

# Oberflächenphysik

Eine Zusammenfassung von Levin K.

November 2024

## Vorwort

„Gott hat das Volumen des Festkörpers erschaffen, aber die Oberfläche wurde vom Teufel gemacht.“  
- Wolfgang Pauli

Diese Zusammenfassung zum Thema *Oberflächenphysik* habe ich im Rahmen meiner Vorbereitung auf mein Schwerpunktsfach *Halbleiter & Oberflächen* erstellt. Sie sollte in der intensiven Lernphase während meines Studiums drei Hauptzwecken dienen:

1. **Vollständigkeit der Informationen:** Sie half mir sicherzustellen, dass ich keine wesentlichen Themen oder Details aus Vorlesungsmitschriften, Fachbüchern oder Webseiten übersehe.
2. **Verständnis und Erklärbarkeit:** Die Zusammenstellung sollte mir ermöglichen, das Thema so gut zu verstehen, dass ich es auch jemandem erklären kann – ganz nach dem Motto von Richard Feynman: „Wenn du es nicht einem Ersti erklären kannst, hast du es selbst nicht verstanden.“
3. **Effizientes Lernen:** Am Ende wollte ich nur noch auf diesen eigenen Aufschrieb zurückgreifen müssen, um beim Lernen schnell und gezielt die nötigen Informationen nachschlagen zu können.

Beim Schreibstil habe ich mich an den Lehrbüchern von David Griffiths orientiert, die ich sehr schätze. Griffiths spricht die Leser\*innen direkt an, als wäre er ihr Tutor, und beantwortet gleich mögliche Fragen, die beim Lesen aufkommen könnten. Dieses Prinzip habe ich übernommen, um die Inhalte für mich selbst und für andere verständlicher zu machen.

Vollständigkeit und Korrektheit sind bei einem solchen inoffiziellen Skript natürlich nie garantiert, aber ich habe mein Bestes gegeben und dabei stets darauf geachtet, alles so klar und präzise wie möglich zu vermitteln. Da diese Zusammenfassung mir beim Lernen sehr geholfen hat und ich direkt nach dem Abschluss meiner Masterarbeit sowieso nicht viel anderes zu tun hatte, habe ich mich entschlossen, sie zu digitalisieren und zu teilen.

---

### Verwendete Abkürzungen:

<b>2DEG</b>	2d-Elektronengas
<b>bcc</b>	base-centered cubic; kubisch raumzentriert
<b>BZ</b>	Brillouin-Zone
<b>DWF</b>	Debye-Waller-Faktor
<b>EZ</b>	Einheitszelle, Elementarzelle
<b>fcc</b>	face-centered cubic; kubisch flächenzentriert
<b>FK</b>	Festkörper
<b>hcp</b>	hexagonal close-packed; hexagonal dichteste Kugelpackung
<b>HL</b>	Halbleiter
<b>LB</b>	Leitungsband
<b>ML</b>	Monolage
<b>OF</b>	Oberfläche
<b>SGL</b>	Schrödingergleichung
<b>STM</b>	scanning tunneling microscope; Rastertunnelmikroskop
<b>UHV</b>	Ultrahochvakuum
<b>VB</b>	Valenzband
<b>WW</b>	Wechselwirkung

### Verwendete Materialien:

- Vorlesungsmitschrieb „Oberflächenphysik“ von Herrn Wulfhekel, 2016
- Vorlesungsfolien „Oberflächenphysik“ von Herrn Wulfhekel und Herrn Zakeri, 2018
- Fauster / Hammer / Lutz / Schmidt: Einführung in die Oberflächenphysik
- Henzler / Göpel: Oberflächenphysik des Festkörpers
- Skript „Experimentalphysik 5“ von Herrn Wegener, 2014
- [https://www.uni-due.de/ag-hvh/mspa-leed\\_de.php](https://www.uni-due.de/ag-hvh/mspa-leed_de.php)
- Google und Wikipedia für kleinere Informationen

Alle Grafiken - mit Ausnahme der fcc-Brillouinzone auf Seite 61, welche aus den Folien von Herrn Zakeri entnommen wurde - sind selbstgezeichnet.

## Inhaltsverzeichnis

<b>1 Grundlagen</b>	<b>5</b>
1.1 Was ist eine Oberfläche? . . . . .	5
1.2 3d-Kristall . . . . .	5
1.3 2d-Raumgitter . . . . .	6
1.4 Das reziproke Gitter . . . . .	7
1.5 Rekonstruktion und Überstruktur . . . . .	7
1.6 Technologisch wichtige Oberflächen . . . . .	8
1.7 Defekte an Oberflächen . . . . .	9
<b>2 Dünne Gase</b>	<b>11</b>
2.1 Adsorption von Gasen . . . . .	11
2.2 Vakuum . . . . .	12
2.3 Das Restgas . . . . .	13
2.4 Vakuumpumpen . . . . .	14
2.5 Druckmessungen . . . . .	16
<b>3 Methoden der Oberflächenphysik</b>	<b>17</b>
3.1 Kristallpräparation . . . . .	17
3.2 Oberflächenpräparation . . . . .	18
3.3 Chemische Analyse . . . . .	19
3.4 Beugungsmethode . . . . .	23
3.5 Frühe Abbildungsmöglichkeiten im Realraum . . . . .	30
3.6 Transmissionselektronenmikroskop (TEM) . . . . .	31
3.7 Rasterelektronenmikroskop (SEM) . . . . .	31
3.8 Rastertunnelmikroskop (STM) . . . . .	31
3.9 Rasterkraftmikroskop (AFM) . . . . .	34
<b>4 Schichtwachstum</b>	<b>36</b>
4.1 Homoepitaxie . . . . .	36
4.2 Nukleation . . . . .	39
4.3 Inselformen . . . . .	40
4.4 Wachstumsmanipulation . . . . .	41
4.5 Heteroepitaxie . . . . .	41
4.6 Thermische Stabilität von Nanostrukturen . . . . .	44
<b>5 Oberflächenchemie</b>	<b>46</b>
5.1 Adsorption . . . . .	46
5.2 Adsorptionskinetik . . . . .	47
5.3 Desorption . . . . .	49
5.4 Katalyse . . . . .	51
5.5 Phononen . . . . .	51

<b>6</b>	<b>Elektronische Struktur von Oberflächen</b>	<b>55</b>
6.1	Austrittsarbeit . . . . .	55
6.2	Bandstruktur von Metallen und Halbleitern . . . . .	57
6.2.1	Metalle . . . . .	57
6.2.2	Halbleiter . . . . .	59
6.3	Die Elektronendichte an der Oberfläche . . . . .	60
6.4	Rastertunnelspektroskopie . . . . .	63
6.5	Inelastische Tunnelspektroskopie . . . . .	63
6.6	Kondo-Effekt . . . . .	66
<b>7</b>	<b>Oberflächenmagnetismus</b>	<b>66</b>
7.1	Magnetokristalline Anisotropie . . . . .	67
<b>8</b>	<b>Übersicht der Experimente</b>	<b>69</b>

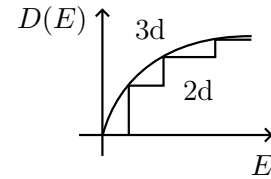
# 1 Grundlagen

## 1.1 Was ist eine Oberfläche?

Periodizität des Kristalls wird an Oberfläche gebrochen

↳ 2d statt 3d. Dies bedeutet:

- zusätzliche Freiheitsgrade (andere Bindungsstrukturen),
- andere Zustandsdichte,
- andere elektronische Eigenschaften,
- andere chemische Eigenschaften (Reaktivität, Katalyse, Benetzbarkeit).



Als „Oberfläche“ bezeichnet man die  $\sim 3$  äußersten Atomlagen.

⇒ Können Fremdatome (Verunreinigungen) enthalten; Netzebenenabstand kann anders sein als beim restlichen Kristall.

## 1.2 3d-Kristall

Wir erinnern uns an die 3d-Kristalle mit den Basisvektoren  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$ .

Der Kristall ist invariant unter der Translation um den Vektor

$$h \cdot \vec{a} + k \cdot \vec{b} + l \cdot \vec{c} \quad h, k, l \in \mathbb{Z} : \text{Miller-Indices}$$

**Notation:**

„rund“:	$(h \ k \ l)$ : Ebene	$\{h \ k \ l\}$ : Gesamtheit gleichartiger Ebenen
„eckig“:	$[h \ k \ l]$ : Vektor	$\langle h \ k \ l \rangle$ : Gesamtheit gleichartiger Vektoren

Im 3d gibt es 14 Bravais-Gitter. Man unterscheidet:

- Rechtwinklige oder schiefwinklige Gitter,
- Länge der Basisvektoren: verschieden, zwei gleich oder drei gleich,
- Wiederholung / Zentriertheit: Primitiv (P), flächenzentriert (F) oder innenzentriert (I).

Die **Punktgruppe** beschreibt die Symmetrie der Einheitszelle, d.h. Gesamtheit der Operationen, um den Kristall auf sich selbst abzubilden → 3d: 32 Möglichkeiten.

Dazu gehören:

- Translation (gibt es bei jedem Kristall),
- n-fache Rotationsachse;  $n = 1, 2, 3, 4, 6$ 
  - ↳ Warum nicht z.B. 5 oder 7?  
Weil nur n-Ecke in Frage kommen, mit denen man eine Fläche lückenlos ausfüllen kann.
- $\bar{n}$ : Drehinversionsachse (Drehung und dann Inversionsspiegelung)






- $\bar{1}$ : Punktspiegelung,
- m: Spiegelung an Ebene („mirror“),
- n/m: Drehung + Spiegelung senkrecht zur Drehachse.

$\Rightarrow$  14 Bravais-Gitter, 32 Punktgruppen  $\Rightarrow$  230 Raumgruppen.

### 1.3 2d-Raumgitter

In 2d fallen alle Punktgruppen weg, die eine Spiegelebene an der Oberfläche und / oder eine Rotationsachse nicht senkrecht zur Oberfläche haben.

Bedeutet: Es gibt im 2d nur 5 Bravais-Gitter statt 14.

• Quadrat	$ \vec{a}_1  =  \vec{a}_2 $	$\alpha = \beta = 90^\circ$	
• Rechteck	$ \vec{a}_1  \neq  \vec{a}_2 $	$\alpha = \beta = 90^\circ$	
• Parallelogramm	$ \vec{a}_1  \neq  \vec{a}_2 $	$\alpha \neq \beta$	
• Raute	$ \vec{a}_1  =  \vec{a}_2 $	$\alpha \neq \beta$	
• Hexagon	$ \vec{a}_1  =  \vec{a}_2 $	$\alpha = \beta = 120^\circ$	

Bedeutet auch: Wir haben es mit 17 Ebenengruppen statt 32 Punktgruppen zu tun.

#### Bestimmung nach Hermann-Mauguin: „Tapetengruppe“

1. P oder C: Primitive oder zentrierte Struktur?
2. n: Maximale Ordnung der Drehsymmetrie (1,2,3,4 oder 6)
3. m, g oder 1: Symmetrieachse senkrecht zu einer Haupttranslationsrichtung. Spiegelachse: m, Gleitspiegelachse: g, keine Symmetrieachse: 1
4. m, g oder 1: Symmetrieachse parallel oder diagonal  $\left(\frac{180^\circ}{n}, n > 2\right)$  zur Haupttranslationsrichtung.

Sind 3) und 4) beide vom Symbol 1 (= keine Symmetrieachsen), lässt man sie weg, z.B. P2 statt P211.

Analog wenn  $n = 1$ : p1g1  $\rightarrow$  pg, c1m1  $\rightarrow$  cm usw.

Translation gilt weiterhin bei allen.

Spiegelachsen gelten als unterschiedlich, wenn man sie nicht durch andere Spiegelachsen ineinander überführen kann.

## 1.4 Das reziproke Gitter

↳ Basisvektoren im Impulsraum.

$$\mathbf{3d:} \quad \tilde{a}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_3}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}$$

$$\text{analog} \quad \tilde{a}_2 = 2\pi \frac{\vec{a}_3 \times \vec{a}_1}{\vec{a}_2 \cdot (\vec{a}_3 \times \vec{a}_1)} \quad , \quad \tilde{a}_3 = 2\pi \frac{\vec{a}_1 \times \vec{a}_2}{\vec{a}_3 \cdot (\vec{a}_1 \times \vec{a}_2)}$$

$$\text{Es gilt: } \vec{a}_i \cdot \tilde{a}_j = 2\pi \delta_{ij} \quad ,$$

$$(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \tilde{a}_3)^\top = 2\pi (\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3) \quad ,$$

$$e^{i\vec{G} \cdot \vec{R}} = 1 \quad , \quad \text{mit Gittervektor im Realraum } \vec{R} \\ \text{und rezip. Gittervektor } \vec{G}$$

**2d:** Hat nur zwei Vektorrichtungen - wie also Kreuzprodukt bilden?

↳  $\hat{n}$ : Normalenvektor zur Oberfläche.

$$\tilde{a}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \times \hat{n}}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_1 \times \vec{a}_2)} \quad , \quad \tilde{a}_2 = 2\pi \frac{\vec{a}_1 \times \hat{n}}{\vec{a}_1 \cdot (\vec{a}_1 \times \vec{a}_2)}$$

## 1.5 Rekonstruktion und Überstruktur

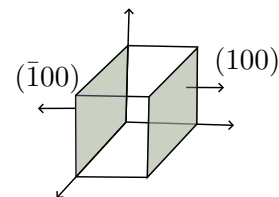
### Klasse

Oberflächen werden durch Normalenvektor nach außen beschrieben.

Querstrich  $\hat{=}$  Minus

$$\underbrace{(100) \hat{=} (\bar{1}00) \hat{=} (010) \hat{=} (0\bar{1}0) \hat{=} (001) \hat{=} (00\bar{1})}_{\text{Klasse der } \{100\}\text{-Oberflächen, d.h. gleiche Symmetrie wie } (100).}$$

Klasse der  $\{100\}$ -Oberflächen, d.h. gleiche Symmetrie wie  $(100)$ .



Wie bereits erwähnt, muss die Oberfläche nicht so aufgebaut sein wie das Kristallinnere, insbesondere kann die Einheitszelle (EZ) eine andere sein.

### Rekonstruktion

An der Oberfläche wird die Translationsinvarianz des Volumenkristalls aufgehoben  $\rightarrow$  Atome haben zusätzliche Freiheitsgrade und können andere Positionen und zusätzliche Bindungen annehmen (z.B. Absättigung von *dangling bonds* bei Halbleitern).

Dies kann zur Vergrößerung, oft auch Formänderung, der Einheitszelle führen.

### Überstruktur

Durch **Adsorption** von Fremdatomen ändert / vergrößert sich die Einheitszelle. Dies gilt auch, wenn nicht jeder Gitterplatz bedeckt ist, sondern z.B. nur jeder zweite.

Zur Beschreibung des Übergitters verwendet man die Oberflächenmatrix

$$\begin{pmatrix} \vec{a}_1 \\ \vec{a}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{s}_1 \\ \vec{s}_2 \end{pmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{a: Wirtsgitter} \\ \text{s: superstructure (Fremdatome)} \end{array}$$

oder - falls beide Drehwinkel gleich - die Wood-Notation

$$C/P \left( \frac{\vec{s}_1}{\vec{a}_1} \times \frac{\vec{s}_2}{\vec{a}_2} \right) R n^\circ \quad \text{z.B.} \quad P \left( \sqrt{2} \times \sqrt{2} \right) R 45.$$

### Relaxation

Der Abstand zwischen den Oberflächenlagen kann ein anderer sein als im Inneren des Festkörpers. (Oft alternierend: Lagenkontraktion und -expansion.)

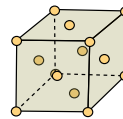
Erklärungsmodell: **Smoluchowski-Glättung**.

Durch Brechung der Bindungen ändert sich die Elektronendichte im Vergleich zum Volumeninneren. Der Festkörper gleicht diesen Gradienten aus und verschiebt den Ladungsschwerpunkt, indem er den Abstand der Lagen ändert.

## 1.6 Technologisch wichtige Oberflächen

### 1) fcc: 12 nächste Nachbaratome

- Edelmetalle: Cu, Ag, Au, Pt
- Katalysatoren: Ni, Rh, Pd, Ir



Um ein Atom zu entfernen, müssen all seine Bindungen gebrochen werden:

**Kohäsionsenergie**  $E_C$

↳ d.h. pro Bindung:  $\frac{E_C}{12}$

Energie pro EZ der Oberfläche:

{111} 3 Bindungen gebrochen  $\rightarrow \frac{E_C}{4}$

{100} 4 Bindungen gebrochen  $\rightarrow \frac{E_C}{3}$

{110} 5 Bindungen gebrochen  $\rightarrow \frac{5}{12} E_C$

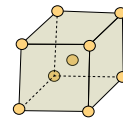
Energie pro Fläche:

$0,577 \frac{E_C}{a^2}$

$0,606 \frac{E_C}{a^2}$

$0,707 \frac{E_C}{a^2}$

- 2) **bcc**: 8 nächste Nachbaratome,  
6 übernächste Nachbarn  
Beispiele: W, Mo, Nb, Fe

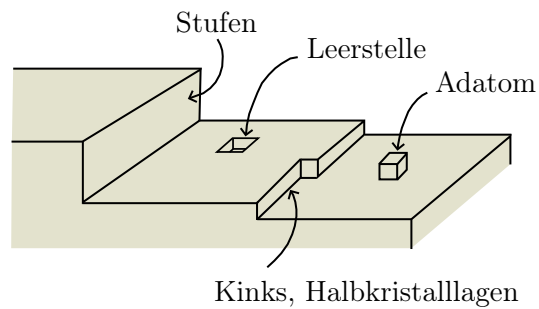


### 3) Diamant- und Zinkblendestruktur

↳ oft bei Halbleitern zu finden; wichtigstes Beispiel Si.

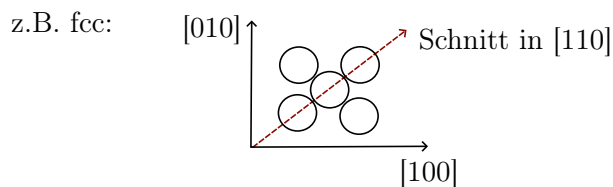


## 1.7 Defekte an Oberflächen

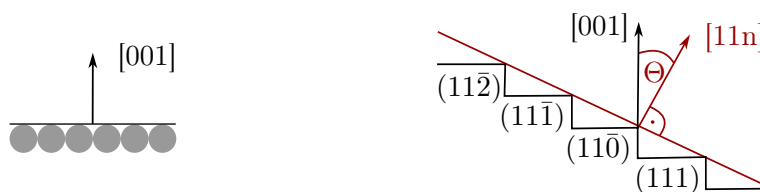


### Stufen:

Wird der Kristall nicht entlang einer niedrig indizierten Oberfläche geschnitten, sondern diagonal, entsteht eine **vizinale Oberfläche**<sup>1</sup> mit Stufen bzw. Terrassen. Das kann ein Fehlschnitt sein, kann aber auch gewollt sein, da sich so mehr Adsorptionsplätze bieten.



Oberfläche hat dann Terrassen entsprechend niedriger Indizierung, aber auch **makroskopische Oberfläche** („Einhüllende“ → Miller-Index höher als beim ursprünglichen Kristall).



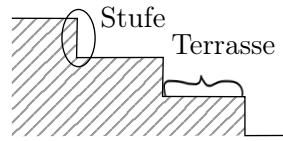
Öffnungswinkel:

$$\cos(\Theta) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ n \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ n \end{pmatrix} \right|} = \frac{n}{\sqrt{1} \cdot \sqrt{2+n^2}} = \frac{n}{\sqrt{2+n^2}}$$

<sup>1</sup>engl. vicinal = benachbart

$$\Rightarrow \Theta \sim \frac{\sqrt{2}}{n}$$

Aus  $\Theta$  lässt sich die Breite der Terrassen errechnen. Hier: (001)-Ausrichtung,  $\frac{n}{2}$  Atome breit.



Diese regelmäßigen Terrassenbreiten findet man bei  $T = 0$ , darüber kann es auch unregelmäßig sein.

### Halbkristalllagen (Kinks)

Unter einem Kink bzw. einer Kinke versteht man eine Stufe, die selbst noch einmal geknickt, also nicht „glatt“ ist.

Kinks entstehen, wenn an der Stufe ein Zusatzatom adsorbiert wird.

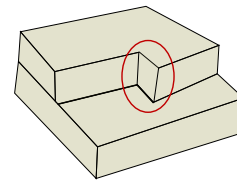
Koordinationszahl (= nächste Nachbarn): halb so viel wie im Volumen.

Gleichgewichtskonzentration der Kinks ist Boltzmann-verteilt.

Kinkkonzentration in einer Stufe:  $\rho_{\text{kink}}$

$$\rho_{\text{kink}} = e^{\left(-\frac{E_k}{k_B T}\right)}$$

$E_k$ : Ablöseenergie, „Kinkenergie“  
( $\hat{=}$  Kohäsionsenergie beim Abdampfen eines Atoms)  
Es gilt  $E_k < E_C$ .



z.B. Cu ( $E_k = 120 \text{ meV}$ ) bei  $T = 300 \text{ K}$ :

$\rho_{\text{kink}} = 0,008$ ; bedeutet: alle 125 Atome ein Kink.

Vakuumdampfdruck:

Beim Abdampfen unter niedrigen Drücken wird das größere  $E_C$  verwendet.  $\rho_{\text{kink}}$  wird also wesentlich kleiner, d.h. Kinks treten seltener auf.

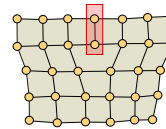
Um ein Atom abzdampfen, wären hier  $E_C = 700 \text{ meV}$  nötig  $\rightarrow \rho_{\text{kink}} = 7 \cdot 10^{-13}$ .

### Versetzungen

↳ Fehler der periodischen Anordnung der Atome.

Entweder als **Stufenversetzung**

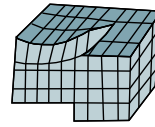
↳ aus Verschiebung / Verbiegung,  
 $\vec{b} \perp$  Versetzungslinie.



Oder als **Schraubenversetzung**

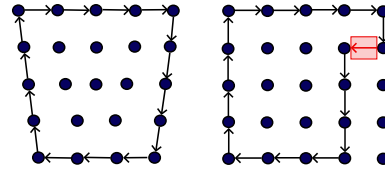
→ aus Torsion,

$\vec{b} \parallel$  Versetzungslinie.



$\vec{b}$ : **Burgers-Vektor**

Hier wird das gestörte Gitter mit dem ungestörten verglichen, indem man einen Rahmen um die Versetzung zieht und dabei die elementaren Schritte von einem Atom zum nächsten zählt. Wenn man dasselbe beim ungestörten Gitter macht, wird der Rand nicht geschlossen. Dieser fehlende Schritt wird als Burgers-Vektor bezeichnet.

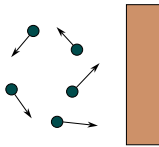


Sonderfall: **Shockley-Partialversetzung**

Man hat eine Fehlausrichtung vorliegen (z.B. fcc mit einer Lage hcp). Dann stimmt die Stapelung nicht mehr (z.B. ABA statt ABC), und die „falsche“ Lage sitzt etwas tiefer. Allerdings nicht eine ganze Atomlage tiefer wie bei einer Stufe, sondern weniger (z.B. 1/3 Atomlage).

## 2 Dünne Gase

### 2.1 Adsorption von Gasen



Teilchendichte  $n = ?$

Mittlere Geschwindigkeit  $\bar{v} = ?$

Einfallender Fluss  $\Phi$ ,  
je nach Lehrbuch  
auch manchmal  $I$

$$\Phi_{\text{ein}} = \frac{dN_{\text{ein}}}{dA \cdot dt} = \frac{p}{\sqrt{2\pi \cdot m k_B T}}$$

$N$ : Anzahl Teilchen  
 $p$ : Druck  
 $m$ : Teilchenmasse

Beispiel:

$\text{N}_2$ ;  $p = 10^5 \text{ Pa}$ ,  $T = 300 \text{ K} \hat{=}$  Umgebungsbedingungen

$$\Rightarrow \Phi = 10^{27} \frac{\text{Moleküle}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} = 10^{23} \frac{\text{Moleküle}}{\text{s} \cdot \text{cm}^2}$$

Wie lange dauert es dann, bis eine Oberfläche vollständig mit einem Gas bedeckt ist?

$$\text{Zeit für eine Atomlage: } \tau = \frac{1}{\Phi}.$$

Bedeutet auch: Je höher der Druck, desto schneller mit umgebendem Gas bedeckt. Kann

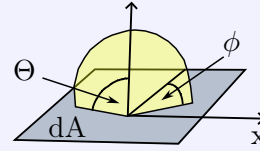
man also nicht an normaler Luft durchführen → **Vakuum** nötig.

