$A_y G \text{ II}$ - Práctica 5

7) a)

$$\begin{cases} (x-6)^2 + (y-4)^2 = 25 & (1) \\ y = x-3 & (2) \end{cases}$$

Reemplazamos (2) en (1) para obtener

$$(x-6)^2 + ((x-3)-4)^2 = 25$$
$$x^2 - 12x + 36 + (x-7)^2 = 25$$
$$x^2 - 12x + 36 + x^2 - 14x + 49 = 25$$
$$2x^2 - 26x + 85 = 25$$
$$2x^2 - 26x + 60 = 0$$

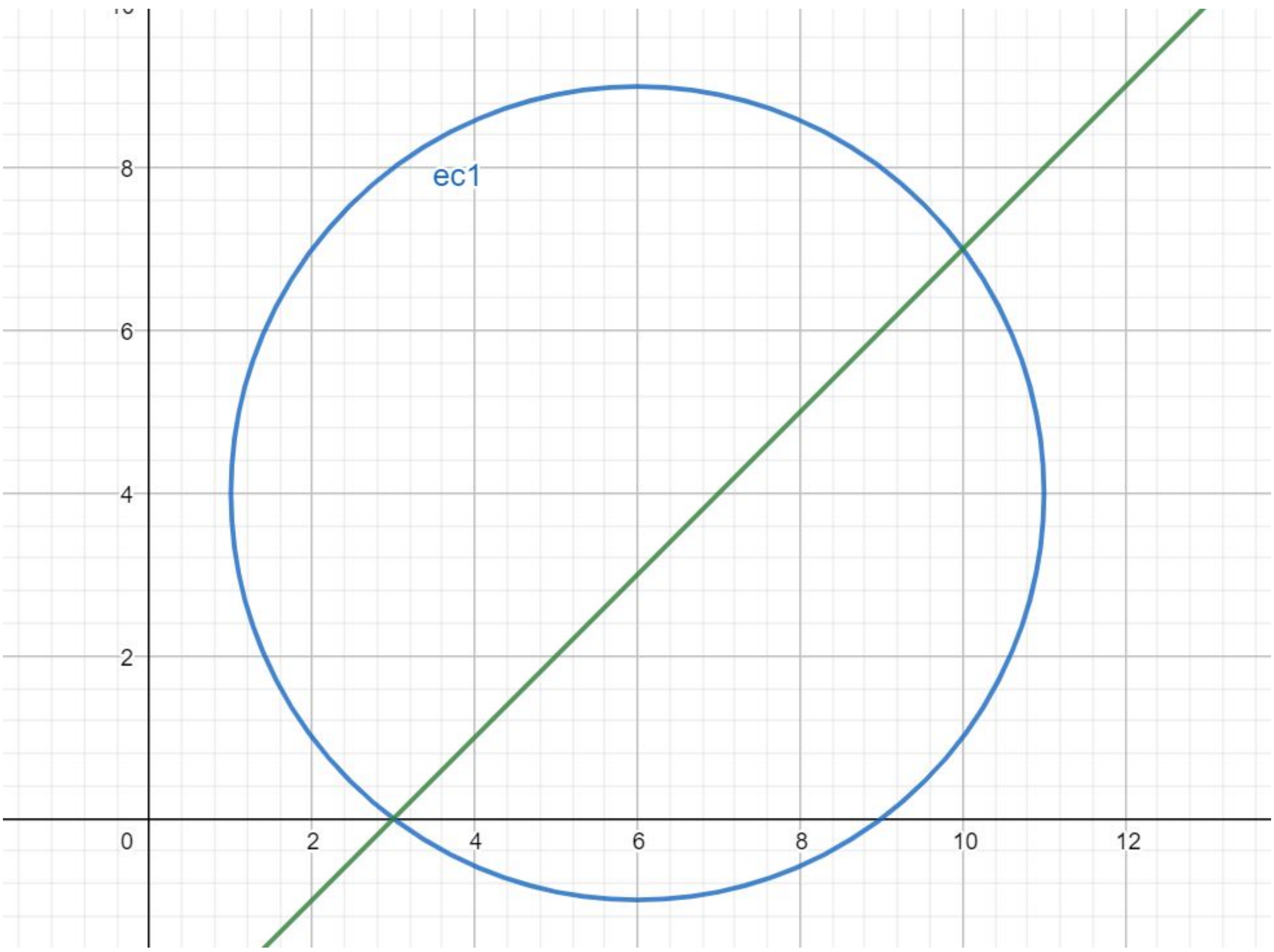
Resolvente: $x_1 = 3$, $x_2 = 10$

Usamos (2) para obtener los valores de y

$y_1 = x_1 - 3 = 3 - 3 = 0 \qquad (3, 0)$

$y_2 = x_2 - 3 = 10 - 3 = 7 \qquad (10, 7)$

Hay 2 puntos de intersección. Se puede verificar geométricamente como verán en la siguiente imagen


ec1
0
2
4
6
8
10
12
2
4
6
8

15) b)

$$\frac{(y-1)^2}{48} - \frac{(x-2)^2}{27} = 3$$

Identificamos a la ecuación cuadrática en dos variables dentro de la familia de hiperbolas ya que los términos elevados al cuadrado que involucran a las variables se están restando. Multiplicamos ambos lados por $\frac{1}{3}$ para que haya un 1 en el lado derecho:

$$\frac{(y-1)^2}{144} - \frac{(x-2)^2}{81} = 1$$

siendo la variable x la involucrada en el termino que aparece restando, deducimos que se trata de una hiperbola en donde el eje focal es vertical. Identificamos los parámetros a, b y c:

$a^2 = 144 \Rightarrow a = 12$; $b^2 = 81 \Rightarrow b = 9$

3

$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = 144 + 81 = 225 \Rightarrow c = 15$

Los focos serán: $(2, 1-15)$, $(2, 1+15)$ o sea

$(2, -14)$, $(2, 16)$

Los vértices serán: $(2, 1-12)$, $(2, 1+12)$

$(2, -11)$, $(2, 13)$

El centro es $(2, 1)$

El eje focal es la recta $x = 2$.

