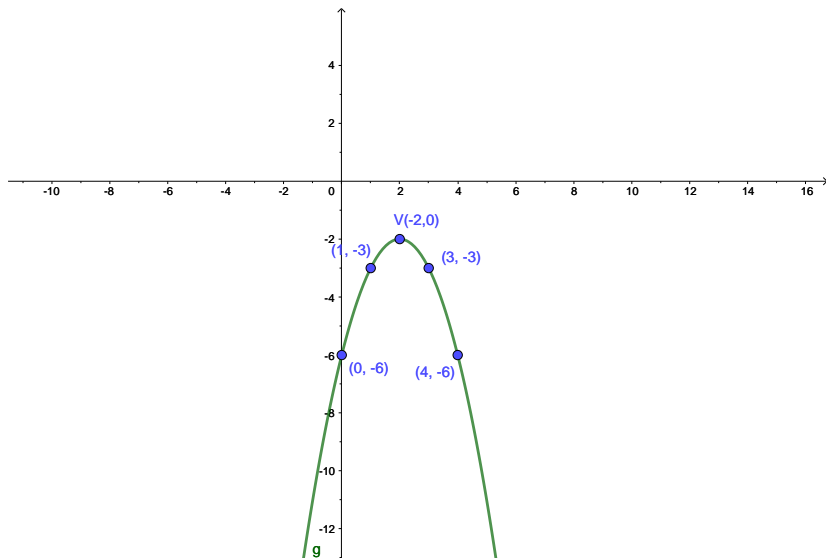
FUNCIÓN CUADRÁTICA



FUNCIÓN CUADRÁTICA



FUNCIÓN CUADRÁTICA



FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6$$

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6$$

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6 = -(x^2 - 4x + 6)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6$$

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6 = -(x^2 - 4x + 6) = -(x^2 - 4x + (-2)^2 - (-2)^2 + 6)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6$$

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6 = -(x^2 - 4x + 6) = -(x^2 - 4x + (-2)^2 - (-2)^2 + 6)$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4 + 6)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6$$

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6 = -(x^2 - 4x + 6) = -(x^2 - 4x + (-2)^2 - (-2)^2 + 6)$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4 + 6) = -((x - 2)^2 + 2)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

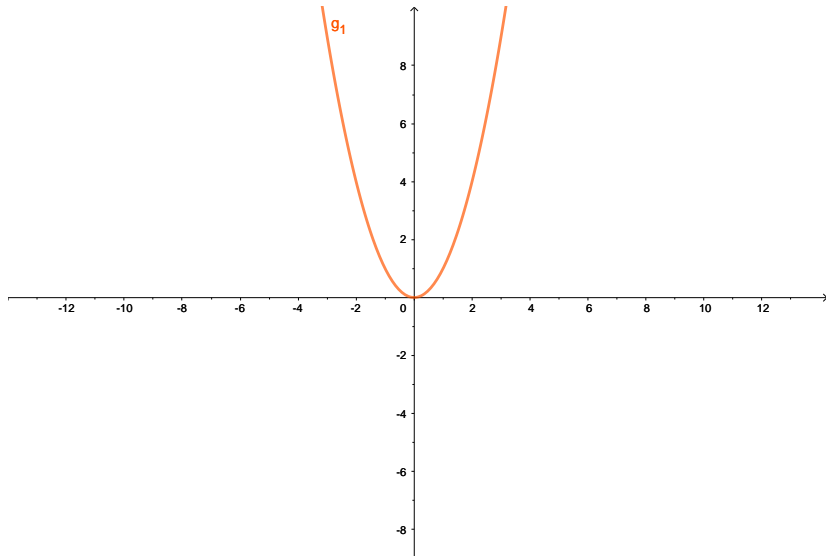
$$g(x) = -x^2 + 4x - 6$$

$$g(x) = -x^2 + 4x - 6 = -(x^2 - 4x + 6) = -(x^2 - 4x + (-2)^2 - (-2)^2 + 6)$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4 + 6) = -((x - 2)^2 + 2) = -(x - 2)^2 - 2$$

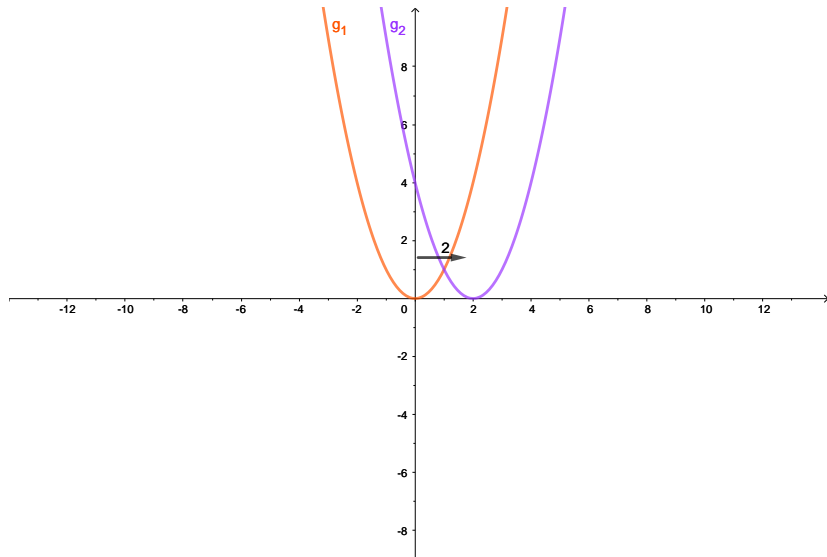
FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g_1(x) = x^2$$



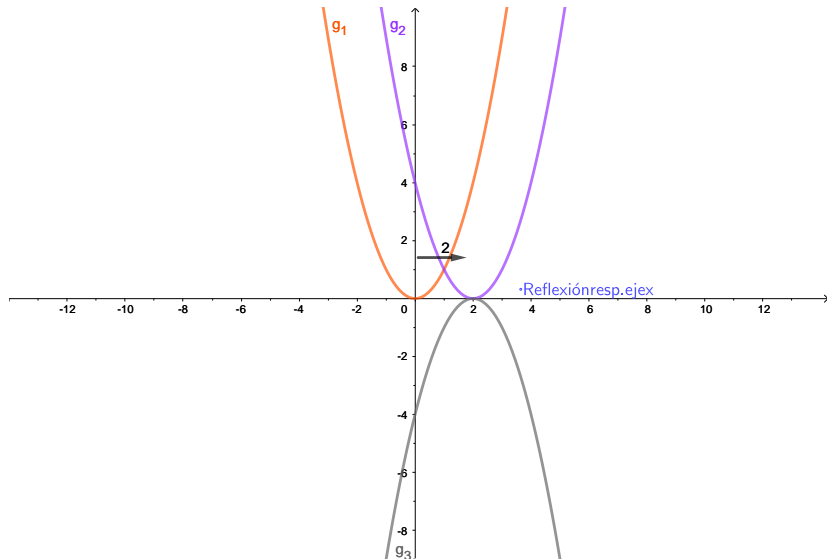
FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g_2(x) = g_1(x - 2) = (x - 2)^2$$



