BUTUN OLAM TORTISHISH QONUNI VA IKKI JISM MASALASI

Ishning maqsadi: Osmon jismlarining massalarini aniqlash va gravitatsion tezlanishni o'rganish.

Qo'llanmalar: Astronomik kalendar – doimiy qismi yoki havaskor astronomlar Spravochnigi; logarifmik jadval; kalkulyator.

Adabiyot: [1], VI bob, 47, 49–51-§§; [2], II bob,42–45, 48 –51,58-§§.

Qo'shimcha adabiyotlar: [8], I bob, 3 – 6-§§, III bob, 1 –5-§§; [9], I bob; 1 – 5, 7 – 12-§§; [10], 3, 6, 7, 10-§§; [20], 2-bob, 5, 6-§§.

Masalalar: [3], № 656 – 659, 664, 667 – 669, 672, 675, 676, 693, 698, 709 – 711; [4], 96 – 127.

Butun Olam tortishish qonunidan Keplerning barcha (jumladan, Nyuton tomonidan umumlashtirilgan) qonunlari kelib chiqadi. Bu qonunlarni nafaqat Quyosh atrofida aylanayotgan sayyoralar uchun, balki istalgan osmon jismlari uchun qo'llash mumkin.

Birorta osmon jismining orbitasini boshqa biror osmon jismiga nisbatan aniqlash masalasi ikki jism masalasi deb ataladi. Bu masalani hal qilishda, markaziy jism deb ataluvchi katta M massali jism qo'zg'almas deb qaraladi va markaziy jismga nisbatan harakatlanayotgan kichik m massali jismning orbitasi aniqlanadi. Nyutonning ko'rsatishicha, markaziy jism tortishish maydonida harakatlanayotgan har qanday osmon jismi, konus kesimlaridan biri – aylana, ellips, parabola yoki giperbola bo'yicha harakatlanadi, bunda markaziy jism hamma vaqt harakatlanuvchi jism orbitasinig fokuslaridan birida joylashadi. Uning markaziy jismga nisbatan biror r masofadagi chiziqli tezligi -υ energiya integralidan aniqlanadi:

$$\upsilon^2 = f(M+m)\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right) = \mu\left(\frac{2}{r}-\frac{1}{a}\right), \qquad (1)$$

bu yerda μ = f $(M+m)$, a – orbitaning katta yarim o‘qi, r – harakatlanuvchi jismning radius vektori, f – gravitatsion doimiylik.

Energiya integraliga ko‘ra, markaziy jismdan boshlab har bir r masofaga, harakatlanuvchi jism orbitasini belgilovchi, bir qator tezliklar υ ning qiymatlari mos keladi. Sunday qilib, agar osmon jismi markaziy jism atfofida $r=a$ radiusli aylana orbita bo‘ylab harakat qilishi zarur bo‘lsa, u holda jism albatta $\upsilon=\upsilon_a$ orbital tezlikka erishishi kerak, bunda (1) ifodaga ko‘ra,

$$\upsilon_a = \sqrt{\mu\left(\frac{2}{a} - \frac{1}{a}\right)} = \sqrt{\frac{\mu}{a}}, \tag{2}$$

yoki

$$\upsilon_a = \sqrt{\frac{\mu}{r}}. \tag{3}$$

bo‘ladi. Bu υ_a-tezlik aylanma tezlik deb ataladi.

Agar markaziy jismdan r masofada harakatlanayotgan jismning tezligi υ, biror r masofaga mos keluvchi υ_a aylanma tezlikdan bir necha marta katta bo‘lsa, u holda bunday jism markaziy jism atrofida aylanuvchi yo‘ldosh bo‘lib qoladi va orbitasi ellips ko‘rinishni oladi, bu ellipsning katta yarim o‘qi a-ni energiya integrali yordamida hisoblash mumkin. υ qancha υ_a dan katta bo‘lsa, orbita suncha cho‘zinchoq ellipsdan iborat bo‘ladi ($0<e<1$). Nihoyat, agar berilgan r masofada harakatlanuvchi jism markaziy jismga nisbatan

$$\upsilon = \upsilon_a\sqrt{2}, \tag{4}$$

tezlik bilan harakat qilsa, u holda bu jism markaziy jism yo‘ldoshi bo‘lmay qoladi, aksincha uning yonidan o‘tib parabolik orbita buyicha harakatlanadi. Amalda, uchirilishda $\upsilon^2 = 2\upsilon_a^2 = \dfrac{2\mu}{r}$ bo‘ladi, energiya integralidan $\frac{1}{a} = 0,$ni olamiz, yani $a=\infty$, bu parabolik orbitani xarakterlaydi (ye$=1$). Shuning uchun bu tezlik parabolik tezlik deb ataladi.

$$\upsilon_{\text{p}} = \upsilon_a \sqrt{2} = \sqrt{\frac{2\mu}{r}} \qquad (5)$$

$\upsilon > \upsilon_{\text{p}}$ da jismning harakati giperbola (ye >1) bo‘yicha sodir bo‘ladi.

