

Klassische Experimentalphysik B

Aufgaben und Lösungen

Aufschrieb von Levin, dem Ewig Schwingenden

Sommersemester 2017

Tutoriumsmitschrieb des Moduls Klassische Experimentalphysik B.

Vollständigkeit und Korrektheit kann nicht gewährleistet werden, ich habe jedoch nach bestem Wissen und Gewissen gearbeitet.

Grafiken wurden von mir nach Vorlage meines Mitschriebs mit Tikz und Inkscape erstellt.

Die Energie wird hier mit W bezeichnet, um sie vom elektrischen Feld E zu unterscheiden.

Inhaltsverzeichnis

Übungsblatt 1

A1: Anziehung zwischen Proton und Elektron

Gravitationskraft: $F_G = -\gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = -\gamma \frac{m_e \cdot m_p}{a_0^2} = -3,61 \cdot 10^{-47} \text{ N}$

Elektr. Anziehungskraft: $F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-e) \cdot e}{a_0^2} = -8,2 \cdot 10^{-8} \text{ N}$

Verwendete Konstanten: $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\gamma = 6,674 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

Verhältnis: $\frac{F_G}{F_C} = 4,4 \cdot 10^{-40}$

A2: Teilchen im E-Feld

a) $F = q \cdot E = 3 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 2 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 6 \text{ mN}$

b) $W_{\text{kin}} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{s} = Q \cdot \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \cdot d\vec{s} = Q \cdot E \cdot (r_2 - r_1)$
 $= 3 \cdot 10^{-6} \text{ C} \cdot 2 \cdot 10^3 \text{ N} \cdot 4 \text{ m} = 24 \text{ mJ}$

c) Energieerhaltung: $W_{\text{pot}} \rightarrow W_{\text{kin}}$ (bzw. umgekehrt)

Also: $\Delta W_{\text{pot}} = -W_{\text{kin}} = -24 \text{ mJ}$

d) $U = \Delta\varphi = \varphi(r_2) - \varphi(r_1)$

mit $\varphi(\vec{r}) = \frac{W_{\text{pot}}}{Q}$

also $\Delta\varphi = \frac{\Delta W_{\text{pot}}}{Q} = \frac{-24 \text{ mJ}}{3 \mu\text{C}} = -8 \text{ kV}$

e) $\Delta\varphi = -E\Delta x$ (siehe d))

Also: $\varphi(x) = \varphi_0 - E \cdot x$

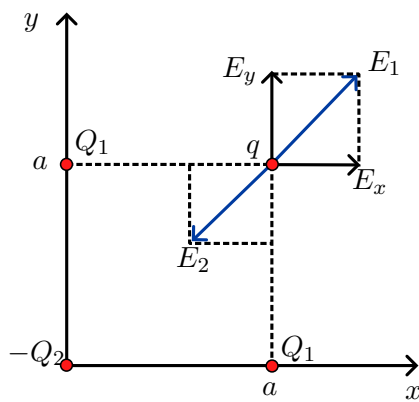
Hier: $\varphi(1) = \varphi_0 - E \cdot 1 \text{ m} = 0$

$$\Rightarrow \varphi_0 = 2 \frac{\text{kN}}{\text{C}} \cdot 1 \text{ m} = 2 \frac{\text{kV}}{\text{m}} \cdot 1 \text{ m} = 2 \text{ kV}$$

Potential: $\varphi = \underbrace{2 \text{ kV}}_{\varphi_0} - \underbrace{2 \frac{\text{kV}}{\text{m}}}_{E} \cdot x$

A3: Kräftegleichgewicht beim Ladungsviereck

a)



Damit Ladung q im Punkt (a, a) keine Kraft erfährt, muss gelten:

$$|\text{Anziehung}| = |\text{Abstoßung}|$$

$$\text{Also: } E_1 + E_2 = 0$$

$$\text{Gesamtladung: } Q = Q_1 + Q_1 + Q_2$$

$$\text{Kraft auf } q: F_c(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot Q}{r^2}$$

$$\text{Feldstärke: } E = \frac{F}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$$