Asíntotas $(x-2) = \pm \frac{b}{a}(y-1)$

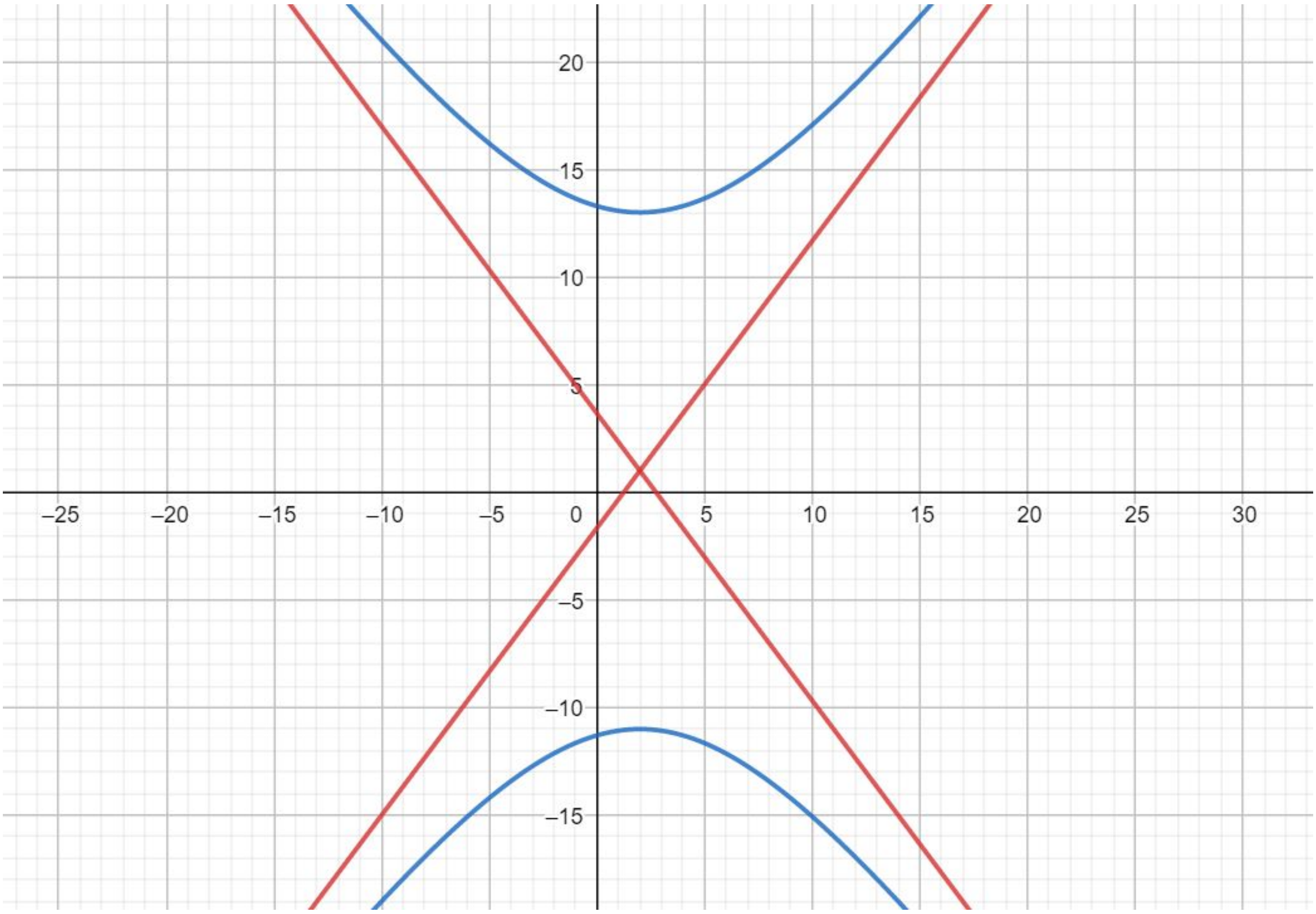
$(x-2) = \pm \frac{9}{12}(y-1)$

$(x-2) = \pm \frac{3}{4}(y-1)$

Ecuaciones paramétricas:

$\begin{cases} x = 2 + 9\,\mathrm{senh}(t) \\ y = 1 + 12\cosh(t) \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ (hoja superior)

$\begin{cases} x = 2 + 9\,\mathrm{senh}(t) \\ y = 1 - 12\cosh(t) \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ (hoja inferior



