Práctica de Conjuntos - página 1

1. a) $\{1+(-1)^n : n \in \mathbb{N}\} = \left\{1+(-1),\, 1+\underbrace{(-1)^2}_{=1},\, 1+\underbrace{(-1)^3}_{=-1},\, 1+\underbrace{(-1)^4}_{=1},\, ...\right\} = \{0,\, 2\}$.

   c) $\left\{n^3+n^2 : n \in \{0,\, 1,\, 2,\, 3,\, 4\}\right\}$
   Para este ejercicio, vamos reemplazando para los distintos valores de n y viendo que nos da.
   Si $n=0$ entonces $n^3+n^2=0$.
   Si $n=1$ entonces $n^3+n^2=1+1=2$.
   Si $n=2$ entonces $n^3+n^2=8+4=12$.
   Si $n=3$ entonces $n^3+n^2=27+9=36$.
   Si $n=4$ entonces $n^3+n^2=64+16=80$.
   Juntando todo esto resulta, $\left\{n^3+n^2 : n \in \{0,\, 1,\, 2,\, 3,\, 4\}\right\} = \{0,\, 2,\, 12,\, 36,\, 80\}$.

   e) $\left\{n \in \mathbb{N} : -4 \leq n \leq 8,\, \underbrace{n=2k+1,\, k \in \mathbb{Z}}_{impares}\right\}$
   Este conjunto posee de elementos a los naturales impares que estén entre -4 y 8.
   Si pensamos en los enteros impares que estén entre -4 y 8, podemos pensar en $\{-3,\, -1,\, 1,\, 3,\, 5,\, 7\}$.
   Sin embargo ojo, porque nos piden $n \in \mathbb{N}$, es decir que sean **naturales** .
   Por lo tanto, $\{n \in \mathbb{N} : -4 \leq n \leq 8,\, n=2k+1,\, k \in \mathbb{Z}\} = \{1,\, 3,\, 5,\, 7\}$.

   g) $\left\{n+\frac{1}{n} : n \in \{1,\, 2,\, 3,\, 5,\, 7\}\right\}$.
   Similarmente al ejercicio c), podemos ir reemplazando para los distintos valores de n.
   Si $n=1$ entonces $n+\frac{1}{n}=1+\frac{1}{1}=2$.

   Si $n=2$ entonces $n+\frac{1}{n}=2+\frac{1}{2}=\frac{5}{2}$.

   Si $n=3$ entonces $n+\frac{1}{n}=3+\frac{1}{3}=\frac{10}{3}$.

   Si $n=5$ entonces $n+\frac{1}{n}=5+\frac{1}{5}=\frac{26}{5}$.

   Si $n=7$ entonces $n+\frac{1}{n}=7+\frac{1}{7}=\frac{50}{7}$.

   En conclusión resulta, $\left\{n+\frac{1}{n} : n \in \{1,\, 2,\, 3,\, 5,\, 7\}\right\} = \left\{2,\, \frac{5}{2},\, \frac{10}{3},\, \frac{26}{5},\, \frac{50}{7}\right\}$.

Relaciones entre conjuntos: pueden notar algun tipo de contención entre ciertos conjuntos? Observen, qué sucede entre los conjuntos de los items a) y c)?

Otras formas de definir conjuntos: recuerden que un mismo conjunto se puede definir de muchas maneras diferentes, vamos a dar otras definiciones de los conjuntos de los items a) y c), estos serán ejemplos ustedes pueden dar otros.

   a) $\{0,\, 2\} = \{n \in \mathbb{N} : n=2k,\, k \in 0,\, 1\}$.

c) $\left\{n^3+n^2 : n \in \{0,\, 1,\, 2,\, 3,\, 4\}\right\} = \left\{n^2(n+1) : n \in \{0,\, 1,\, 2,\, 3,\, 4\}\right\}$.
Observemos que de una expresión a la otra lo que hicimos fue tomar factor comun n^2.

2. a) El conjunto de los números racionales positivos cuyos denominadores son mayores que los numeradores.
Cómo podemos expresar en símbolos a un número racional? $\frac{p}{q} : p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{Z}/\,\{0\}$.
Y que ese número es positivo? $\frac{p}{q} : (p \in \mathbb{Z}^+ \wedge q \in \mathbb{Z}^+) \vee (p \in \mathbb{Z}^- \wedge q \in \mathbb{Z}^-)$.
Por último, cómo podemos expresar que los denominadores son mayores que los numeradores? $q > p$.
Juntando todo esto el conjunto resulta:
$\left\{\frac{p}{q} : (p \in \mathbb{Z}^+ \wedge q \in \mathbb{Z}^+) \vee (p \in \mathbb{Z}^- \wedge q \in \mathbb{Z}^-)\,,\, q > p\right\}$

c) El conjunto de los números pares múltiplos de 3.
Este conjunto podemos expresarlo como $\{x \in \mathbb{N} : x \text{ par}\,,\, x = 3k,\, k \in \mathbb{Z}\}$

3. a) $A = \{\mathbb{N},\, \mathbb{Z},\, -4\}$.
   1) **F** , pues $\mathbb{N} = \{1,\, 2,\, 3\, ...\}$.
   3) **V** , pues es uno de sus elementos.
   5) Hay que arreglar el enunciado, sería $\mathbb{N} \in A$.
   Sería **V**, pues es uno de sus elementos, si bien en si mismo es un conjunto en este caso es un elemento de A.
   7) **V**.
   9) Hay que arreglar el enunciado, sería $6 \in A$.
   Sería **F**, pues si bien $6 \in \mathbb{N}$, 6 no es un elemento de A, todo el conjunto de los $\mathbb{N}$ es un elemento de A.
   11) **V**.

b) $B = \{1,\, 2,\, 3,\, 4,\, \{5\}\}$
   1) **V**, pues 2 es elemento de dicho conjunto.
   3) **F**, pues $\{1,\, 2\} \subseteq B$.
   5) **F**, pues si es elemento de B.
   6) **F**, 5 no es elemento de B, $\{5\}$ lo es.
   7) **F**, pues si es elemento de B.