PRÁCTICA 1 COMPLEMENTARIA- Números reales

1. -a- Demuestre la Propiedad cancelativa del producto.

   -b- Demuestre la unicidad del elemento neutro del producto.

   -c- Demuestre la unicidad del recíproco de todo elemento distinto de 0.

2. Sean $a, b, c, d \in \mathbb{R}$. Demostrar las siguientes propiedades a partir de los axiomas de cuerpo y los teoremas vistos.

   -a- El número 0 no tiene recíproco.

   -b- $1^{-1} = 1$.

   -c- $\dfrac{a}{1} = a$; y si $a \neq 0$, $\dfrac{1}{a} = a^{-1}$.

   -d- Si $ab = 0$, entonces $a = 0$ o $b = 0$.

   -e- Si $b \neq 0$ y $d \neq 0$ entonces:

   i) $(bd)^{-1} = b^{-1}d^{-1}$.

   ii) $\dfrac{a}{b} + \dfrac{c}{d} = \dfrac{ad + bc}{bd}$.

   iii) $\dfrac{a}{b} \cdot \dfrac{c}{d} = \dfrac{ac}{bd}$.

   -f- Si $a \neq 0$ y $b \neq 0$, entonces $\left(\dfrac{a}{b}\right)^{-1} = \dfrac{a^{-1}}{b^{-1}}$.

3. Utilizando los axiomas de orden, los teoremas probados en teoría y considerando $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, demostrar las siguientes propiedades de los números reales:

   -a- Si $a < b$ y $c < d$ entonces $a + c < b + d$.

   -b- Si $a < b$ y $c > 0$, entonces $ac < bc$.

   -c- $ab < 0$, entonces o bien a es positivo y b negativo o bien a es negativo y b positivo.

   -d- Si $0 < a < b$, entonces $0 < \dfrac{1}{b} < \dfrac{1}{a}$.

4. Resolver cada una de las siguientes inecuaciones. Proporcionar el conjunto solución tanto en forma de intervalo como gráficamente.

   (a). $-4 \leq \dfrac{x-5}{x+1} < 5$ (b). $(x-3)\sqrt{x+2} \geq 0$ (c). $2x < \dfrac{1+4x}{2} < \dfrac{9x-8}{3}$

5. Representar en la recta numérica los siguientes conjuntos y decidir si cada uno de los siguientes conjuntos está acotado inferior y/o superiormente. Indicar en cada caso (si es posible) el ínfimo, supremo, mínimo y/o máximo.

   (a). $|x| = 1$.
   (b). $|x-1| < 1$.
   (c). $|x-1| > 1$.
   (d). $|x+1| < 1$.
   (e). $|x+1| > 1$.
   (f). $|x-1| \leq 1$.
   (g). $|x-1| \geq 1$.
   (h). $|x+1| \leq 1$.
   (i). $|x+1| \geq 1$.