### Einschub: Herleitung für den Fluss

Gasteilchen treffen auf Oberfläche.

Annahme: Haftkoeffizient = 1, d.h. alle Teilchen bleiben haften.

Integration über Halbkugel:



$$\Phi = \frac{d^3 N_{\Theta, \phi, v}}{dA \cdot dt} = \frac{1}{4\pi} \underbrace{\int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \sin(\Theta) \cos(\Theta) d\Theta d\phi}_{2\pi \cdot \frac{1}{2}} \cdot \underbrace{\int_{n_v} v dv}_{n\bar{v}} = \frac{1}{4} n \bar{v} \quad (1)$$

Fasst man jeweils Teilchen gleicher Geschwindigkeit zusammen (Stichwort Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung):

$$\bar{v} = \int f(v) v dv = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi \cdot m}} \quad (2)$$

Aus der allgemeinen Gasgleichung bekannt:  $p \cdot V = N k_B T$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{p}{k_B T} \quad (3)$$

Nehmen wir (1), (2) und (3) zusammen:

$$\Phi = \sqrt{\frac{k_B T}{2\pi m}} \frac{p}{k_B T} = \frac{p}{\sqrt{2\pi m \cdot k_B T}}$$

Aber zurück zu unserem Experiment:

Bei  $10^{-7} \text{ Pa} = 10^{-9} \text{ mbar}$ :  $\tau = 12\,500 \text{ s}$ , also 3 h 28 min 20 s.

Aber auch bei nur 1 % Bedeckung können sich Eigenschaften der OF bereits stark ändern.

Normal ist Haftkoeff.  $< 0,5$ .

## 2.2 Vakuum

Definitionen von Vakuum:

- \* HV (Hochvakuum):  $p \sim 10^{-4} \text{ Pa} \sim 10^{-6} \text{ mbar}$
- \*\* UHV (Ultrahochvakuum):  $p \sim 10^{-7} \text{ Pa} \sim 10^{-9} \text{ mbar}$
- \*\*\* XHV (extremely high vacuum):  $p \sim 10^{-10} \text{ Pa} \sim 10^{-12} \text{ mbar}$

Experimente werden üblicherweise im UHV durchgeführt. XHV ist schwierig herzustellen.

len, und auch UHV verschafft mehrere Stunden Zeit.

<b>Teilchendichte?</b>	$pV = Nk_B T$	$\Rightarrow n = \frac{N}{V} = \frac{p}{k_B T},$ z.B. $p = 10^{-8} \text{ Pa} \rightarrow n = 2 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{cm}^3}$
<b>Freie Weglänge?</b>	$\Lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \frac{N}{V} \cdot q}$	$q$ : Streuquerschnitt (materialabhängig)

z.B.  $\text{N}_2$ :  $q = 4 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2$ , ansonsten siehe oben ( $\frac{N}{V}$  wie gehabt):

$\Lambda \approx 10^5 \text{ m}$ , d.h. 100 km – warum so weit? → Moleküle stoßen nicht miteinander zusammen, nur mit Wänden der Kammer.

#### Typische Vakuumkammer:

$V = 100 \text{ l}$	$A = 1 \text{ m}^2$
$p = 10^{-8} \text{ Pa}$	$N = 2 \cdot 10^{12} \text{ Teilchen}$

Annahme: Eine Atomlage (Monolage, ML) sitzt auf der Oberfläche der Kammer und desorbiert.

$$\hookrightarrow N = 1 \text{ m}^2 \cdot \frac{1}{8 \cdot 10^{-20} \frac{\text{m}^2}{\text{Teilchen}}} = 1,25 \cdot 10^{19} \text{ Teilchen} \text{ auf OF der Vakuumkammer.}$$

D.h. wenn diese in die Gasphase übergehen, steigt der Druck um 7 Größenordnungen. Deshalb will man Desorption von den Wänden unbedingt vermeiden.

#### Welche Materialien sind im Hochvakuum erlaubt?

**Verboten:** Zinn, Blei (auch Legierungen: Lötzinn, Bronze, Messing<sup>2</sup>)

Grund: Zu hoher Dampfdruck, d.h. viele Atome gehen in Gasphase → UHV nicht möglich

**Erlaubt / geeignet:** Stainless steel 304, Wolfram, Molybdän

Grund: Niedriger Dampfdruck → wenig Desorption, leicht zu bearbeiten

### 2.3 Das Restgas

Restgas: Gase, die durch Desorption von den Materialien in der Vakuumkammer sowie durch Diffusion durch ihre Wände freigesetzt werden. Also **nicht** „Restgas = nicht abgepumpte Laborluft“, sondern „durch Diffusion / Permeation / Leck auftretendes Gas“. Ein typisches Restgas besteht vor allem aus  $\text{H}_2$ ,  $\text{CH}_4$ ,  $\text{CO}$  und  $\text{CO}_2$ .

Auch für Restgas gilt: Wenn es desorbiert, steigt der Druck.

<sup>2</sup>Messing enthält nicht Zinn, sondern Zink. Ist aber ebenfalls nicht für das Hochvakuum geeignet.

**Beispiel**

Wasser bedeckt die Oberfläche der Vakuumkammer und desorbiert.

Bei einer Pumpleistung von 100 l/s, sowie einem erreichten Druck von  $10^{-8}$  Pa wären das  $2 \cdot 10^{12} \frac{\text{Teilchen}}{\text{s}}$ .

Ziel: 1 ML abpumpen  $\rightarrow$  man bräuchte 120 Tage

(siehe  $\Phi = \frac{p}{\sqrt{2\pi \cdot m k_B T}}$ ,  $\tau = \frac{1}{\Phi \cdot A}$ ).

Erhöht man jedoch die Temperatur ( $-20^\circ\text{C} \rightarrow 150^\circ\text{C}$ ) und den Dampfdruck ( $20 \text{ mbar} \rightarrow 4 \text{ bar}$ , d.h. Faktor 2000), dauert es nur 15 Stunden, bei  $250^\circ\text{C}$  sogar nur 4 Stunden.

Dieses Vorgehen, um unerwünschte Adsorbate schneller entfernen zu können, nennt man **bake-out** bzw. **Ausheizen**. Danach immer noch H/H<sub>2</sub>-Restgas möglich, da Edelstahl dafür durchlässig.

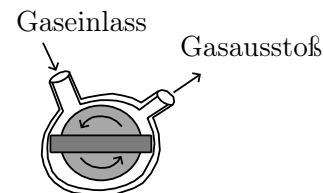
**2.4 Vakuumpumpen**

Welche Arten von Pumpen gibt es?

**1) Drehschieber-Vorpumpe** ( $\sim 10^{-3}$  mbar)

Nachteil: Aufbau enthält Öl.

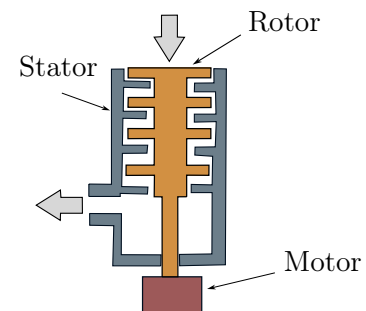
↳ Pumpe ist limitiert durch den Dampfdruck des Öls.

**2) Turbomolekularpumpe** ( $10^{-3}$ - $10^{-9}$  mbar)

Aufbau ähnelt Flugzeugtriebwerk:

- Turbine mit Rotationsfrequenz von 50 000 Umdrehungen/min = 800 Hz
- Turbinenradius: 50 mm
- Geschw. der Rotorblätter (außen): 250 m/s  
vgl. therm. Geschw. der Moleküle:

$$\bar{v} = \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{2\pi m}} = \begin{cases} \sim 120 \text{ m/s (N}_2\text{)} \\ \sim 450 \text{ m/s (H}_2\text{)} \end{cases}$$



Funktionsprinzip: Mechanisch wird die Geschwindigkeitsverteilung verändert, sodass es

zu einem Druckunterschied kommt.

$$v \rightarrow v - v_b \cos(\Theta_b)$$

$$\text{Fluss: } J = v \cdot \rho$$

$$\underline{J} = \rho_r \cdot \int_{-v_b \cos(\Theta_b)}^{\infty} (v + v_b \cos(\Theta_b)) F(v) dv$$

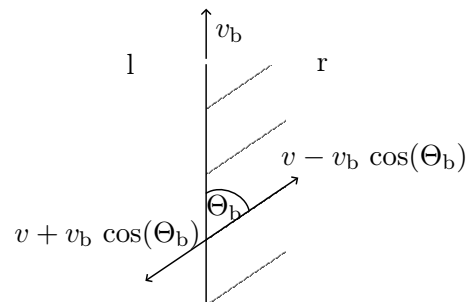
$$\overleftarrow{J} = \rho_l \cdot \int_{v_b \cos(\Theta_b)}^{\infty} (v + v_b \cos(\Theta_b)) F(v) dv$$

$$\text{Flussdichte: } F(v) = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} v^2 \cdot \exp\left(\frac{-mv^2}{2k_B T}\right)$$

$$\text{Im Gleichgewicht gilt: } \overleftarrow{J} = \underline{J}$$

$$\text{Kompression: } \kappa$$

(...)



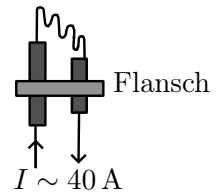
### 3) Titansublimationspumpe (TSP) (bis $10^{-10}$ mbar)

Stromfluss bringt Titan zum Sublimieren.

Gasförmiges Titan setzt sich auf Innenwand der Kammer ab, kondensiert dort zu einer aufgedampften Schicht und bindet auftreffende Gasatome ( $O_2$ ,  $O$ ,  $N_2$ ,  $N...$ ) mit Haftkoeffizient  $s \sim 1$ .

Vorteile: Hohe Pumpleistung  $A \cdot <|v|>$ , z.B.  $N_2$ :

$$100 \text{ cm}^3 \cdot 120 \text{ m/s} = 12001/\text{s}$$

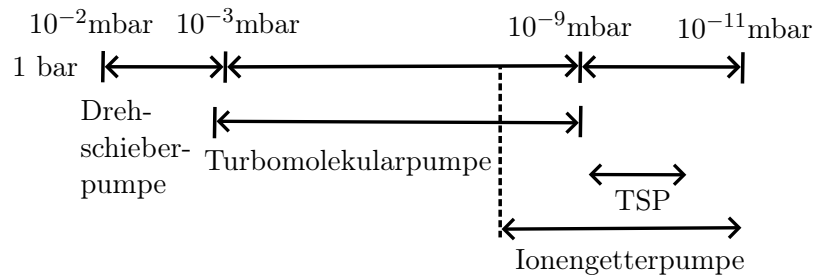


### 4) Ionengetterpumpe, auch: Ionenzerstäuberpumpe (bis $10^{-11}$ mbar)

Prinzip: Restgas wird ionisiert und mithilfe eines Getters gebunden.

- Feldemission von Elektroden an der Kathode
  - Elektronen laufen auf Spiralbahn entlang des B-Felds
  - besonders lange Bahn  $\rightarrow$  hohe Stoßwahrscheinlichkeit mit Restgas
  - Restgas wird ionisiert und auf Kathode beschleunigt. Dort gibt es durch Stoß Titan ab, welches sich um Kollektor zusammen mit Restgas adsorbiert.
- $U = 5 - 7 \text{ kV}$ , Saugvermögen  $\sim 50 - 20001/\text{s}$ .

D.h. bei TSP und Ionengetterpumpe wird das Restgas nicht abgepumpt, sondern nur adsorbiert.

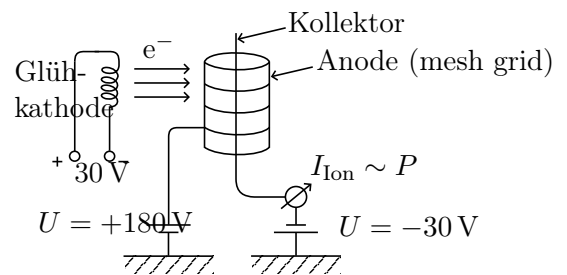


## 2.5 Druckmessungen

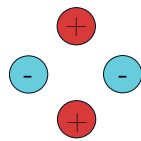
- Membranmanometer (bis zu 1 mbar)  
↳ Druck verbiegt Blech, Zeiger bewegt sich
- Pirani-Manometer (bis zu  $10^{-3}$  mbar)  
↳ Wheatstone-Brücke; Leitfähigkeit abh. vom Druck
- Bayard-Alpert-Manometer bzw. Ionisationsmanometer ( $10^{-4} - 10^{-11}$  mbar)

Elektronen aus der Glühkathode werden im elektrischen Feld beschleunigt. Dabei nehmen sie genug Energie auf, um die Restgasatome zu ionisieren. Die zwischen Kollektor und Anode erzeugten positiven Ionen werden vom Kollektor angezogen. Der gemessene Strom hängt von der Ionisationswahrscheinlichkeit ab.

Röntgenlimit:  $3 \cdot 10^{-11}$  mbar (Röntgenphotonen können entstehen, diese würden  $e^-$  aus Kollektor entnehmen → unerwünschter Strom)



- Massenspektrometer  
Prinzip: i) Ionisation der Gasmoleküle  
ii)  $\frac{q}{m}$ -Separation  
iii) Strommessung



Je zwei gegenüberliegende Stäbe sind elektrisch verbunden. Zwischen den Stäben wird eine Spannung angelegt, die einen Gleich- und einen Wechselspannungsanteil enthält:

$$+(U + V \cdot \cos(\omega t))$$

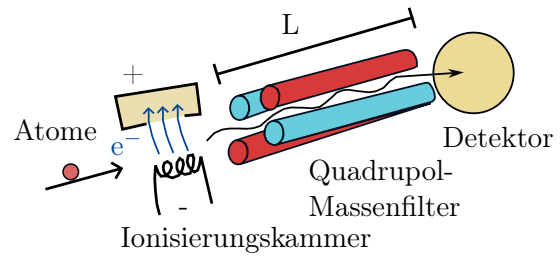
$$-(U + V \cdot \cos(\omega t))$$



$$\text{Flugzeit: } \tau = \frac{L}{v} = i \frac{2\pi}{\omega}, \quad i \in \mathbf{N}$$

$$q \cdot V = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{2q \frac{V}{m}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{2 \frac{q}{m} \cdot V} = \frac{L \cdot \omega}{i \cdot 2\pi} \Rightarrow \frac{q}{m} \sim \omega^2, \\ m \sim \omega^{-2}$$



Potential in Ionisierungskammer: 150 V, da hier höchste Ionisationswahrscheinlichkeit. Im Spektrum sieht man diskrete Werte: Anhand der Massenzahlen der ionisierten Atome / Moleküle wird identifiziert, worum es sich handelt.

Wie kann man z.B. CO von N<sub>2</sub> (beides Masse 28) unterscheiden?

- Bei hoher mechanischer Präzision und elektr. Stabilität erhält man eine hohe Massenauflösung:  $m(\text{CO}) = 27,99$ ,  $m(\text{N}_2) = 28,006$
- Prüfung auf Vorhandensein eines Peaks bei 14 (also N)

Kann auch für Lecksuche verwendet werden: Normalerweise kein He in der Kammer. Man pustet von außen He auf potentiell undichte Stelle. Dann misst man mit dem Massenspektrometer, ob He-Peak vorhanden.

1	H
2	H <sub>2</sub>
12	C
14	N
16	O
28	CO,
	N <sub>2</sub>
44	CO <sub>2</sub>

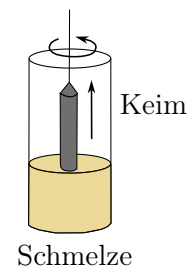
## 3 Methoden der Oberflächenphysik

### 3.1 Kristallpräparation

(a) **Czochralski-Verfahren**, auch Tiegelzieh-Verfahren, Ziehen aus der Schmelze

Im Schmelztiegel wird die zu kristallisierende Substanz wenige Grad über dem Schmelzpunkt gehalten (innerhalb des Ostwald-Miers-Bereiches, in dem keine spontane Keimbildung stattfindet).

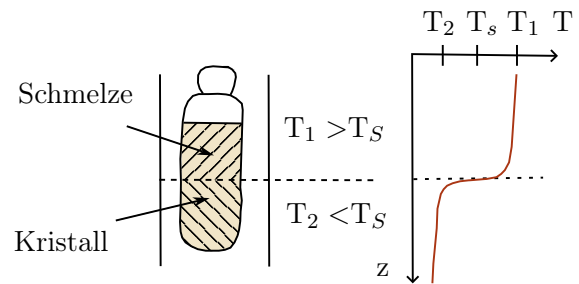
In die Oberfläche der Schmelze wird ein Keim eingetaucht (kleiner Einkristall mit der gewünschten Kristallorientierung). Durch Drehen und langsames Nach-Oben-Ziehen wächst das erstarrende Material zu einem Einkristall, der das Kristallgitter fortsetzt.



**(b) Bridgeman-Stockbarger-Methode**

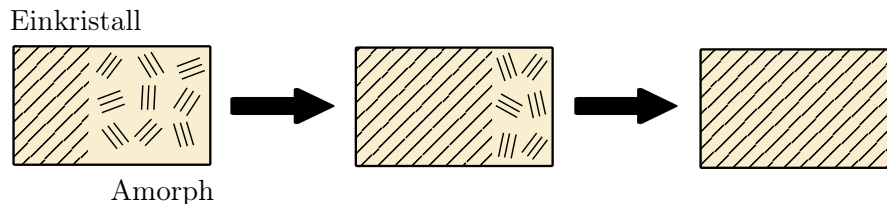
Durch ein Absenken, verbunden mit einer Drehbewegung der im Tiegel befindlichen Schmelze, kristallisiert die Schmelze im Übergang zum unteren Bereich des Ofens aus.

Wird oft für III-V-Halbleiter verwendet.

**(c) Solid-phase-Epitaxie**

- ↳ Wachstum eines dünnen Films (einige nm Dicke) auf einem Substrat, sodass die Kristallorientierung übereinstimmt

Mögliche Verspannungen im Kristall bauen sich durch Einbau von Gitterversetzungen ab.

**3.2 Oberflächenpräparation**

Präparationsverfahren:

- (a) Spalten im UHV
- (b) Tempern
- (c) Chemische Reaktionen (Ätzen, Aufdampfen, Gasphasenabscheidung)
- (d) Spattern (Zerstäuben)
- (e) Kombination aus (a), (b), (c), (d)

**(a) Spalten**

Vorteile: + Einfach → saubere Oberflächen  
 + Metastabile Oberflächen, z.B.  $(2 \times 1)$  bei (111)-Silicium statt des üblichen  $(7 \times 7)$  → kann sich nach einiger Zeit in stabile OF umwandeln

Nachteile: - Nur für spröde Materialien geeignet  
 - Metastabile Oberfläche  
 - Viele Stufen  
 - Nicht alle OF-Orientierungen möglich (z.B. nicht für ionische Kristalle, da gleich viele + und - Ionen). Spaltung verläuft i.A. in Richtung der schwächsten Bindung.

**(b) Tempern:**

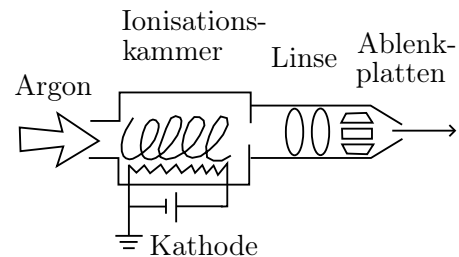
- (i) normales Verfahren  $\rightarrow$  Widerstandsheizung.  
Festkörper wird auf Temperatur unterhalb der Siedetemperatur erhitzt. Höhere Beweglichkeit der Atome  $\rightarrow$  können Strukturdefekte ausgleichen. Dauer: Minuten bis Tage  $\rightarrow$  schneller als langwieriges Schmelzen und Erstarren
- (ii) Elektronenstrahl
- (iii) Laser

Vorteil: + sehr flache Oberfläche

Nachteil: - funktioniert nicht mit allen Materialien

**(d) Spattern:**

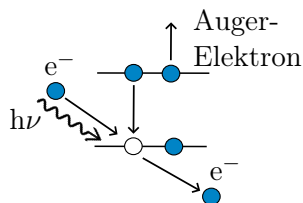
Elektronen gelangen von der Kathode zur Anode, werden beschleunigt ( $V \sim 150 \text{ V}$ ), ionisieren Edelgasatome (hier: Ar). Diese werden durch Austrittsöffnung beschleunigt. Durch Rastern wird komplette Probe abgedeckt. Wird ein  $\text{Ar}^+$ -Strahl ( $\sim 500 \text{ eV}$ ) auf eine Oberfläche gerichtet, wird pro Treffer ein Atom abgestäubt.



Vorteile: + mit fast allen OF möglich

+ Ar reagiert nicht stark mit OF, hat außerdem eine hohe Masse  
 $\rightarrow$  hoher Impulsübertrag

Nachteil: - Ionenbeschuss stört das OF-Gitter („Ausheilen“ der Schäden durch Tempern nötig)

**3.3 Chemische Analyse****1) Auger-Elektronenspektroskopie (AES)**

Externe Anregung durch  $e^-$  oder  $\gamma$ .

Elektron wird herausgeschossen.

Elektron einer äußeren Schale nimmt den Platz ein.

Frei werdende Energie wird auf ein drittes Elektron (Auger-Elektron) übertragen. Dieses verlässt das Atom.

Man unterscheidet also:

**Primärprozess:** Ionisation des Atoms mit Elektronen oder  $h\nu$ . Loch in einer der inneren Schalen.

**Sekundärprozess:** Rumpfloch hat Lebensdauer  $\tau \approx \frac{\hbar}{\Delta E}$ .

Zerfall über

- Röntgenfluoreszenz für große  $Z$  (XPS)
- Augerelektronenemission (AES)

! Endzustand bei Auger-Zerfall besitzt zwei Löcher.

↳ H, (He) können also nicht gemessen werden.

Anmerkung: Die Orbitale werden hierbei in römischen Zahlen angegeben (Röntgen-Notation). V steht für Valenzband, ansonsten gilt:

$X_i$	K	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	M <sub>1</sub>	M <sub>2</sub>	M <sub>3</sub>
nl <sub>j</sub>	1s <sub>1/2</sub>	2s <sub>1/2</sub>	2p <sub>1/2</sub>	2p <sub>3/2</sub>	3s <sub>1/2</sub>	3p <sub>1/2</sub>	3p <sub>3/2</sub>
Entartung 2j+1	2	2	2	4	2	2	4

Man spricht von einem XYZ-Übergang, z.B. einem KL<sub>1</sub>L<sub>2</sub>-Prozess.

X: Niveau des Rumpflochs

Y: Niveau des auffüllenden Elektrons

Z: Niveau des Auger-Elektrons (kann gleich wie Y sein)

Energiebilanz:

$$\begin{aligned}
 E_{\text{Auger}} &= E_i(N-1) - E_f(N-2) & i: \text{„initial“; Anfangszustand} \\
 &= E_B(X) - E_B(Y) - E_B(Z) - U_{\text{eff}} & f: \text{„final“; Endzustand} \\
 & & E_B: \text{Bindungsenergie}
 \end{aligned}$$

$U_{\text{eff}}$  enthält die Coulomb-Wechselwirkungen der Y- und Z-Elektronen und Löcher, sowie die Austrittsarbeit des Spektrometers.

Das Auger-Elektron besitzt somit eine definierte kinetische Energie  $E_{\text{Auger}}$ .

