7-MAVZU	FORMULALARNING ASOSIY XOSSALARI. FORMULALARNING CHINLIK TO'PLAMI

1. Chinlik jadvali bo'yicha formulani tiklash. Ma'lumki, berilgan formula uchun chinlik jadvali tuzish mumkin. Formulaning chinlik jadvalini tuzishni bilamiz.

Endi teskari masala bilan shug'ullanaylik, ya'ni berilgan chinlik jadvali bo'yicha formulani topishni maqsad qilib qo'yaylik. Masalan, x va y elementar mulohazalarning quyidagi chinlik jadvallariga ega bo'lgan A, B, C, D formulalarni topaylik:

1-jadval

x	y	A	B	C	D	$A\vee B$	$A\vee C$	$A\vee D$	$B\vee D$	$A\vee B\vee C$	$A\vee B\vee C\vee D$
1	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1	1
0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	1
0	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	1

Bundan keyin biror mulohazaning "chin" qiymatini "1" va "yolg'on" qiymatini "0" deb belgilaymiz. Ma'lumki,

$$A = x\wedge y;\quad B = x\wedge \bar{y};\quad C = \bar{x}\wedge y;\quad D = \bar{x}\wedge \bar{y} \qquad (1)$$

(1) formulalarning har qaysisi uchun jadvalning, mos ravishda, 1,2,3,4, satrida "1" qiymat va qolgan satrlarida "0" qiymat turadi.

(1) formulalar ikki mulohazali kon'yunktiv konstituentlardan iborat.

Endi shunday formulalarni topaylikki, ular uchun jadvalning 2 satrida "1" qiymat va ikki satrida "0" qiymat turgan bo'lsin. Bu talabga quyidagi formulalar javob beradi

$$A\vee B = (x\wedge y)\vee(x\wedge \bar{y});\qquad A\vee C = (x\wedge y)\vee(\bar{x}\wedge y);$$

$$A\vee D = (x\wedge y)\vee(\bar{x}\wedge \bar{y});\qquad B\vee D = (x\wedge \bar{y})\vee(\bar{x}\wedge \bar{y})\ \text{va h.k.}$$

Shunday qilib, ushbu qoida o'rinli: 2 va 4 - satrda "1", 1 va 3 - satrlarda "0" qiymatga ega bo'lgan formulani hosil qilish uchun, bittasining "1" qiymati xuddi 2-satrda va ikkinchisining "1" qiymati xuddi 4-satrda turgan ikki kon'yunktiv konstituent diz'yunksiyasini olamiz.

$$B \vee D = (x \wedge \bar{y}) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y}).$$

Xuddi shunday, 1-jadvaldagi uchta kon'yunktiv konstituent diz'yunksiyasi uchta satrda "1" qiymatga va bitta satrda "0" qiymatga ega bo'lgan formulani tasvirlaydi. Masalan,

$$A \vee B \vee C = (x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge y) \vee (x \wedge y).$$

Shunday qilib, to'rtala A, B, C, D kon'yunktiv konstituent diz'yunksiyasi to'rttala satrda ham "1" qiymatga ega, ya'ni aynan chin

$$E = A \vee B \vee C \vee D = (x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge y) \vee (x \wedge \bar{y}) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y}).$$

Bu formula - ikki mulohazali to'liq mukammal diz'yunktiv normal shakldan iborat:

Demak, Ye ning inkori

$$\bar{E} = \overline{(x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge y) \vee (x \wedge \bar{y}) \vee (\bar{x} \wedge y)} = \overline{x \wedge y} \wedge \overline{\bar{x} \wedge y} \wedge \overline{x \wedge \bar{y}} \wedge \overline{\bar{x} \vee \bar{y}} \quad \text{yoki}$$

$$\bar{E} = (\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge (x \vee \bar{y}) \wedge (\bar{x} \vee y) \wedge (x \vee y)$$

aynan yolg'on formulani ifodalaydi. Bu esa ikki mulohazali to'liq mukammal kon'yunktiv normal shakldir.

Shunday qilib, ikki x va y elementar mulohazalar uchun chinlik jadvallariga qarab mos formulalarni tiklash masalasi hal qilindi.

Endi berilgan chinlik jadvallariga qarab uchta x, y, z elementar mulohazalarning formulalarini topish masalasiga o'tamiz. Bu uch mulohaza uchun 2^3=8 ta qiymatlar satrlari tuziladi.

