Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura

Departamento de Matemática - Escuela de Ciencias Exactas y Naturales

ANÁLISIS MATEMÁTICO II

Licenciatura y Profesorado en Física, Licenciatura en Ciencias de la Computación,

Licenciatura y Profesorado en Matemática - Año 2020

CUESTIONARIO DEL APUNTE 5 y algo más.

Recordemos el teorema de Rolle:

Sea f una función continua en el intervalo $[a, b]$ y derivable en (a, b); suponga que $f(a) = f(b)$. Entonces existe $c \in (a, b)$ tal que $f'(c) = 0$.

1. Pruebe el teorema del Valor Medio (de Lagrange) usando el Teorema de Rolle.

   Ayuda: con las mismas hipótesis que el teorema de Rolle considere la función $F(x) = f(x) - g(x)$ donde $g(x) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}(x - a) + f(a)$.

2. Pruebe el teorema de Cauchy usando también el Teorema de Rolle.

   Ayuda: Considere $G(x) = [g(b) - g(a)][f(x) - f(a)] - [f(b) - f(a)][g(x) - g(a)]$.

   Decida si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique convenientemente.

3. Sea f una función continua en $[a, b]$. Entonces existe máximo y mínimo de f en (a, b).

4. Si f es continua en $[a, b)$ y f está definida en $[a, b]$. Entonces existe máximo de f en $[a, b]$.

5. Si f es creciente en (a, b) y derivable en el mismo intervalo, entonces f satisface $f'(x) > 0$ para todo $x \in (a, b)$.

6. Si f es una función derivable tal que $f'(x) > 0$ en (a, b) entonces f es creciente en ese intervalo.

7. Si f es convexa en $[a, b]$ entonces f es dos veces derivable y $f''(x) > 0$.

8. Si f es derivable en (a, b) y $f'(c) = 0$ para $c \in (a, b)$ entonces f tiene un punto de inflexión en (a, b).

9. Considere la función $f(x) = (x - 2)^2 \, cos(x)$. Entonces

   a) f tiene exactamente dos puntos críticos.

   b) Esos puntos críticos corresponden a un máximo y un mínimo locales respectivamente.

   c) f crece entre $-\infty$ y el menor de esos puntos críticos.

   d) f no crece ni decrece entre el mayor de esos puntos críticos e ∞.

   e) f no tiene puntos de inflexión.