FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS, INGENIERÍA Y AGRIMENSURA
ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA ANALÍTICA 1

PRIMER PARCIAL - TEMA 2 - 18 DE ABRIL DE 2018

Apellido y nombre: Carrera: Comisión:

Justificar debidamente todas sus respuestas.

1. Sean $p(x)$, $q(x)$ y $r(x)$ las siguientes proposiciones abiertas, definidas en el universo de los números reales,

$$\begin{array}{lcl} p(x) & : & x^2 - 2 \leq 0. \\ q(x) & : & x \geq 1. \\ r(x) & : & x < 1. \end{array}$$

   a) Dar dos valores de $a \in \mathbb{R}$ para los cuales $p(a)$ sea una proposición falsa.
   b) Construir, utilizando $p(x)$, $q(x)$ y un cuantificador, una proposición verdadera y encontrar su negación.
   c) Determinar el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones cuantificadas:

$$\text{(i) } \exists x\, [q(x) \rightarrow r(x)] \qquad \text{(ii) } \exists x\, \neg p(x).$$

2. Dados los siguientes conjuntos:

$$\begin{array}{lcl} A & = & \{9, \{3, 4, 5\}, \{9\}, 4\}, \\ B & = & \{x = n^2 : n \in \mathbb{N},\ 2 \leq n \leq 3\}, \\ C & = & \{y \in \mathbb{Z} : (y-1)^2 < 9\} \end{array}$$

   a) Encontrar $A - B$, $B \cap C$, $A \triangle B$ y $\mathcal{P}(A - B)$.
   b) ¿Cuales de las siguientes proposiciones son verdaderas?
      1) $\{3, 4, 5\} \in \mathcal{P}(A)$.
      2) $\{\{9\}\} \subset A$.
      3) $\{9\} \subset A$.
      4) $\{3, 4, 5\} \in A$.
      5) $\{\{2\}\} \in \mathcal{P}(C)$.

3. Dadas las siguientes relaciones:

$$\begin{array}{lll} R \subseteq A \times B, & R = \{(x, y) : x \leq \sqrt{y}\} & A = B = \{1, 2, 3, 4\} \\ S \subseteq B \times C, & S = \{(2, 1), (4, 4), (1, 4), (2, 5), (1, 5)\} & B = \{1, 2, 3, 4\},\ C = \{1, 2, 3, 4, 5\} \end{array}$$

   a) esboce la gráfica de cada una de ellas y determinar sus imágenes.
   b) determine $R(1)$, $R^{-1}(3)$, $S^{-1}(5)$
   c) determine $(R \circ R)(1)$, $(S \circ R)(3)$, $(S \circ R)^{-1}(4)$

4. Determinar la veracidad o falsedad de las siguientes proposiciones justificando las respuestas:
   a) Siendo p y q proposiciones primitivas, la proposición compuesta $[q \rightarrow (p \wedge q)] \rightarrow (p \vee q)$ es una tautología.
   b) Si A, B y C son conjuntos en un mismo universo U, entonces $(A - B) \times C = (A \times C) - (B \times C)$.
   c) Decimos que $A \subsetneq B$ sí y sólo sí $A \subseteq B$ y $A \neq B$.
   Si I, J son conjuntos no vacíos tales que $I \subsetneq J$ y $\{E_i\}_{i \in J}$ es una familia de conjuntos, entonces

$$\bigcap_{i \in J} E_i \subsetneq \bigcap_{i \in I} E_i$$