EJERCICIO 19)a. Falta dato r_2). No se puede resolver.

EJERCICIO 19)b.

$r_1)\ \frac{x+3}{-4} = \frac{y-6}{3} = \frac{z}{2}$

$P_1(-3; 6; 0)$

$\overline{u_1} = (-4; 3; 2)$

Ec. paramétrica

$$r_1) \begin{cases} x = -3 - 4t \\ y = 6 + 3t \\ z = 0 + 2t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$r_2) \begin{cases} x + 5y - z + 9 = 0 & (\text{plano } \pi_1) \\ x + 3y + z - 5 = 0 & (\text{plano } \pi_2) \end{cases}$$

Para calcular la distancia entre ellas, nos convendrá pasar r_2) a otra forma. Vamos a buscar un punto de paso y un vector dirección,

De π_1) $\overline{n_1} = (1, 5, -1)$

De π_2) $\overline{n_2} = (1, 3, 1)$

$\overline{u_2} \,//\, \overline{n_1} \wedge \overline{n_2} = (8, -2, -2)$

Para el punto de paso, tomemos $z = 0$ y despejemos x e y

$$\begin{cases} x + 5y = -9 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$$

$2y = -14 \Rightarrow y = -7$

$x = 26$

Entonces elijo $\overline{u_2} = (4; -1; -1)$

$P_2(26, -7, 0)$

$$r_2) \begin{cases} x = 26 + 4\alpha \\ y = -7 - \alpha \\ z = \quad -\alpha \end{cases} \quad \alpha \in \mathbb{R}$$

¿Podemos decir si $r_1)$ y $r_2)$ son coplanares (// o secantes) o alabeadas?

$\overline{u_1} = (-4, 3, 2) \not\parallel \overline{u_2} = (4, -1, -1)$ NO SON PARALELAS

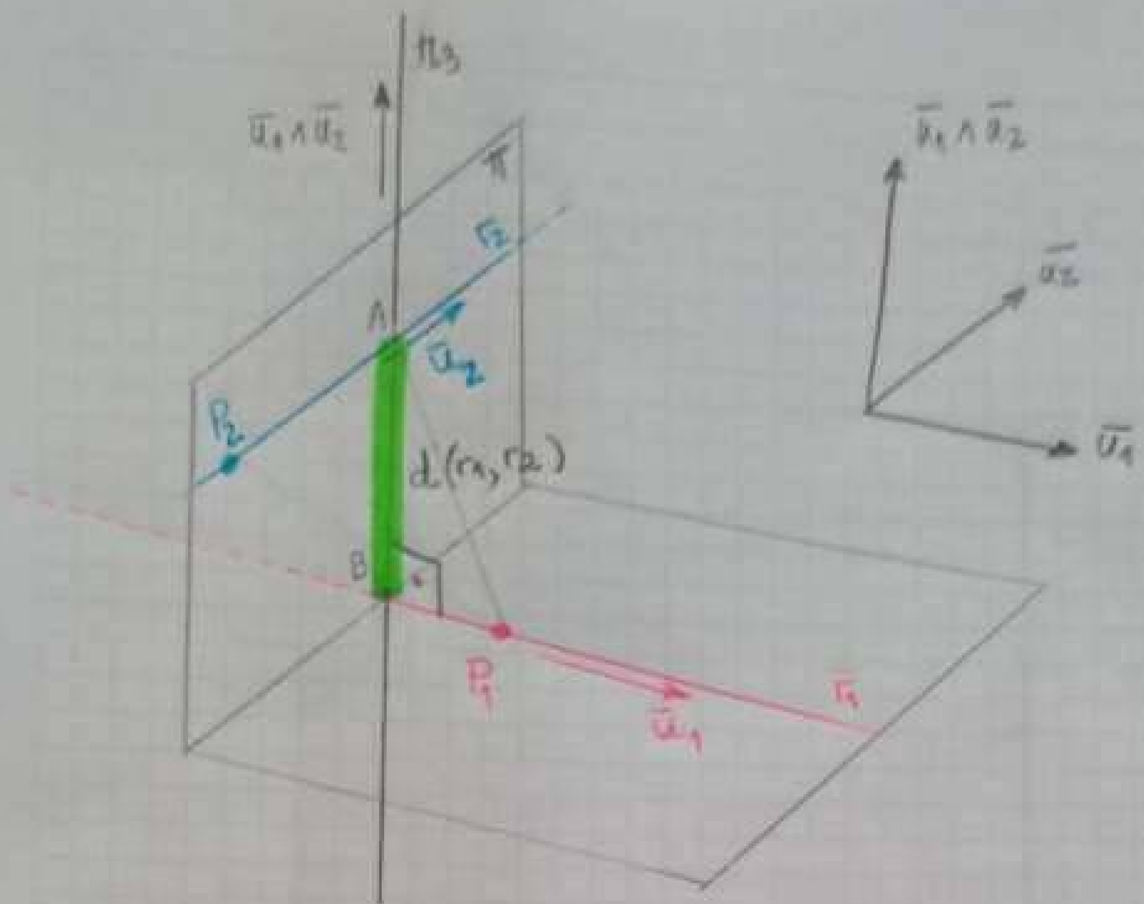
¿SERÁN SECANTES? EN ESE CASO, TENDRÍAMOS QUE ENCONTRAR EL PUNTO DE INTERSECCIÓN (x_0, y_0, z_0) de RESOLVER