2-jadval

x	y	z	$\bar{x}$	$\bar{y}$	$\bar{z}$	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	A_6	A_7	A_8	B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6
1	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0

2-jadvalning satrlaridan biridagina "1" qiymatga, qolganlarida "0" qiymatga ega bo'lish talabiga javob beruvchi formulalar ushbu uch mulohazali hamma 2^3=8 ta kon'yunktiv konstituentlardan iboratdir:

1. $x \wedge y \wedge z = A_1$ 4. $x \wedge \bar{y} \wedge \bar{z} = A_4$ 7. $\bar{x} \wedge \bar{y} \wedge z = A_7$

2. $x \wedge y \wedge \bar{z} = A_2$ 5. $\bar{x} \wedge y \wedge z = A_5$ 8. $\bar{x} \Lambda \bar{y} \Lambda \bar{z}$ =A8

3. $x \wedge \bar{y} \wedge z = A_3$ 6. $\bar{x} \wedge y \wedge \bar{z} = A_6$ (2)

Bu (2) kon’yunktiv konstituentlardan har ikkitasining diz’yunksiyasini olib, qiymatlari ikki satrda “1”, qolganlarida “0” bo‘lgan formulalarni; har uchtasining diz’yunksiyasini olib, qiymatlari uch satrda “1”, qolgan satrlarda “0” bo‘lgan formulalarni hosil qilamiz va h.k.

Masalan:

$B_1 = A_1 \vee A_2$; $B_2 = A_1 \vee A_3$; $B_3 = A_1 \vee A_4$;

$B_4 = A_1 \vee A_5$; $B_6 = A_1 \vee A_7$; $B_7 = A_1 \vee A_8$;

$C_1 = A_1 \vee A_2 \vee A_3 = B_1 \vee A_3$; $C_2 = B_1 \vee A_4$; ....

$D_1 = A_1 \vee A_2 \vee A_3 \vee A_4 = C_1 \vee A_4$; ....

$E = A_1 \vee A_2 \vee A_3 \vee A_4 \vee A_5 \vee A_6 \vee A_7 \vee A_8$ - MDNSh (3)

$\bar{E} = \bar{A_1} \wedge \bar{A_2} \wedge \bar{A_3} \wedge \bar{A_4} \wedge \bar{A_5} \wedge \bar{A_6} \wedge \bar{A_7} \wedge \bar{A_8}$ -MKNSh (4)

Bunda sakkiztasining diz’yunksiyasi (3) aynan chin formulani va uning inkori (4) aynan yolg‘on formulani ifodalaydi.

n ta $x_1, x_2, ..., x_n$ elementar mulohazalar uchun ham masala xuddi shu usul bilan yechiladi.

Yuqorida keltirilgan mulohazalardan kelib chiqadiki, har bir aynan yolg‘on bo‘lmagan n argumentli A formulani quyidagi mukammal diz’yunktiv normal shakldа yozish mumkin:

$$A\,(x_1, x_2, ..., x_n) = \bigvee_{A(\sigma_1,...,\sigma_n)=1} x_1^{\sigma_1} ....x_n^{\sigma_n}, \qquad (5)$$

ya’ni qiymatlar satrida chin qiymatga ega bo‘lgan elementar kon’yunksiyalarning diz’yunksiyasi shaklida yoziladi. (5)- formulani quyidagicha ham yozish mumkin:

$$A\,(x_1, x_2, ..., x_n) = \vee\ A(\sigma_1,...,\sigma_n)\, x_1^{\sigma_1} ....x_n^{\sigma_n} .\ (\sigma_1,...,\sigma_n) \qquad (6)$$

Bu yerda $x_1^{\sigma_1} ....x_n^{\sigma_n}$ elementar kon’yunksiyalarning diz’yunksiyasi hamma 2^n qiymatlar satri bo‘yicha olinadi.

Tengkuchlimas formulalar soni n ta elementar $x_1, x_2, ..., x_n$ (1)

mulohazalarning nechta o‘zaro tengkuchlimas, ya’ni har xil formulalari mavjud degan masalani qo‘yamiz.