Nun soll auf q keine Kraft wirken:

$$F_c(a, a) = 0 \Rightarrow E(a, a) = 0$$

$$E_x = E_1 \cdot \underbrace{\cos(45^\circ)}_{1/\sqrt{2}} = E_1 \cdot \underbrace{\sin(45^\circ)}_{1/\sqrt{2}} = E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a^2}$$

$$\Rightarrow E_1 = \sqrt{2} \cdot E_x$$

Abstand zwischen Nullpunkt und (a, a) : $\sqrt{2}a$ (durch Satz des Pythagoras)

$$\Rightarrow E_2 = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{2a^2}$$

$$\text{Gesamt: } E_1 + E_2 = \frac{\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{2a^2}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(\sqrt{2}Q_1 - \frac{Q_2}{2} \right) = 0$$

$$\sqrt{2}Q_1 = \frac{Q_2}{2}$$

$$Q_2 = 2\sqrt{2}Q_1$$

$$\text{b) } \varphi(r) = - \int_{\infty}^r E(r) dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

$$\varphi(a, a) = \underbrace{2}_{\substack{\text{für } x \\ \text{und } y}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \underbrace{\left(2 - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right)}_0 \frac{Q_1}{a} = 0$$

A4: Elektrischer Quadrupol

Potential einer Ladung q im Abstand r :

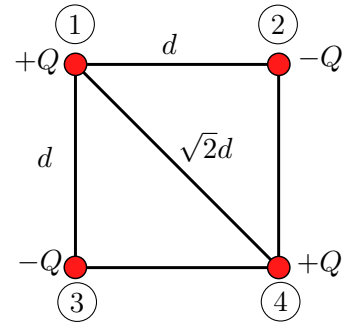
$$\varphi_i(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r}$$

Nun wirkt das Potential von q_i auf eine Ladung q_j :

$$W_{ji} = q_j \cdot \varphi_i(r_{ij}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Nun fügt man eine Ladung nach der anderen hinzu:

$$W = \sum_{j=2}^N \left(\frac{q_j}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{j-1} \frac{q_i}{r_{ij}} \right) \quad \text{Hier: } N = 4$$



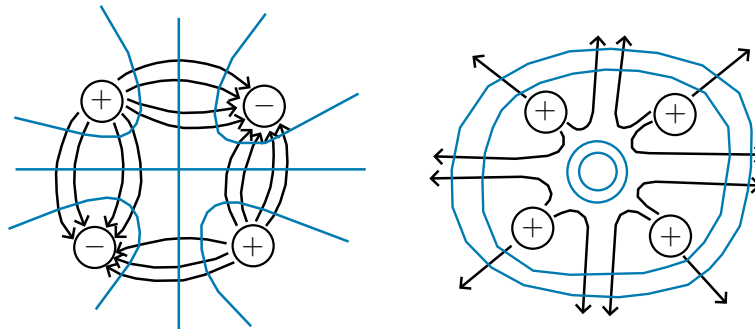
Sieht komplizierter aus, als es ist. Wir fügen eine Ladung nach der anderen hinzu, und schauen jeweils, wie sie sich auf die bereits vorhandenen Ladungen auswirkt.

$$\begin{aligned} \text{a) } W &= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \left(\underbrace{-1}_{(1)+(2)} + \underbrace{\left(-1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)}_{(1)+(2)+(3)} + \underbrace{\left(-1 + 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)}_{(1)+(2)+(3)+(4)} \right) \\ &= -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d} (4 - \sqrt{2}) = -1,19 \cdot 10^{-18} \text{ J} \end{aligned}$$

b) Alle Vorzeichen gleich:

$$W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d} (4 + \sqrt{2}) = 2,49 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

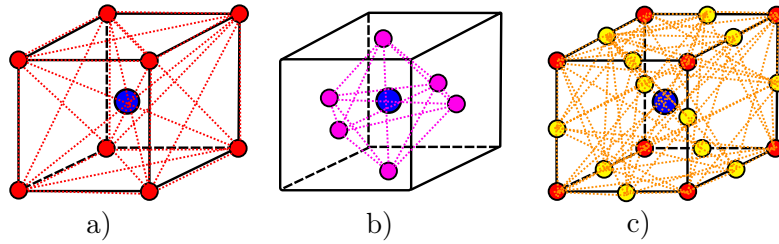
c) Feldlinien (schwarz) und Äquipotentiallinien (blau) in Fall a) (unterschiedliche Ladungen) und Fall b) (gleiche Ladungen)



Überlegungen:

- Symmetrie
- Feldlinien zeigen von + zu -
- Feldlinien schneiden sich nicht
- Äquipotentiallinien \perp Feldlinien

A5: Ladung im Würfel



Potential der Punktladung q im Abstand r :

$$\varphi_i(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \underbrace{\frac{q}{r}}_{\text{optional}}$$

Spannung: Potentialdifferenz, also $\varphi(r_1) - \varphi(r_2)$

a) Würfel: Alle Ecken gleich weit vom Mittelpunkt entfernt, also $|r_1| = |r_2|$.
 $\Rightarrow U = \varphi(r_1) - \varphi(r_2) = 0 \text{ V}$.