U yoki bu kattaliklarni hisoblashda turli o‘lchash birliklaridan foydalanishga to‘g‘ri keladi. Shuningdek, osmon jismlari orasidagi masofalar ham kilometrlar (km)da, ham astronomik birlik (a.b.)larda, osmon jismlarining massalari – Yer massalari birliklarida, Quyosh massasi birliklarida, ba’zan grammlar (g)da, vaqt – yillarda, o‘rtacha quyosh sutkalarida va sekund (s)larda, chiziqli tezlik, odatdagidek – *km/sek* va x.k. larda ifodalanadi. Biroq buning ahamiyati yo‘q, astronomik masalalarni hal qilishda ixtiyoriy o‘lchash birliklaridan faodalanish mumkin, chunki ular yechilayotgan vazifaning shartiga bog‘liq bo‘ladi. Agar bir jinsli fizik kattaliklar tenglamaga munasabat ko‘rinishda kirsa, u holda ulchash birliklarini istalgan tizimda, lekin bir xil ko‘rinishda ifodalash kerak. Bordi-yu, agar tenglama turli xil fizik kattaliklar bilan bog‘langan bo‘lsa ham ularni albatta ma’lum bir birliklar sistmasida ifodalash lozim.

Ko‘pincha absolyut birliklar sistemasi SGS ni qo‘llashga to‘g‘ri keladi, bunda massa gramm (*g*)larda, masofa santimetr (*sm*)larada, vaqt sekund (*sek*)larda, tezlik *cm/sek* larda, tezlanish sm/sek^2 larda, hamda gravitatsion doimiylik $f=6{,}668 \cdot 10^{-8}\ g^{-1} \cdot sm^3 \cdot sek^{-2}$ larda ifodaladi. Amalda astronomiyada qo‘llanilmaydigan Xalqaro birliklar sistemasi SI da, massa *kg*larda, masofa *m*larda, vaqt *sek* larda, tezlik *m/sek* larda va $f=6{,}668 \cdot 10^{-11}\ kg^{-1} \cdot m^3 \cdot sek^{-2}$larda ifodalanadi. Suni ta’kidlash kerakki, osmon jismlarining massalarini 1*g* yoki 1 *kg,* masofani 1 *sm* yoki 1 *m* aniqlikda hisoblash ma]nosiz, gap faqat qaysi sistemani qo‘llashdan tashqari, ularni uch-to‘rt xonali sonidan boshqalarini 10 ning darajasi ko‘rinishda ifodalash etarli.

Astronomiyada tez-tez, osmon jismlarinig massalari Quyosh massasi bilklarida, uzunlik astronomik birlik (a,e)larda, vaqt esa o‘rtacha quyosh sutkalarida ifodalanuvchi gauss biliklar sistemasi qo‘llaniladi.

Agarda osmon jismlari massalarini quyosh massasi biliklarida, masofani astronomik birliklarda, tezlikni esa *km/sek* larda ifodalasak, u holda *f*=885,95 va $\sqrt{f}$ =29,76 bo‘ladi.

(1) tenglikka Quyosh massasi uchun M = 1 va yo‘ldoshiniki uchun m=0 ni qo‘ysak $\mu = f$ = 885,95 bo‘ladi, va u holda Quyosh tortishish maydonidagi osmon jismining tezligi quyidagicha aniqlanadi

$$\upsilon = 29{,}76\sqrt{\frac{2}{r} - \frac{1}{a}}, \tag{6}$$

bu yerda r va a astronomik bilik (a.b.)larda, υ esa *km/sek* larda.

(6) ifoda Quyoshdan istalgan r masofada to‘rgan sayyora va kometaning tezligini hisoblash imkonini beradi. (6) formulaga $a = r$ ni quyib aylana tezlikning qiymatini topish mumkin

$$\upsilon_a = \frac{29{,}76}{\sqrt{r}} \tag{7}$$

Quyoshdan biror masofadagi parabolik tezlikning qiymati $\upsilon_{\text{p}} = \upsilon_a\sqrt{2}$ bo‘ladi.