Ikki x va y elementar mulohazalar uchun nechta tengkuchlimas formulalar borligini ko‘raylik.

x va y ning $2^2 = 4$ qiymatlar satri uchun:

4 ta A,B,C,D formulalardan har qaysisining qiymatlaridan bittasi “1” va uchtasi “0” dan iborat ustuni mavjud. Bunday ustunlar soni 4 ta, ya’ni $C_4^1 = 4$.

Undan keyin, oltita $A\vee B$, $A\vee C$, ..., $C\vee D$ formulalardan har qaysisining qiymatlari ikkita “1” va ikkita “0” dan iborat ustunni hosil qiladi. Bunday ustunlar soni $C_4^2 = 6$ ga teng. Yana to‘rtta

$$A\vee B\vee C,\quad A\vee C\vee D,\quad A\vee B\vee D,\quad B\vee C\vee D$$

formulalardan har qaysisining qiymatlari uchta “1” va bitaa “0” dan tashkil etilgan ustunni beradi. Bunday ustunlar $C_4^3 = 4$ tadir. Nihoyat, Ye formulaning qiymatlari faqat “1” dan tuzilgan $C_4^4 = 1$ ta ustunni tashkil etadi.

Shunday qilib, 1-jadvalda

$$C_4^0 + C_4^1 + C_4^2 + C_4^3 + C_4^4 = 2^4 = 2^{2^2}$$

ustun mavjud bo‘ladi. Bundan esa xuddi shuncha formula borligi kelib chiqadi. Ustunlarning hech qaysi ikkitasi bir xil bo‘lmaganligidan, hech qaysi ikkita formula ham o‘zaro tengkuchli emasdir.

Demak, ikki x va u mulohazaning shu 16 ta formulasidan tashqari, ularni ifodalaydigan boshqa tengkuchli formula yo‘q.

Bundan, x va y ning istalgan $A(x,y)$ formulasi jadvalda keltirilgan formulalarning biri bilan tengkuchli degan xulosaga kelamiz.

Masalan, $(x\leftrightarrow y)\wedge \bar{y}$ formulani olsak, ushbu chinlik jadvalidan

x	$\bar{y}$	y	$x\leftrightarrow y$	$(x\leftrightarrow \bar{y}\wedge y)$
1	1	0	1	0
1	0	1	0	0
0	1	0	0	0
0	0	1	1	1

$(x\leftrightarrow y)\wedge \bar{y} = \bar{x}\wedge \bar{y}$ ekanligi ma’lum bo‘ladi.

Yuqorida hosil etilgan formulalardan 15 tasi MDNSh va 1 tasi MKNSh ko‘rinishiga ega.

Xuddi shunday fikr yurgizish yo‘li bilan $x,\ y,\ z$ elementar mulohazalarning tengkuchlimas formulalar soni

$$C_8^0 + C_8^1 + C_8^2 + C_8^3 + C_8^4 + \ldots\ldots + C_8^8 = 2^8 = 2^{2^3}$$

ga tengligi kelib chiqadi. To‘rtta $x,\ y,\ z,\ f$ mulohazalarning har xil formulalar soni 2^{2^4} ga va, umuman, n ta mulohazaning har xil teng kuchlimas formulalar soni

$$C_{2^n}^0 + C_{2^n}^1 + C_{2^n}^2 + \ldots\ldots + C_{2^n}^{2^n} = 2^{2^n}.$$

ya’ni $N = 2^{2^n}$ ga teng.

Shunday qilib, tengkuchlimas n argumentli formulalardan 2^{2^n}-1 tasi MDNSh va bittasi MKNSh ko‘rinishiga ega.

Formulaning chinlik to‘plami

Ma’lumki, n elementar $x_1, x_2, ..., x_n$ mulohazaning qiymatlari 2^n ta qiymatlar satrini tashkil etadi. Bu mulohazalarning har bir A formulasi ba’zi qiymatlar satrlarida “1” qiymatni va ba’zilarida “0” qiymatni qabul qiladi.

Ta’rif. *A formula “1” qiymat qabul qiluvchi elementar mulohazalarning hamma qiymatlar satrlaridan tuzilgan to‘plam A formulaning chinlik to‘plami deyiladi.*

O‘tgan paragraflarda ko‘rganimizdek, elementar mulohazalarning (A) formulalaridan $C^1_{2^n} = 2^n$ tasi bitta qiymatlar satrida “1” qiymatni qabul qiladi. Demak, bunday har bir formula bir elementli chinlik to‘plamiga ega.