b) Analog für die Seitenflächen:
 Gleiche Entfernung zum Mittelpunkt, und somit $U = 0 \text{ V}$.

c) Kantenlänge: a
 $\rightarrow r(\text{Seite}) = \frac{a}{2}$ und $r(\text{Ecke}) = \frac{a}{2}\sqrt{3}$ (Pythagoras)
 $\hookrightarrow U = \varphi(\text{Seite}) - \varphi(\text{Ecke}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{2}{a} - \frac{2}{a\sqrt{3}} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r a} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$

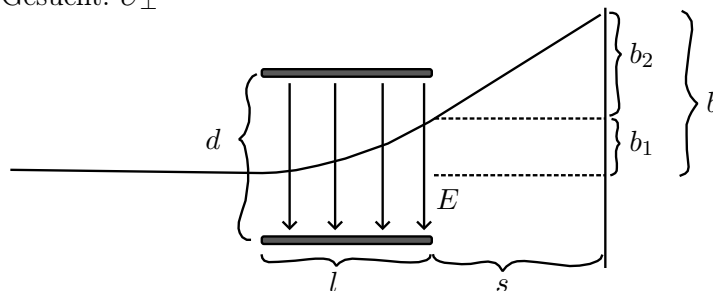
A6: Braunsche Röhre

a) $W_{\text{kin}} = \frac{1}{2}m_e v_0^2 = eU_0$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_e}} = 2,65 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b) $v_{\parallel} = \text{const.} = v_0$, $t_a = \frac{l}{v_{\parallel}}$, $E = \frac{U_{\perp}}{d}$

Gesucht: U_{\perp}



- Ablenkungsbeschleunigung: $F = eE = m_e a_{\perp} \Rightarrow a_{\perp} = \frac{eE}{m_e} = \frac{eU_{\perp}}{m_e d}$

- Weg durch geladene Platten: Parabel (vgl. schiefer Wurf)

$$\text{Austrittshöhe: } b_1 = \frac{1}{2} a_{\perp} t_a^2 = \frac{1}{2} a_{\perp} \frac{l^2}{v_{\perp}^2}$$

- Weg zwischen Platten und Schirm: unbeschleunigt

$$b_2 = v_{\perp} t_s = s \cdot \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} = s \cdot \frac{a_{\perp} \cdot t_a}{v_{\parallel}} = s a_{\perp} \frac{l}{v_{\parallel}^2}$$

- $b = b_1 + b_2 = \frac{a_{\perp} l}{v_{\parallel}^2} \left(\frac{1}{2} l + s \right) = \frac{eU_{\perp}}{m_e \cdot d} \cdot \underbrace{\frac{m_e}{2eU_0}}_{\text{siehe a)}} l \left(\frac{1}{2} l + s \right) = \frac{1}{2} \frac{l}{d} \frac{U_{\perp}}{U_0} \left(\frac{1}{2} l + s \right)$

- Aufgelöst: $U_{\perp} = \frac{2bd}{l \left(\frac{1}{2} l + s \right)}$

- c) Es ändert sich nichts, da sich die Platten- und Anodenspannung gegenseitig ausgleichen.

$$b \sim \frac{a_{\perp}}{v_{\parallel}^2} \sim \frac{U_{\perp}}{U_0}$$

Übungsblatt 2

Was ist eigentlich der Satz von Gauß?

Elektr. Fluss Φ gibt an, wie viel Elektrizität durch eine Fläche strömt.

Mit anderen Worten: „Wie viele Feldlinien gehen durch ein Flächenelement?“

E-Feld muss nicht konstant über ganze Fläche sein, daher differentielle Betrachtung:

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot \cos(\varphi) dA$$

Bedeutung des Flusses:

$$\Phi = 0$$

$$\Phi \neq 0$$

Grafik 1 „So viel, wie reingeht,
geht wieder raus“

Grafik 2 „Es geht mehr bzw.
weniger raus“
↳ Es muss eine elektr.
Quelle / Senke geben

Wir integrieren (\vec{E} sei das Feld einer Punktladung):

$$\begin{aligned}\Phi &= \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint E \cdot \cos(\varphi) dA \\ &= \oint \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \oint dA \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 \\ &= \frac{q}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

hier: $\cos(\varphi) = 1$, da \vec{E} und \vec{A} die
gleiche Richtung haben

A1: Spannung am Draht

$$\begin{aligned} r_1 &= 0,01 \text{ m} & \epsilon_0 &= 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2} \\ r_2 &= 0,05 \text{ m} & \lambda &= 2 \cdot 10^{-8} \frac{\text{C}}{\text{m}} \end{aligned}$$