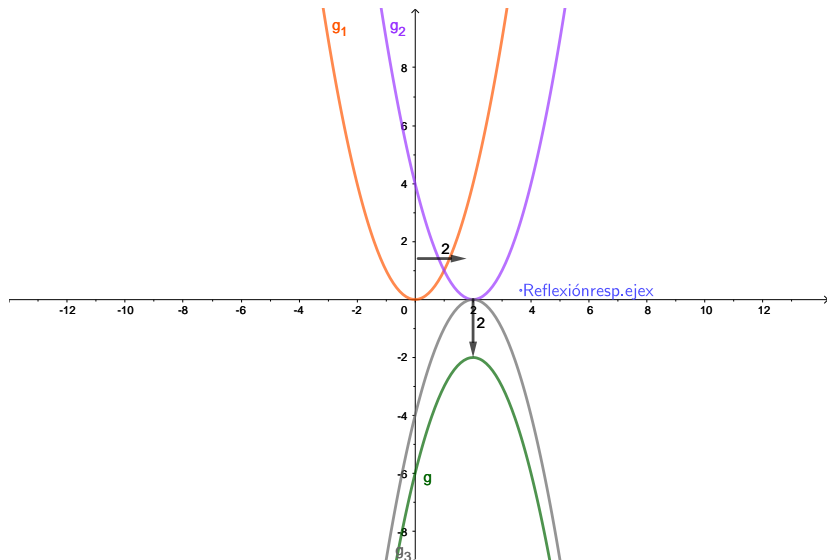
FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g_3(x) = -g_2(x) = -(x - 2)^2$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$g(x) = g_3(x) - 2 = -(x - 2)^2 - 2$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \ a \neq 0$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \ a \neq 0$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \ a \neq 0$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \ a \neq 0$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \ a \neq 0$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \ a \neq 0$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right)$$

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right)$$

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = a \left(x - \frac{-b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \quad a \neq 0$$

$$f(x) = ax^2 + bx + c = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{b}{2a} \right)^2 + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right)$$

$$= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right)$$

$$= a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} = a \left(x - \frac{-b}{2a} \right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a}$$

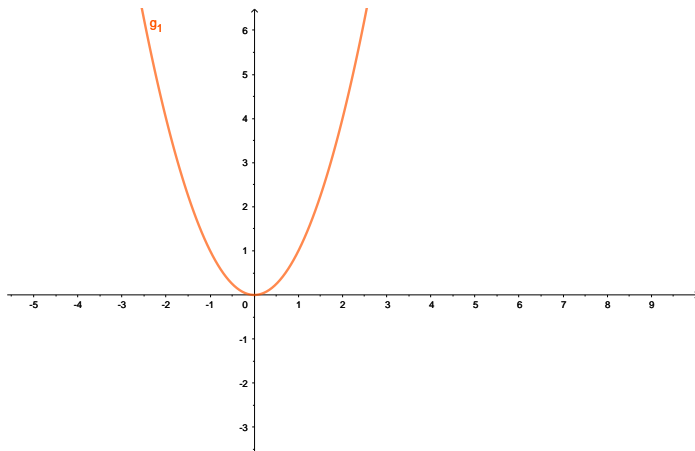
Recordar: Vértice $\longrightarrow V \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a} \right)$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

$$g_1(x) = x^2, \text{ Dom}(g_1) = \mathbb{R},$$

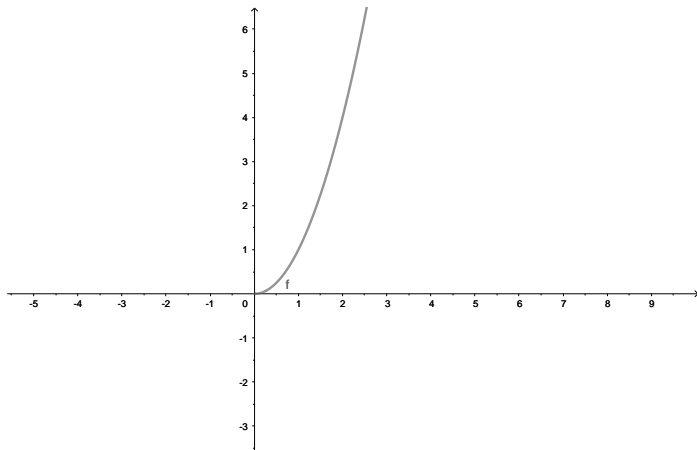
$\text{Rec}(g_1) = \mathbb{R}_0^+ = [0, +\infty)$, g_1 no es inyectiva, g_1 es par.



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

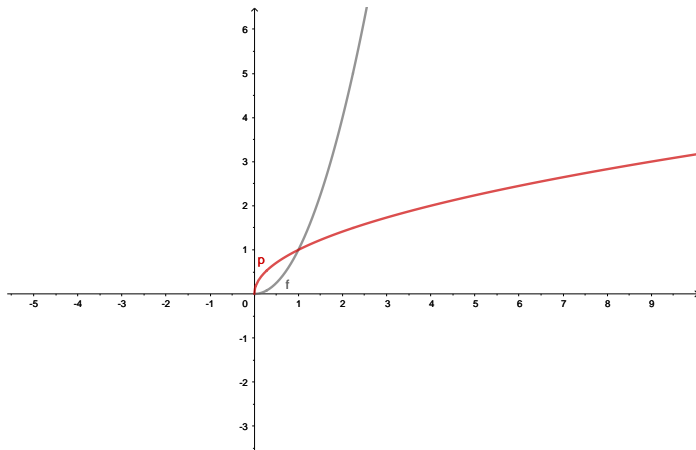
$f(x) = x^2$, $Dom(f) = \mathbb{R}_0^+$, $Rec(f) = \mathbb{R}_0^+$, f es inyectiva.



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

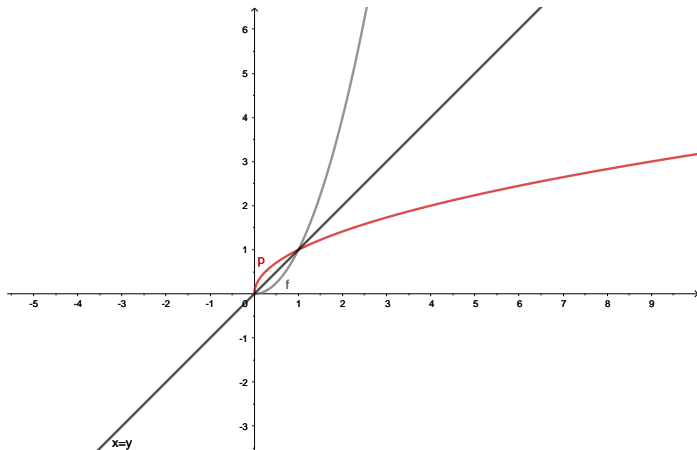
$p(x) = f^{-1}(x) = \sqrt{x}$, $Dom(f^{-1}) = Rec(f) = \mathbb{R}_0^+$,
 $Rec(f^{-1}) = Dom(f) = \mathbb{R}_0^+$, f es inyectiva.



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

$$f(x), p(x) = f^{-1}(x) = \sqrt{x}.$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$f(x) = x^2, \text{ Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+, \text{ Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$f(x) = x^2, \text{ Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+, \text{ Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$$

f es inyectiva.

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$f(x) = x^2, \text{ Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+, \text{ Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$$

f es inyectiva.

Existe f^{-1} con $\text{Dom}(f^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(f^{-1}) = \text{Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+$.

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$f(x) = x^2, \text{ Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+, \text{ Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$$

f es inyectiva.

Existe f^{-1} con $\text{Dom}(f^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(f^{-1}) = \text{Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+$.

$$f^{-1}(y) = x \iff f(x) = y$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$f(x) = x^2, \text{ Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+, \text{ Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$$

f es inyectiva.

Existe f^{-1} con $\text{Dom}(f^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(f^{-1}) = \text{Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+$.

$$f^{-1}(y) = x \iff f(x) = y$$

$$y \geq 0, x \geq 0$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$f(x) = x^2, \text{ Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+, \text{ Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$$

f es inyectiva.

Existe f^{-1} con $\text{Dom}(f^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(f^{-1}) = \text{Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+$.

$$f^{-1}(y) = x \iff f(x) = y$$

$$y \geq 0, x \geq 0$$

$$f(x) = y$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$f(x) = x^2, \text{ Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+, \text{ Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$$

f es inyectiva.

Existe f^{-1} con $\text{Dom}(f^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(f^{-1}) = \text{Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+$.

$$f^{-1}(y) = x \iff f(x) = y$$

$$y \geq 0, x \geq 0$$

$$f(x) = y \implies x^2 = y$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$f(x) = x^2, \text{ Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+, \text{ Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$$

f es inyectiva.