Xuddi shuningdek, (A) formulalarning $C^2_{2^n}$ tasidan har qaysisi ikki elementli chinlik to‘plamiga, $C^3_{2^n}$ tasidan har biri uch elementli chinlik to‘plamiga ,........, $C^{2^n}_{2^n}$ formula bo‘lsa, 2^n elementli chinlik to‘plamiga egadir. $\overline{E}$ aynan yolg‘on formulaning chinlik to‘plami esa $\varnothing$ bo‘sh to‘plamdan iborat.

$x_1, ..., x_n$ mulohazalarning aynan chin formulasiga tegishli chinlik to‘plamini U universal to‘plam deb olsak, shu mulohazalarning hamma formulalarga tegishli chinlik to‘plamlari U ning qismlarini tashkil etadi va bu universal to‘plam

$$C^0_{2^n} + C^1_{2^n} + ... + C^{2^n-1}_{2^n} + C^{2^n}_{2^n} = 2^{2^n} \text{ ta}$$

qismlarga ega bo‘ladi.

Shunday qilib, n ta elementar mulohazalarning hamma A formulalari bilan ularning chinlik to‘plamlari orasida o‘zaro bir qiymatli moslik o‘rnatiladi.

Hamma o‘zaro tengkuchli formulalarga bitta chinlik to‘plami mos keladi.

Misollar. 1.Uch elementar x, y, z mulohazaning $A = x \wedge \overline{y} \wedge z$ formulasi faqat bitta (1,0,1) qiymatlar satrida “1” qiymatni qabul qiladi. Shu sababli, bu formulaning chinlik to‘plami ushbu bir elementli $P = \{(1,0,1)\}$ to‘plamdir.

2. $A = (x \wedge y \wedge z) \vee (\overline{x} \wedge y \wedge \overline{z}) \vee (x \wedge \overline{y} \wedge z)$ formula uch elementli $Q = \{(1,1,1)\}$, $(0,1,0)$, $(1,0,1)\}$ chinlik to‘plamiga egadir.

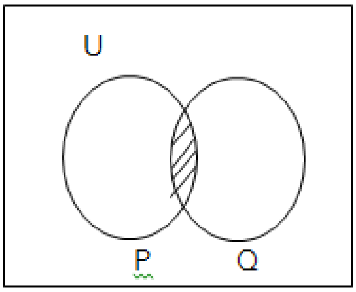
3. Ushbu $A=\overline{x\vee y}\leftrightarrow \bar{x}\wedge \bar{y}$ formula aynan chindir. Shuning uchun uning chinlik to‘plami universal $U=\{(1,1),(1,0),(0,1),(0,0)\}$ to‘plamdan iborat.

A formula P to‘plamda chin bo‘lsa, u holda P ning to‘ldiruvchisi bo‘lgan $\bar{P}$ to‘plamda yolg‘on bo‘ladi. Lekin A ning $\bar{A}$ inkori $\bar{P}$ da chin va P da yolg‘on bo‘ladi. Xuddi shunday, aynan chin J formula U da chin, lekin $\bar{U}=\Phi$ da yolg‘on. Aynan yolg‘on $\bar{J}$ formula esa, aksincha, Φ da chin va $\bar{\Phi}=U$ da yolg‘ondir.

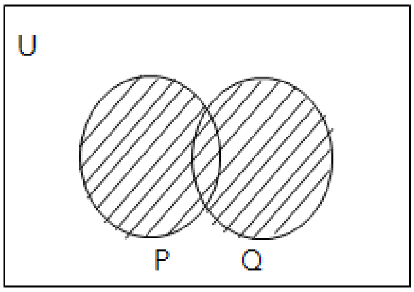
n ta elementar mulohazalar formulalari bilan chinlik to‘plamlari orasidagi bunday bog‘lanish mulohazalar mantiqidagi masalani to‘plamlar nazariyasidagi masalaga va, aksincha, to‘plamlar nazariyasidagi masalani mulohazalar mantiqidagi masalaga ko‘chirish imkoniyatini beradi.

