PREDIKATLAR ALGEBRASI VA UNING FORMULALARI

Predikatlar mantiqi an'anaviy formal mantiq singari elementar mulohazani **subyekt** va **predikat** qismlarga bo'ladi.

Subyekt – bu mulohazada biror narsa haqida nimadir tasdiqlaydi; **predikat** – bu subyektni tasdiqlash.

Masalan, «5 – tub son» mulohazada «5» – subyekt, «tub son» – predikat. Bu mulohazada «5» «tub son bo'lish» xususiyatiga ega ekanligi tasdiqlanadi. Agar keltirilgan mulohazada ma'lum 5 sonini natural sonlar to'plamidagi x o'zgaruvchi bilan almashtirsak, u holda «x – tub son» ko'rinishidagi mulohaza formasiga (shakliga) ega bo'lamiz. x o'zgaruvchining ba'zi qiymatlari (masalan, x=13, x=3, x=19) uchun bu forma chin mulohazalar va x o'zgaruvchining boshqa qiymatlari (masalan, x=10, x=20) uchun bu forma yolg'on mulohazalar beradi.

1- ta'rif. *M to'plamda aniqlangan va $\{1, 0\}$ to'plamdan qiymat qabul qiluvchi bir argumentli $P(x)$ funksiya **bir joyli (bir o'rinli) predikat** deb ataladi.*

M to'plamni $P(x)$ predikatning **aniqlanish sohasi** deb aytamiz.

$P(x)$ predikat chin qiymat qabul qiluvchi hamma $x \in M$ elementlar to'plamiga $P(x)$ predikatning **chinlik to'plami** deb ataladi, ya'ni $P(x)$ predikatning chinlik to'plami $I_P = \{x : x \in M, P(x) = 1\}$ to'plamdir.

1- misol. «x – tub son» ko'rinishdagi $P(x)$ predikat $\boldsymbol{N}$ to'plamda aniqlangan va uning I_P chinlik to'plami barcha tub sonlar to'plamidan iborat. «$\sin x = 0$» shakldagi $Q(x)$ predikat $\boldsymbol{R}$ haqiqiy sonlar to'plamida aniqlangan va uning I_Q chinlik to'plami $I_Q = \{k\pi, k \in \boldsymbol{Z}\}$, bu yerda $\boldsymbol{Z}$ – butun sonlar to'plami. «Parallelogramm diagonallari x bir-biriga perpendikulyardir» degan $\Phi(x)$ predikatning aniqlanish sohasi hamma parallelogrammlar to'plami, chinlik to'plami esa hamma romblar to'plami bo'ladi. Bu misolda keltirilgan predikatlar bir joyli predikat xususiyatlarini ifodalaydi. ■

2- ta'rif. *Agar M to'plamda aniqlangan $P(x)$ predikat uchun $I_P = M$ $(I_P = \varnothing)$ bo'lsa, u* ***aynan chin*** *(**aynan yolg'on**)* ***predikat*** *deb ataladi.*

Endi **ko'p joyli predikat** tushunchasini o'rganamiz. Ko'p joyli predikat predmetlar orasidagi munosabatni aniqlaydi.

«Kichik» munosabati ikki predmet orasidagi **binar munosabatni** ifodalaydi[1]. «$x < y$» (bu yerda $x, y \in \boldsymbol{Z}$) binar munosabat ikki argumentli $P(x, y)$ funksiyani ifodalaydi. Bu funksiya $\boldsymbol{Z} \times \boldsymbol{Z}$ to'plamda aniqlangan va qiymatlar sohasi $\{1, 0\}$ to'plam bo'ladi.

3- ta'rif. *$M = M_1 \times M_2$ to'plamda aniqlangan va $\{1, 0\}$ to'plamdan qiymat oluvchi ikki argumentli $P(x, y)$ funksiya* ***ikki joyli predikat*** *deb ataladi.*

Predikatlar ustida mantiqiy amallar Predikatlar ham mulohazalar singari faqatgina chin yoki yolg‘on (1 yoki 0) qiymat qabul qilganliklari tufayli ular ustida mulohazalar mantiqidagi hamma mantiqiy amallarni bajarish mumkin.

Bir joyli predikatlar misolida mulohazalar mantiqidagi mantiqiy amallarning predikatlarga tatbiq etilishini ko‘raylik.

4 ta’rif. *Berilgan M to‘plamda aniqlangan $P(x)$ va $Q(x)$* ***predikatlarning kon’yunksiyasi*** *deb, faqat va faqat $x \in M$ qiymatlarda aniqlangan hamda $P(x)$ va $Q(x)$lar bir vaqtda chin qiymat qabul qilgandagina chin qiymat qabul qilib, qolgan barcha hollarda yolg‘on qiymat qabul qiluvchi yangi predikatga aytiladi va u $P(x) \wedge Q(x)$ kabi belgilanadi.*

$P(x) \wedge Q(x)$ predikatning chinlik sohasi $I_P \cap I_Q$ to‘plamdan, ya’ni $P(x)$ va $Q(x)$ predikatlar chinlik sohalarining umumiy qismidan iborat bo‘ladi.

5- ta'rif. *Berilgan M to'plamda aniqlangan $P(x)$ va $Q(x)$* ***predikatlarning diz'yunksiyasi*** *deb, faqat va faqatgina $x \in M$ qiymatlarda aniqlangan hamda $P(x)$ va $Q(x)$ predikatlar yolg'on qiymat qabul qilganda yolg'on qiymat qabul qilib, qolgan barcha hollarda chin qiymat qabul qiluvchi yangi predikatga aytiladi va u $P(x) \vee Q(x)$ kabi belgilanadi.*

$P(x) \vee Q(x)$ predikatning chinlik sohasi $I_P \cup I_Q$ to'plamdan iborat bo'ladi.

6- ta'rif. *Agar hamma $x \in M$ qiymatlarda $P(x)$ predikat chin qiymat qabul qilganda yolg'on qiymat va $x \in M$ ning barcha qiymatlarida $P(x)$ predikat yolg'on qiymat qabul qilganda chin qiymat qabul qiluvchi predikatga $P(x)$* ***predikatning inkori*** *deb ataladi va u $\overline{P}(x)$ kabi belgilanadi.*

Bu ta'rifdan $I_{\overline{P}} = M \setminus I_P = CI_P$ kelib chiqadi.

7- ta'rif. *Faqat va faqatgina $x \in M$ lar uchun bir vaqtda $P(x)$ chin qiymat va $Q(x)$ yolg'on qiymat qabul qilganda yolg'on qiymat qabul qilib, qolgan hamma hollarda chin qiymat qabul qiladigan $P(x) \to Q(x)$ predikat $P(x)$ va $Q(x)$* ***predikatlarning implikasiyasi*** *deb ataladi.*

Har bir tayinlangan $x \in M$ uchun

$$P(x) \to Q(x) \equiv \overline{P}(x) \vee Q(x)$$

teng kuchlilik to'g'ri bo'lganligidan $I_{P\to Q} = I_{\overline{P}} \cup I_Q = CI_P \cup I_Q$ o'rinlidir.

Umumiylik va mavjudlik kvantorlari

M to'plamda aniqlangan $P(x)$ predikat berilgan bo'lsin. Agar $a \in M$ ni $P(x)$

predikatning x argumenti o'rniga qo'ysak, u holda bu predikat $P(a)$ mulohazaga aylanadi.

Predikatlar mantiqida yuqorida ko'rilganlardan tashqari yana ikkita amal mavjudki, ular bir joyli predikatni mulohazaga aylantiradi.