Existe f^{-1} con $\text{Dom}(f^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(f^{-1}) = \text{Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+$.

$$f^{-1}(y) = x \iff f(x) = y$$

$$y \geq 0, x \geq 0$$

$$f(x) = y \implies x^2 = y \implies \sqrt{x^2} = \sqrt{y}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$f(x) = x^2, \text{ Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+, \text{ Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$$

f es inyectiva.

Existe f^{-1} con $\text{Dom}(f^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(f^{-1}) = \text{Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+$.

$$f^{-1}(y) = x \iff f(x) = y$$

$$y \geq 0, x \geq 0$$

$$f(x) = y \implies x^2 = y \implies \sqrt{x^2} = \sqrt{y} \implies |x| = \sqrt{y}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$f(x) = x^2, \text{ Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+, \text{ Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$$

f es inyectiva.

Existe f^{-1} con $\text{Dom}(f^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(f^{-1}) = \text{Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+$.

$$f^{-1}(y) = x \iff f(x) = y$$

$$y \geq 0, x \geq 0$$

$$f(x) = y \implies x^2 = y \implies \sqrt{x^2} = \sqrt{y} \implies |x| = \sqrt{y} \xrightarrow{x \geq 0} x = \sqrt{y}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$f(x) = x^2, \text{ Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+, \text{ Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$$

f es inyectiva.

Existe f^{-1} con $\text{Dom}(f^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(f^{-1}) = \text{Dom}(f) = \mathbb{R}_0^+$.

$$f^{-1}(y) = x \iff f(x) = y$$

$$y \geq 0, x \geq 0$$

$$f(x) = y \implies x^2 = y \implies \sqrt{x^2} = \sqrt{y} \implies |x| = \sqrt{y} \xrightarrow{x \geq 0} x = \sqrt{y}$$

$$f^{-1}(y) = \sqrt{y}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$h(x) = x^2, \text{ Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-, \text{ Rec}(h) = \mathbb{R}_0^+$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$h(x) = x^2, \text{ Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-, \text{ Rec}(h) = \mathbb{R}_0^+$$

h es inyectiva.

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$h(x) = x^2, \text{ Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-, \text{ Rec}(h) = \mathbb{R}_0^+$$

h es inyectiva.

Existe h^{-1} con $\text{Dom}(h^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(h^{-1}) = \text{Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-$.

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$h(x) = x^2, \text{ Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-, \text{ Rec}(h) = \mathbb{R}_0^+$$

h es inyectiva.

Existe h^{-1} con $\text{Dom}(h^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(h^{-1}) = \text{Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-$.

$$h^{-1}(y) = x \iff h(x) = y$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$h(x) = x^2, \text{ Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-, \text{ Rec}(h) = \mathbb{R}_0^+$$

h es inyectiva.

Existe h^{-1} con $\text{Dom}(h^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(h^{-1}) = \text{Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-$.

$$h^{-1}(y) = x \iff h(x) = y$$

$$y \geq 0, x \leq 0$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$h(x) = x^2, \text{ Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-, \text{ Rec}(h) = \mathbb{R}_0^+$$

h es inyectiva.

Existe h^{-1} con $\text{Dom}(h^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(h^{-1}) = \text{Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-$.

$$h^{-1}(y) = x \iff h(x) = y$$

$$y \geq 0, x \leq 0$$

$$h(x) = y$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$h(x) = x^2, \text{ Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-, \text{ Rec}(h) = \mathbb{R}_0^+$$

h es inyectiva.

Existe h^{-1} con $\text{Dom}(h^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(h^{-1}) = \text{Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-$.

$$h^{-1}(y) = x \iff h(x) = y$$

$$y \geq 0, x \leq 0$$

$$h(x) = y \implies x^2 = y$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$h(x) = x^2, \text{ Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-, \text{ Rec}(h) = \mathbb{R}_0^+$$

h es inyectiva.

Existe h^{-1} con $\text{Dom}(h^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(h^{-1}) = \text{Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-$.

$$h^{-1}(y) = x \iff h(x) = y$$

$$y \geq 0, x \leq 0$$

$$h(x) = y \implies x^2 = y \implies \sqrt{x^2} = \sqrt{y}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$h(x) = x^2, \text{ Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-, \text{ Rec}(h) = \mathbb{R}_0^+$$

h es inyectiva.

Existe h^{-1} con $\text{Dom}(h^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(h^{-1}) = \text{Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-$.

$$h^{-1}(y) = x \iff h(x) = y$$

$$y \geq 0, x \leq 0$$

$$h(x) = y \implies x^2 = y \implies \sqrt{x^2} = \sqrt{y} \implies |x| = \sqrt{y}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$h(x) = x^2, \text{ Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-, \text{ Rec}(h) = \mathbb{R}_0^+$$

h es inyectiva.

Existe h^{-1} con $\text{Dom}(h^{-1}) = \text{Rec}(f) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(h^{-1}) = \text{Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-$.

$$h^{-1}(y) = x \iff h(x) = y$$

$$y \geq 0, x \leq 0$$

$$h(x) = y \implies x^2 = y \implies \sqrt{x^2} = \sqrt{y} \implies |x| = \sqrt{y} \xrightarrow{x \leq 0} -x = \sqrt{y}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$h(x) = x^2, \text{ Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-, \text{ Rec}(h) = \mathbb{R}_0^+$$

h es inyectiva.

Existe h^{-1} con $\text{Dom}(h^{-1}) = \text{Rec}(h) = \mathbb{R}_0^+$ y $\text{Rec}(h^{-1}) = \text{Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-$.

$$h^{-1}(y) = x \iff h(x) = y$$

$$y \geq 0, x \leq 0$$

$$h(x) = y \implies x^2 = y \implies \sqrt{x^2} = \sqrt{y} \implies |x| = \sqrt{y} \xrightarrow{x \leq 0} -x = \sqrt{y}$$

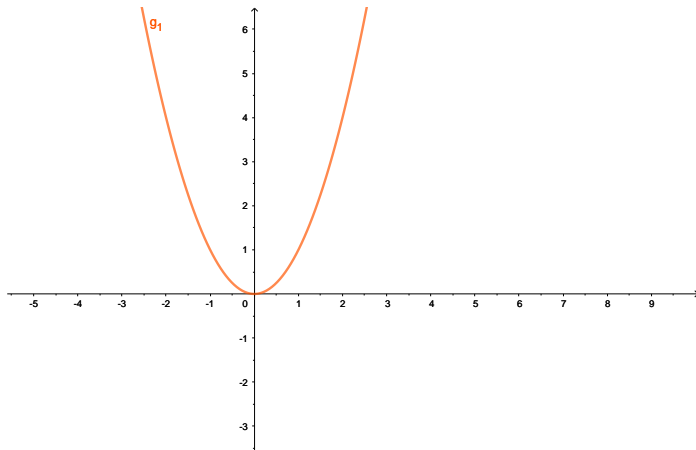
$$f^{-1}(y) = -\sqrt{y}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

$$g_1(x) = x^2, \text{ Dom}(g_1) = \mathbb{R},$$

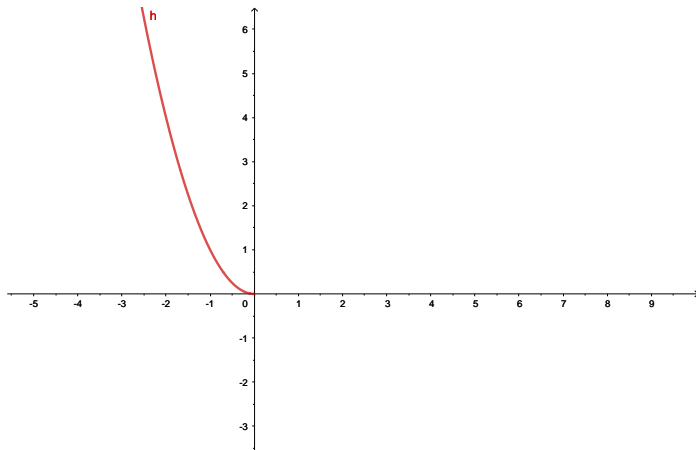
$$\text{Rec}(g_1) = \mathbb{R}_0^+ = [0, +\infty), g_1 \text{ no es inyectiva.}$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