$$\begin{cases} x_0 = -3 - 4t = 26 + 4\alpha \\ y_0 = 6 + 3t = -7 - \alpha \\ z_0 = \underbrace{2t}_{P_0 \in r_1?} = \underbrace{-\alpha}_{P_0 \in r_2?} \end{cases}$$

SI LO INTENTAN, NO TIENE SOLUCIÓN!

<u>CONCLUSIÓN:</u> r_1 y r_2 SON ALABEADAS!

Veamos primero como calcular $d(r_1, r_2)$, y nos ayudaremos gráficamente:



EL MÓDULO DEL SEGMENTO VERDE REPRESENTA LA DISTANCIA ENTRE AMBAS RECTAS, Y COMO SE PROBÓ EN EL EJERCICIO 14 b) ESTA DISTANCIA ES

producto mixto

$$d(r_1, r_2) = \frac{\left| (\bar{u}_1, \bar{u}_2, \overline{P_1P_2}) \right|}{\left| \bar{u}_1 \wedge \bar{u}_2 \right|}$$

$$d(r_1, r_2) = \frac{|-81|}{\sqrt{1+16+64}} = \frac{81}{\sqrt{81}}$$

$$(\bar{u}_1, \bar{u}_2, \overline{P_1P_2}) = \begin{vmatrix} -4 & 3 & 2 \\ 4 & -1 & -1 \\ 29 & -13 & 0 \end{vmatrix}$$