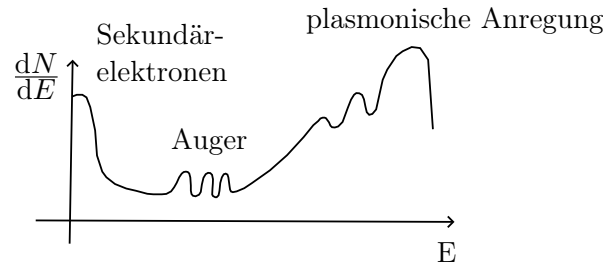
Wirkungsquerschnitt für KL<sub>1</sub>L<sub>2</sub>-Prozess:  $\left| \left\langle \Psi_1^i \Psi_2^i | V | \Psi_1^f \Psi_2^f \right\rangle \right|$

$$W_{KLL} \sim \left| \left\langle \Psi_{1s}(\vec{r}_1) e^{i\vec{k}\vec{r}_2} \left| \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \right| \Psi_{2s}(\vec{r}_1) \Psi_{2p}(\vec{r}_2) \right\rangle \right|^2$$

Anmerkungen:

- Auger-Prozess unabhängig von  $Z$
- Keine Dipol-Auswahlregeln, da WW über Coulomb-Potential
- Intensität abhängig von Anzahl der Valenzelektronen

Je nach Übergang ist ein Peak im jeweiligen Spektrum erkennbar, der auf die Ordnungszahl des betreffenden Atoms schließen lässt.

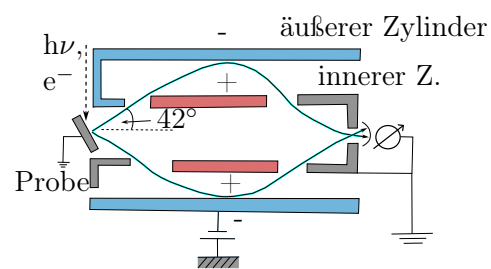


**Analysator:** (a) Retarding field analyzer (RFA)

(b) Deflection analyzer  $\left\{ \begin{array}{l} \text{CMA (cylindric mirror analyzer)} \\ \text{CHA (concentric hemispherical analyzer)} \\ \text{127°-Winkel-Analysator} \end{array} \right.$

### CMA (Zylinderspiegelanalysator)

Sekundärelektronen werden emittiert.  
Ablenkung im „gekrümmten Kondensator“  
→ Variation der Kondensatorspannung  
führt dazu, dass Elektronen bestimmter  
Energien des Austrittsspalt treffen. Sie wer-  
den dort mit einem Channeltron vermessen.

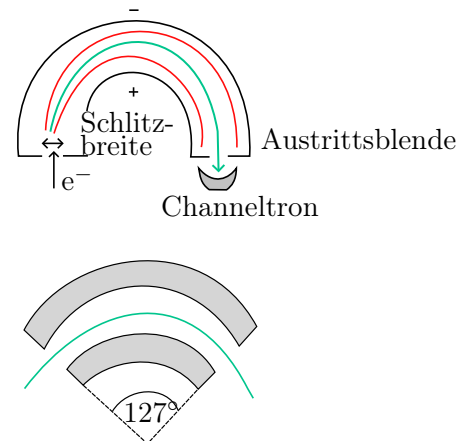


### CHA (Kugelsektoranalysator)

Funktionsweise analog, jedoch verwenden wir  
diesmal einen Kugulkondensator.

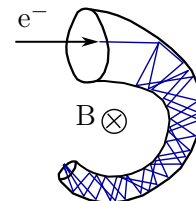
Variante: Der 127°-Analysator hat einen vorteil-  
haften Winkel für zusätzliche fokussierende Wir-  
kung → auch niedrige Strahlenintensitäten kön-  
nen gemessen werden.

Bei beiden gilt: Je kleiner die Öffnung, desto hö-  
her die Auflösung, aber auch desto niedriger die  
Intensität.



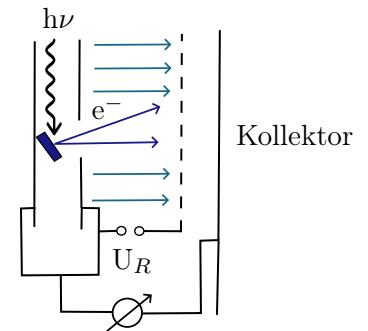
### Channeltron

Trichterförmiges Glasröhrchen, das innen mit einer hochohmigen  
Schicht überzogen ist. Ein primäres Teilchen (Elektron, Photon  
oder Ion) kann eine Elektronenlawine von  $10^8$   $e^-$  auslösen, die-  
se wird gemessen. Die Form plus der Einbringung in ein Feld  
verhindern, dass sich positive Ionen an dem Prozess beteiligen.



**RFA (Verzögerungsplattenanalysator)**

Elektronen werden in Richtung eines Verzögerungsfeldes (abhängig von  $U_R$ ) emittiert. Nur wenn  $E_{\text{kin}}$  des Elektrons größer ist als  $eU_R$ , kann das  $e^-$  das Gitter passieren und am Kollektor nachgewiesen werden.

**2) Röntgenfluoreszenz (XPS)**

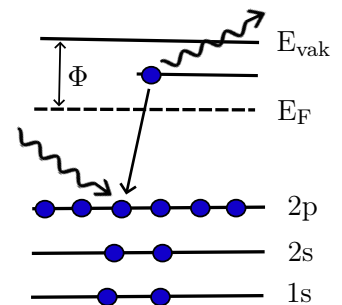
Konkurrenzprozess zu Auger, überwiegt bei großen Z.

Denn Prozess wird durch Spin-Bahn-Wechselwirkung beeinflusst; Elektron hat Spin  $\frac{1}{2}$ , Photon hat Spin 1.

- ↳ Photon löst Elektron einer Schale aus, dieses verlässt den Festkörper. Elektron relaxiert unter Aussendung eines Photons.

Dieser Prozess kann von einem Auger-Prozess begleitet werden.

$$\underbrace{h\nu}_{\text{Ausgangs-photon (bekannt)}} = \underbrace{E_{\text{kin}}}_{\text{Röntgen-strahlung (bekannt)}} + E_{\text{Bindung}} + \underbrace{E_{\Phi}}_{\text{Austritts-arbeit (bekannt)}}$$



$$\hookrightarrow E_B = h\nu - (E_{\text{kin}} + E_{\Phi})$$

XPS ist elementspezifisch. Daher kann man es nutzen, um die Konzentration einer Legierung zu bestimmen.

z.B. FeCr 


 $\begin{matrix} 50\% \text{ Fe} \\ 50\% \text{ Cr} \end{matrix} \longrightarrow \frac{S_{\text{Fe}} \cdot I_{\text{pp}}^{\text{Fe}}}{S_{\text{Cr}} \cdot I_{\text{pp}}^{\text{Cr}}} = 1$

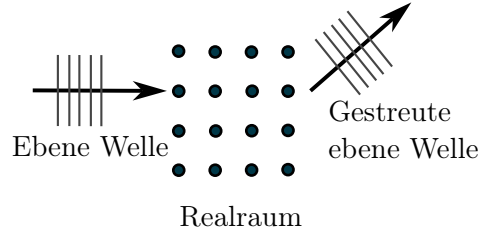
Intensität mal Stabilisierungsfaktor

**Unterscheidung AES / XPS:** Was wird ausgesendet, wenn ein äußeres  $e^-$  die Lücke in der inneren Schale auffüllt – ein Auger-Elektron oder Röntgenstrahlung?

**Vorteile / Nachteile:**

	AES	XPS
Kompakt?	✓	✗
Einfach zu bedienen?	✓	✗
Anregungsquerschnitt	✓	✗, besser bei großen Z
Dipol-Auswahlregeln	nicht wichtig	wichtig
Oberflächenempfindlichkeit	✓	(✓)
Volumenempfindlichkeit	✗	✓

## 3.4 Beugungsmethode



Streuvektor:  $\vec{q} = \vec{k}_f - \vec{k}_i$

Annahme: elastische Streuung, d.h.  
 $|\vec{k}_i| = |\vec{k}_f| = k$ .

Gestreuete Welle:  $\Psi(\vec{q}_i, \vec{k}_i) = \frac{1}{N} \sum_n \Psi_n^{EZ}(\vec{q}, \vec{k}_i) e^{i\vec{q}\vec{r}_n}$

$$\Psi^{EZ}(\vec{q}, \vec{k}_i) = \sum_{j \in EZ} f_j(\vec{q}, \vec{k}_i) e^{i\vec{q}\vec{r}_j}$$

Intensität: 
$$I = |\Psi|^2 = \underbrace{\left| \Psi^{EZ}(\vec{q}, \vec{k}_i) \right|^2}_{|F|^2} \cdot \underbrace{\frac{1}{N^2} \left| \sum_n e^{i\vec{q}\vec{r}_n} \right|^2}_{|G|^2}$$

$$= |F|^2 \cdot |G|^2$$

$f_j$ : atomarer Streufaktor

$F$ : Streufaktor (auch: Formfaktor)

$G$ : Gitterfaktor

$$|F|^2 = |\Psi^{EZ}(\vec{q}, \vec{k}_i)|^2$$

$$|G|^2 = \frac{1}{N} \left| \sum_n e^{i(\vec{q}\vec{r}_n)} \right|^2 \stackrel{\text{für } \infty \text{ ausgedehnten Kristall}}{\sim} \begin{cases} 1, & \text{wenn } \vec{q} = h \cdot \vec{a} + k \cdot \vec{b} + l \cdot \vec{c} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

denn  $e^{a\vec{a}+b\vec{b}+c\vec{c}} = 1$ .

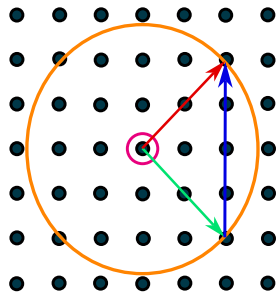
Was man sich noch über  $\vec{q}$  (auch manchmal  $\vec{G}_{\text{hkl}}$  genannt) merken sollte:

$$|\vec{q}| = \frac{2\pi}{d_{\text{hkl}}} \quad , \quad d_{\text{hkl}}: \text{Netzebenenabstand}$$

$$\text{oder allgemeiner } \frac{1}{d_{\text{hkl}}^2} = \frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}.$$

**Ewaldkonstruktion**

„Wo finden Beugungsreflexe statt? Welche Beugungsrichtungen ( $k_f$ ) sind möglich?“



- Im **Zentrum** der Ewaldkugel liegt der Ursprung des Realraums, in dem sich der zu vermessende Kristall befindet.
- Der Radius der Kugel (in 2d: des Kreises) beträgt  $k_i = \frac{2\pi}{\lambda}$  ( $\lambda$ : Wellenlänge)
- Wo die **Kugel** einen Gitterpunkt ( $\hat{=}$  eine Gitterebene) schneidet (bzw. nah genug kommt), kann man einen Beugungsreflex erkennen. Es handelt sich um die Punkte, an denen ein  $\vec{k}_f$ -Vektor enden kann, d.h. hier ist die Bragg-Bedingung  $\vec{q} = \vec{k}_f - \vec{k}_i$  erfüllt.
- Drehung des Kristalls um den Ursprung des Realraums führt zu einer entsprechenden Drehung des reziproken Gitters um den Ursprung des reziproken Raumes.
- Variation von  $|k_i|$  führt zu Verschwinden und Erscheinen von Gitterpunkten auf der Ewaldkugel. Bedeutet auch: Wählt man  $\lambda$  zu groß, wird die Ewaldkugel klein, und dann trifft man gar keinen Punkt.

**De-Broglie-Wellenlänge**

$$E_{\text{Photon}} = h\nu = \hbar\omega \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{hc}{E}$$

$$E_{\text{Teilchen}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2mE}}$$

$$\text{Elektronen: } E = 10 - 600 \text{ eV}, \quad \Rightarrow \quad \lambda = \begin{cases} 2 \text{ \AA} & \text{bei } E = 37,5 \text{ eV} \\ 0,5 \text{ \AA} & \text{bei } E = 600 \text{ eV} \end{cases}$$

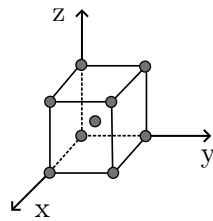
$$\text{Photonen: } E = 10^4 \text{ eV (X-Ray)}, \quad \Rightarrow \quad \lambda \approx 1 \text{ \AA}$$

$$\text{Neutronen: } E = 100 \text{ meV}, \quad \Rightarrow \quad \lambda \approx 1 \text{ \AA}$$

$$\text{He: } E \sim 10 \text{ meV}, \quad \Rightarrow \quad \lambda \approx 1 \text{ \AA}$$

$$\text{Therm. Energie bei Raumtemperatur: } k_B T = 25 \text{ eV}$$



**Beispiel: Beugung am bcc-Gitter**Atome bei  $(0,0,0)$ ,  $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ 

$$\Psi^{\text{EZ}}(\vec{q}, \vec{k}_i) = f_1(\vec{q}, \vec{k}_i) \cdot e^{i\vec{q} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} + f_2(\vec{q}, \vec{k}_i) \cdot e^{i\vec{q} \cdot \begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}}$$

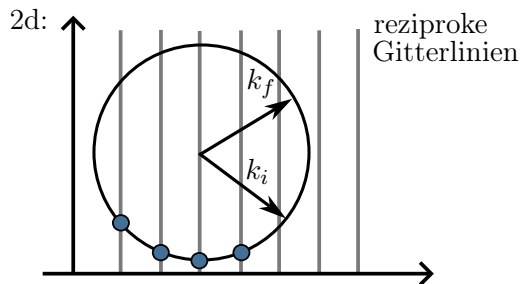
$$= f_1(\vec{q}, \vec{k}_i) \cdot \underbrace{\exp(2\pi i(h \cdot 0 + k \cdot 0 + l \cdot 0))}_1 + f_2(\vec{q}, \vec{k}_i) \cdot \underbrace{\exp(2\pi i(h \cdot \frac{1}{2} + k \cdot \frac{1}{2} + l \cdot \frac{1}{2}))}_{-1^{(h+k+l)}}$$

$$\Rightarrow F = \begin{cases} f_1 + f_2 & , \quad h + k + l \text{ gerade} \\ f_1 - f_2 & , \quad h + k + l \text{ ungerade} \end{cases}$$

$$\text{Wenn } f_1 = f_2: \Rightarrow F = \begin{cases} 2f & , \quad I = |2f|^2 \\ 0 & , \quad I = 0 \end{cases}$$

Bedeutet: Hälfte aller Punkte wird ausgelöscht.

	Realraum	reziproker Raum	
3d:	$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$	$\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}$	$\vec{q} = h\tilde{a} + k\tilde{b} + l\tilde{c}$
2d:	$\vec{a}, \vec{b},  \vec{c}  \rightarrow \infty$	$\tilde{a}, \tilde{b},  \tilde{c}  \rightarrow 0$	$\vec{q} = h\tilde{a} + k\tilde{b} + \epsilon\tilde{c}$



Impulserhaltung nur in der Ebene der Oberfläche.

$$\vec{q}_{\parallel} = \vec{k}_{f\parallel} - \vec{k}_{i\parallel} = \vec{G}_{\parallel}$$

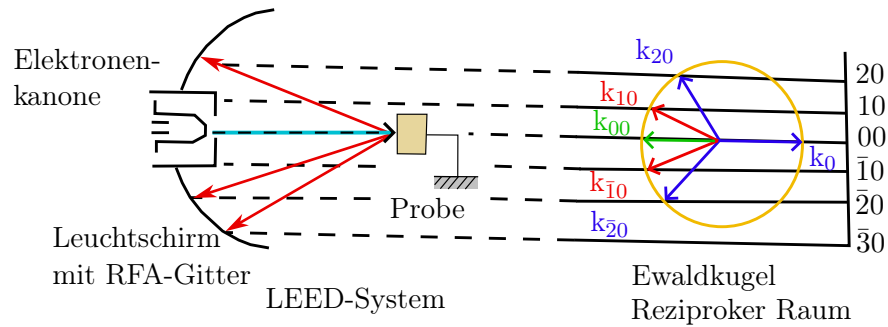
Senkrecht zur Oberfläche ist  $\vec{k}_{\perp}$  nicht erhalten, d.h.  $\vec{q}_{\parallel}$  kann beliebig gestreut werden.**Womit sollte man ein Experiment durchführen?**

- Kriterien:
- möglichst leicht, damit Energie nicht zu klein wird
  - nicht mit Oberfläche reagierend

He-Atome  $\rightarrow$  nur Streuung an der OberflächeNeutronen  $\rightarrow$  keine Coulomb-WW da neutral; nur magnetische WW (Spin)Elektronen  $\rightarrow$  Eindringtiefe 2-3 Atomlagen**LEED (Low Energy Electron Diffraction)**

↳ Strukturbestimmung mithilfe langsamer Elektronen

$$E = 20 - 500 \text{ eV}, \lambda = \frac{h}{m \cdot v} = 0,05 - 0,3 \text{ nm}$$



Was sieht man? → „Leuchtpunkt-Muster“ entspricht Projektion der Ewaldkugel.  
00-Reflex sieht man i.A. nicht, da die Elektronenkanone davorsteht.

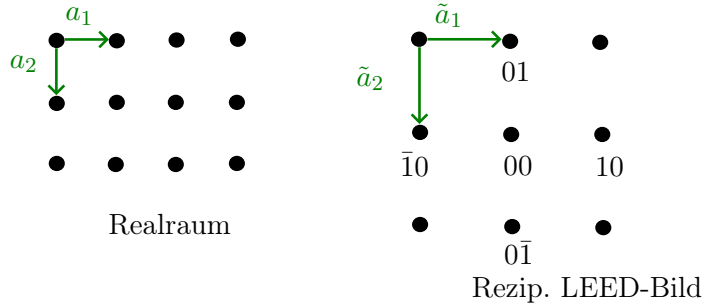
**Wie kann man LEED-Bilder interpretieren** (insb. Überstruktur erkennen)?

↳ Wir erinnern uns an die Überstruktur durch adsorbierte Atome:

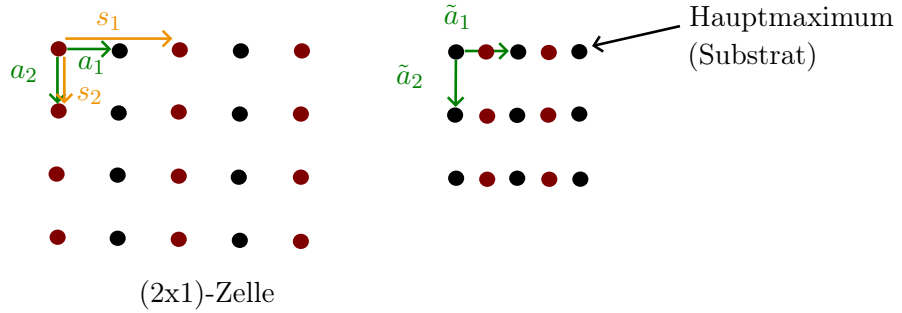
$$\left. \begin{array}{l} \text{Realraum:} \\ \text{Reziproker Raum:} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \left( \begin{array}{c} \vec{a}_1 \\ \vec{a}_2 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cc} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} \vec{s}_1 \\ \vec{s}_2 \end{array} \right) \\ \left( \begin{array}{c} \tilde{a}_1 \\ \tilde{a}_2 \end{array} \right) = \left( \begin{array}{cc} \tilde{t}_{11} & \tilde{t}_{12} \\ \tilde{t}_{21} & \tilde{t}_{22} \end{array} \right) \left( \begin{array}{c} \tilde{s}_1 \\ \tilde{s}_2 \end{array} \right) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{wobei } \tilde{t} = [t^{-1}]^T, \\ \text{also invertiert und} \\ \text{transponiert.} \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad \tilde{t}_{11} = \frac{t_{22}}{\det(t)} \quad \tilde{t}_{12} = \frac{t_{21}}{\det(t)} \quad \tilde{t}_{21} = \frac{t_{12}}{\det(t)} \quad \tilde{t}_{22} = \frac{t_{11}}{\det(t)}$$

**Beispiel 1:**  
simple cubic



**Beispiel 2:**  
simple cubic mit  
reihenförmiger  
Überstruktur

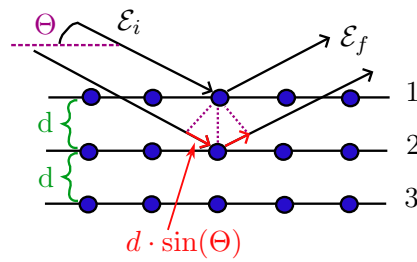


Die Nebenmaxima durch die Adsorbate sieht man nicht immer, aufgrund der Energieabhängigkeit von  $F$ . Kann man aber über  $t$ -Matrix ausrechnen.

$$\text{Hier: } t = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{t} = [t^{-1}]^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{2}{2} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

#### LEED-IV

Potential  $\xrightarrow{\text{beeinflusst}}$  Energie  $\longrightarrow$  Formfaktor  $\longrightarrow$  Intensität.

Gangunterschied:  $n \cdot \lambda$ 

$$2 \cdot d \sin(\Theta) = n \cdot \lambda$$

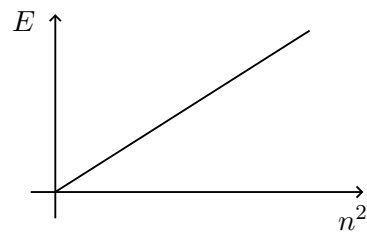
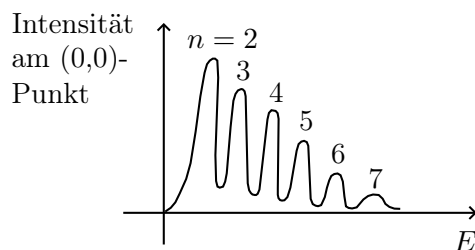
$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_f$$

$$E = E_{\text{kin}} + V = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V$$

$$E = \frac{\hbar^2}{8md^2 \sin^2(\Theta)} n^2 + V$$

$V$ : Inneres Potential  
 $n$ : Ordnung

D.h. je mehr Schichten durchwandert werden, desto geringer die Intensität.



Vorteil: LEED-IV sehr genau: 0,05 Å in der Ebene (Atomabstand)  
 0,01 Å vertikal (Ebenenabstand)

### Temperaturabhängigkeit

Intensität:  $I = |\Psi|^2 = |F|^2 \cdot |G|^2$

- $T = 0 \rightarrow$  Born-Oppenheimer-Näherung  $\rightarrow$  Atomrümpfe bewegen sich nicht  $\rightarrow \vec{r}$  nicht zeitabhängig (wie gehabt!)
- $T \neq 0$ :

$$F_{\text{hkl}} = \Psi^{\text{EZ}}(\vec{q}, \vec{k}_i) = \sum_{j \in \text{EZ}} f_j(\vec{q}, \vec{k}_i) \exp(i\vec{q}\vec{r}_j(t)) \quad , \quad \vec{r}_j(t) = \vec{r}_{j0} + \vec{u}_j(t)$$

$$\rightarrow I = \underbrace{|F_{\text{hkl}}^0|^2}_{I_0} \cdot \underbrace{\exp\left(-\frac{1}{3}\langle u_j^2(t) \rangle \cdot |q|^2\right)}_{\text{Debye-Waller-Faktor}}$$

↳ je größer  $q^2$ , desto kleiner der DWF

DWF = 1 (maximal), wenn  $T = 0$  K.