Haqiqatan ham:

1. A formula P to‘plamda chin va B formula Q to‘plamda chin bo‘lsa, $A\wedge B$ formula qanday to‘plamda chin bo‘ladi? Ma’lumki (kon’yunksiya ta’rifiga asosan), bu formula A va B ning ikkalasi ham chin bo‘lgan to‘plamda chindir. Demak, $P\cap Q$ kesishmada chindir. **Masalan,** $A=x\wedge \bar{y}\wedge z$ va $B=(x\wedge y\wedge z)\vee(\bar{x}\wedge y\wedge \bar{z})\vee(x\wedge \bar{y}\wedge z)$ formulalarning $(A\wedge B)$ kon’yunksiyasi $P\cap Q=\{(1,0,1)\}$ to‘plamda chindir. Shunday qilib, mulohazalar mantiqidagi $\wedge$ amaliga to‘plamlar nazariyasidagi $\cap$ amali mos keladi. (1-shakl).



1-shakl.



2-shakl.

2. $A\vee B$ formula qanday to‘plamda chin bo‘ladi?

Diz’yunksiya ta’rifiga asosan $A\vee B$ formula A va B formulalarning kamida bittasi chin bo‘lgan to‘plamda chindir. Demak, $P\cup Q$ to‘plamda $A\vee B$ formula chindir. Shunday qilib, mulohazalar mantiqidagi $\vee$ amaliga to‘plamlar nazariyasidagi $\cup$ amalining mos kelishini ko‘ramiz (2-shakl). Yuqorida keltirilgan A va B formulalar uchun

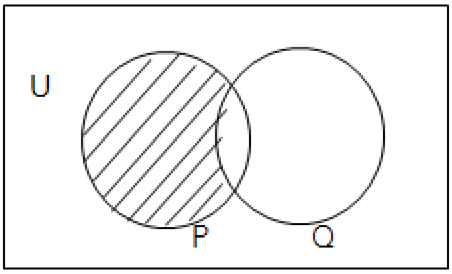
$$P\cup Q=\{(1,1,1),(0,1,0),(1,0,1)\}$$

3. $A\to B$ implikatsiyaning chinlik to‘plamini topaylik.

Implikatsiya ta’rifiga asosan $A \to B$ formula faqat A chin bo‘lib, B yolg‘on bo‘lgan to‘plamda yolg‘ondir.

Demak, $P-Q=\{(1,1,1),(0,1,0)\}$ ayirmada $A \to B$ formula yolg‘ondir.

Shunday qilib, $A \to B$ formula U ning shtrixlangan bo‘lagida yolg‘on bo‘lib, qolgan bo‘lagida chindir (3-shakl). U ning qolgan bo‘lagi esa $\overline{P} \cup Q$ ga teng. Demak, $A \to B$ formula $\overline{P} \cup Q$ to‘plamda chindir.



3-shakl.

Ikkinchi tomondan, $\overline{A}$ formula $\overline{P}$ da va B formula Q da chin bo‘lgani uchun, $\overline{A} \vee B$ formula $\overline{P} \cup Q$ da chindir.

Demak, bizga ma’lum bo‘lgan $A \to B = \overline{A} \vee B$ tengkuchlilikni boshqa yo‘l bilan isbotladik.

4. (1) mulohazalarning istalgan A va B formulalarini olib, $A \vee \overline{A} \vee B = J$ tengkuchlilikni isbotlaylik. $\overline{A}$ formula $\overline{P}$ da chin, A formula P da va B formula Q da chin bo‘lsin. Shunday qilib, $\overline{A} \vee A \vee B$ formula $\overline{P} \cup P \cup Q = U \cup Q = U$ to‘plamda chin. Shu sababli, $\overline{A} \vee A \vee B$ aynan chin formula bo‘lib, $\overline{A} \vee A \vee B = J$ dir.

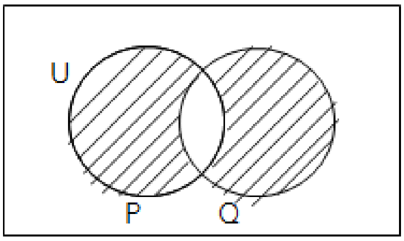
5. Qanday shartda $A \to B = J$ tengkuchlilik bajariladi?

Ma’lumki, $A \to B$ formula U ning $P-Q$ dan boshqa bo‘lagida, demak, $\overline{P-Q}$ da chin. $A \to B = J$ shart bo‘yicha $\overline{P-Q} = U$ bo‘lishi kerak. Bundan $\overline{\overline{P-Q}} = \overline{U}$ yoki $P-Q=\phi$ kelib chiqadi. Bu esa $P \subseteq Q$ ekanini bildiradi.