20
15
10
5
0
−5
−10
−15
−25
−20
−15
−10
−5
5
10
15
20
25
30

4

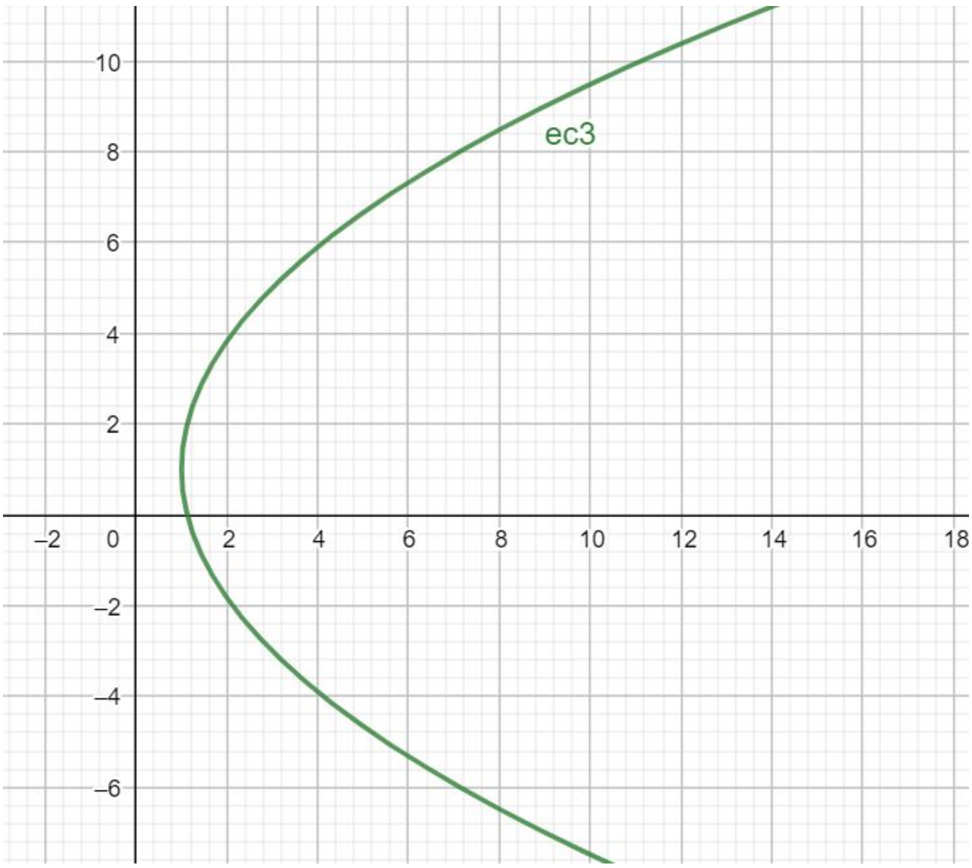
20) c) Parábola cuyo vertice es P(1,1) y foco F(3,1)

Observamos que el vértice y el foco estan sobre la recta horizontal $y = 1$. Esta recta es la recta de simetría de la parábola.
La misma abre sus 2 ramas horizontalmente y hacia la derecha puesto que el foco esta 2 unidades hacia la derecha
La ecuación de la parábola será de la forma

$$(y-1)^2 = 2p(x-1)$$

donde $p \,/\, \frac{p}{2} = 2$ (distancia vértice al foco)
Nos queda

$$(y-1)^2 = 8(x-1)$$



ec3
10
8
6
4
2
0
−2
−4
−6
2
4
6
8
10
12
14
16
18

15

26) c)

$$\begin{cases} x = 1+t^3 \\ y = 2-\frac{1}{2}t^6 \end{cases}, \quad t \in \mathbb{R}$$

Observamos que t^3 y t^6 son tales que el segundo es el cuadrado del primero. Además $u \to t^3$ es una función (de t siendo la variable dependiente u) biyectiva de $\mathbb{R}$ a $\mathbb{R}$. Podemos entonces sustituir la variable t^3 con u y recorrer los mismos puntos si $u \in \mathbb{R}$. De esta manera

$$\begin{cases} x = 1+u \quad (1) \\ y = 2-\frac{1}{2}u^2 \ (2), \end{cases} \quad u \in \mathbb{R},$$

son ecuaciones paramétricas que recorren los mismos puntos que las del enunciado.

Ahora, en (1) podemos despejar u y queda $u = x-1$, luego reemplazamos en (2) y tenemos $y = 2-\frac{1}{2}(x-1)^2 \Rightarrow (x-1)^2 = -2(y-2)$

6

Se trata de una parábola con $p = 1$, eje de simetría vertical $(x = 1)$, vértice $(1,2)$, foco $\left(1, 2 - \frac{p}{2}\right) = (1, 2-1) = (1,1)$ que abre sus dos hojas hacia abajo.

La ecuación de la generatriz es

$y = 3$. $\left(y = 2 + \frac{p}{2}\right)$