Mit  $\vec{E} = \frac{3}{2} k_B T$  folgt:

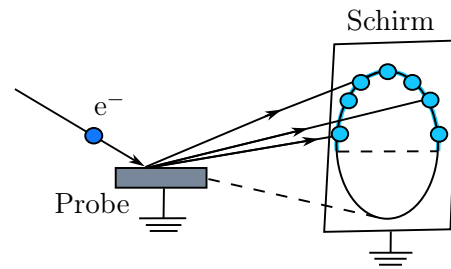
$$\text{DWF} \sim \exp\left(-\frac{\hbar^2 q^2 T}{M k_B \Theta_D^2}\right)$$

**Reflection High Energy Electron Diffraction (RHEED)**

↳ Kleiner Einfallswinkel<sup>3</sup>, hohe Energie

Elektronenenergie: 10 – 50 keV  
(vgl. LEED: 10 – 300 eV)

Streifender Einfall der Elektronen  
→ geringe Eindringtiefe ( $\sim 10$  nm),  
hohe Oberflächenempfindlichkeit



Entstehung des Beugungsbildes:

- Die an der periodisch angeordneten Oberfläche elastisch gestreuten Elektronen mit ausreichend hoher Energie erzeugen auf dem Leuchtschirm Reflexe.
- Schnittpunkte der Ewaldkugel mit rezip. Gitterstangen bilden (Halb)Kreisbögen, die sogenannten Laue-Ringe.
- Kristallfehler erzeugen im Beugungsbild „Striche“ statt Punkte.

Vorteil: Beobachtung des Beugungsbildes während der Präparation (z.B. Aufdampfen) ermöglicht die Bestimmung und Optimierung der jeweiligen Präparationsparameter.

Nachteil: Hohe Energien führen zu großer Ewaldkugel, aber kleinen Streuwinkeln. Man kann also nur einen Ausschnitt der Ewaldkugel erkennen. Daher ist RHEED eher für qualitative Experimente geeignet, weniger für quantitative.

Genauigkeit: Lateral (in der Ebene):  $\sim 0,01$  Å  
Vertikal:  $\sim 0,05$  Å

Eindringtiefe:  $\sim 10$  nm (vgl. LEED:  $\sim 1$  nm)

**Streuung thermischer Heliumatome (TEAS)**

Thermal Energy Atom Scattering

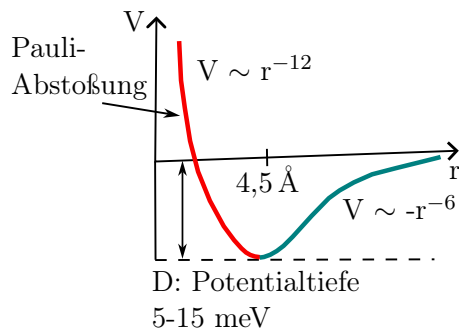
↳ Statt Elektronen werden Heliumatome ( $E_i \sim 5 - 15$  meV,  $\lambda \sim$  Atomabstände) verwendet.

Aufgrund ihrer niedrigen Energie dringen die Heliumatome nicht in die Oberfläche, sondern begegnen nur der obersten Atomlage.

Welche Wechselwirkungen erfahren sie dabei?

<sup>3</sup>bedeutet:  $< 5^\circ$ , also viel flacher als bei LEED

↳ Lennard-Jones-Potential (auch 6-12-Potential genannt)



- repulsiver Teil: Pauli-Abstoßung kommt vor allem durch Valenzelektronen zustande (→ Pauli-Prinzip)
  - ↳ He-Atome können **nicht**...
    - in die Oberfläche eindringen,
    - mehrfach gestreut werden,
    - die Oberfläche beschädigen.
- attraktiver Teil: Van-der-Waals-Anziehung
  - ⇒ hoher WW-Querschnitt:  $\sim 100 \text{ Å}^2$

TEAS  $\hat{=}$  2d-Analogon zu Neutronenstreuung

### 3.5 Frühe Abbildungsmöglichkeiten im Realraum

#### 1) Photoelektronenbeugung (PED)

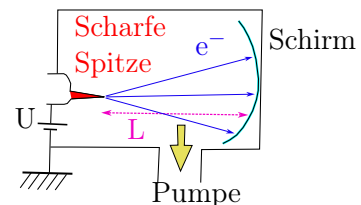
- Basiert auf Photoelektronenspektroskopie
- Interferenz der Wellenfunktion des Photoelektrons
- in Abhängigkeit von Emissionsrichtung und kinetischer Energie des Photoelektrons

#### 2) Augerelektronenbeugung (AED)

- Prinzip: Augerelektronenspektroskopie
- Interferenz der Wellenfunktion des Auger-Elektrons
- in Abhängigkeit von Emissionsrichtung und  $E_{kin}$  des Auger-Elektrons

#### 3) Feldemissionsmikroskop (FEM)

- Probe ist Spitze mit Radius  $r = 10 - 100 \text{ nm}$
- Spannung:  $U = 1 - 10 \text{ kV}$
- Vergrößerung  $\sim \frac{L}{r}$ , abgebildet wird die Kathodenspitze oder ggf. das, was auf ihr aufgedampft ist  
→ Elektronen verlassen Spitze wegen hohem  $\vec{E}$ -Feld. Durch die Masse der Elektronen ist ihre transversale Impulskomponente nicht gut definiert  
→ Verbesserung: FIM



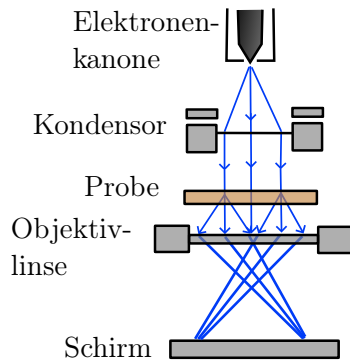
#### 4) Feldionenmikroskop (FIM)

Aufbau wie FEM, aber bei Anwesenheit eines „Imaging Gas“ (z.B. He oder Ne bei  $10^{-2} \text{ Pa}$ ).

↳ Durch die größere Masse der  $\text{He}^+$ -Ionen ist die transversale Impulskomponente der  $e^-$  wesentlich besser definiert. Dadurch entsteht eine atomare Auflösung von 2-3 Å.

- Nachteile:
- Funktioniert nur mit W, Pt, Ir etc., da man eine leitende Spitze herstellen muss
  - E-Feld-Einfluss; Imaging Gas notwendig

### 3.6 Transmissionselektronenmikroskop (TEM)

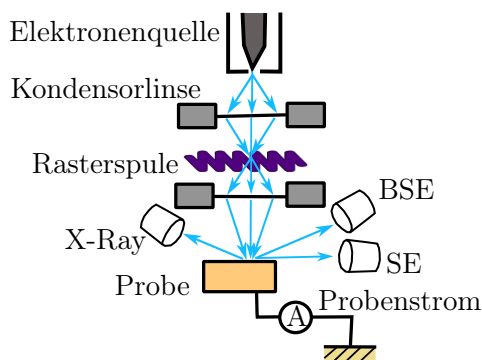


- Funktionsweise analog zu optischem Mikroskop (hier jedoch magnetische Linsen)
- Elektronen mit  $E_{\text{kin}} = 50 - 200 \text{ keV}$  **durchstrahlen** Probe
- Funktioniert nur mit dünnen Proben ( $d = 100 - 1000 \text{ \AA}$ )
- Beugungslimit:  $\frac{0,5\lambda}{\sin(\alpha)} \approx 2 \text{ \AA}$
- Vorteil: gut zur Untersuchung von Grenzflächen verschiedener Materialien

Variante / Anwendung: „Scanning TEM“ (STEM), bei dem der Elektronenstrahl fein fokussiert wird und über die Probe gerastert wird.

↳ Energieverlust der Strahlelektronen wird aufgetragen. Auf diese Weise können Plasmonen, Auger-Elektronen etc. identifiziert werden.

### 3.7 Rasterelektronenmikroskop (SEM)



- Feiner Elektronenstrahl (1-10 keV) wird über Probe gerastert (Durchmesser 10-100  $\text{\AA}$ ).
- Unterschied zu TEM: Probe wird nicht durchstrahlt. Gemessen werden Röntgenphotonen, zurückgestreute Elektronen (BSE) und / oder Auger-Elektronen / Sekundärelektronen (SE).  
↳ Abbildung auf Bildschirm.
- Ist z.B. geeignet, um Defekte festzustellen, da der Neigungswinkel der Oberfläche die Sekundärelektronenemission beeinflusst.
- Intensität wird über Elektronenenergie aufgetragen

### 3.8 Rastertunnelmikroskop (STM)

Messung von **Elektronenzustandsdichten** ermöglicht atomare Auflösung (lateral & vertikal), sodass z.B. Stufen erkennbar sind.

- Prinzip: Eine feine Metallspitze (Material: W, Pt, Au...) wird so nahe an eine **leitende** Oberfläche gebracht ( $\leq 1 \text{ nm}$ ), sodass beim Anlegen einer Spannung ein Tunnelstrom fließt.

Dann wird die Spitze rasterförmig über die Oberfläche bewegt, während der Tunnelstrom durch einen elektronischen Regelkreis konstant gehalten wird. Der Abstand zwischen Spitze und Objekt kann dabei sehr genau (Picometer-Bereich) registriert werden.

- Mechanische Stabilität wichtig → wie können mechanische Vibrationen vermieden werden?

↳ Lösung: Mehrstufige Dämpfung, z.B. durch Kombination von Federaufhängungen und Wirbelstrombremsen.<sup>4</sup>

T<sub>1</sub>: pneumatische Dämpfung,  $\omega_0 \sim 1$  Hz,  $Q \sim 1$

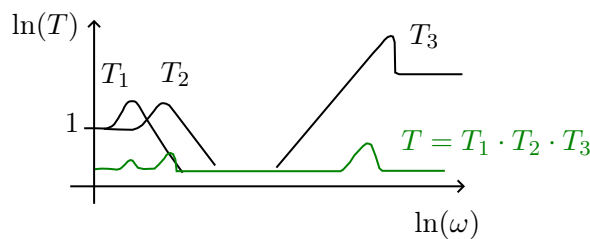
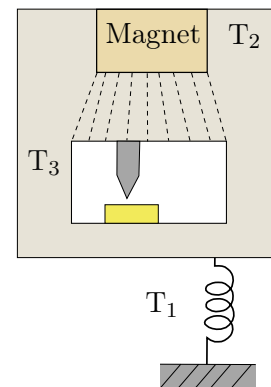
T<sub>2</sub>: Wirbelstrombremse,  $\omega_0 \sim 3$  Hz,  $Q = 1$

T<sub>3</sub>: Transferfunktion des Mikroskops im Tunnelkontakt,  $\omega_0 \approx 1 - 10$  kHz

Q: Dämpfungsverhältnis

Transmissionskoeffizient:  $T = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3$

↳ Resonanzfrequenz beim STM muss klein sein.



### Der Piezo-Effekt

Piezo-Effekt: Legt man ein elektrisches Feld an Ferroelektrika an, kommt es zu einer Verformung.

Umgekehrt kommt es zu einer Änderung der elektrischen Polarisation (→ der Spannung) bei Festkörpern, wenn sie verformt werden.

Dielektrische Verschiebungsdichte:  $\vec{D} = \epsilon_0 \underbrace{\vec{E}}_{\text{E-Feld}} + \underbrace{\vec{P}}_{\text{elektr. Polarisation}} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$

„Normale Materialien“:  $\vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{P} = 0$

Ferroelektrika:  $\vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{P} = \vec{P}_0$  spontane Polarisation

Suszeptibilität:  $\vec{\chi} \rightarrow -\vec{\chi} \Rightarrow \vec{P}_0 \rightarrow -\vec{P}_0$

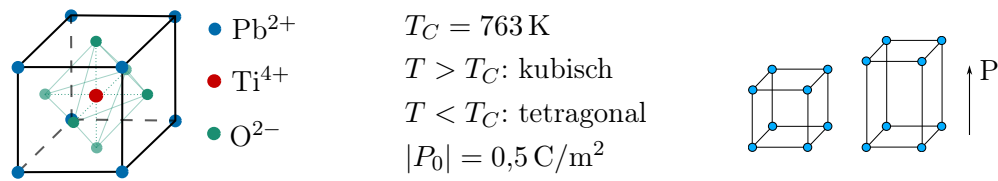
⇒ Für Systeme mit Inversionssymmetrie:  $\vec{P} = -\vec{P}_0 \Rightarrow \vec{P}_0 = 0$ .

Ferroelektrika verletzen die Inversionssymmetrie.

<sup>4</sup>Anmerkung des Skriptautors: Vollständig lassen sie sich nicht vermeiden. Während meiner Masterarbeit musste ich feststellen, dass man mitunter eine Messung wegschmeißen konnte, nur weil währenddessen jemand zur Tür hereinkam.



Bsp. Perovskit: BaTiO<sub>3</sub> bzw. PbTiO<sub>3</sub>



Verformung:  $e = Z \cdot S + E \cdot d$        $Z$ : mech. Spannung       $S$ : Elastizitätsmodul  
 $E$ : E-Feld       $d$ : Piezo-Konstante

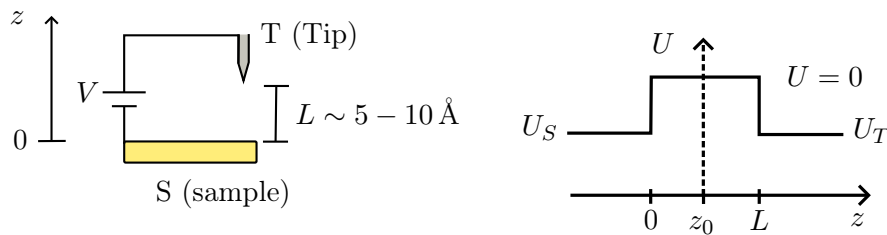
Was bedeutet dies für unser STM?

↳ Spitze ist an piezoaktivem Material befestigt.

Wenn  $\vec{E} \parallel z$ -Achse: Querkontraktion  $\approx 1\text{-}3 \text{ \AA/V}$ ,  
 Längsexpansion  $\approx 2\text{-}6 \text{ \AA/V}$

↳ Mittels kleiner Spannung kann man die Spitze präzise im pm-Bereich positionieren.

### Tunneleffekt



$$U_S = U_T = -U$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U \Psi = E \Psi$$

$$\hookrightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Psi(z) + U(z) \Psi(z) = E \Psi(z)$$

$$\text{Ansatz: } \Psi(z) = A e^{ikz} + B e^{-ikz} \quad , \quad k = \frac{\sqrt{2m(E-U)}}{\hbar}$$

$$\text{Transmission nach Barriere: } \Psi^T = D \cdot e^{ikz}$$

$$\text{Tunnelstrom: } I \sim e^{2\sqrt{2m(U-E)}L/\hbar} = e^{-2\kappa \cdot L}$$

$$\text{Transmissionswahrscheinlichkeit: } T = \frac{I_t}{I_i} \approx T_0 \cdot e^{-2L\sqrt{2m(U-E)}/\hbar}$$

$$\text{bedeutet: } T = \frac{\text{Tunnelstrom}}{\text{einfallender Strom}}$$

Tunnelmechanismus von

(...)

### Bardeen-Modell<sup>5</sup>

Betrachte Probe (sample, S) und Spitze (tip, T) separat.

$$\text{Probe: } \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U_S(\vec{r}) \right) \Psi^S(\vec{r}) = E^S \Psi^S(\vec{r})$$

$$\text{Spitze: } \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U_T(\vec{r}) \right) \Psi^T(\vec{r}) = E^T \Psi^T(\vec{r})$$

$$\text{Gesamtsystem: } H = H^S + H^T = -\frac{\hbar^2}{2S} \Delta + U_S(\vec{r}) + U_T(\vec{r})$$

Gegenseitige Beeinflussung wird vernachlässigt.

Tunnelstrom wird mithilfe Störungsrechnung 1. Ordnung bestimmt → Man erhält die Tunnelmatrix  $M_{\mu\nu}$ :

$$M_{\mu\nu} = \langle \Psi_\nu^T | U_T | \Psi_\mu^S \rangle = -\frac{\hbar^2}{2m} \int_{\Sigma} \left( \Psi_\nu^{T*} \vec{\nabla} \Psi_\mu^S - \Psi_\mu^S \vec{\nabla} \Psi_\nu^{T*} \right) \quad \Sigma: \text{Grenzfläche zwischen Spitze und Probe}$$

↳ Überlapp der Wellenfunktionen in der Barriere → Tunnelstrom!

### Tersoff-Hamann-Modell

Annahme: Spitze besteht aus einem einzelnen Atom mit s-Wellenfunktion am Ort  $\vec{R}$ . Potential am Ort der Spitze ist  $\approx 0$ .

Abstand zwischen Probe und Spitze:  $> 10 \text{ \AA}$ .

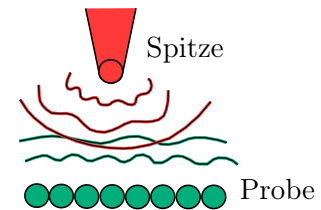
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi = -\Phi \Psi \quad \Phi: \text{gesamte Austrittsarbeit}$$

$$\Rightarrow \nabla^2 \Psi = \frac{2m}{\hbar^2} \Phi \Psi = \kappa^2 \Psi \quad \kappa = \frac{\sqrt{2m\Phi}}{\hbar}$$

Kugelwelle → man entwickelt mithilfe der Green-Funktion und erhält für die Tunnelmatrix:

$$M_{\mu\nu}(\vec{R}_T) = -\frac{2m}{\kappa m} C \hbar^2 \Psi_\mu^S(\vec{R})$$

$$\text{und für den Strom: } \frac{dI}{dV} = A \cdot \rho^T \rho^S(\vec{R}_T, E_F^S + eV) \quad \rho: \text{Zustandsdichte}$$



## 3.9 Rasterkraftmikroskop (AFM)

AFM → atomic force microscope

Problem beim Rastertunnelmikroskop war: Probe muss leitend sein.

↳ Unterschied beim Rasterkraftmikroskop: Gemessen werden die Kräfte, die zwischen

<sup>5</sup>Hier fragt Herr Wulfhelk manchmal, ob man John Bardeen kennt. Das war einer der Erfinder des Transistors, sowie einer der Entdecker der Supraleitfähigkeit. Für beides erhielt er einen Nobelpreis, und ist somit der einzige Mensch, der je zwei Nobelpreise in Physik bekam.

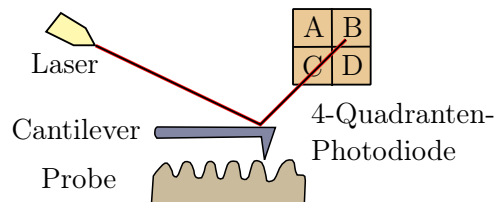
der abtastenden Spitze und der Oberfläche auftreten; dazu gehören:

- Pauli-Abstoßung
- elektrostatische Kräfte
- Atombindungskräfte
- anziehende Kapillarkräfte
- anziehende Van-der-Waals-Kraft

Somit lassen sich auch nichtleitende Proben untersuchen.

Weiterer Pluspunkt: funktioniert an der Luft (auch ohne Vakuum).

Aufbau:



- Cantilever: schwingender Stab (biegsam, mit Nanospitze)
- Biegung des Cantilevers wird durch Lichtzeigerdetektion gemessen → in welchem Quadranten trifft der Laserstrahl auf?
- Probe wird unter der Spitze bewegt

Messmodi:

### 1) Kontakt-Modus:

Spitze des Cantilevers berührt die Probe direkt. Entweder Abrastern der Probe, Messung der Verbiegung des Cantilevers → Spiegelung des Laserstrahls.

Oder (geregelter Fall): Verwendung eines Piezoelements, sodass die Auslenkung des Cantilevers, (d.h. die Kraft zwischen Spitze und Probe) gleich bleibt → Parameter des Regelkreises werden gemessen.

### 2) Dynamische Messung / Nicht-Kontakt-Modus:

Cantilever wird mechanisch (z.B. durch Piezo-Element) zum Schwingen im nm-Bereich angeregt. Phasenverschiebung von 90° zwischen eigener und anregender Schwingung → Schwingende Kräfte zwischen Probe und Spitze führen zu Frequenzänderung, diese wird gemessen.

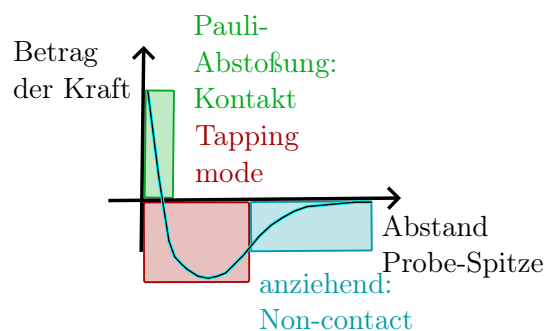
Typische Werte für  $\omega_0$  :  $\sim 150$  kHz

$$U_{\text{pot}} = \frac{1}{2}k_0(z - z_0)^2 \quad , \quad F = k_0(z - z_0)$$

$$\omega_{\text{res}} = \sqrt{\frac{k_0 + k'}{m}} = \sqrt{\frac{k_0 + \frac{\partial F}{\partial z}}{m}}$$

$$\approx \omega_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial z}\right)$$

Variante: **Tapping-Modus** → Schwingender Cantilever berührt jeweils kurz die Probe. Veränderte Amplitude und Frequenz werden gemessen.



## 4 Schichtwachstum

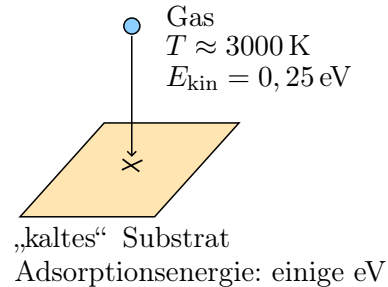
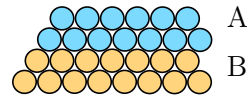
Ziel: Homogener Einkristall-Film aus Material A auf Material B.

**Molekularstrahlepitaxie:** Adsorption aus der Gasphase.

Epitaxie: Kristallstruktur der aufwachsenden Schicht passt sich der des Substrats an.

Haftkoeffizient  $\approx 1$ , kein Verdampfen von der OF.

Adsorptionsenergie (Kohäsionsenergie): einige eV bei Metallen



### 4.1 Homoepitaxie

Homoepitaxie = Schichtwachstum, bei dem Substrat und Schicht aus der gleichen Verbindung bestehen.

Würden die Gasmoleküle bei der Molekularstrahlepitaxie einfach an der nächstbesten Adsorptionsstelle haften bleiben, bekämen wir eine raue Oberfläche.

↳ Thermische Anregung: Adatom kann von einer Adsorptionsstelle zur nächsten „hopsen“ → **Oberflächendiffusion**

Mittlere quadratische Verschiebung:

$$\langle \Delta r^2 \rangle = \nu \cdot a^2 \cdot t = n^2 \cdot a$$

Diffusionskoeffizient:  $D = \frac{\langle \Delta r^2 \rangle}{Z \cdot t} = \frac{\nu \cdot a^2}{Z}$

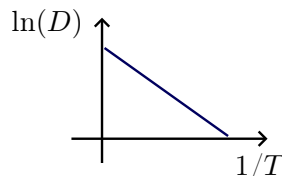
Anzahl nächste Nachbarn:  $Z = \begin{cases} 2 : 1\text{d-Gitter} \\ 4 : 2\text{d quadr. Gitter} \\ 6 : 2\text{d hex. Gitter} \end{cases}$

Sprungfrequenz hat Arrhenius-Verhalten:  $\nu = \nu_0 \cdot e^{-\frac{E_{\text{diff}}}{k_B T}}$

$\nu_0$ : ca.  $10^{12} \text{ Hz}$

$E_{\text{diff}}$ : Energiebarrierenhöhe

$$\begin{aligned} \hookrightarrow D &= \frac{\nu a^2}{Z} = \underbrace{\frac{\nu_0 a^2}{Z}}_{D_0} \cdot e^{-\frac{E_{\text{diff}}}{k_B T}} \\ &= D_0 \cdot e^{-\frac{E_{\text{diff}}}{k_B T}} \end{aligned}$$



$$\ln(D) = \ln(D_0) - \frac{E_{\text{diff}}}{k_B} \frac{1}{T}$$

$E_{\text{diff}}$  ist abhängig von...

( $\sim 10 \text{ meV} - 1 \text{ eV}$ )

- Anzahl der Bindungen, die gebrochen werden müssen
- Schmelztemperatur

- $D$  ist abhängig von...
- kristallographischer Anisotropie (Gitteraufbau)
  - morphologischer Anisotropie (Stufen etc.)