(7) tenglikka r=a ni quyib va (6) ifoda bo‘lib, υ_a aylanma tezlik yordamida υ ning (Quyosh tortishish maydonidagi) qiymatini hisoblashning sodda formulasini olamiz.

Energiya integrali (1) dan Keplerning umumlashgan ko‘rinishdagi uchunchi qonuni juda sodda holda kelib chiqadi, buning uchun yo‘ldoshning elliptik harakatini radiusi a bo‘lgan aylana orbitaga o‘tkazish kifoya. U holda yo‘ldoshning aylanma tezligi

$$\upsilon_a = \frac{2\pi a}{T}, \tag{8}$$

bu yerda T – yo‘ldoshning markaziy jism atrofidagi aylanish davri, Sunday qilib (2) formulaga asosan,

$$\upsilon_a = \sqrt{f\frac{M+m}{a}},$$

u holda

$$\frac{4\pi^2 a^2}{T^2} = f\frac{M+m}{a},$$

bu yerdan

$$\frac{T^2(M+m)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{f}. \qquad (9)$$

Odatda yo‘ldoshning massasi *m* markaziy jismning massasi *M* dan juda kichik, va suning uchun (9) formuladagi *m* ni hisobga olmasdan, markaziy jism massasini biror sistemada aniqlash mumkin.

Suningdek, osmon jismining massasi odatda Quyosh yoki Yer massasi birliklarida hisoblanadi, bularni e’tiborga olsak Keplerning uchunchi qonuni yanada soddalashadi

$$\frac{T_1^2(M_1+m_1)}{T_2^2(M_2+m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}. \qquad (10)$$

Bu yerda indeksi 1 bo‘lgan kattaliklar birinchi sistemaga kiruvchi markaziy jism va yo‘ldoshiga, indeksi 2 esa sunga o‘xshash ikkinchi sistemaning markaziy va yo‘ldoshiga taalluqli.

Sayyoralarning massalarini aniqlashda, ularning yo‘ldoshlari bilan birgalikdagi harakati Yer atrofida harakatlanayotgan Oy harakati bilan solishtiriladi. Buning uchun (10) formuladagi M_1 deb qaralayotgan sayyoraning massasi, a_1 va T_1 lar yo‘ldosh orbitasining katta yarim o‘qi va aylanish davri, yo‘ldosh massasi m_1 ni hisobga olmaslik mumkin (m_1=0). M_2 ni Yer massasi, m_2 ni Oy massasi, T_2 – yulduz oyi va a_2 Oy orbitasining katta yarim o‘qi deb qabul qilsak, sayyora massasi M_1 Yer va Oy masssasi (M_2+m_2) birliklarida hisoblanadi, so‘ngra esa, $m_2 = \dfrac{1}{81{,}3} M_2$ ni bilgan holda M_1 Yer massasi M_2 birliklarida topiladi. Sayyoralarning massalarini taxminiy aniqlashda, darhol Oy massasi m_2 ni hisobga olmaslik mumkin, u holda massa bevosita Yer birliklarida aniqlanadi.

Osmon jismining massasi M va radiusi R ni bilgan holda, uning sirtidagi og‘irlik kuchi tezlanishi g ni hisoblash mumkin, bu yerda g ni Yer tezlanishi g_0 orqali ifodalash qulay, so‘ngra zaruratga qarab uning istalgan qiymatiga o‘tiladi. Bulardan

$$g = f\frac{M}{R^2}, \tag{11}$$

Yer sirtida esa

$$g_0 = f\frac{M_0}{R_0^2}, \tag{12}$$

va u holda

$$g = g_0\frac{M}{M_0}\left(\frac{R_0}{R}\right)^2,$$

yoki

$$g = g_0\frac{M}{R^2}, \tag{13}$$

bu yerda M Yer massasi birliklarida, R esa Yer radiusi birliklarida ifodalangan.

Shunga o‘xshash yo‘l bilan, agar yuldosh jism massasi m markaziy jism massasi M nikiga qaraganda juda kichik bo‘lsa, undan (markaziy jismdan) r masofada turgan osmon jismlarining gravitatsion tezlanishi g_r ni quyidagi formulalar yordamida hisoblash mumkin:

$$g_r = f\frac{M+m}{r^2}, \tag{14}$$

yoki

$$g_r = f\frac{M}{r^2}, \qquad (15)$$

Shuningdek (15) formula, gravtatsion tezlanishi g_r ma’lum bo‘lgan markaziy jism massasini hisoblash imkonini beradi.

(15) tenglikni (11) ifodaga bo‘lib g_r ni hisoblash uchun oddiy formulani olamiz, bu yerda r osmon jismi radiusi R birliklarida ifodalanadi.