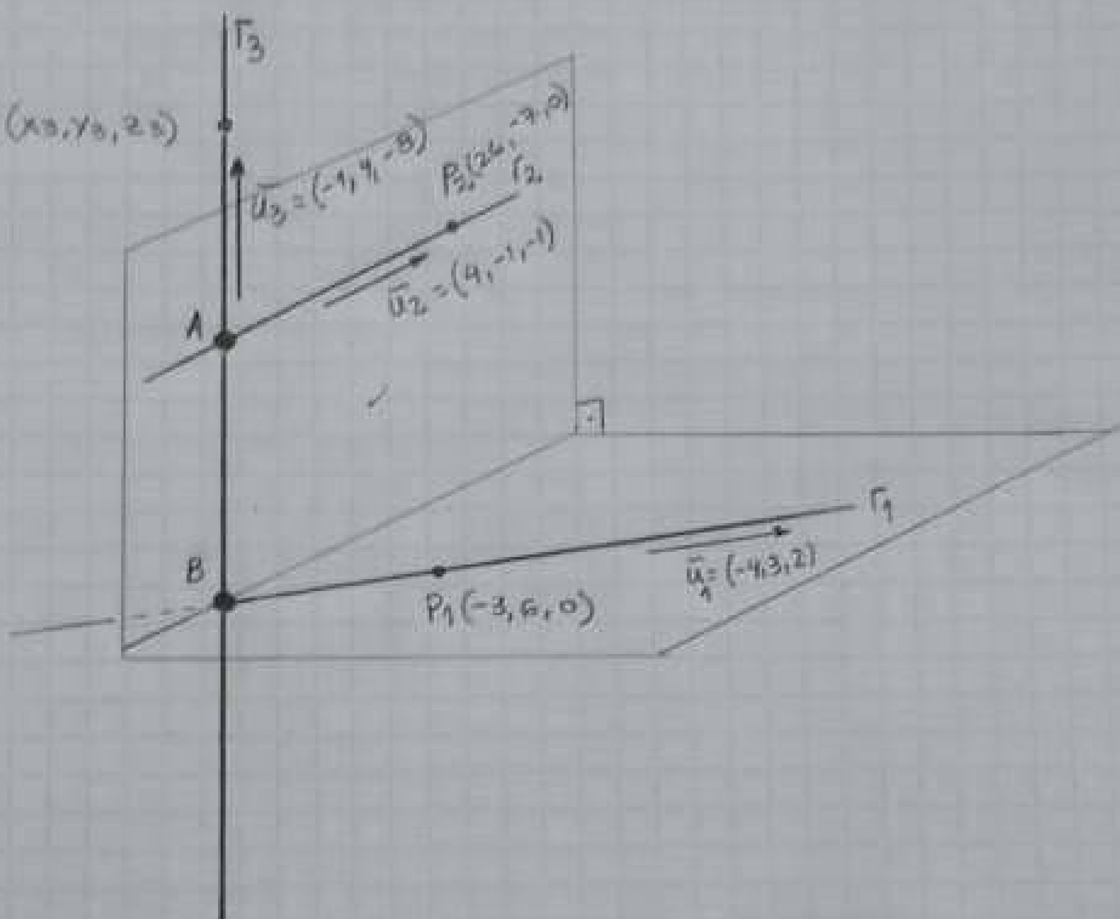
$$d(r_1, r_2) = \sqrt{81} = 9$$

—— · ——

PARA HALLAR UNA RECTA PERPENDICULAR A AMBAS, Y QUE LAS INTERSEQUE A AMBAS, QUE EN NUESTRO GRÁFICO ES r_3, OBSERVEMOS QUE SU VECTOR DIRECCIÓN DEBERÁ SER PARALELO A $\bar{u}_1 \wedge \bar{u}_2$, PUES $\bar{u}_1 \wedge \bar{u}_2 \perp \bar{u}_1$ y

$\vec{u}_1 \wedge \vec{u}_2 = (-1, 4, -8) = \vec{u}_3$

Entonces tenemos $r_3 \begin{cases} x = x_3 - \lambda \\ y = y_3 + 4\lambda \\ z = z_3 - 8\lambda \end{cases}$



Sea $\{A\} = r_3 \cap r_2$ y $\{B\} = r_1 \cap r_3$ los puntos de intersección de las rectas r_1 y r_2 con la recta perpendicular r_3 buscada.

$A \in r_2 \Rightarrow A(x_a, y_a, z_a) = (26 + 4\alpha; -7 - \alpha; -\alpha)$

$B \in r_1 \Rightarrow B(x_b, y_b, z_b) = (-3 - 4\beta; 6 + 3\beta; 2\beta)$

Además:

$\overline{AB} \perp \overline{u_1} \rightarrow$

$$\boxed{-4(-29-4\beta-4\alpha)+3(13+3\beta+\alpha)+2(2\beta+\alpha)=0} \quad (1)$$

$\overline{AB} \perp \overline{u_2} \Rightarrow$

$$\boxed{4(-29-4\beta-4\alpha)-(13+3\beta+3\alpha)-(2\beta+\alpha)=0} \quad (2)$$

Sistema 2x2 con incógnitas α y β.

$\alpha = -6$

$\beta = -1$

Entonces tomamos A o B como P_3 punto de paso!

$A(2; -1; 6)$

$B(1; 3; -2)$

$$r_3) \begin{cases} x = 2 + (-1)\lambda \\ y = -1 + 4\lambda \\ z = 6 + (-8)\lambda \end{cases} \qquad \lambda \in \mathbb{R}.$$

Verificación: $|\overline{AB}| = \sqrt{(1-2)^2+(3-(-1))^2+(-2-6)^2} =$

$= \sqrt{81}$ ✓