### Atomistische Mechanismen

- ① Hopping-Mechanismus
- ② Atom-Austausch-Mechanismus → auch bei Heteroepitaxie
- ③ Tunnelmechanismus → kleine Partikel, niedrige Potentialbarriere
- ④ Leerstellenmechanismus

Intralagen-Mechanismus → Diffusion von Adatomen auf den Terrassen

Interlagen-Transport → Diffusion von Adatomen über Stufenkanten

### Clusterdiffusion-Mechanismen

(Cluster: Ansammlung von Atomen - von 3 bis zu mehreren 1000)

- ① Sequentielle Verschiebung
- ② Kantendiffusion
- ③ Verdampfen und Kondensation
- ④ Leapfrog-Mechanismus

Je größer der Cluster, desto weniger mobil ist er, und je höher ist seine Aktivierungsenergie.

### Was passiert beim Aufdampfen unterhalb der kritischen Diffusionstemperatur?

z.B. CuAg(100) → Cu wird auf Ag aufgedampft;  $T = 77$  K.

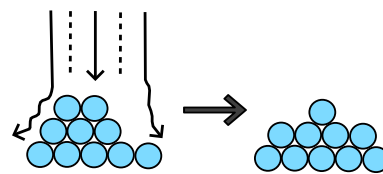
Thermische Diffusion eingefroren (ein Sprung innerhalb von 8 Jahren).

80% der Energie werden bei der ersten Kollision an das Gitter übertragen; es entsteht kein 3d-Wachstum, sondern 2d-Wachstum; warum?

↳ Funneling (engl. funnel = Trichter; Trichter-effekt):

fcc- bzw. bcc-Struktur sorgt für „Abrutschen“ des Adsorbats und verhindert Überhänge.

↳ kein ideales, statistisches 3d-Wachstum



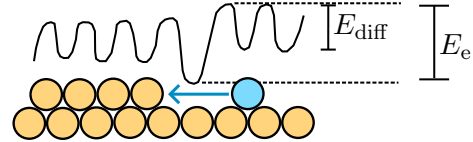
### Was passiert an einer Stufe mit den Adatomen?

#### 1) Atom trifft auf Stufenkante

$E_{\text{diff}}$ : Diffusionsenergie / -barriere

$E_e$ : Ehrlich-Energie

Stufenkante wirkt als Adatomsenke, sie fängt die Adatome auf. → Atom an Stufenkante: Koordination steigt, Atom wird stärker gebunden.

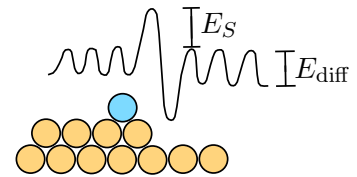


⇒ **Stufenwanderung**:  $I(\Theta) = \text{const.}$  ( $I$ : Intensität,  $\Theta$ : Bedeckung)

#### 2) Diffusion über Abwärtsstufe

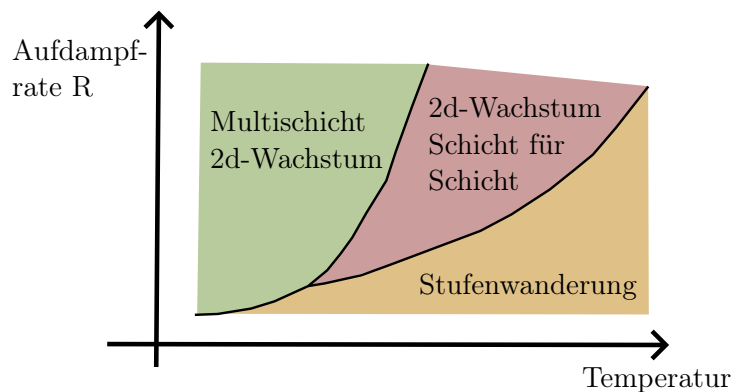
Bei Diffusion an Defekten kann es eine von  $E_{\text{diff}}$  verschiedene Barriere geben.

Hier: Bei Diffusion an einer Abwärtsstufe muss zusätzlich die Ehrlich-Schwöbel-Barriere  $E_S$  überwunden werden.



⇒ Reflexion von Adatomen. Hat zur Folge, dass Adsorbatlage nicht geschlossen werden kann, sondern nur Inseln bildet.

Bedeutet: Für Heteroepitaxie wollen wir keine bzw. niedrige Ehrlich-Schwöbel-Barriere.



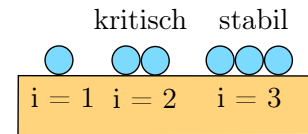
Diffusionslänge:  $L = \sqrt{\langle (\Delta x)^2(t) \rangle} \sim e^{E_D/2k_B T}$

Bedeutet:  $L$  steigt mit  $T$ ; bei ausreichender Temperatur können Atome ihre Insel verlassen und zum Substrat wandern.

## 4.2 Nukleation

Nukleation = Keimbildung:

Zwei oder mehr Atome auf benachbarten Gitterplätzen bilden einen Keim, der zu einer Insel wachsen kann.



„kritisch“: Größter Cluster, der nicht stabil ist (genaue Anzahl ist materialabhängig)

„stabil“: Cluster kann Adatome einfangen, analog zu Stufenkante.

### Vgl. 3d: Wassertropfen im Wasserdampf

Freie Gibbs-Energie:  $G = U - TS + pV$

$S$ : Entropie

Für Gas:  $G = n \cdot \mu_g$

$T, p$ : konstant

Für Tropfen im Gas:

$n$ : Anzahl der Teilchen

$$G_{gt} = (n - n_t) \cdot \mu_g + n_t \mu_t + 4\pi r^2 \sigma_t$$

$\mu$ : chem. Potential

Differenz:

Index  $g$ : Gas; Index  $t$ : Tropfen

$$\Delta G = G_{gt} - G = n_t \underbrace{(\mu_t - \mu_g)}_{-\Delta\mu} + 4\pi r^2 \sigma_t$$

$r$ : Radius des Tropfens

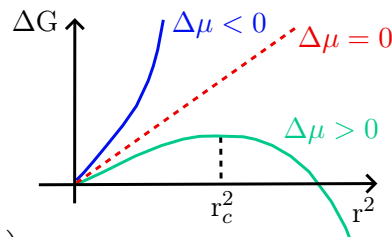
$\sigma_t$ : OF-Spannung Tropfen

$$\text{Mit } n_t = \frac{4\pi}{3} r^2 \cdot \frac{1}{V}$$

( $V$ : Teilchenvolumen in Flüssigkeit)

und  $\Delta\mu = \mu_g - \mu_t$  folgt:

$$\Delta G = 4\pi r^2 \sigma_t - \frac{4\pi}{3} r^3 \Delta\mu$$



**Fazit:** •  $\Delta\mu = \mu_g - \mu_t = k_B T \cdot \ln\left(\frac{p}{p_s}\right)$ ;  
 $p_s \hat{=}$  Sättigungsdampfdruck.

- Wird dieser überstiegen  $\rightarrow \Delta\mu > 0$ : Dampf übersättigt (löst mehr Wasser, obwohl Gleichgewichtspunkt bereits überschritten ist.)
- Höchste freie Gibbs-Energie bei kritischem Radius  $r_c \rightarrow$  „kritischer Keim“

Analog gilt für 2d-Wachstum:

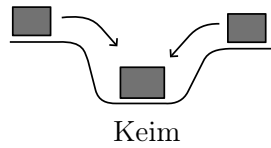
- Tropfen  $\rightarrow$  Insel
- Gas  $\rightarrow$  Adatome
- $\sigma_S \rightarrow \sigma_T$  (Stufenspannung)

Beispiel: Ag(111),  $\Delta E \approx 500$  meV,  $T = 300$  K.

$$n_g = e^{-\frac{500 \text{ meV}}{k_B T}} = e^{-\frac{500}{25}} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ ML}$$

Bei einer typischen Aufdampftrate von  $\sim 1$  ML/s entsteht sehr schnell Übersättigung

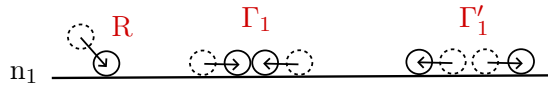
$$(\Delta\mu \gg 1)$$



Kritischer Keim ist nur wenige Atome groß:

Bedeckung:  $\Theta \leq 0,05 \text{ ML}$  (d.h. 5 % einer Monolage) genügen. Keim „saugt“ Adatome durch Diffusion an.

### Inselndichte



$R$ : Aufdampfrate

$\Gamma$ : „Dimer bildet sich“-Rate

$\Gamma'$ : „Dimer zerbricht in einzelne Atome“-Rate

$\sigma$ : Einfangsquerschnitt

$D$ : Diffusionskoeffizient

$\delta$ : Zerfallsquerschnitt

Index: Auf wie viele Atome trifft das Einzelatom?

$$\Gamma_j = \sigma_j D n_1 n_j - \delta_{j+1} n_{j+1}$$

Was für eine Entstehungsrate haben die Inseln dann?

$$\frac{dn_1}{dt} \sim R - 2\Gamma_1 + \Gamma'_1$$

Warum Vorfaktor 2?

↳ 2 Adatome „verschwinden“. Anders bei Zerfall: nur eines geht weg

⇒ **Allgemeine Form:**

$$j = 1: \quad \frac{dn_1}{dt} = R - 2\Gamma_1 - \sum_{j=2} \Gamma_j$$

$$j \geq 2: \quad \frac{dn_j}{dt} = \Gamma_{j-1} - \Gamma_j$$

Annahme: Oberhalb kritischer Clustergröße  $i^*$  zerfällt Cluster nicht mehr:

$$j > i^* \Rightarrow \delta_j \rightarrow 0, \text{ stabile Insel.}$$

Von  $i^*$  hängt auch die Inselndichte (Inseln pro Fläche) ab:

$$\frac{n_x}{n_0} \sim R^{\mathcal{X}} \cdot \exp\left(\frac{i E_{\text{diff}} + E_i}{(i+2)k_B T}\right) \quad \text{mit} \quad \mathcal{X} = \frac{i}{i+2}$$

### 4.3 Inselnformen

Inselform hängt vom Verhältnis zwischen Diffusion auf der Terrasse und entlang der Stufe ab.

Diffusion entlang des Inselrands:  $\begin{cases} \text{langsam: Verästelte Inseln} \\ \text{schnell: Kompakte Inseln} \end{cases}$

Sonderfall: (110)-OF haben so gut wie immer quadratische Inseln, da Glättung durch Randdiffusion schneller als Aufrauung durch hinzukommende Atome.

Fraktale bzw. verästelte Inseln: Adatom trifft häufiger auf Inselrand. → Fraktale Inseln



haben mehr Kinks, daher niedrigere Schwöbel-Ehrlich-Barriere.

Höhere Temperatur  $\rightarrow$  höhere Diffusion  $\rightarrow$  andere Formen:



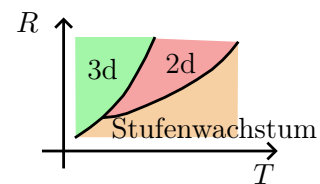
Grund: Unterschiedlich schnelle Diffusion sorgt für unterschiedlich schnelles Wachstum der Kanten

#### 4.4 Wachstumsmanipulation

↳ Wie kann man für 2d-Wachstum sorgen?

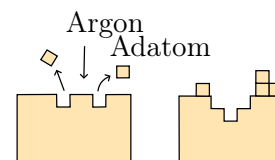
##### 1) Temperatur

↳ beeinflusst **Diffusion** und damit Aufdampfrate  $R$   
( $\rightarrow$  Welche Art von Wachstum)



##### 2) Keimbildung durch Ionenbeschuss

Erzeugung verschiedener Defekte durch Ionenbeschuss.  
Pro Atom mit 1 keV werden 1 – 5 Atome abgetragen  
 $\rightarrow$  Adatome werden erzeugt, Ionenbeschuss führt also zu hoher Keimdichte.



##### 3) „Surfactant“-assistiertes Wachstum

(surfactant = surface active agent = grenzflächenaktive Substanz)

↳ Durch Zugabe eines Katalysators wird Ehrlich-Schwöbel-Barriere gesenkt. Dadurch entsteht 2d- statt 3d-Wachstum.

Bedingung: Surfactant sollte „aufschwimmen“, also nicht in die wachsende Schicht eingebaut werden. Dies wird durch die Verwendung von Atomen ermöglicht, die untereinander eine verhältnismäßig geringe Bindungsenergie besitzen:

$$E_{AA} > E_{AS} \gg E_{SS}$$

A: Adsorbat- und Substrat

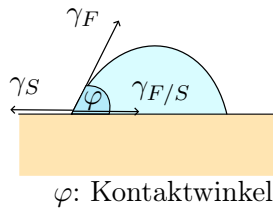
S: Surfactant

#### 4.5 Heteroepitaxie

Auf einem Substrat soll ein dünner Film aufgebracht werden. Allerdings nicht irgendwie - das Ergebnis wäre ein rauer Film mit lokal stark fluktuierender Dicke.  $\rightarrow$  Thermische Behandlung „glättet“ durch erhöhte Diffusion.

Genaue Wachstumsart hängt dann von Oberflächenspannung (= Energie pro Einheits-

fläche bzw. Kraft pro Grenzlänge) ab.



Oberflächenspannung...

...des Substrats:  $\gamma_S$

...des Films:  $\gamma_F$

...an der Grenzfläche:  $\gamma_{F/S}$

$$\gamma_S = \gamma_{F/S} + \gamma_F \cdot \cos(\phi)$$

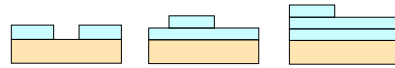
Was für eine Wachstumsart bekommt man?

- $\gamma_S \geq \gamma_{F/S} + \gamma_F$ : Lage-für-Lage-Wachstum (Frank-van-der-Merwe)
- $\gamma_S < \gamma_{F/S} + \gamma_F$ : Insel-Wachstum (Volmer-Weber)

### Frank-van-der-Merwe-Wachstum

Lage für Lage, benetzend (d.h. kleiner Kontaktwinkel  $\phi$ ).

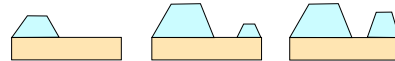
Inselbildung wäre energetisch ungünstig, da sie die Oberfläche vergrößern würde.



### Volmer-Weber-Wachstum

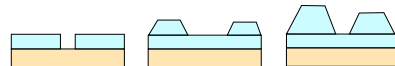
Inselbildung, nicht benetzend.

Energetisch günstiger, nur eine kleine Fläche des Substrats zu bedecken. Inseln behalten ihre Form während des Wachstums bei.



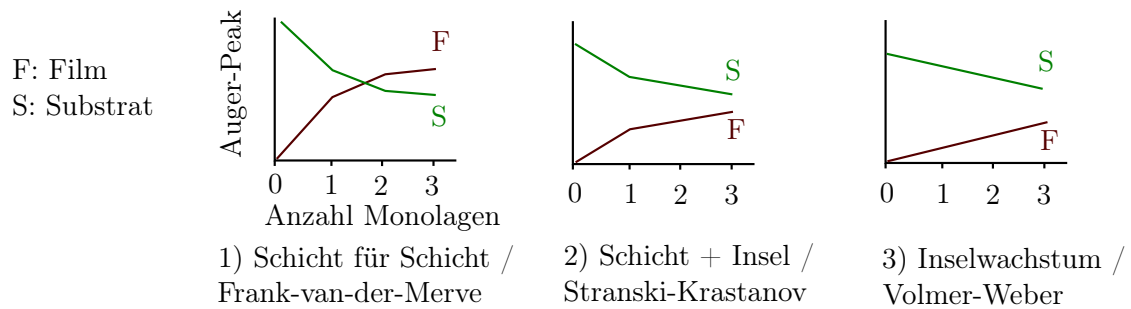
### Stranski-Krastanov-Wachstum

Mischform: Erst Monolagen, dann Inseln. Tritt auf, wenn sich Verspannungen in den ersten Schichten befinden, oder wenn sich an der Grenzfläche eine Legierung aus Film- und Substratmaterial bildet.

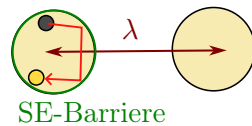
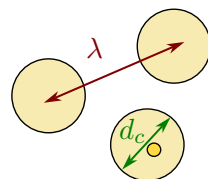


**Wie erkennt man, um welchen Wachstumsmodus es sich handelt?**

- RHEED  $\rightarrow$  empfindlich auf Rauigkeit der Oberfläche; man betrachtet meist die Intensität von (0,0)
- Direkte Abbildung der Morphologie  $\rightarrow$  Inselhöhen und Anzahl der Lagen (z.B. mit STM)
- Abschwächung des Substratsignals bei XPS oder Auger-Spektroskopie (nur Heteroepitaxie)



### Wann entsteht 2d- oder 3d-Wachstum?



$\lambda$ : typischer Inselabstand bei Nukleation

$d_c$ : kritischer Inseldurchmesser, bei dem 2. Lage nukleiert

•: Keim 2. Lage

•  $d_c > \lambda$ : Erst Koaleszenz (Zusammenwachsen) der Inseln, dann Nukleation der nächsten Lage  
↳ 2d-Wachstum

•  $d_c < \lambda$ : Nukleation der nächsten Lage vor Koaleszenz → 3d-Wachstum

$\lambda$  ist die Distanz, die die Adatome im Mittel diffundieren, bis sie einen neuen Keim bilden. Ist die Ehrlich-Schwöbel-Barriere  $> 0$ , so wird der mittlere Weg der Adatome auf einer Insel  $> \lambda \Rightarrow d_c < \lambda \Rightarrow$  3d-Wachstum.

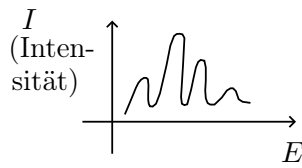
Will man 2d-Wachstum → Wachstumsmanipulation (siehe Unterabschnitt 4.4).

### Verspannungseffekte bei der Heteroepitaxie

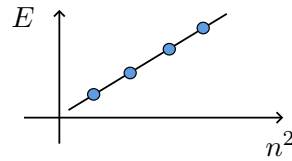
Gitterkonstante des Substrats ( $a$ ) und des Films ( $b$ ) sind für gewöhnlich unterschiedlich

↳ Gitterfehlpas:  $f = \frac{b-a}{a}$

- Beim Aufwachsen kommt es zu Verspannung des Films, die entstehende Verspannungsenergie kann als Grenzflächenenergie behandelt werden.
- Übergang von 2d- zu 3d-Wachstum: Stranski-Krastanov
  - ↳ Meist unerwünscht, da  $e^-$  an Versetzungen gestreut / gebeugt werden.
  - ↳ Kann aber auch erwünscht sein, z.B. beim Bau eines quantum well.
- Mit LEED-IV lässt sich der Abstand der Lagen messen, denn durch die Verspannungen ist dieser nicht überall gleich.

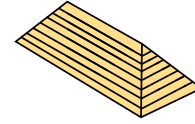


$\Rightarrow$



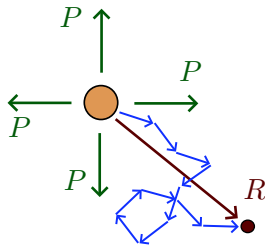
$$E = \frac{h^2}{8md^2 \sin^2(\Theta)} n^2 + V$$

- RHEED: Verbreiterung der Spots, wenn Versetzung vorliegt. Wenn Gitterabstand von S und F **in Ebene** gleich, und nur beim vertikalen Abstand abweichend, zählt das nicht als Defekt.
- Verspannungseffekte können zur Bildung von Hut-Clustern (dt. Dach-Clustern) führen.



## 4.6 Thermische Stabilität von Nanostrukturen

### 1) Brownsche Bewegung (2d)

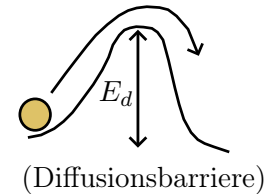


$P$ : Sprungkonstante zum nächsten Gitterplatz (in einer gewissen Zeit)

Diffusionskonstante:

$$D = D_0 \cdot e^{-\frac{E_d}{k_B T}}$$

Je kleiner die Insel, desto größer ist  $D_0$ .



- Random walk: Bewegung wird in **einzelne Schritte** unterteilt ( $t_0, t_1, t_2 \dots t_n$ )
- Schritt:  $(\Delta x_i, \Delta y_i) = (x(t_i) - x(t_{i-1}), y(t_i) - y(t_{i-1}))$
- Distanz vom Startpunkt: 
$$R^2 = (\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n)^2 + (\Delta y_1 + \Delta y_2 + \dots + \Delta y_n)^2$$
$$= \underbrace{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \dots + \Delta x_n^2 + \Delta y_1^2 + \Delta y_2^2 + \dots + \Delta y_n^2}_{\text{positive Terme}} + \underbrace{2\Delta x_1\Delta x_2 + \dots + 2\Delta x_{n-1}\Delta x_n + 2\Delta y_1\Delta y_2 + \dots + 2\Delta y_{n-1}\Delta y_n}_{\text{positive und negative Terme; heben sich im therm. GG weg} \rightarrow 0}$$

$$R^2 = N \cdot (\langle \Delta x^2 \rangle + \langle \Delta y^2 \rangle)$$

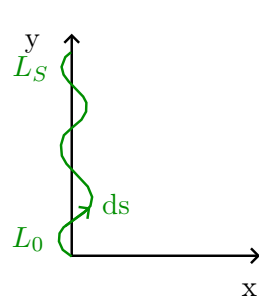
$$\Rightarrow R = \sqrt{N} \cdot \sqrt{\text{rms}^6} \quad \text{mit} \quad \sqrt{\text{rms}} = \sqrt{\langle \Delta x^2 \rangle + \langle \Delta y^2 \rangle} = \begin{cases} \sqrt{4D\Delta t} & (2d) \\ \sqrt{2D\Delta t} & (1d) \end{cases}$$

Bedeutet: Distanz wächst wurzelförmig:  $|R| \sim \sqrt{t}$   $t$ : Gesamtzeit

### 2) Stufenfluktuation

Gemeint sind die örtlichen und zeitlichen Fluktuationen von „geraden“ Stufen, wie sie z.B. bei Vizinalflächen auftreten.

<sup>6</sup>rms: root mean square; quadratischer Mittelwert



$\beta$ : Stufenspannung [J/m]; „Steifheit“ der Stufe

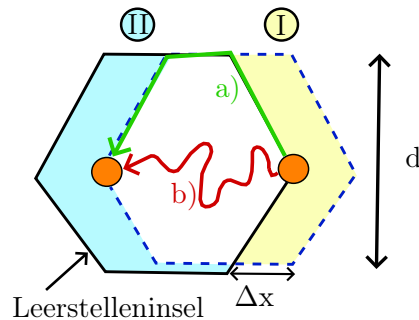
$$\Delta E = \beta \int_0^{L_S} ds (-L_0) \approx \beta \int_0^{L_0} \left( \frac{dx}{dy} \right)^2 dy$$

Ansatz: Fourier-Zerlegung; pro Fourierkomponente  $\frac{1}{2} k_B T$ .

$$\text{Fazit: } \langle x(y) - x(y') \rangle = \frac{k_B T}{\beta} |y - y'|$$

↳ Einsteinsche Diffusion:  $|\Delta x| \sim \sqrt{\Delta y}$

### 3) Inseldiffusion



Gleichgewichtsform wird durch die Wulff-Konstruktion gegeben, d.h. die geschlossene Stufe mit minimaler Gesamtenergie (hexagonal). Bedeutet: Kurve aus freier Energie pro Flächeneinheit.

Thermische Fluktuation der Form (Stufenkante) führt zur Diffusion der Insel.