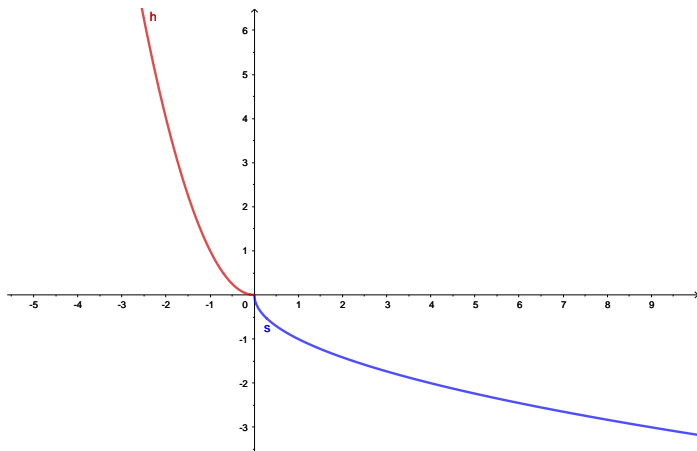
$$h(x) = x^2, \text{Dom}(h) = \mathbb{R}_0^-, \\ \text{Rec}(h) = \mathbb{R}_0^+, h \text{ es inyectiva.}$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

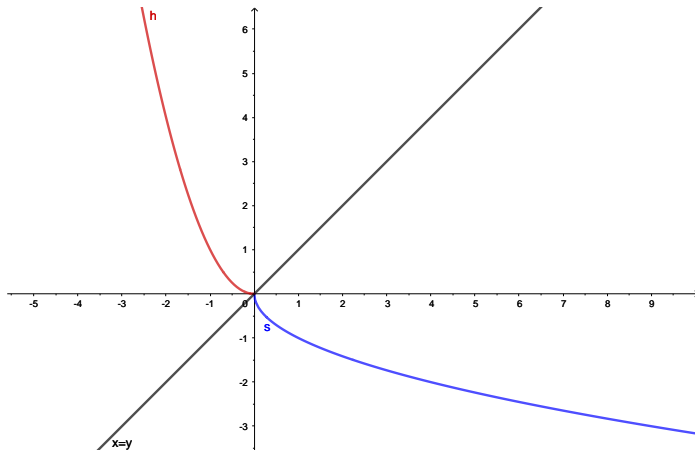
$s(x) = h^{-1}(x) = -\sqrt{x}$, $Dom(h^{-1}) = Rec(h) = \mathbb{R}_0^+$,
 $Rec(h^{-1}) = Dom(h) = \mathbb{R}_0^-$, f es inyectiva.



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

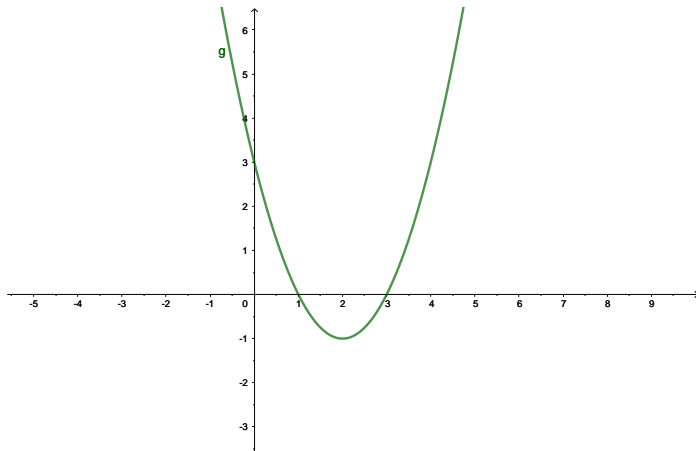
$$h(x), s(x) = h^{-1}(x) = -\sqrt{x}.$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

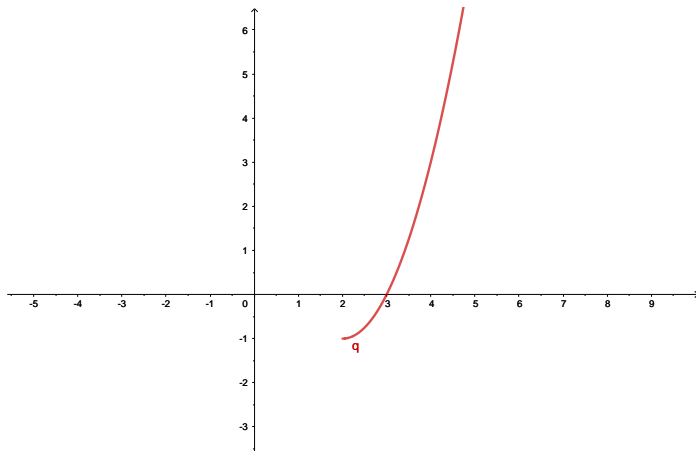
$$g(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(g) = \mathbb{R},$$
$$\text{Rec}(g) = [-1, +\infty), g \text{ no es inyectiva.}$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

$q(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$, $Dom(q) = [2, +\infty)$,
 $Rec(q) = [-1, +\infty)$, q es inyectiva.



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$q(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(q) = [2, +\infty), \text{ Rec}(q) = [-1, +\infty)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$q(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(q) = [2, +\infty), \text{ Rec}(q) = [-1, +\infty)$$

q es inyectiva.

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$q(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(q) = [2, +\infty), \text{ Rec}(q) = [-1, +\infty)$$

q es inyectiva.

Existe q^{-1} con $\text{Dom}(q^{-1}) = \text{Rec}(q) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(q^{-1}) = \text{Dom}(q) = [2, +\infty)$.

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$q(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(q) = [2, +\infty), \text{ Rec}(q) = [-1, +\infty)$$

q es inyectiva.

Existe q^{-1} con $\text{Dom}(q^{-1}) = \text{Rec}(q) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(q^{-1}) = \text{Dom}(q) = [2, +\infty)$.

$$q^{-1}(y) = x \iff q(x) = y$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$q(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(q) = [2, +\infty), \text{ Rec}(q) = [-1, +\infty)$$

q es inyectiva.

Existe q^{-1} con $\text{Dom}(q^{-1}) = \text{Rec}(q) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(q^{-1}) = \text{Dom}(q) = [2, +\infty)$.

$$q^{-1}(y) = x \iff q(x) = y$$

$$y \geq -1, x \geq 2$$

$$q(x) = y$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$q(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(q) = [2, +\infty), \text{ Rec}(q) = [-1, +\infty)$$

q es inyectiva.

Existe q^{-1} con $\text{Dom}(q^{-1}) = \text{Rec}(q) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(q^{-1}) = \text{Dom}(q) = [2, +\infty)$.

$$q^{-1}(y) = x \iff q(x) = y$$

$$y \geq -1, x \geq 2$$

$$q(x) = y \implies (x - 2)^2 - 1 = y$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$q(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(q) = [2, +\infty), \text{ Rec}(q) = [-1, +\infty)$$

q es inyectiva.

Existe q^{-1} con $\text{Dom}(q^{-1}) = \text{Rec}(q) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(q^{-1}) = \text{Dom}(q) = [2, +\infty)$.

$$q^{-1}(y) = x \iff q(x) = y$$

$$y \geq -1, x \geq 2$$

$$q(x) = y \implies (x - 2)^2 - 1 = y \implies (x - 2)^2 = y + 1 \implies$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$q(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(q) = [2, +\infty), \text{ Rec}(q) = [-1, +\infty)$$

q es inyectiva.

Existe q^{-1} con $\text{Dom}(q^{-1}) = \text{Rec}(q) = [-1, +\infty)$ y $\text{Rec}(q^{-1}) = \text{Dom}(q) = [2, +\infty)$.

$$q^{-1}(y) = x \iff q(x) = y$$

$$y \geq -1, x \geq 2$$

$$\begin{aligned} q(x) = y &\implies (x - 2)^2 - 1 = y \implies (x - 2)^2 = y + 1 \implies \\ \implies \sqrt{(x - 2)^2} &= \sqrt{y + 1} \end{aligned}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$q(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(q) = [2, +\infty), \text{ Rec}(q) = [-1, +\infty)$$

q es inyectiva.

