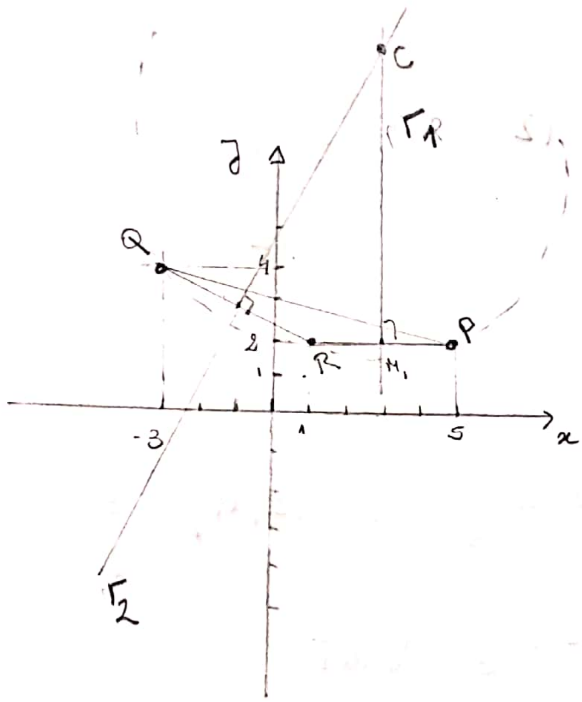
5

e) $P(5,2)$; $Q(-3,4)$; $R(1,2)$ $\in \mathcal{C}$.



¿$\mathcal{C}(C,r)$? circunferencia circunscrita en $\overset{\Delta}{PQR}$

$\downarrow$

C = pto de intersección de las mediatrices del Δ

- r_1 mediatriz del lado $\overrightarrow{RP}$
- r_2 mediatriz del lado $\overline{QR}$

Sea:

- $M_1(x,y)$ pto medio $\overrightarrow{RP} \Leftrightarrow \overrightarrow{RM_1} = \overrightarrow{M_1P} \Leftrightarrow (x-1, y-2) = (5-x, 2-y)$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 5-x \\ y-2 = 2-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 6 \\ 2y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \qquad \boxed{\therefore\ M_1(3,2)}$$

- M_2 pto medio de $\overline{QR} \Leftrightarrow M_2\left(\frac{-3+1}{2}, \frac{4+2}{2}\right)$, $\boxed{M_2(-1,3)}$

Buscamos las ecuaciones de r_1 y r_2:

$r_1)$ $ax+by+c=0$ $\qquad (a,b) = \overrightarrow{RP} = (4,0) \perp r_1$.

$M_1 \in r_1 \Leftrightarrow 4 \cdot 3 + 0 \cdot 2 + c = 0 \Rightarrow c = -12$

$$\boxed{\therefore\ r_1)\ 4x - 12 = 0.}$$

$r_2)$ $ax+by+c=0$ $\qquad (a,b) = \overrightarrow{RQ} = (-4,2) \perp r_2$

$M_2 \in r_2 \Leftrightarrow -4 \cdot (-1) + 2 \cdot 3 + c = 0 \Leftrightarrow c = -10$ $\qquad \boxed{\therefore\ r_2)\ -4x+2y-10=0}$

Calculamos $C = r_1 \cap r_2$

$$\begin{cases} 4x-12=0 \Rightarrow \boxed{x=3} \\ -4x+2y-10=0 \longrightarrow -12+2y-10=0 \end{cases}$$

$$2y = 22 \Rightarrow \boxed{y=11}$$

$\therefore C(3,11)$

Calculamos $r = d(P,C) = d\big((5,2),(3,11)\big) =$

$$= \sqrt{(3-5)^2+(11-2)^2} = \sqrt{4+9^2} = \sqrt{85}$$

$$\boxed{\therefore \mathcal{C}) \quad (x-3)^2+(y-11)^2 = 85}$$

c)