Wir erinnern uns an die Einstein-Diffusion:  $\langle \Delta x^2 \rangle = 2D\Delta t$

Bewegung der Insel entsteht durch Diffusion der Atome

$$\Rightarrow \underbrace{\frac{d \cdot \delta x}{\text{Gesamtzahl der bewegten Atome}}}_{\text{Fläche, die bewegt wird}} \cdot \underbrace{n_t}_{\text{Atome pro Fläche}} = \underbrace{\sqrt{N(\delta t)}}_{\text{Anzahl der bewegten Atome im thermodyn. Mittelwert}}$$

$$N(\delta t) = N_0 \frac{\delta t}{\tau}$$

$$\Rightarrow \delta x^2 = \frac{N(\delta t)}{(dn_t)^2} = \frac{N_0 \delta t}{\tau d^2 n_t^2}$$

$d$ : Durchmesser

$\delta x$ : Verschiebung (Strecke)

$N_0$ : Zahl der Atome, die sich gleichzeitig bewegen

$\delta t$ : Zeitintervall

$\tau$ : Zeit, die ein Atom für den Weg braucht

Wie kommen die Atome von (I) nach (II)?

a) **Randdiffusion entlang der Stufe:**  $N_0 \sim \rho_{St} \cdot d$

$$\tau \sim \frac{d^2}{D_{St}}$$

$\rho_{St}$ : Dichte der Stufenatome

$d$ : Länge der Stufe

$$\Rightarrow \delta x^2 \sim \frac{1}{d^3}$$

$D_{St}$ : Diffusionskonstante entlang der Stufe

b) **Terrassendiffusion:**  $N_0 \sim \rho_t \cdot d^2$

$$\tau \sim \frac{d^2}{D_t}$$

$\rho_t$ : Anzahlldichte der Atome

$d^2$ : Fläche der Terrasse

$$\Rightarrow \delta x^2 \sim \frac{1}{d^2}$$

$D_t$ : Diffusionskonstante entlang der Terrasse

$\Rightarrow$  Kleine Inseln legen einen größeren Weg zurück ( $\delta x$ ), aber die  $d$ -Abhängigkeit ist unterschiedlich für die Fälle a) und b).

## 5 Oberflächenchemie

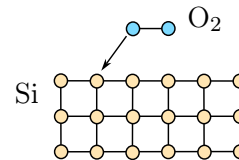
### 5.1 Adsorption



Unterschied:

**Absorption:** Eindringen von Stoffen in das Innere des Festkörpers

**Adsorption:** Anreicherung von Gasen oder Flüssigkeiten an der Oberfläche



**Physiosorption**  $\rightarrow$  Adsorption ohne chemische Reaktion.

Bindung nur über schwache Kräfte ( $< 0,5 \text{ eV}$ ), z.B. über Van-der-Waals-Wechselwirkung oder Dipolmomente.

Beispiele:  $\text{Ar}/\text{Cu}(111)$ ,  $\text{He}^3/\text{C} \Rightarrow$  Für Moleküle funktioniert Physiosorption also auch

**Kondensation**  $\rightarrow$  Physiosorption von dickeren Schichten (dicker:  $> 1 \text{ ML}$ ).

Üblicherweise  $T_{\text{Physio}} > T_{\text{Kondensation}}$

**Chemisorption**  $\rightarrow$  Eine chemische Bindung entsteht,  $E > 0,5 \text{ eV}$ , Moleküle werden dazu oft aufgespalten.

Beispiele:  $\text{O}_2/\text{Pt}(111) \rightarrow 2 \text{ O}/\text{Pt}(111)$

Ohne Aufspalten: Physiosorption entsteht

**Segregation**  $\rightarrow$  Adsorption gefolgt von Diffusion in die Tiefe.

$\hookrightarrow \text{H}_2$  spaltet an der Pd-Oberfläche auf in  $2 \text{ H}$ .

H diffundiert ins Innere von Pd.

Anwendung: Wasserstoffspeicher. Jedes Pd bindet bis zu 2 H-Atome.

**Verbindungsbildung**

$\text{Al}_2\text{O}_3$ : kaum Diffusion von  $\text{O}_2 \rightarrow$  Passivierungsschicht

$\text{Fe}_2\text{O}_3$ : mehr Diffusion  $\rightarrow$  tiefere „Rost“-schichten

Anwendung: Gassensor

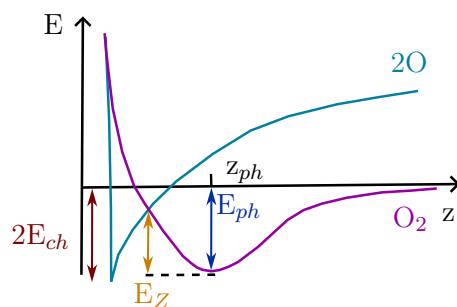
z.B.  $\text{CO} + \text{O} \rightarrow \text{CO}_2$ :

Sauerstoff adsorbiert auf HL-Oberfläche:  $\text{O}_2 \rightarrow 2 \text{O}$ . CO trifft auf Oberfläche.

Adsorptionsplätze liegen energetisch unter Fermi-Niveau.

↳ O nimmt  $e^-$  aus HL auf und ist somit negativ geladen.

↳ Ladungsträgerdichte wird gesenkt  $\rightarrow$  Bandverbiegung.

**5.2 Adsorptionskinetik**

Hier:  $\text{O}_2/\text{Pt}(111)$

Lenard-Jones-Potential

$z$ : Abstand zur Oberfläche

$E_{ph}$ : Physisorptionsenergie

$E_{ch}$ : Chemisorptionsenergie;  $E_{ch} > E_{ph}$

$E_Z$  (oft auch  $E_A$ ): Aktivierungsenergie

Einfallender Fluss:  $\Phi_{\text{Ein}} = \frac{dN_{\text{Ein}}}{dA \cdot dt} = \frac{p}{\sqrt{2\pi \cdot m k_B T}}$

Adsorptionsrate:  $\Phi_{\text{ads}} = s \cdot \Phi_{\text{Ein}}$  (Teilchen pro Fläche und Zeit)

Haftkoeffizient:  $s = \frac{e^{-E_A/k_B T}}{e^{-E_{ph}/k_B T}} < 1$ ; auch:  $s = f(\Theta)e^{-E_A/k_B T}$  ( $\Theta$ : Bedeckung)

- Was passiert jetzt wann?

- 1)  $k_B T \ll E_{ph}, E_z$ : Physisorption
- 2)  $k_B T > E_z, k_B T < E_{ph}$ : Chemische Dissoziation
- 3)  $k_B T > E_{ph}$ : Desorption

- Wovon hängt der Haftkoeffizient ab?

↳ Es gibt  $N_0$  Adsorptionsplätze,  $N$  ist die Anzahl der besetzten.  
Bedeckung  $\Theta = \frac{N}{N_0}$ ; wenn  $\Theta = 1$  (eine Monolage), findet keine Adsorption mehr statt  $\Rightarrow s = 0$ .

↳ Es gilt zu unterscheiden:

Betrachten wir eine einfache Adsorption:

$$s = s_0(1 - \Theta) \Rightarrow \Phi_{\text{ads}} = s \cdot \Phi_{\text{ein}} = s = s_0(1 - \Theta) \cdot \Phi_{\text{ein}},$$

oder eine dissoziative Adsorption (z.B.  $\text{H}_2$ ): Moleküle müssen erst in zwei einzelne Atome aufspalten, und damit benötigt man jeweils nicht einen Adsorptionsplatz,

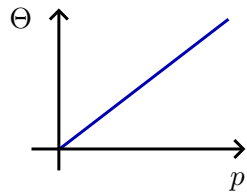
sondern zwei:

$$s = s_0(1 - \Theta)^2 \Rightarrow \Phi_{ads} = s_0(1 - \Theta)^2 \cdot \Phi_{ein}.$$

### Adsorptionsisothermen

↳ Relation zwischen Bedeckung  $\Theta$  und Gasdruck  $p$  bei fester Temperatur  $T$ .

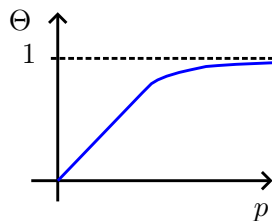
#### a) Henry-Isotherme



$$\Theta = \kappa \cdot p, \quad \kappa = \text{Haftkoeffizient}$$

Sieht man häufig bei  $\Theta \ll 1$ , also bei sehr niedrigen Bedeckungsgraden.

#### b) Langmuir-Isotherme



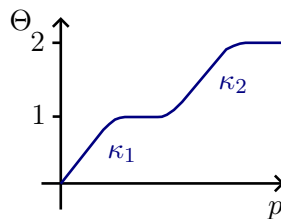
$$\Theta_{\max} = 1 \text{ ML}$$

$$\Theta = \frac{\kappa p}{\kappa' + \kappa \cdot p}$$

Annahmen dafür:

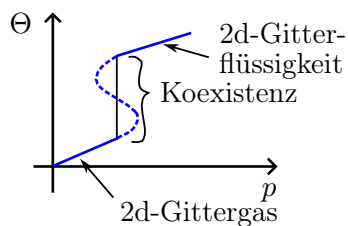
- lokale Adsorption
- keine WW zwischen Adsorbaten (harte Kugeln)
- jeder Platz nur einfach besetzt (nur eine Lage)

#### c) Brunauer-Emmett-Teller-Isotherme



Mehrschichtadsorption

#### d) Hill-de-Boer-Isotherme



→ bei VdW-Wechselwirkungen zwischen den adsorbierten Teilchen

### Kisliuk-Modell:

Wenn sich ein physisorbiertes Molekül über einem freien Adsorptionsplatz („intrinsischer Vorläufer“; extrinsisch wäre besetzt) befindet, wird es entweder...



	intrinsisch / frei → Wahrsch.	extrinsisch / besetzt → Wahrsch.
...adsorbieren	$P_a$	$P'_a = 0$
...desorbieren	$P_b$	$P'_b$
...weiterwandern	$P_c = 1 - P_a - P_b$	$P'_c = 1 - P'_b$

Haftkoeffizient:  $s = s_0 \cdot \left(1 + K' \cdot \frac{\Theta}{1 - \Theta}\right)^{-1}$  mit dem Kisliuk-Parameter  $K' = \frac{P'_b}{P_a + P_b}$

- ↳  $K' = 0$ :  $s = s_0 = \text{const.}$ ,  $P'_b = 0$   
 $K' = 1$ :  $s = s_0(1 - \Theta)$ , Langmuir-Adsorption  
 $K' \gg 1$ :  $P'_b$  hoch,  $P_a$  und  $P_b$  niedrig

$s$  sinkt, wenn  $T$  erhöht wird.

Einfallender Fluss:  $\Phi_{Ein} = I = \frac{p}{\sqrt{2\pi m k_B T}}$   $I$ : Dosis („Druck mal Zeit“)

Einheit: L (Langmuir);  $1 \text{ L} = 133 \text{ Pa} \cdot 10^{-6} \text{ s} = 1,33 \text{ mbar} \cdot 10^{-6} \text{ s}$

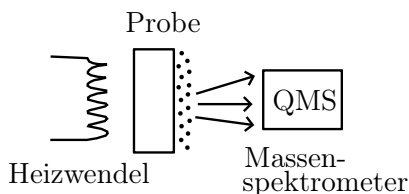
Bei  $s = 1$ : 1 L entspricht Bedeckung mit einer Monolage

### 5.3 Desorption

↳ Umkehrprozess zur Sorption.

Das Atom / Molekül verlässt die Oberfläche des Festkörpers. Dies kann z.B. durch thermische, optische oder elektrische Anregung geschehen.

#### Thermische Desorptionsspektroskopie

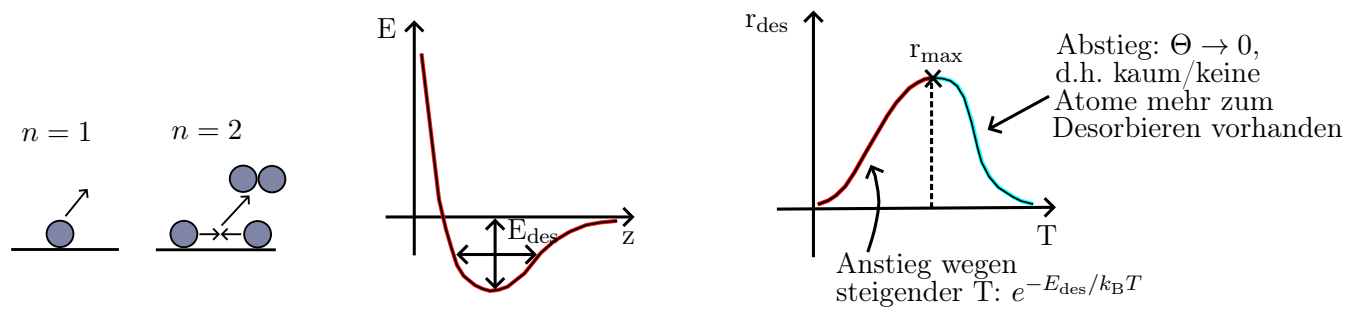


lineare Temperaturrampe:  $T(t) = T_0 + a \cdot t$

$a$ : Heizrate

Desorptionsrate:  $r_{\text{des}} = -\frac{d\Theta}{dt} = \Theta^n \nu_0 e^{-E_{\text{des}}/k_B T}$   
 (Polanyi-Wigner-Gleichung)  
 minus, weil Umkehrprozess zur Adsorption

$\Theta$ : Bedeckung  
 $\Theta^n$  bedeutet:  $n$ -atomiges Molekül als Adsorbat  
 $\nu_0$ : Versuchsfrequenz, mit der das Adsorbat versucht zu desorbieren  
 $E_{\text{des}}$ : Desorptionsbarriere



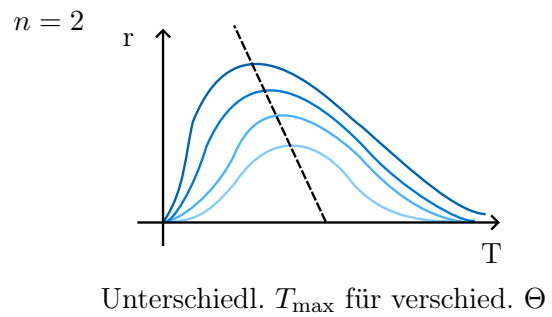
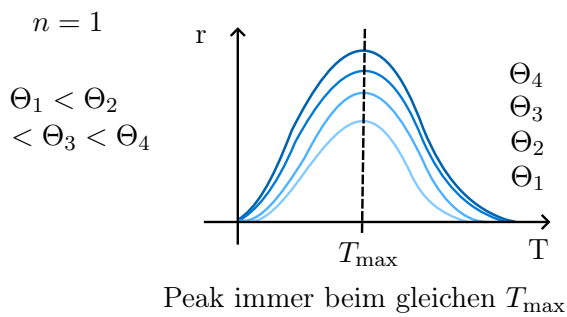
Bei welcher Temperatur liegt nun das Maximum von  $r_{\text{des}} = -\frac{d\Theta}{dt}$ ?

↳ Nochmal ableiten:  $\frac{dr(t)}{dt} = \frac{d^2\Theta}{dt^2} \stackrel{!}{=} 0$

bzw. für  $n = 2$ :  $\frac{d^2\Theta^2}{dt^2} \stackrel{!}{=} 0$

**Fazit:**  $n = 1$ :  $T_{\text{max}}$  hängt nicht von  $\Theta$  ab.

$n = 2$ :  $T_{\text{max}}$  hängt von der Bedeckung  $\Theta$  ab:  $\Theta \nearrow T_{\text{max}} \searrow$



## 5.4 Katalyse

- **Ammoniaksynthese:**  $\text{N}_2 + 3\text{H}_2 \rightleftharpoons 2\text{NH}_3$ ,  $\Delta H > 0$  (endotherm)

↳ Stickstoff aus Luft, Wasserstoff aus Industrie. In Eisendruckbehälter geben, heizen.

$p > 200 - 500 \text{ bar}$ ,  $T \sim 450 - 600^\circ\text{C} \rightarrow$  stark endotherm

**Katalysator:** z.B. Fe, Ir, Os, Rn, Re

Was passiert?

- $\text{N}_2$ ,  $\text{H}_2$  adsorbieren auf Oberfläche.
- Dissoziation<sup>7</sup>  $\rightarrow$  für Chemisorption müssen  $\text{N}_2$ ,  $\text{H}_2$  zu  $2\text{N}$ ,  $2\text{H}$  zerfallen
- Reagieren miteinander  $\rightarrow \text{NH}_3$  desorbiert

- **Methansynthese:**  $3\text{H}_2 + \text{CO} \rightleftharpoons \text{CH}_4 + \text{H}_2\text{O}$

Katalysator: Ru, Fe, Co, Ni

oder  $3\text{H}_2 + \text{CO}_2 \rightleftharpoons \text{CH}_4 + \text{H}_2\text{O} + \frac{1}{2}\text{O}_2$

Katalysator: Pt

- Unterscheidung:

- 1) homogene Katalyse (Gas-Gas)
- 2) heterogene Katalyse (Gas-Feststoff)

- **Langmuir-Hinshelwood-Mechanismus**

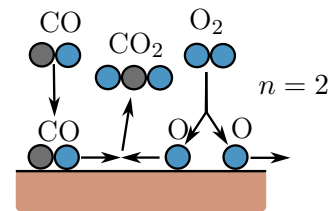
↳ Alle Reaktionspartner werden an der Oberfläche adsorbiert

Beispiel:  $\text{CO} \rightarrow \text{CO}_{\text{ad}}$

$\text{O}_2 \rightarrow 2\text{O}_{\text{ad}}$

$\text{CO}_{\text{ad}} + \text{O}_{\text{ad}} \rightarrow \text{CO}_2$

Katalysator: Pt, Pb



- **Eley-Rideal-Mechanismus** (selten)

Nur ein Reaktionspartner wird adsorbiert, der andere kommt aus der Gasphase hinzu.

Beispiel: Wasserstoff-Deuterium-Austausch

## 5.5 Phononen

- Was ist nochmal ein Phonon?

↳ Ein Quasiteilchen, das die Gitterschwingung eines Festkörpers beschreibt.

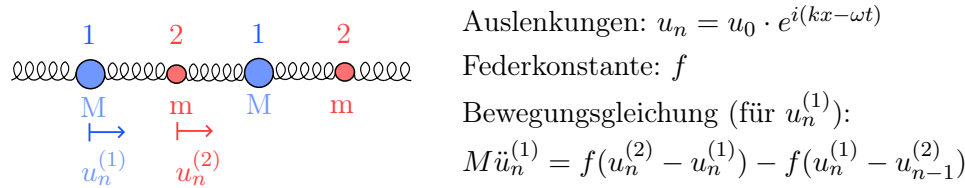
- Und was ist nochmal ein Quasiteilchen?

↳ Eine Anregung des Vielteilchensystems, die eine Dispersionsrelation (Energie-Impuls-Beziehung) besitzt, obwohl es sich nicht um ein Teilchen handelt.

Beispiele: „Löcher“ im Halbleiter, Cooper-Paare, Exzitonen oder eben Phononen.

<sup>7</sup>Siehe Unterabschnitt 5.2: Für Dissoziation muss  $E_Z$  überwunden werden  $\rightarrow$  Physisorption wird zu Chemisorption!

Betrachten wir unser Gitter als lineare Kette mit zweiatomiger Basis, gekoppelt durch ideale Federn:



Analog für  $u_n^{(2)}$ . Es folgt daraus:

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{f}{Mm} \left[ (M + m) \pm \sqrt{(M + m)^2 - 2mM(1 - \cos(ka))} \right]$$

-: akustische Mode

+: optische Mode

So weit nichts Neues. Nun betrachten wir allerdings eine Oberfläche, d.h. die Atomkette kann nicht unendlich sein!

↳ Halbunendlicher Kristall / endlicher Kristall:

komplexer Wellenvektor  $\tilde{k} = k_{\text{Re}} + ik_{\text{Im}}$

↳ Reelles  $\omega$  entsteht nur, wenn  $k_{\text{Re}} \cdot a = 0$  oder  $k_{\text{Re}} \cdot a = \pi$  (1. BZ)

Lösung:  $\sqrt{2f/M} < \omega < \sqrt{2f/m}$

Oberflächenphononen befinden sich zwischen den akustischen und optischen Phononen, also in der Bandlücke.

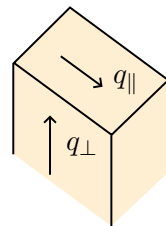
**Wie viele Moden gibt es?**  $\rightarrow \omega(k)$  können entartet sein. Elementarzelle besitzt N Atome  $\rightarrow$  Es gibt  $3N$  Moden.<sup>8</sup>

↳ • 3 akustische Moden (1 longitudinal, 2 transversal)

•  $3N-3$  optische Moden ( $N-1$  longitudinal,  $2N-2$  transversal)

**Was man sich zum Thema Oberflächenphononen noch merken sollte:**

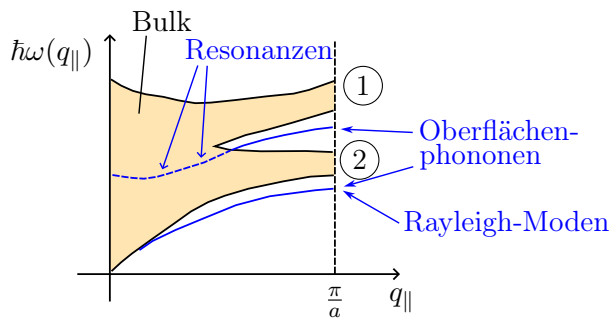
- Phononen = „Schwingungsenergiequantum“  $\rightarrow$  Anregung des Oberflächengitters; wird durch inelastische Streuprozesse (Stoß durch  $e^-$  bzw. Photon) zu- oder abgeführt. Gehört zu den Bosonen.
- Keine Periodizität senkrecht zur Oberfläche:  $q_{\parallel}$  ist an OF wohldefiniert,  $q_{\perp}$  nicht  $\rightarrow$  lokalisierte Oberflächenanregungen
- Rekonstruktion & Relaxation ändern Schwingungseigenschaften
- Molekülschwingungen an OF:



<sup>8</sup>Beispiel fcc: 4 Atome  $\rightarrow$  12 Moden.

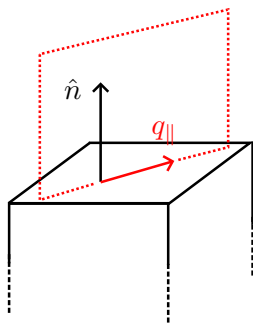
Davon 3 akustisch, und  $12 - 3 = 9$  optisch.

- Bindung zur OF: frustrierte Translationen und Rotationen  
(heißt: Bewegung in gleiche bzw. entgegengesetzte Richtung  
↳ beide sind zusätzliche Moden zu den Normalmoden)
- chem. WW mit OF → verschobene Schwingungsfrequenzen
- charakt. Gruppenfrequenzen → Identifikation von Atomen und Molekülen
- verschiedene Adsorptionsplätze → Unterscheidung versch. Spezies



Oberflächenphononen existieren nur in der projizierten Bandlücke.

### Rayleigh-Phononen

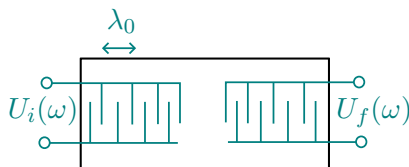


**Sagittalebene:** Wird durch OF-Normale und Richtung von  $\vec{k}_{||}$  (bzw.  $\vec{q}_{||}$ ) aufgespannt.

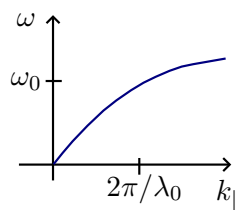
Rayleigh-Mode (die akustische Mode unterhalb der Festkörpermoden): Elliptische Bewegung mit Schwingungsamplitude, die ins Kristallinnere abfällt. Eindringtiefe hängt von  $k$  ab (größer bei kleinen  $k$ ).

Anwendung: Rayleigh-Oberflächenwellenfilter

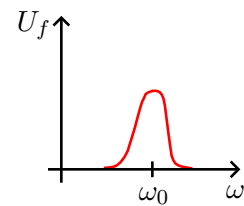
↳ Signalfilter, der z.B. in Handys und Fernsehempfängern benutzt wird



Wechselspannung mit variabler Frequenz regt Oberflächenphononen an, die durch die Struktur detektiert werden.



