Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
Departamento de Matemática - Escuela de Ciencias Exactas y Naturales

Álgebra y Geometría Analítica I

---

1. Los puntos $A(1,3)$, $B(5,1)$ y $C(-2,0)$ son vértices de un paralelogramo $ABCD$. Hallar las coordenadas del vértice D.

2. Clasificar el triángulo determinado por los puntos $A(6,0)$, $B(3,0)$ y $C(6,3)$.

3. Sean $\bar{v} = (-1,1,2)$ y $\bar{w} = (3,0,-4)$. Hallar:

   (a) $|\bar{v}|$, $|-2\bar{v}|$, $|\bar{v}+\bar{w}|$.

   (b) Los versores asociados a $\bar{v}$ y a $\bar{v}+\bar{w}$.

4. Dados los puntos $A = (3,-1,2)$, $B = (3,0,0)$ y $C = (0,-1,3)$, calcular:

   (a) $\bar{BA} + \frac{1}{2}\bar{CB} - 3\bar{OA}$.

   (b) $2\bar{OB} - \bar{CB} + 2\bar{OC}$.

   (c) $\bar{OA} + (\bar{CB} \times \bar{OA})\bar{BA}$.

   (d) $-\bar{OB} \times \bar{BA} - 2\bar{CB} \times \bar{OC}$.

5. Dados los puntos $A = (0,-1,-2)$, $B = (2,0,1)$ y $C = (1,-1,0)$, hallar un vector $\bar{v}$ que cumpla la condición indicada en cada caso:

   (a) $\bar{OB} + \frac{2}{3}\bar{BC} - 3\bar{OA} - \frac{1}{3}\bar{v} = 0$.

   (b) $-2\bar{v} + \bar{AB} - \bar{CB} + 2\bar{OC} = (1,1,1)$.

6. En cada uno de los siguientes casos, encontrar las componentes de un vector $\bar{u}$ que verifique las condiciones indicadas y analizar si el mismo es único o no.

   (a) $\bar{u} \in \mathbb{R}^2$ y es un versor paralelo a $\bar{v} = -\bar{i} - \bar{j}$.

   (b) $\bar{u} \in \mathbb{R}^2$ y sus cosenos directores son $\frac{-1}{2}$ y $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

   (c) $\bar{u} \in \mathbb{R}^3$ y $\bar{u} = a(0,-1,0) + b(1,-1,1)$, $a,b \in \mathbb{R}$.

   (d) $\bar{u} \in \mathbb{R}^3$, es normal al vector $v = (-1,1,-1)$ y su tercer componente es -3.

7. Dados los vectores $\bar{u} = (1,-1,2)$, $\bar{v} = (2,2,-2)$ y $\bar{w} = (3,-1,-3)$, hallar:

   (a) el vector $\bar{x}$ tal que $(\bar{u} \wedge \bar{w}) - 2\bar{x} + (\bar{u} \times \bar{v})\bar{x} = (\bar{u} \times \bar{w})\bar{x} - 3\bar{w}$.

   (b) el o los valores de $a \in \mathbb{R}$ tales que $\bar{v}$, $\bar{w}$ y $(a,a,-1)$ son coplanares.

8. Dados los vectores $\bar{u} = (1,-1,1)$, $\bar{v} = (2,0,2)$ y $\bar{w} = (-1,3,-1)$, determinar, si existen números reales a, b tales que $\bar{w} = a\bar{u} + b\bar{v}$. Qué pasa si $\bar{u} = (2,-3,4)$, $\bar{v} = (-5,1,0)$ y $\bar{w} = (4,2,1)$?