



FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
 ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS
 DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA 1

SEGUNDO PARCIAL - 6 DE JUNIO DE 2018

TEMA II

Apellido y nombre:

Carrera:

Comisión:

Justificar debidamente todas sus respuestas.

1. Probar que la relación $S \subseteq (\mathbb{R} \times \mathbb{R}) \times (\mathbb{R} \times \mathbb{R})$ definida por

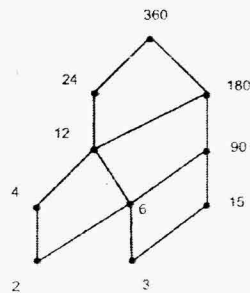
$$(a, b)S(c, d) \Leftrightarrow a \cdot b = c \cdot d$$

es de equivalencia. Determinar y graficar $[(1, 1)]$.

2. En el conjunto de los números enteros, se define la relación:

$$aRb \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N} : a = b^k.$$

- a) Probar que es una relación de orden.
 b) Es de orden total? Justificar.
 c) Si $A = \{1, 2, 3, 4, 8, 9\}$, determinar un diagrama de Hasse que represente a la restricción al subconjunto A de la relación R .
3. A partir del diagrama de Hasse de la figura, encontrar las cotas inferiores/superiores, supremo e ínfimo, elementos maximales/minimales, máximo y mínimo de los siguientes subconjuntos:



- a) $A = \{2, 12, 180\}$
 b) $B = \{6, 24, 90\}$
 c) $C = \{2, 3, 4, 6, 15, 12, 90, 24, 180, 360\}$
4. Se define la función $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ de la forma:

$$f(n) = \begin{cases} 25 & \text{si } n = 1 \\ f(n-1) + 4 & \text{si } n > 1. \end{cases}$$

- a) Obtener los valores $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$ y $f(5)$.
 b) Demostrar por inducción que $f(n) = 25 + 4(n-1)$ para todo $n \in \mathbb{N}$.
 c) Analizar si f es inyectiva y/o sobreyectiva demostrando las respuestas.
5. Determinar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones justificando las respuestas:
- a) Sea B un conjunto distinto de vacío y sea $R \subseteq B \times B$ una relación sobre el conjunto B . Si R es de equivalencia y de orden entonces R es una función.
 b) $n! > 3^{n-2}$, $\forall n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.
 c) La operación binaria cerrada $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}/f(a, b) = [a] + [b]$ tiene elemento identidad.