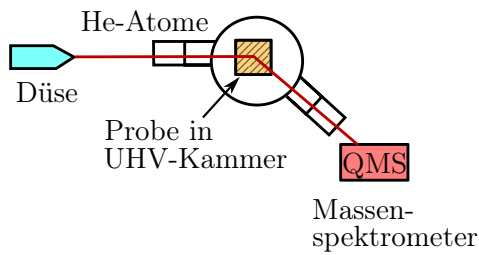
OF-Welle wird erzeugt



Welle wird wieder in ein elektr. Signal umgewandelt

### Phononen-Messmethoden

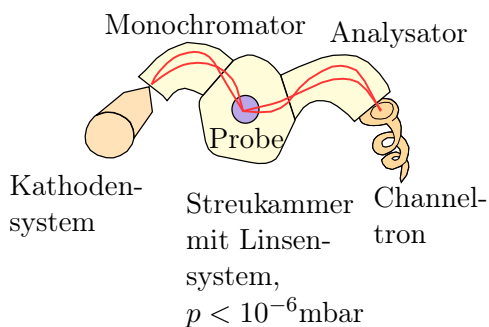
Phononen können über inelastische Streuprozesse detektiert werden.

**1) Inelastische Heliumstreuung (HAS)**

He-Strahl regt Phononen an und erfährt charakteristischen Energieverlust, der über Flugzeit-Messung bestimmt werden kann.

! Gutes Vakuum ( $< 10^{-7}$  mbar), reine Oberfläche wichtig, da sonst Adsorbate vermessen werden, bzw. da sonst nur geringe Streuintensität.

Energiebereich 2 – 50 meV bei Auflösung  $\Delta E = 0,5$  meV

**2) Hochauflösende Elektronenenergieverlustspektroskopie (HREELS)**

• Aufbau: Monochromator und Analysator sind 127°-Analysatoren, denn diese sortieren nicht nur die passende Energie bzw. Wellenlänge heraus, sondern fokussieren zusätzlich auch.

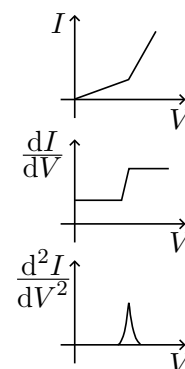
• Elektronenstrahl (in Grafik rot skizziert) definierter Energie trifft inelastisch auf Oberfläche → Phononen werden angeregt, Elektronen verlieren an Energie.

• Gestreute Elektronen werden energetisch analysiert → Spektren

- Energiebereich 5 – 1000 meV, Auflösung  $\Delta E = 5 - 10$  meV
- Sowohl Rayleigh-Moden als auch Adsorbatmoden messbar
  - ↳ Stärke der WW wird gemessen → Unterscheidung, ob Physisorption oder Chemisorption
- Bestimmung von Isotopen möglich (denn: gleiche chem. WW, aber andere Masse → jedes Isotop hat anderes Spektrum)

**3) Inelastische Tunnelspektroskopie (IETS)**

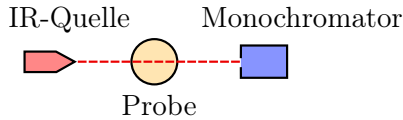
- Rastertunnelmikroskop (siehe Unterabschnitt 3.8) tastet Oberfläche an fixierter Stelle ab, Spannung wird variiert.
- Kennlinie aufnehmen
- 1. Ableitung liefert Zustandsdichte
- 2. Ableitung liefert Informationen über Schwingungen
- „Knick“ kommt durch Strom durch zusätzliche Kanäle zustande



#### 4) Optische Methoden

##### a) Infrarotabsorptionsspektroskopie (IRAS)

↳ zur Untersuchung dipolartiger Moden



Absorption, wenn  $f_{\text{IR}} \simeq f_{\text{Schwingung}}$ .

Energiebereich:  $E = 40 - 1000 \text{ meV}$ ,  
 $\Delta E = 0,1 \text{ meV}$

Kann auch bei hohen Drucken angewendet werden.

##### b) Raman-Streuung

↳ Inelastische Lichtstreuung: Gestreutes Licht besitzt andere Wellenlänge als das einstrahlte Laserlicht

$$\underbrace{h\nu_i}_{\text{Energie vorher}} = \underbrace{h\nu_f}_{\text{Energie nachher}} + \underbrace{\hbar\omega_j(q)}_{\text{Energiedifferenz durch Anregung / Schwingung}}$$

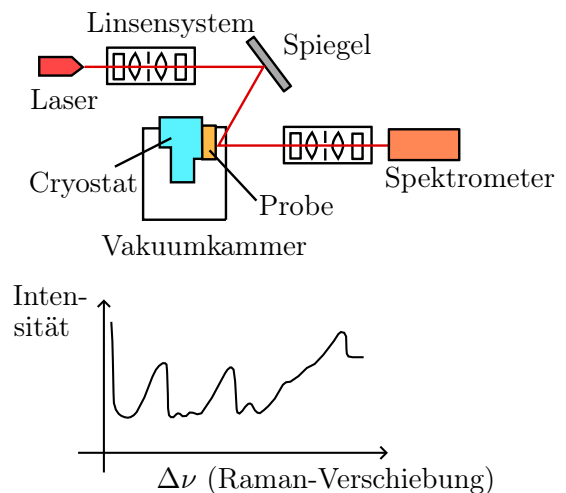
$i$ : initial,  $f$ : final

Energiebereich:  $E = 10 - 1000 \text{ meV}$

Auflösung:  $\Delta E \approx 0,1 \text{ meV}$

Peaks lassen auf Rauigkeit der Oberfläche schließen.

Auch bei hohen Drucken möglich, aber: Kühlung nötig, da bei Erwärmung die Oberfläche glatter wird und die Peaks nicht mehr gut erkennbar sind.



## 6 Elektronische Struktur von Oberflächen

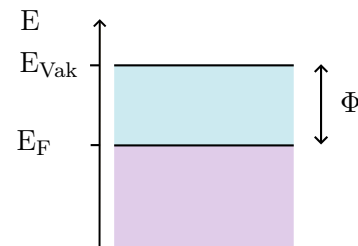
### 6.1 Austrittsarbeit

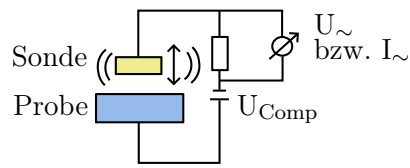
Austrittsarbeit  $\Phi$ : Minimale Energie, die nötig ist, um ein Elektron aus dem Inneren des Festkörpers (am Fermi-Niveau) ins Vakuum zu entfernen, d.h. außerhalb der Festkörperoberfläche.

Also:  $\Phi = E_{\text{Vak}} - E_{\text{F}}$ .

Da das Elektron an der Oberfläche eine Potentialbarriere zu überwinden hat, ist  $\Phi$  von einigen (Oberflächen-)Parametern abhängig, z.B. Material, Struktur, Adsorbate, Defekte.

$\Phi$  kann z.B. durch thermische Elektronenemission oder Feldelektronenemission gemessen werden (Funktionsweise bei beiden: Stromdichte messen, diese ist abhängig von  $\Phi$ ), oder durch die Kelvin-Methode.

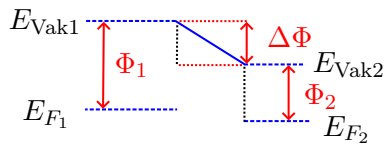


**Kelvin-Methode** (auch: Kelvin-Schwinger)

Sonde ( $\Phi_1$  ist bekannt) schwingt über Probe (mit  $\Phi_2$ ).  
Differenz:  $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$

Sonde und Probe bilden einen Kondensator. Seine Spannung ist gegeben durch  $U = \frac{\Delta\Phi}{e}$ , Ladung  $Q = C \cdot \frac{\Delta\Phi}{e}$ .

Lässt man die Sonde schwingen, ändert sich:  
der Abstand  $\rightarrow$  die Kapazität  $\rightarrow$  die Ladung  $\rightarrow$  der gemessene Strom.



Lege Kompensationsspannung  $U_{Comp}$  so an, dass  $I_{\sim} = 0$ :

Dann ist  $U_{Comp} = \frac{\Delta\Phi}{e}$ .  $\Rightarrow$  Gibt Aufschluss über Rauigkeit / Stufenkanten, da  $e^-$  dort leichter entweichen können.

**Jellium-Modell**

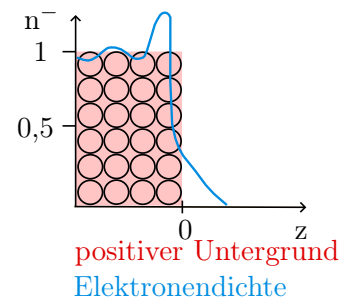
Vorstellung: Positive Ladung der Atomkerne minus der Rumpfelektronen ist nicht bei Atomrümpfen lokalisiert, sondern gleichmäßig (wie eine Geleemasse) im Inneren des Festkörpers verteilt:

$$\text{Positive Ladungsverteilung } n^+(z) = \begin{cases} \bar{n}, & z \leq 0 \\ 0, & z > 0 \end{cases}$$

$$\text{Nun „Einfüllen“ gleich vieler Elektronen: } n^-(z) = \begin{cases} \bar{n}, & z \rightarrow -\infty \\ 0, & z \rightarrow +\infty \end{cases}$$

Siehe Skizze: Die Elektronendichte in der Nähe der Oberfläche weicht innerhalb eines kleinen Bereichs ( $\sim$  eine Gitterkonstante) von dem konstanten Wert  $n^- = n^+$  ab.

$\hookrightarrow$  Ausbildung einer Dipolschicht: Elektron müsste Potentialsprung  $\Delta\phi$  überwinden, um ins Vakuum zu gelangen  $\rightarrow$  Austrittsarbeit lässt sich über Jellium-Modell berechnen.

**Analog: Smoluchowski-Effekt**

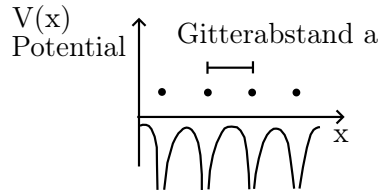
Potentialverlauf an Stufen führt ebenfalls zu Oberflächendipol.



## 6.2 Bandstruktur von Metallen und Halbleitern

### 6.2.1 Metalle

Wir erinnern uns an Ex 5:



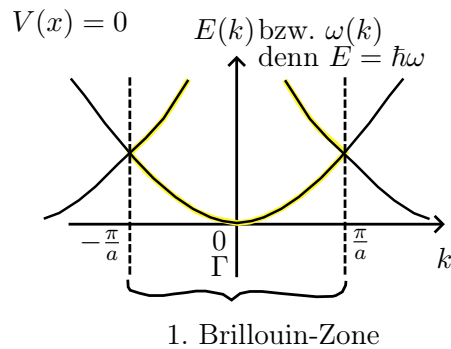
Beschreibung der Elektronen im Kristall als Blochwellen:

$$\Psi(x) = u_{ik}(x)e^{-ikx},$$

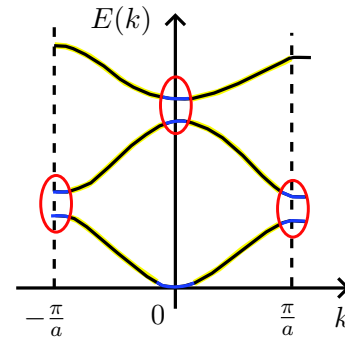
$$\text{gitterperiodisch: } u_{ik}(x) = u_{ik}(x + a)$$

Eingesetzt in SGL:

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(x) \right] \Psi_n(x) = E_n \Psi_n(x)$$



$\Rightarrow$

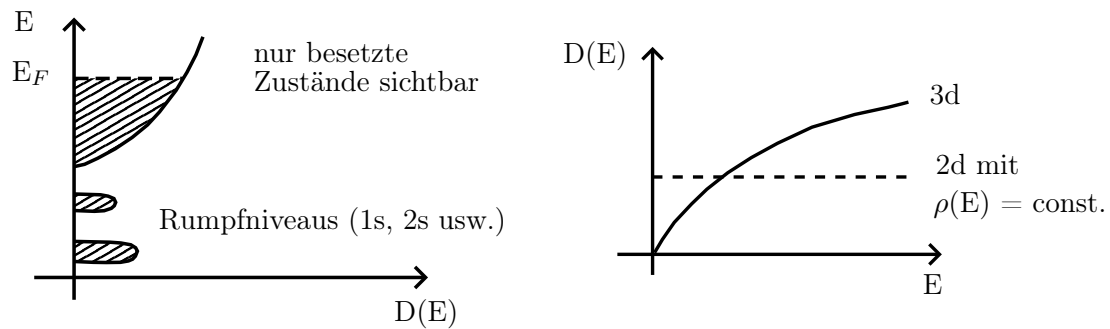


$V(x) \neq 0$ ,  $\frac{d\omega}{dk}|_{\text{Rand}} = 0$ : Aufspaltung (rot) sowie horizontal (blau) verlaufende Dispersion ( $\omega'(k) = 0$ ) am Zonenrand und am  $\Gamma$ -Punkt.

Besonderheit bei Metallen: Mindestens ein Band schneidet die Fermienergie (was bei Halbleitern und Isolatoren nicht der Fall ist).

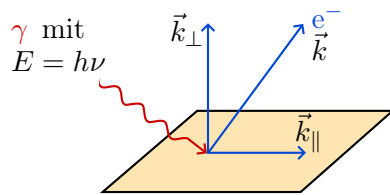
Zustandsdichte für das freie Elektronengas:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad m^*: \text{effektive Masse} \quad \rightarrow \quad \rho(E) = \frac{V}{(2\pi)^3} \oint \frac{ds}{v_g} \quad v_g: \text{Gruppengeschwindigkeit}$$



Wie kann man die Dispersion bestimmen?

↳ (Ultraviolett-)Photoemissionsspektroskopie, kurz UPS



Photonen auf Oberfläche:

$h \cdot \nu \approx 10 - 100 \text{ eV}$  (UPS)  $\rightarrow$  Auslösen von Valenzelektronen

$h \cdot \nu > 100 \text{ eV}$  (XPS)  $\rightarrow$  X: X-Ray

Energieerhaltung

$$E_{\text{kin}} = h\nu - \Phi - E_B$$

liefert uns die Bindungsenergie  $E_B$ .

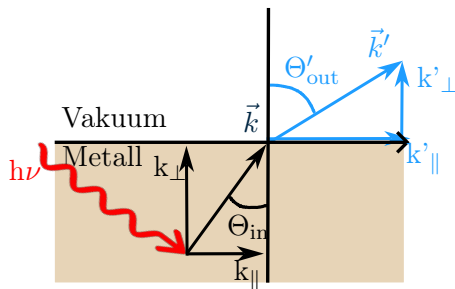
$$E_{\text{kin}} = \frac{\hbar^2}{2m} (k_{\parallel}^2 + k_{\perp}^2)$$

Unsere Energie ist translationsinvariant für  $k_{\parallel}$ , aber nicht für  $k_{\perp}$ , da sich das Potential senkrecht zur Oberfläche ändert.

↳  $h\nu$  ist bekannt,  $E_{\text{kin}}$  kann gemessen werden  $\Rightarrow$  Rückschlüsse auf  $\Phi$  und  $E_B$ .

**Winkelaufgelöste Photoemissionsspektroskopie** (auch: Photoelektronenspektroskopie; kurz ARPES oder ARUPS)

- ↳ Wenn man nicht nur  $\Phi$  und  $E_B$  herausfinden will, sondern auch  $E(k)$  (sprich die Bandstruktur) und die Fermi-Fläche („deformierte Kugel“ um den  $\gamma$ -Punkt, auf deren Oberfläche überall  $E(k) = E_F$  ist):



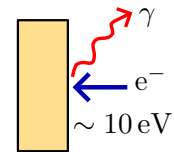
Brechung an der Oberfläche, aber  $k_{||} = k'_{||}$  bleibt erhalten!

$$\vec{k}_{||} = \vec{k} \cdot \sin(\Theta), \quad \vec{k} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E - \Phi)}$$

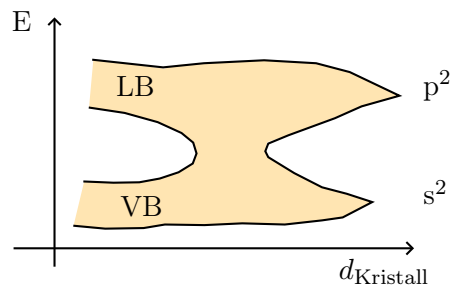
$$\vec{k}'_{||} = \vec{k}' \cdot \sin(\Theta), \quad \vec{k}' = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}E}$$

Nachteil bei der Sache:

- ARPES dauert recht lange, da alle Winkel einzeln vermessen werden müssen  
→ Lösung: UV-Laserpuls, zeitaufgelöste Detektion an Halbkugel (schnellere Elektronen, höhere Energie)
- Funktioniert nur für besetzte Zustände; was tun für höhere?  
→ Lösung: Inverse Photoemission, d.h.  $e^-$  rein,  $\gamma$  raus.  
(Sehr seltener Effekt, zumal Photonen nur bei strahlender Rekombination auftreten. Daher nicht effizient.)



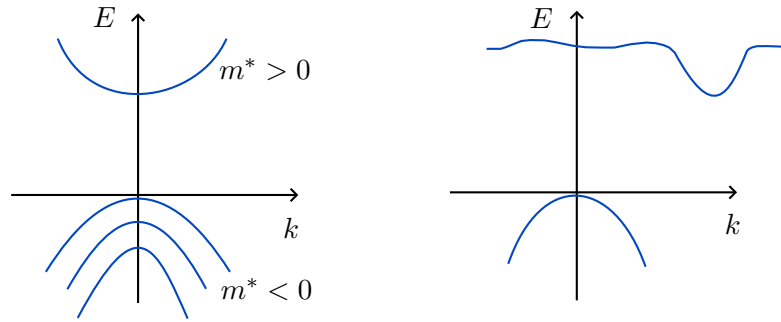
### 6.2.2 Halbleiter



Bei Halbleitern (Si, Ge, GaAs...):  
An OF findet Aufspaltung der s- und p-Zustände statt.

Direkter oder indirekter HL  $\Rightarrow$  LB-Minimum bei  $k = 0$  oder nicht?

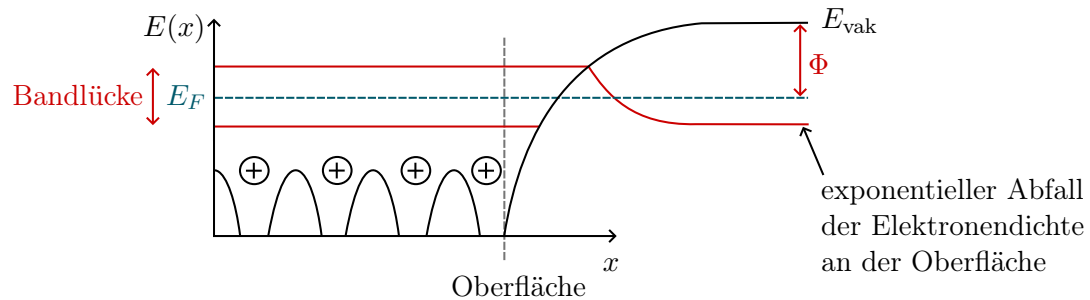
direkter HL (z.B. GaAs) indirekter HL (z.B. Si, Ge)



Effektive Masse:  $\frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2}$

$$E(k) = E_{\text{extr}} + \frac{\hbar^2}{2m} \left( \frac{k_x^2}{m_x^*} + \frac{k_y^2}{m_y^*} + \frac{k_z^2}{m_z^*} \right)$$

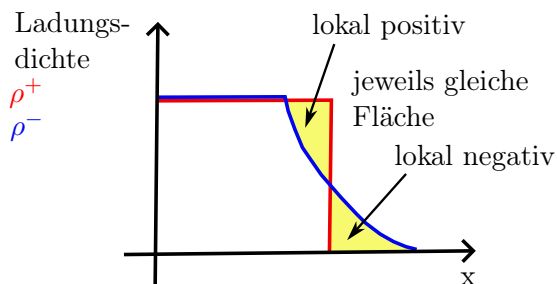
### 6.3 Die Elektronendichte an der Oberfläche



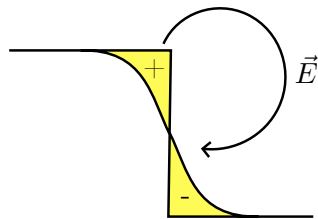
Was passiert mit der Festkörper-Wellenfunktion an der Grenzfläche zum Vakuum?

Lösung der SGL in beiden Gebieten:

- Im Festkörper: Ebene Blochwellen, Energiebänder
- Im Vakuum: exponentiell gedämpfte Wellenfunktion  $e^{ikz}$   
↳ exponentieller Abfall wie im Jellium-Modell vorhergesagt:



Elektronen „lecken“ aus Metall heraus  
→ Ausbildung eines **Oberflächendipols**.  
Aber: Gesamtsystem nach außen neutral.



Gleiches Phänomen an Stufenkanten: **Smoluchowski-Effekt** → Dipol an Stufenkante.

⇒ Austrittsarbeit an Stufen niedriger, denn  $\vec{E}$ -Feld führt zur Fluktuation der Vakuumsenergie, während  $E_F$  konstant bleibt:

$$\Phi = E_{\text{Vak}} - E_F$$

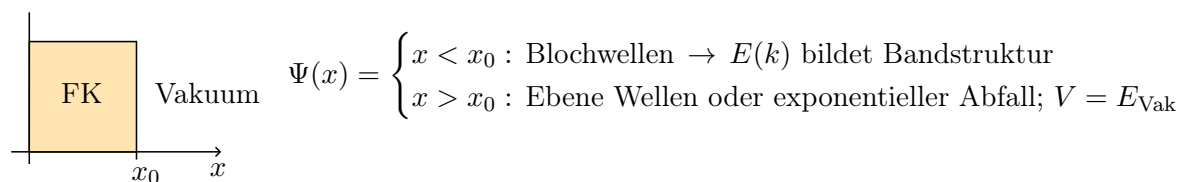
Glatte Flächen:  $\Phi$  größer als bei rauen Flächen.

↳ Wachstumsmodi können über Austrittsarbeit bestimmt werden.

### Austrittsarbeit und Schichtwachstum

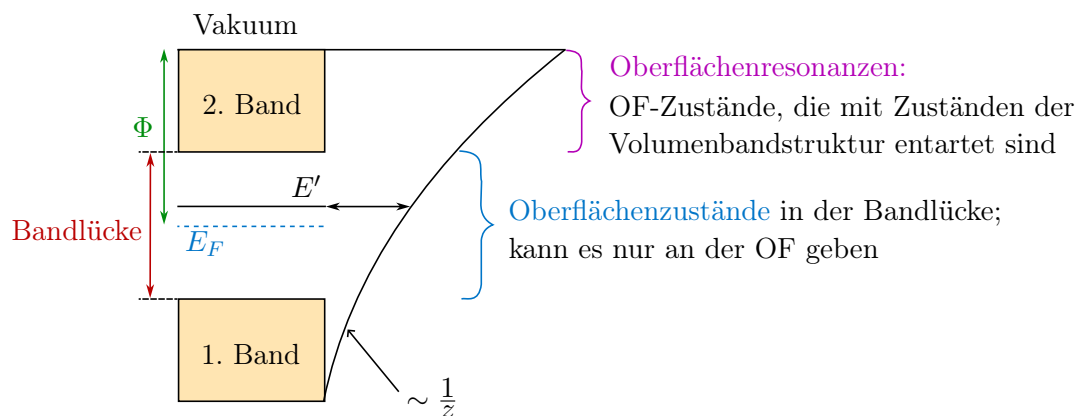
- 2d-Wachstum: wenig Stufenkanten → Austrittsarbeit oszilliert
- Inselwachstum: viele Stufenkanten → Austrittsarbeit sinkt

### Oberflächenzustände



Was passiert an der Grenzfläche selbst?

⇒ An der Oberfläche können neue Zustände entstehen, die im Festkörper verboten sind. Zum Beispiel könnte bei einem Halbleiter ein OF-Zustand vorkommen, dessen Bandenergie die Fermi-Energie berührt (!) → dann würde sich die OF metallisch verhalten, obwohl es das Material selbst nicht ist.