Existe q^{-1} con $\text{Dom}(q^{-1}) = \text{Rec}(q) = [-1, +\infty)$ y $\text{Rec}(q^{-1}) = \text{Dom}(q) = [2, +\infty)$.

$$q^{-1}(y) = x \iff q(x) = y$$

$$y \geq -1, x \geq 2$$

$$\begin{aligned} q(x) = y &\implies (x - 2)^2 - 1 = y \implies (x - 2)^2 = y + 1 \implies \\ \implies \sqrt{(x - 2)^2} &= \sqrt{y + 1} \implies |x - 2| = \sqrt{y + 1} \end{aligned}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$q(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(q) = [2, +\infty), \text{ Rec}(q) = [-1, +\infty)$$

q es inyectiva.

Existe q^{-1} con $\text{Dom}(q^{-1}) = \text{Rec}(q) = [-1, +\infty)$ y $\text{Rec}(q^{-1}) = \text{Dom}(q) = [2, +\infty)$.

$$q^{-1}(y) = x \iff q(x) = y$$

$$y \geq -1, x \geq 2$$

$$\begin{aligned} q(x) = y &\implies (x - 2)^2 - 1 = y \implies (x - 2)^2 = y + 1 \implies \\ \implies \sqrt{(x - 2)^2} = \sqrt{y + 1} &\implies |x - 2| = \sqrt{y + 1} \xRightarrow{x \geq 2} x - 2 = \sqrt{y + 1} \implies \end{aligned}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$q(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(q) = [2, +\infty), \text{ Rec}(q) = [-1, +\infty)$$

q es inyectiva.

Existe q^{-1} con $\text{Dom}(q^{-1}) = \text{Rec}(q) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(q^{-1}) = \text{Dom}(q) = [2, +\infty)$.

$$q^{-1}(y) = x \iff q(x) = y$$

$$y \geq -1, x \geq 2$$

$$\begin{aligned} q(x) = y &\implies (x - 2)^2 - 1 = y \implies (x - 2)^2 = y + 1 \implies \\ \implies \sqrt{(x - 2)^2} &= \sqrt{y + 1} \implies |x - 2| = \sqrt{y + 1} \xrightarrow{x \geq 2} x - 2 = \sqrt{y + 1} \implies \\ &\implies x = \sqrt{y + 1} + 2 \end{aligned}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$q(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(q) = [2, +\infty), \text{ Rec}(q) = [-1, +\infty)$$

q es inyectiva.

Existe q^{-1} con $\text{Dom}(q^{-1}) = \text{Rec}(q) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(q^{-1}) = \text{Dom}(q) = [2, +\infty)$.

$$q^{-1}(y) = x \iff q(x) = y$$

$$y \geq -1, x \geq 2$$

$$\begin{aligned} q(x) = y &\implies (x - 2)^2 - 1 = y \implies (x - 2)^2 = y + 1 \implies \\ \implies \sqrt{(x - 2)^2} = \sqrt{y + 1} &\implies |x - 2| = \sqrt{y + 1} \xrightarrow{x \geq 2} x - 2 = \sqrt{y + 1} \implies \\ &\implies x = \sqrt{y + 1} + 2 \end{aligned}$$

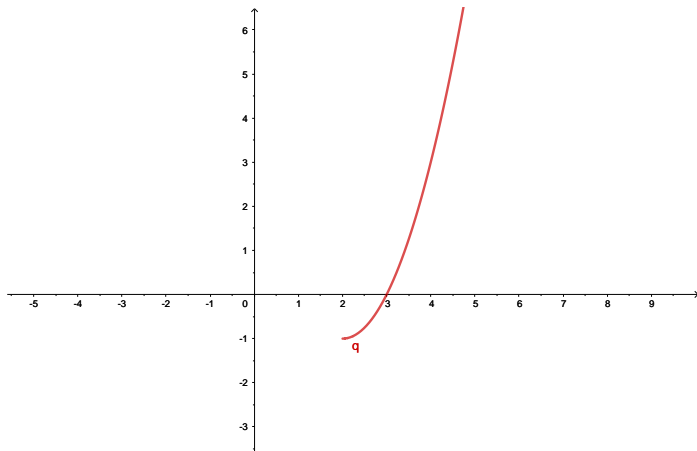
$$q^{-1}(y) = \sqrt{y + 1} + 2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

$$q(x) = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(q) = [2, +\infty),$$

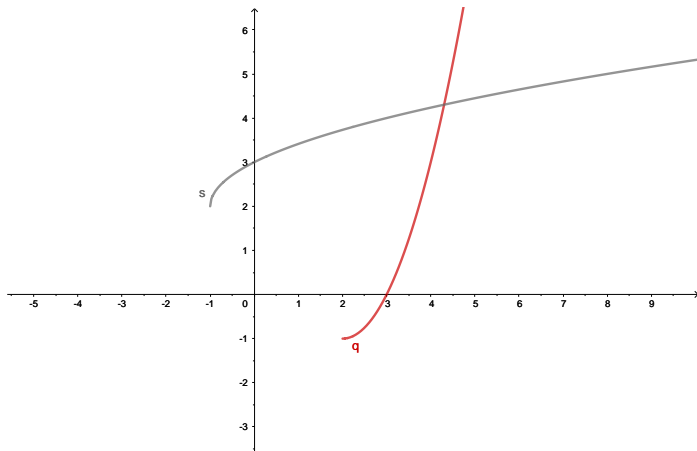
$\text{Rec}(q) = [-1, +\infty)$, q es inyectiva.



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

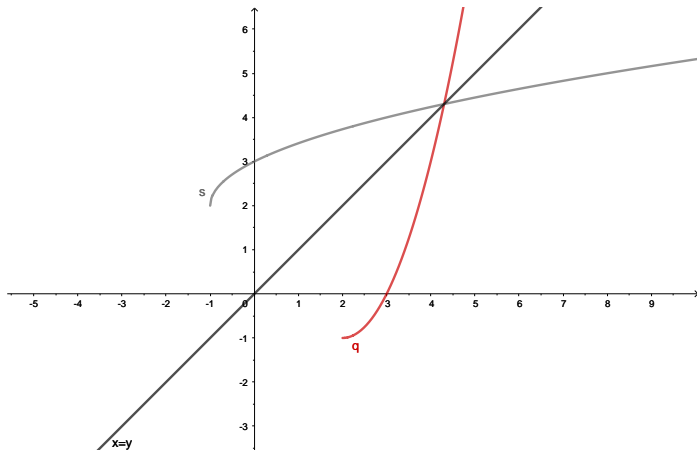
$s(x) = q^{-1}(x) = \sqrt{x+1} + 2$, $Dom(s) = [-1, +\infty)$,
 $Rec(s) = [2, +\infty)$, s es inyectiva.