6. $A \to B$ formulaning chinlik to‘plamini aniqlaylik.

Bu formula A chin va B yolg‘on, shuningdek, B chin va A yolg‘on bo‘lgan to‘plamda, ya’ni $(P-Q) \cup (Q-P)$ dagina yolg‘on bo‘lib, U ning qolgan bo‘lagida, ya’ni $\overline{(P-Q) \cup (Q-P)}$ da chindir.

Shunday qilib, $A \leftrightarrow B$ ning chinlik to‘plami U ning shtrixlangan bo‘lagidan boshqa qismi bilan tasvirlanadi (4-shakl):



4-shakl.

Boshqa qismiga mos keluvchi to‘plamni topamiz. $P-Q=P\cap\overline{Q}$ va $Q-P=Q\cap\overline{P}=\overline{P}\cap Q$. Bundan $\overline{P-Q}=\overline{P}\cup Q$ va $\overline{Q-P}=P\cup\overline{Q}$ kelib chiqadi. Shunday qilib,

$$(P-Q)\cup(Q-P)=\overline{P-Q}\cap\overline{Q-P}=(\overline{P}\cup Q)\cap(P\cup\overline{Q})$$

Demak, $A\leftrightarrow B$ formula $(\overline{P}\cup Q)\cap(P\cup\overline{Q})$ to‘plamda chindir.

Ikkinchi tomondan, $(\overline{P}\cup Q)\cap(P\cup\overline{Q})$ to‘plam $(\overline{A}\vee B)\wedge(A\vee\overline{B})$ formulaning chinlik to‘plami bo‘lgani uchun, ushbu ma’lum tengkuchlilikka ega bo‘lamiz.

$$A\leftrightarrow B=(\overline{A}\vee B)\wedge(A\vee\overline{B})$$

Quyidagi formulalarga $\overline{A}\vee B=A\to B$, $\overline{B}\vee A=B\to A$ asosan

$$A\leftrightarrow B=(A\to B)\wedge(B\to A)$$

7. Formulalar bilan to‘plamlar orasidagi bog‘lanishga suyanib, quyidagi teoremani isbotlaylik:

Teorema: *A va B formulalar tengkuchli bo‘lishi uchun $A\leftrightarrow B$ formula tavtologiya bo‘lishi zarur va yetarli.*

Isbot. a) $A=B$ bo‘lsin. Demak, $P=Q$. $A\leftrightarrow B$ ning chinlik to‘plami

$$(\overline{P}\cup Q)\cap(P\cup\overline{Q})=(\overline{P}\cup P)\cap(P\cup\overline{P})=U\cap U=U.$$

Bundan $A\leftrightarrow B=J$ kelib chiqadi, ya’ni $A\leftrightarrow B$ tavtologiyadir.

b) $(\overline{P}\cup Q)\cap(P\cup\overline{Q})=J$ bo‘lsin, u vaqtda $A\leftrightarrow B=J$ bo‘ladi. Demak, $A\leftrightarrow B=(A\to B)\wedge(B\to A)=J$. Bundan, kon’yunksiya ta’rifiga asosan $A\to B=J$ va $B\to A=J$.

Bu yerdan, 5-punktga binoan $P\subseteq Q$ va $Q\subseteq P$. Demak, $Q=P$ kelib chiqadi. Bu o‘z navbatida $A=B$ bo‘lishini ko‘rsatadi.

Shunday qilib, mulohazalar algebrasidagi $\wedge$, $\vee$ - mantiqiy amallarga mos ravishda to‘plamlar algebrasidagi $\cap$, $\cup$-(ko‘paytma, birlashma, to‘ldiruvchi) amallari mos keladi. Mulohazalar algebrasidagi “1”, “0” konstantalarga to‘plamlar algebrasidagi U va ϕ (universal va bo‘sh) to‘plamlar mos keladi. Demak, mulohazalar algebrasidagi biror ifodada $\wedge$ ni $\cap$ ga, $\vee$ ni $\cup$ ga, inkorni (-) to‘ldiruvchiga, “1” ni universal U to‘plamga “0” ni bo‘sh ϕ to‘plamga almashtirsa, to‘plamlar algebrasidagi ifoda hosil bo‘ladi va aksincha.