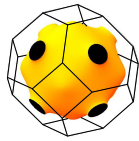
Ein Zustand an der OF, der eine Energie  $E'$  besitzt, die **zwischen den Bändern** liegt, kann weder in den

Kristall eintreten (keine solchen Zustände möglich), noch ins Vakuum (Austrittsarbeit).

### Was man über Oberflächenzustände wissen sollte

- Ein OF-Zustand besitzt ein konstantes Potential in der xy-Ebene  
 $\hookrightarrow$  Entspricht einem 2d-Elektronengas (2DEG); Zustand hat an der Oberfläche eine Dispersion  $E(k_{\parallel}) \rightarrow k_{\parallel}$  ist eine gute Quantenzahl. Dispersion in senkrechter Richtung  $k_{\perp}$  findet **nicht** statt.  $\rightarrow E = E(k_{\parallel}) = \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m}$
- Abbruch der Periodizität an der Oberfläche **kann** zu lokalen Lösungen der Schrödingergleichung an der OF führen, muss es aber nicht.
- Voraussetzung für einen OF-Zustand ist eine Bandlücke  
 $\hookrightarrow$  Bandlücken, die die  $E_F$  enthalten, gibt es bei Halbleitern, selten auch bei Metallen, für die für bestimmte  $k$  keine Blochlösungen existieren.
- Zusätzlich kann es auch an der Oberfläche lokalisierte Zustände geben deren Energie mit Bandenergien entartet sind; diese nennt man **Oberflächenresonanzen**.
- OF-Zustände verlaufen meist etwa parallel zu den 3d-Bandkanten.
- OF-Zustände bei einer reinen, perfekten Oberfläche werden **intrinsisch** genannt, solche bei Defekten, Stufen und Adsorbaten nennt man **extrinsisch**.

### 2DEG mit parabolischer Dispersion



Es ergeben sich Löcher in Form von Ringen in der Fermi-Fläche, genauer beim L-Punkt (= Mitte der Sechsecke in der Brillouin-Zone; gibt es beim fcc  $8x$ ).

Beispiele: Cu, Ag, Au (Au hat sogar zwei Ringe aufgrund der Spin-Bahn-Aufspaltung<sup>9</sup>).

$\hookrightarrow$  Rashba-Effekt: Aufspaltung in zwei antiparallele Spinzustände, vor allem bei schweren Kernen:  $\Delta E \sim Z$

### Wie vermisst man Oberflächenzustände?

- ARPES
- STM  $\rightarrow$  nächstes Kapitel

<sup>9</sup>Eigentlich gibt es immer zwei Ringe (spin up / spin down), doch bei leichten Kernen liegen sie übereinander.

## 6.4 Rastertunnelspektroskopie

Wir erinnern uns an die Tersoff-Hamann-Näherung, bei der die Spitze wie ein einzelnes Atom behandelt wurde  $\rightarrow$  s-Welle.

$T = 0 \rightarrow$  differentielle Leitfähigkeit:

$$\frac{dI}{dU} = \underbrace{\frac{16\pi^3 c^2 \hbar^3 e}{\kappa^2 m^2}}_{\text{const.}} \rho^T \cdot \rho^S(r, eV)$$

$\Rightarrow \frac{dI}{dU}$  ist proportional zur lokalen Zustandsdichte  $\rho^S$  der Probe.

Was kann man damit anfangen?  $\rightarrow$  Legierungspartner (z.B. bei Cr/Fe) identifizieren; Oberflächenzustand / Stufenkante erkennen ( $\rightarrow$  Stufe bei  $\frac{dI}{dV}$ )

$$T \neq 0: \quad \frac{dI}{dV} \sim \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(r, E) \cdot g(E - eV) dE$$

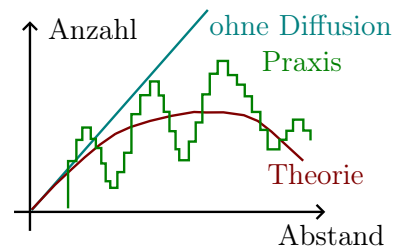
$$\text{mit } g(E) = -\frac{\partial f(E)}{\partial E} = \frac{1}{(e^{(E-E_F)/k_B T})^2} \frac{E}{k_B T} \cdot e^{(E-E_F)/k_B T} \quad f: \text{Fermi-Dirac-Verteilung}$$

$\Rightarrow$  Thermische Verbreiterung

### Stehende Wellen des Oberflächenzustands

Betrachte Verteilung diffundierender Cu-Atome an der Oberfläche. Theoretisch würde man eine zufällige Verteilung erwarten, aber es stellt sich ein typischer Abstand ein.

$\hookrightarrow$  Verteilungsfunktion zeigt Oszillationen auf theoretischer Verteilung.

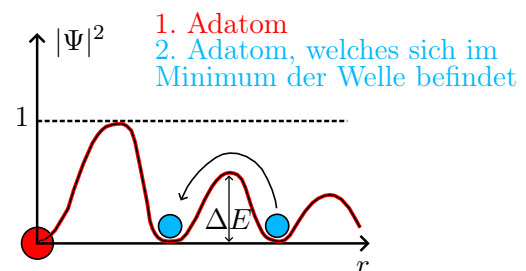


Cu-Atome müssen bei Diffusion das Paarpotential überwinden  $\rightarrow$  Oszillationen sind auf stehende Oberflächenwellen zurückzuführen. Diese wiederum kommen durch Streuung an Defekten zustande.

Paarpotential ist Boltzmann-verteilt, also  $\sim e^{-\frac{\Delta E}{k_B T}}$ .

Wie kann man die stehenden Wellen sichtbar machen?

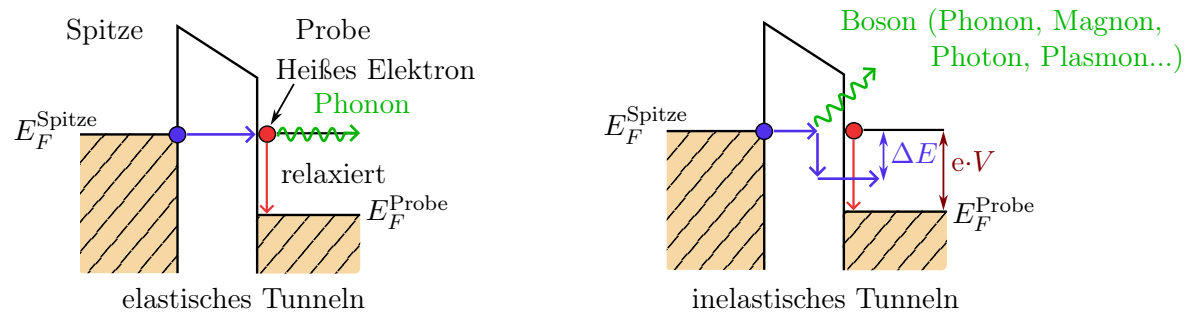
$\hookrightarrow$  Konstruktion eines Quantenrings mit einem STM



## 6.5 Inelastische Tunnelspektroskopie

In der elastischen Tunnelspektroskopie haben wir das elektronische Spektrum untersucht. In der inelastischen Tunnelspektroskopie berücksichtigen wir auch bosonische Anregun-

gen.



Inelastisches Tunneln ist nur erlaubt, wenn der Endzustand des inelastisch gestreuten Elektrons unbesetzt ist:  $\hbar\omega = \Delta E < e \cdot V$

Der inelastische Kanal öffnet sich für  $e \cdot V = \hbar\omega$ .

$I = I_{el} + I_{inel}$ ; d.h. Tunnelstrom steigt durch inelastischen Prozess um ca. 0,1 % an.

Interferenzterme treten **nicht** auf, da die Endzustände der Elektronen unterschiedlich



sind  $\Rightarrow$  Erhöhung des Stroms durch Streuung.

Ableitung der Kennlinie / differentielle Leitfähigkeit (vgl. Unterabschnitt 6.4):

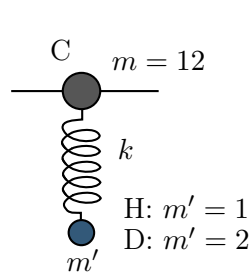
$$\frac{dI}{dV} \sim \rho_{el} |M_t|^2 \text{ (elastisch)} \quad M_t: \text{Tunnelmatrixelement}$$

$$\frac{d^2 I}{dV^2} \sim \rho_{el} \rho_{Bos} |M_s|^2 |M_t|^2 \quad M_s: \text{Streumatrixelement}$$

$\hookrightarrow$  masseabhängig  $\rightarrow$  lässt sich nicht nur zur Element-, sondern auch zur Isotopenbestimmung nutzen:

**Vibrationsspektroskopie** bei Molekülen

z.B. CH: Wasserstoff oder Deuterium?



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{\omega_D}{\omega_H} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,7071$$

Aber: Kohlenstoff schwingt auch, also nutze reduzierte Masse:

$$\frac{1}{m_{\text{red}}} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m'}$$

$$\text{H-C: } \frac{1}{1} + \frac{1}{12} = \frac{13}{12}$$

$$\text{H-D: } \frac{1}{2} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\frac{\omega_D}{\omega_H} = \sqrt{\frac{7}{13}} \approx 0,7338$$

Frequenzverschiebungen lassen sich auch als Peaks von  $\frac{d^2 I}{dU^2}$  messen:

$$\omega_H \rightarrow 358$$

$$\omega_D \rightarrow 260$$

$$\frac{\omega_D}{\omega_H} = \frac{260}{358} \approx 0,74301$$

### Atomare Manipulation

Überlappen sich die Wellenfunktionen von Spitze und Probe (= es kann ein Strom fließen), so muss eine kleine Kraft wirken.

(Wurde im Bardeen-Modell nicht berücksichtigt)

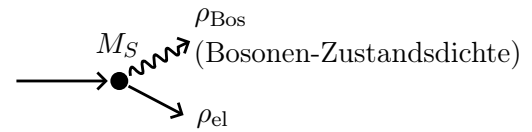
Beim STM kann Strom eingestellt werden:

kleiner Strom  $\rightarrow$  kleiner Überlapp  $\rightarrow$  kleine Kraft

großer Strom  $\rightarrow$  großer Überlapp  $\rightarrow$  große Kraft

Oberflächenatome können mit STM bewegt (gezogen, geschoben) werden. Beispiele:

- Quantenringe  $\rightarrow$  stehende Wellen sichtbar machen
- Aufbau einer Nanostruktur Atom für Atom
- Herstellung einer chemischen Bindung (Atom wird auf Spitze übertragen und an anderer Stelle abgesetzt)



## 6.6 Kondo-Effekt

Magnetische Fremdatome (z.B. Co) in einem nichtmagnetischen Metall (z.B. Cu) führen zu einer Anomalie des Widerstands bei tiefen Temperaturen.

Unterhalb der Kondo-Temperatur steigt der Widerstand an. Steigender Widerstand bedeutet zusätzliche Streuung von Elektronen. Tritt bei nichtmagnetischen (Edel-)Metallen auf.

Der Kondo-Effekt tritt bei „magnetischen“ Verunreinigungen auf, d.h. bei Verunreinigungen, die Spin tragen.

Temperaturabhängigkeit kann nicht durch einfache Streuung erklärt werden.

„dreckige“

Probe

„weniger

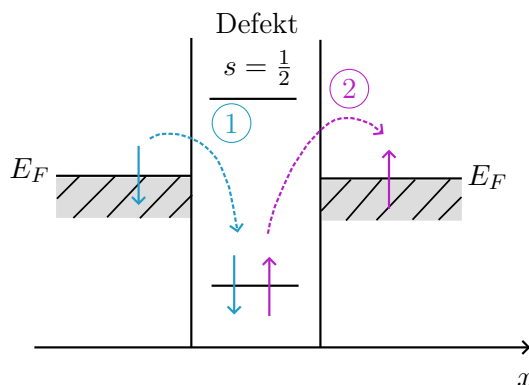
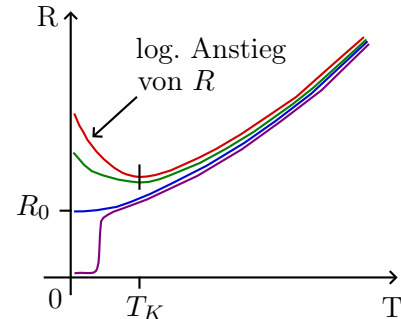
dreckige“

Probe

ideal

Supraleiter

$T_K$ : Kondo-Temperatur



Ein magnetisches Fremdatom in Kontakt mit einem nichtmagnetischen Metall kann seinen Spin in einem zweistufigen Prozess umkehren:

Spin-up wird durch Spin-down ersetzt.

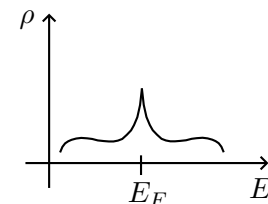
Zwischenzustand schirmt den Spin des Fremdatoms ab: Zusätzliche Zustandsdichte an der Fermikante → Maximum.

Wir erinnern uns: Mit STM kann Zustandsdichte der Elektronen gemessen werden → Nachweis der Kondo-Resonanz.

Ist  $k_B T < |J_{s_1 s_2}|$ , formt sich ein Singulett im Elektronensystem, welches die Energie absenkt.

Der Singulett-Zustand ist an der Fermi-Energie lokalisiert.

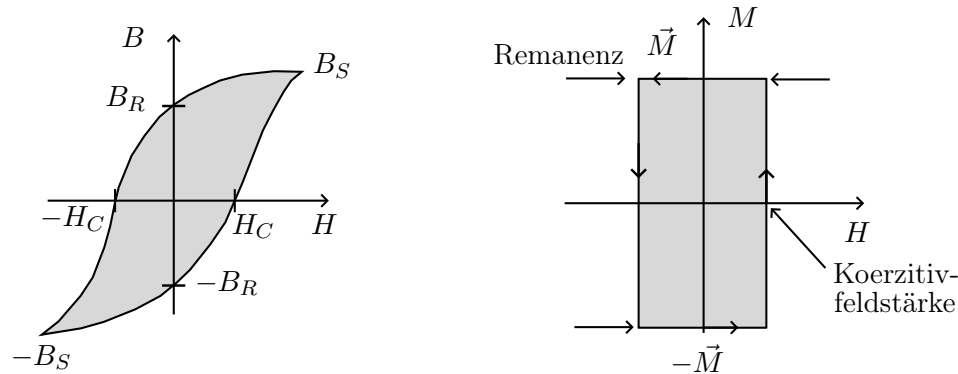
**Quantenteleportation / Fata Morgana**



- Magnetisches Fremdatom im Innern eines leitenden Quantenrings.
- Das Atom erscheint als Punkt in der Zustandsdichte.
- Wird das Fremdatom in einen der Brennpunkte der Ellipse bewegt, erscheint ein zweiter Zustandsdichte-Punkt im zweiten Fokus → verschränkte Zustände. Kondo-Resonanz wird von Oberflächenzustand in den zweiten Fokus gespiegelt.

## 7 Oberflächenmagnetismus

Wir erinnern uns aus dem Grundpraktikum an die Hysterese (Magnetisierung und „Entmagnetisierung“ eines Materials durch ein externes Feld):



- Für  $H = 0$  gibt es zwei stabile Systeme / Zustände  
→ Information kann gespeichert werden.
- Stabilität wird durch die magnetische Anisotropie hervorgerufen (d.h. Magnetisierung stellt sich bevorzugt entlang einer bestimmten Kristallachse ein. Man unterscheidet zwischen **leichten Achsen** → kleines Feld nötig, und **schweren bzw. harten Achsen** → großes Feld nötig).
- Die Energie des Systems ist  $E = E(\vec{M})$ , d.h. sie hängt von der **Richtung** der Magnetisierung ab, nicht nur von der Größe selbst.
- System im Eigenzustand  $\Rightarrow E$  hängt nicht von  $t$  ab.  
Zeitinversion  $T: t \rightarrow -t, \vec{M} \rightarrow -\vec{M}$ , aber  $E \rightarrow E$ .  
Also:  $E(-\vec{M}) = E(\vec{M})$ .

## 7.1 Magnetokristalline Anisotropie

In ferromagnetischen Metallen (Fe, Ni, Co) kommt die Magnetisierung durch die Spins der Leitungselektronen zustande.

Spin-Bahn-WW bewirken eine Richtungsabhängigkeit der Energie.

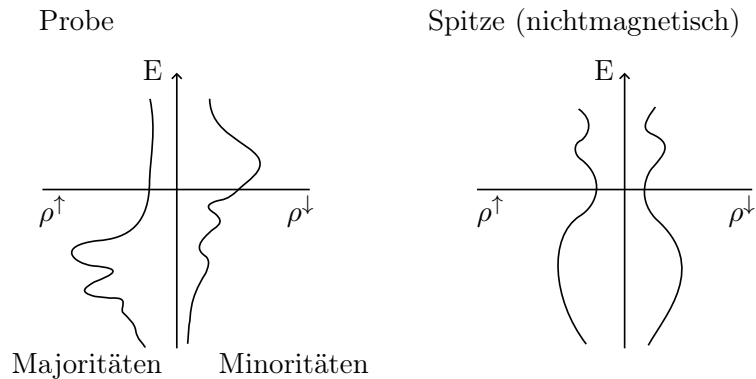
Fremdatome auf Oberfläche: Andere lokale Zustandsdichte, andere Anisotropie als im Volumen.

- Kleine Schichtdicke: Oberflächenanisotropie dominiert.
- 2 – 4 nm Schichtdicke: Leichte Richtung senkrecht zum Film
- über 4 nm: Versetzungen entstehen, Magnetoelastische Anisotropie nimmt ab.

Magnetokristalline Anisotropie kann mithilfe einer Hysteresekurve vermessen werden.

### Spinpolarisierte STM

↳ Methode zur Beobachtung und Untersuchung des Magnetismus auf atomarer Ebene



Zustandsdichte des Ferromagneten spaltet in Majoritäts- ( $\uparrow$ ) und Minoritätsladungsträger ( $\downarrow$ ) auf.

Für nichtmagnetisierte Spitze hängt der Tunnelstrom nicht von der Magnetisierungsrichtung der Probe ab. Majoritäts- bzw. Minoritätsladungsträger tunneln nahe der Fermikante aus der Elektrode ins Vakuum.

Wovon hängt der magnetische Tunnelwiderstand (TMR) ab?

↳ Wenn beide Seiten parallel magnetisiert, ist der TMR 14 % niedriger als im antiparallelen Fall.

$\left\{ \begin{array}{l} \text{Parallel} \\ \text{Antiparallel} \end{array} \right.$  : Elektronen tunneln in unbesetzte Zustände  $\left\{ \begin{array}{l} \text{gleichen} \\ \text{umgekehrten} \end{array} \right.$  Spins.

Bedeutet: Der Bereich zwischen Spitze und Probe wirkt wie eine Art Spin-Ventil, das je nach Spin bestimmte Elektronen wahrscheinlicher durchlässt als andere.

Magnetische Spitzen erzeugen einen topographischen Kontrast aufgrund der Spinpolarisation.

## 8 Übersicht der Experimente

Experiment	Steht für	Ziel	Besonderheiten	Was man misst	Energiebereich
AES	Auger-Elektronen-Spektroskopie	Bindungsenergie, Austrittsarbeit	Unabhängig von Z	Energie des Auger-Elektrons	
XPS	Röntgen-Fluoreszenz	Bindungsenergie; Konzentration der Legierung	Abhängig von Z	$E_{\text{kin}}$ des Austrittselektrons	
LEED	Low energy electron diffraction	Kristallstruktur (reziproker Raum)		Beugungsreflexe / Ewaldkugel	einige eV
LEED-IV	LEED-intensity voltage	Schichtenabstand, Struktur der Einheitszelle		Energie; Intensität → wie viele Lagen durchlaufen	
RHEED	Reflection High Energy Electron Diffraction	Kristallstruktur (reziproker Raum)	auch in-situ möglich	Beugungsreflexe / halbe Ewaldkugel	einige keV
TEAS	Streuung thermischer Heliumatome	Stufenhöhe, Terrassenbreite (wie LEED / RHEED für Isolatoren)	Atome begegnen nur erster Lage; sind ungeladen		einige meV
FEM	Feldelektronenmikroskop	Kristallstruktur im Realraum	Nur für leitfähige Materialien	Beugungsbild	$U = 1-10 \text{ kV}$
FIM	Feldionenmikroskop	Kristallstruktur im Realraum	dito; „Imaging Gas“	Beugungsbild	$U = 1-10 \text{ kV}$

Experiment	Steht für	Ziel	Besonderheiten	Was man misst	Energiebereich
TEM	Transmissions-elektronen-mikroskop	Kristallstruktur	Funktioniert nur mit dünnen Proben ( $< 1 \mu\text{m}$ )	Beugungsbild (bei STEM: Energieverlust)	50 – 200 keV
SEM	Raster-elektronen-mikroskop	Kristallstruktur, Defekte	Funktioniert nur mit dünnen Proben ( $< 1 \mu\text{m}$ )	Rückgestreute Elektronen $\rightarrow$ Energie	1 – 10 keV
STM	Raster-tunnel-mikroskop	Kristallstruktur im Realraum	Nur für leitfähige Materialien	Zustandsdichte der Elektronen $\rightarrow$ Tunnelstrom	
AFM	Rasterkraft-mikroskop	Kristallstruktur im Realraum	Drei untersch. Modi; kein Vakuum nötig	Verbiegung Cantilever / Regelkreis / Frequenzänderung	
HAS	Inelastische Heliumstreuung	Terrassenhöhen und -breiten, Phononen, Desorptionsenergie, Gitterkonstante	Gutes Vakuum nötig, da man sonst Adsorbate vermisst	Energieverlust der He-Atome (Massenspektrometer)	2 – 50 meV
HREELS	Hochauflösende Elektronenenergieverlustspektroskopie	Phononenspektrum (Peak bei welchem Energieverlust)	Auch möglich, Rayleigh-Moden, Adsorbatmoden, Isotope zu unterscheiden	Energie (-verlust) der Elektronen	5 – 1000 meV

Experiment	Steht für	Ziel	Besonderheiten	Was man misst	Energiebereich
IETS	Inelastische Tunnel-spektroskopie	1. Ableitung: Zustands-dichte, 2. Ableitung: Information über Schwingungen, elastische Kanäle	Wird an Stelle fixiert; nur Spannung wird variiert. Masse-abhängig → Isotop-bestimmung	Kennlinie (mit dem Raster-tunnel-mikroskop), 2x ableiten	
IR-FS	Infrarot-Fourier-Spektroskopie	Schwingungs-frequenz der Phononen		Energie der Photonen als elektr. Signale	40-1000 meV
Raman-Streuung		Rauigkeit der Oberfläche (Peaks über Frequenz-verschiebung)	Auch bei hohen Drucken möglich; Kühlung notwendig	Energie-differenz der Photonen	10-1000 meV
Kelvin-Schwinger		Austrittsarbeit → Vorhanden-sein von Stufenkanten, Schicht-wachstum		Kompen-sations-spannung	
UPS	Ultraviolett-photo-emissions-spektroskopie	Bindungs-energie, Austrittsarbeit		Elektronen-energie	10-100 eV
XPS	Röntgen-photo-emissions-spektroskopie	Bindungs-energie, Austrittsarbeit		Elektronen-energie	> 100 eV

Experiment	Steht für	Ziel	Besonderheiten	Was man misst	Energiebereich
ARPES / ARUPS	Winkel-aufgelöste (Ultraviolett) Photo-emissions-spektroskopie	Bindungs-energie, Austrittsarbeit, $k_{\parallel}$ , Bandstruktur	Funktioniert auch invers (Elektron rein, Photon raus)	Elektronen-energie und Austritts-winkel	10-100 eV
Spin-STM	Spin-polarisierte Raster-tunnel-mikroskopie	Magnetischer Tunnel-widerstand (parallel oder antiparallel?)	Spitze ist nicht spin-polarisiert ( $\rightarrow$ Spin-Majoritäten+Minoritäten)	Zustands-dichte $\rightarrow$ Leit-fähigkeit	