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

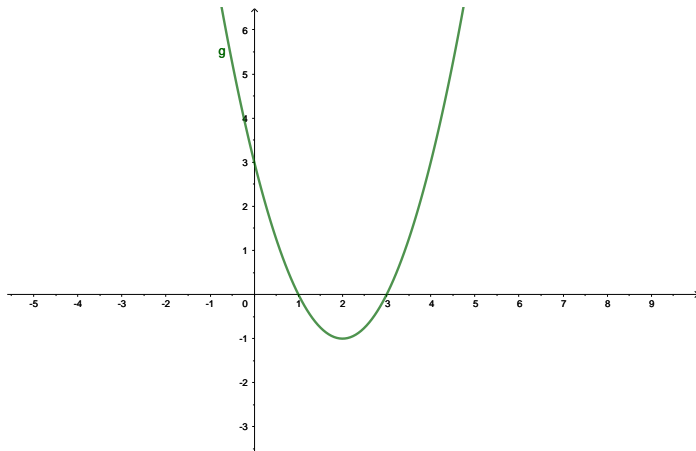
$$q(x), s(x) = q^{-1}(x) = \sqrt{x+1} + 2$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

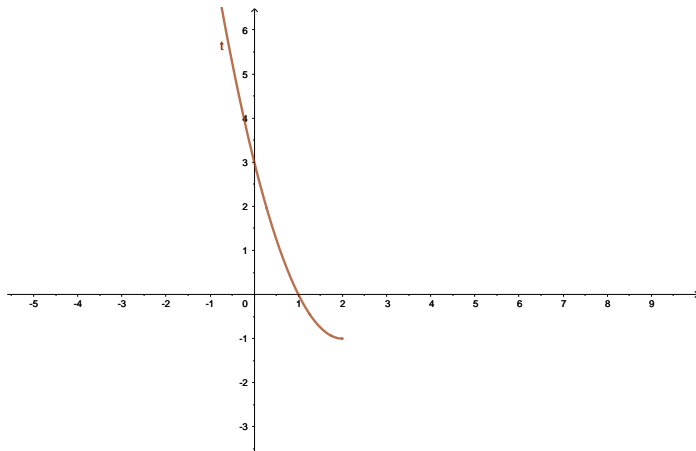
$$g(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(g) = \mathbb{R},$$
$$\text{Rec}(g) = [-1, +\infty), g \text{ no es inyectiva.}$$



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

$t(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1$, $Dom(t) = (-\infty, 2]$,
 $Rec(t) = [-1, +\infty)$, t es inyectiva.



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$t(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(t) = (-\infty, 2], \text{ Rec}(t) = [-1, +\infty)$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$t(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(t) = (-\infty, 2], \text{ Rec}(t) = [-1, +\infty)$$

t es inyectiva.

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$t(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(t) = (-\infty, 2], \text{ Rec}(t) = [-1, +\infty)$$

t es inyectiva.

Existe t^{-1} con $\text{Dom}(t^{-1}) = \text{Rec}(t) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(t^{-1}) = \text{Dom}(t) = (-\infty, 2]$.

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$t(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(t) = (-\infty, 2], \text{ Rec}(t) = [-1, +\infty)$$

t es inyectiva.

Existe t^{-1} con $\text{Dom}(t^{-1}) = \text{Rec}(t) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(t^{-1}) = \text{Dom}(t) = (-\infty, 2]$.

$$t^{-1}(y) = x \iff t(x) = y$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$t(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(t) = (-\infty, 2], \text{ Rec}(t) = [-1, +\infty)$$

t es inyectiva.

Existe t^{-1} con $\text{Dom}(t^{-1}) = \text{Rec}(t) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(t^{-1}) = \text{Dom}(t) = (-\infty, 2]$.

$$t^{-1}(y) = x \iff t(x) = y$$

$$y \geq -1, x \leq 2$$

$$t(x) = y$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$t(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(t) = (-\infty, 2], \text{ Rec}(t) = [-1, +\infty)$$

t es inyectiva.

Existe t^{-1} con $\text{Dom}(t^{-1}) = \text{Rec}(t) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(t^{-1}) = \text{Dom}(t) = (-\infty, 2]$.

$$t^{-1}(y) = x \iff t(x) = y$$

$$y \geq -1, x \leq 2$$

$$t(x) = y \implies (x - 2)^2 - 1 = y$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$t(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(t) = (-\infty, 2], \text{ Rec}(t) = [-1, +\infty)$$

t es inyectiva.

Existe t^{-1} con $\text{Dom}(t^{-1}) = \text{Rec}(t) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(t^{-1}) = \text{Dom}(t) = (-\infty, 2]$.

$$t^{-1}(y) = x \iff t(x) = y$$

$$y \geq -1, x \leq 2$$

$$t(x) = y \implies (x - 2)^2 - 1 = y \implies (x - 2)^2 = y + 1 \implies$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$t(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(t) = (-\infty, 2], \text{ Rec}(t) = [-1, +\infty)$$

t es inyectiva.

Existe t^{-1} con $\text{Dom}(t^{-1}) = \text{Rec}(t) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(t^{-1}) = \text{Dom}(t) = (-\infty, 2]$.

$$t^{-1}(y) = x \iff t(x) = y$$

$$y \geq -1, x \leq 2$$

$$\begin{aligned} t(x) = y &\implies (x - 2)^2 - 1 = y \implies (x - 2)^2 = y + 1 \implies \\ \implies \sqrt{(x - 2)^2} &= \sqrt{y + 1} \end{aligned}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$t(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(t) = (-\infty, 2], \text{ Rec}(t) = [-1, +\infty)$$

t es inyectiva.

Existe t^{-1} con $\text{Dom}(t^{-1}) = \text{Rec}(t) = [-1, +\infty)$ y $\text{Rec}(t^{-1}) = \text{Dom}(t) = (-\infty, 2]$.

$$t^{-1}(y) = x \iff t(x) = y$$

$$y \geq -1, x \leq 2$$

$$\begin{aligned} t(x) = y &\implies (x - 2)^2 - 1 = y \implies (x - 2)^2 = y + 1 \implies \\ \implies \sqrt{(x - 2)^2} &= \sqrt{y + 1} \implies |x - 2| = \sqrt{y + 1} \end{aligned}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$t(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(t) = (-\infty, 2], \text{ Rec}(t) = [-1, +\infty)$$

t es inyectiva.

Existe t^{-1} con $\text{Dom}(t^{-1}) = \text{Rec}(t) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(t^{-1}) = \text{Dom}(t) = (-\infty, 2]$.

$$t^{-1}(y) = x \iff t(x) = y$$

$$y \geq -1, x \leq 2$$

$$\begin{aligned} t(x) = y &\implies (x - 2)^2 - 1 = y \implies (x - 2)^2 = y + 1 \implies \\ \implies \sqrt{(x - 2)^2} = \sqrt{y + 1} &\implies |x - 2| = \sqrt{y + 1} \xRightarrow{x \leq 2} -(x - 2) = \sqrt{y + 1} \implies \end{aligned}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$t(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(t) = (-\infty, 2], \text{ Rec}(t) = [-1, +\infty)$$

t es inyectiva.

Existe t^{-1} con $\text{Dom}(t^{-1}) = \text{Rec}(t) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(t^{-1}) = \text{Dom}(t) = (-\infty, 2]$.

$$t^{-1}(y) = x \iff t(x) = y$$

$$y \geq -1, x \leq 2$$

$$\begin{aligned} t(x) = y &\implies (x - 2)^2 - 1 = y \implies (x - 2)^2 = y + 1 \implies \\ \implies \sqrt{(x - 2)^2} = \sqrt{y + 1} &\implies |x - 2| = \sqrt{y + 1} \xRightarrow{x \leq 2} -(x - 2) = \sqrt{y + 1} \implies \\ &\implies x - 2 = -\sqrt{y + 1} \end{aligned}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$t(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(t) = (-\infty, 2], \text{ Rec}(t) = [-1, +\infty)$$

t es inyectiva.

Existe t^{-1} con $\text{Dom}(t^{-1}) = \text{Rec}(t) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(t^{-1}) = \text{Dom}(t) = (-\infty, 2]$.

$$t^{-1}(y) = x \iff t(x) = y$$

$$y \geq -1, x \leq 2$$

$$\begin{aligned} t(x) = y &\implies (x - 2)^2 - 1 = y \implies (x - 2)^2 = y + 1 \implies \\ \implies \sqrt{(x - 2)^2} = \sqrt{y + 1} &\implies |x - 2| = \sqrt{y + 1} \xRightarrow{x \leq 2} -(x - 2) = \sqrt{y + 1} \implies \\ &\implies x - 2 = -\sqrt{y + 1} \implies x = -\sqrt{y + 1} + 2 \end{aligned}$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA.

$$t(x) = x^2 - 4x + 3 = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(t) = (-\infty, 2], \text{ Rec}(t) = [-1, +\infty)$$

t es inyectiva.