Misollardan namunalar:

Quyidagi qiymatlar satrida F funksiya 0 qiymatni qabul qilsa, MKNSh dan foydalanib, F ni toping.

$$F(0,0,0)=F(0,1,0)=F(1,1,1)=0.$$

Yechim: Mukammal kon'yunktiv normal shaklning elementar diz'yunksiyalarini topish uchun birinchi shartdan $(X,Y,Z)=(0,0,0)$, ikkinchi shartdan $(X,Y,Z)=(0,1,0)$ va uchinchi shart bo'yicha $(X,Y,Z)=(1,1,1)$ bo'lishi kerak. Demak,

$$X\vee Y\vee Z,\ \ X\vee\neg Y\vee Z,\ \ \neg X\vee\neg Y\vee\neg Z$$

ekanligini aniqlatmiz. Bundan, $F(X,Y,Z)$ funksiya elementar diz'yunksiyalarining kon'yunksiyasi bo'ladi.

Ya'ni: $F(X,Y,Z)=(X\vee Y\vee Z)\wedge(X\vee\neg Y\vee Z)\wedge(\neg X\vee\neg Y\vee\neg Z).$

2.4.9. Quyidagi mulohazalar algebrasi formulalarining har biri uchun chinlik jadvalini tuzib, MDN va MKN shaklini toping: $((X\vee Y)\to Z)\leftrightarrow\neg X;$

Yechim: Berilgan formula uchun chinlik jadvalini tuzamiz:

X	Y	Z	$X\vee Y$	$(X\vee Y)\to Z$	$\neg X$	$((X\vee Y)\to Z)\leftrightarrow\neg X;$
0	**0**	**0**	0	1	1	**1**
0	**0**	**1**	0	1	1	**1**
0	1	0	1	0	1	0
0	**1**	**1**	1	1	1	**1**
1	**0**	**0**	1	0	0	**1**
1	0	1	1	1	0	0
1	**1**	**0**	1	0	0	**1**
1	1	1	1	1	0	0

Endi, formulaning qiymati 1 ga teng bo'ladigan satrdagi o'zgaruvchilarning qiymatini tanlab olamiz: F(0,0,0)=F(0,0,1)=F(0,1,1)=F(1,0,0)=F(1,1,0)=1. Har biri uchun elementar kon'yunksiya tuzamiz: $\neg X\wedge\neg Y\wedge\neg Z$, $\neg X\wedge\neg Y\wedge Z$,

$\neg X \wedge Y \wedge Z$, $X \wedge \neg Y \wedge \neg Z$ va $X \wedge Y \wedge \neg Z$. Nihoyat, elementar kon'yunksiyalarning diz'yunksiyasini tuzib, quyidagi formulaga ega bo'lamiz:

MDNSH- $$F(X,Y,Z) = (\neg X \wedge \neg Y \wedge \neg Z) \vee (\neg X \wedge \neg Y \wedge Z) \vee (\neg X \wedge Y \wedge Z) \vee \vee (X \wedge \neg Y \wedge \neg Z) \vee (X \wedge Y \wedge \neg Z).$$

Endi ushbu formulaning MKN shaklini izlaylik-

X	Y	Z	$X \vee Y$	$(X \vee Y) \rightarrow Z$	$\neg X$	$((X \vee Y) \rightarrow Z) \leftrightarrow \neg X;$
0	0	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1	1
0	**1**	**0**	1	0	1	**0**
0	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	0	0	1
1	**0**	**1**	1	1	0	**0**
1	1	0	1	0	0	1
1	**1**	**1**	1	1	0	**0**

Formulaning qiymati 0 ga teng bo'ladigan satrdagi o'zgaruvchilarning qiymatini tanlab olamiz: F(0,1 ,0)=F(1,0,1)=F(1,1,1)=0. Har biri uchun elementar diz'yunksiya tuzib olamiz: $X \vee \neg Y \vee Z$, $\neg X \vee Y \vee \neg Z$ va $X \vee Y \vee Z$. Nihoyat, elementar diz'yunksiyalarning kon'yunksiyasini tuzib, quyidagi formulaga ega bo'lamiz:

$$F(X,Y,Z) = (X \vee \neg Y \vee Z) \wedge (\neg X \vee Y \vee \neg Z) \wedge (X \vee Y \vee Z) .$$