Existe t^{-1} con $\text{Dom}(t^{-1}) = \text{Rec}(t) = [-1, +\infty)$ y
 $\text{Rec}(t^{-1}) = \text{Dom}(t) = (-\infty, 2]$.

$$t^{-1}(y) = x \iff t(x) = y$$

$$y \geq -1, x \leq 2$$

$$\begin{aligned} t(x) = y &\implies (x - 2)^2 - 1 = y \implies (x - 2)^2 = y + 1 \implies \\ \implies \sqrt{(x - 2)^2} = \sqrt{y + 1} &\implies |x - 2| = \sqrt{y + 1} \xRightarrow{x \leq 2} -(x - 2) = \sqrt{y + 1} \implies \\ \implies x - 2 = -\sqrt{y + 1} &\implies x = -\sqrt{y + 1} + 2 \end{aligned}$$

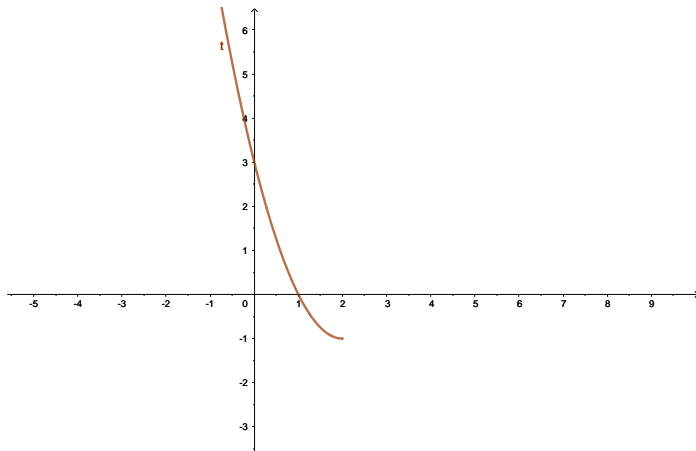
$$t^{-1}(y) = -\sqrt{y + 1} + 2$$

FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

$$t(x) = (x - 2)^2 - 1, \text{ Dom}(t) = (-\infty, 2],$$

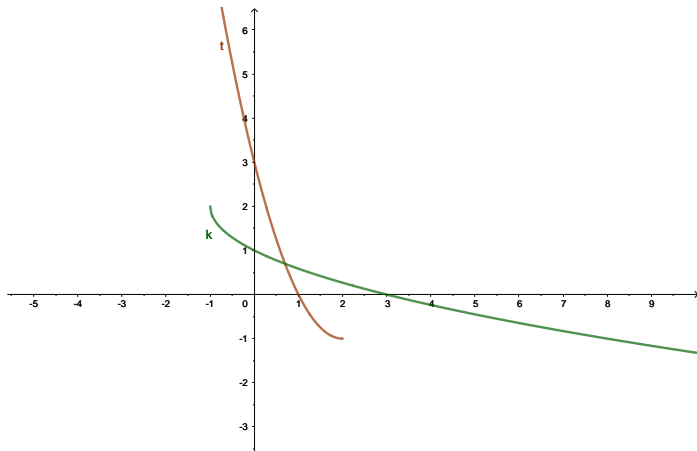
$\text{Rec}(t) = [-1, +\infty)$, t es inyectiva.



FUNCIÓN CUADRÁTICA

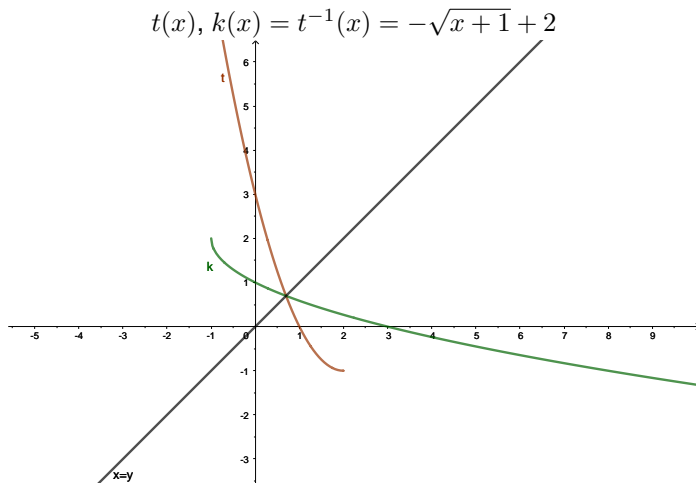
RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

$k(x) = t^{-1}(x) = -\sqrt{x+1} + 2$, $Dom(k) = [-1, +\infty)$,
 $Rec(k) = (-\infty, 2]$, k es inyectiva.



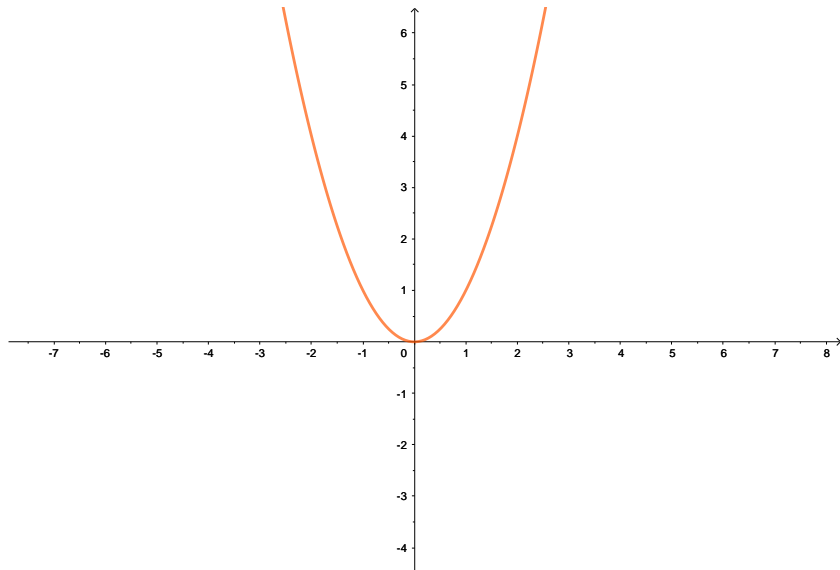
FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA



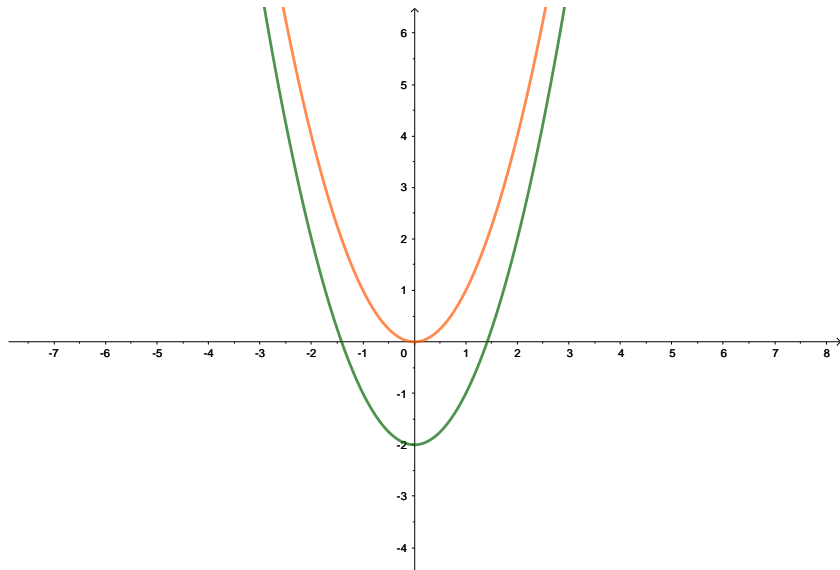
FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA



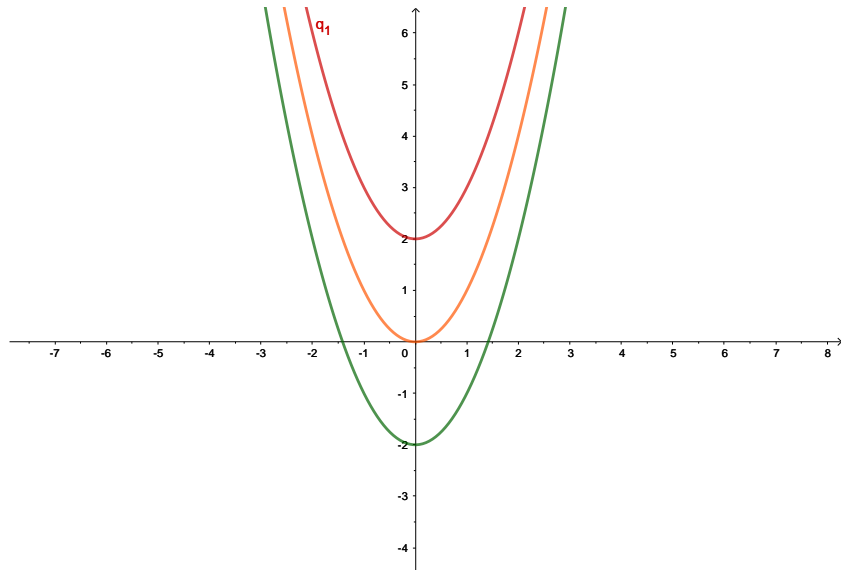
FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA



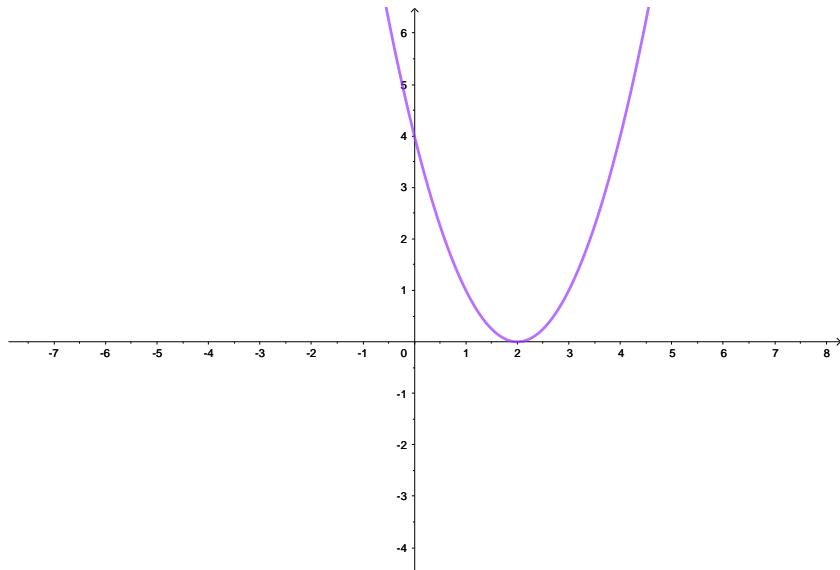
FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA



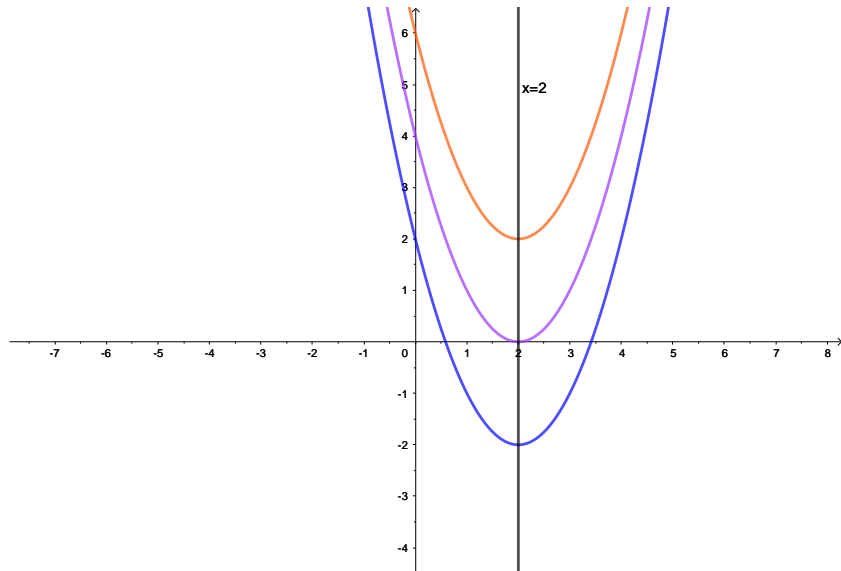
FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA



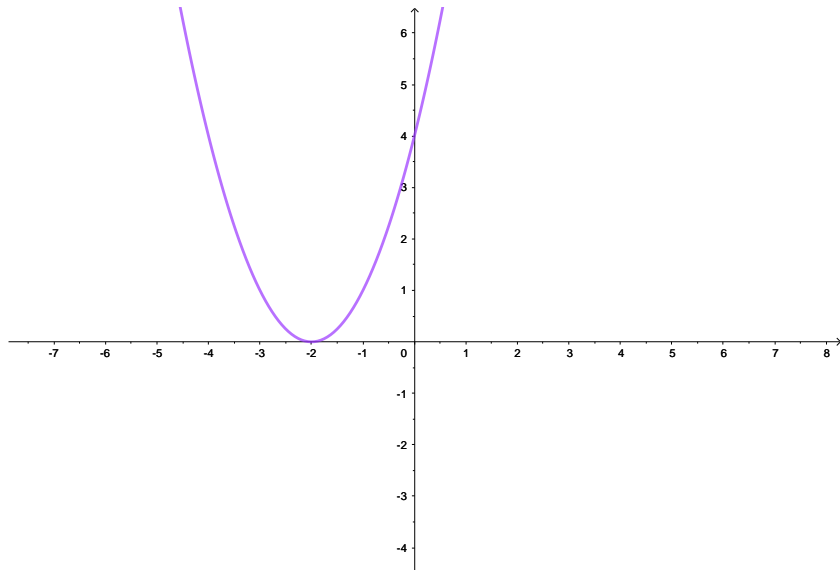
FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA



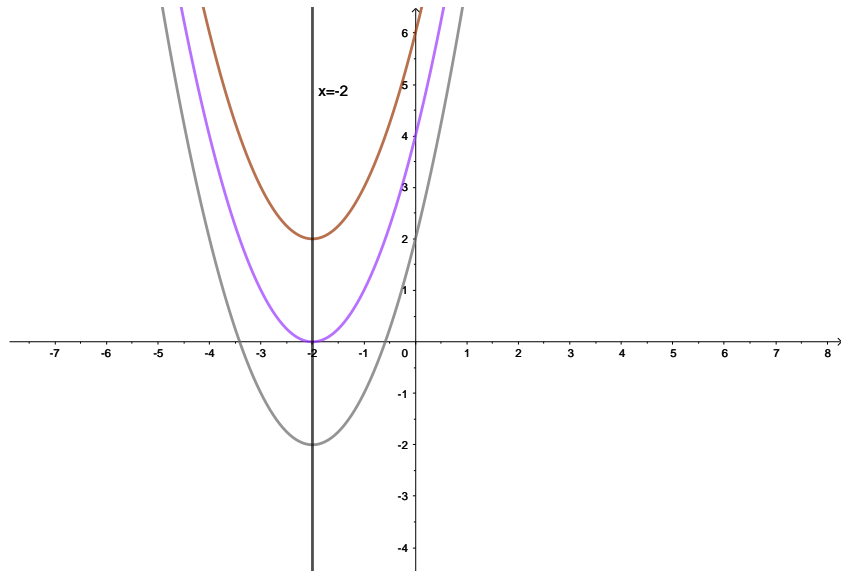
FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA



FUNCIÓN CUADRÁTICA

RECORRIDO, PARIDAD, INYECTIVIDAD, INVERSA

Ejercicio: Probar que

$$f(x) = ax^2 + bx + c, \ a \neq 0, \text{ es par} \iff b = 0$$