Draht $\hat{=}$ Zylinder (bzw. Zylindermantel: keine Feldlinien durch Seitenflächen)

Satz von Gauß: $\oint \vec{E} d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$

Fläche eines Zylindermantels: $A_{\text{Mantel}} = 2\pi r \cdot l$

$$\Rightarrow \oint \vec{E} d\vec{A} = \oint E(r) d\vec{A} = E(r) 2\pi r l \stackrel{\text{Gauß}}{=} \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

Aufgelöst nach dem E -Feld: $E(r) = \frac{\lambda l}{2\pi r l \epsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \frac{1}{r}$

Für die Spannung benötigen wir zunächst das Potential:

$$\varphi(r) = - \int_{r_0}^r E(r') dr' = - \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \int_{r_0}^r \frac{1}{r'} dr' = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln \left(\frac{r_0}{r} \right)$$

Somit können wir den Potentialunterschied bestimmen:

$$\begin{aligned} U &= \varphi(r_1) - \varphi(r_2) = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \left(\ln \left(\frac{r_0}{r_1} \right) - \ln \left(\frac{r_0}{r_2} \right) \right) \\ &= \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln \left(\frac{r_0/r_1}{r_0/r_2} \right) = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \ln \left(\frac{r_2}{r_1} \right) = 578,6 \text{ V} \end{aligned}$$

A2: Feld der Isolator-Kugel

Warum muss die Kugel nichtleitend sein?

↳ Ladungen auch im Innern und nicht nur auf der Oberfläche.

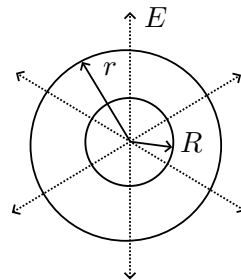
Satz von Gauß: $\oint \vec{E} d\vec{A} = \oint_{\text{Kugel}} E(r) dA$

$$= E(r) 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Kugelsymmetrie: $\vec{E} = E(r) \vec{e}_r$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{q}{4\pi \epsilon_0 r^2} = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{1}{r^2} \int \rho dV$$

a) $E_a(r) = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} \frac{1}{r^2} \rho \int_0^R 4\pi r'^2 dr'$



$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$= \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r}$$

$$\varphi_a(r) = - \int_{\infty}^r E_a(r') \, dr' \quad (\text{Potential soll im Unendlichen 0 sein})$$

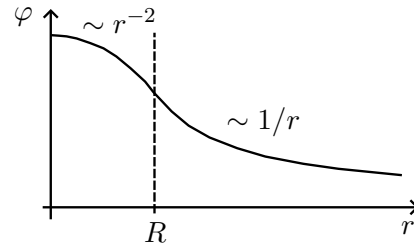
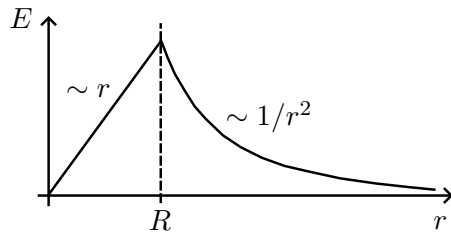
$$= \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0} \int_{\infty}^r \frac{1}{r'^2} \, dr' = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r'} \right]_{\infty}^r$$

$$= \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r}$$

Kugel wird wie Punktladung in „großer“ Kugel betrachtet.

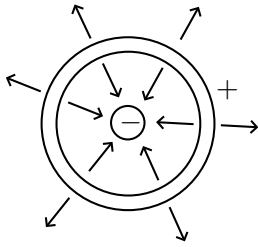
$$\text{b) } E_i(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \rho \int_0^r 4\pi r'^2 \, dr' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2} \cdot \rho \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{\rho}{3 \cdot \epsilon_0} r$$

$$\begin{aligned} \varphi_i(r) &= \varphi_a(R) - \int_R^r E(r') \, dr' = \frac{\rho}{3\epsilon_0} \cdot \frac{R^3}{R} - \left[\frac{\rho}{6\epsilon_0} r'^2 \right]_R^r \\ &= \frac{\rho}{6\epsilon_0} (2R^2 - r^2 + R^2) = \frac{\rho}{6\epsilon_0} (3R^2 - r^2) \end{aligned}$$



A3: Hohlkugel

- a) Kugelsymmetrie: $\vec{E} = E(r) \cdot \vec{e}_r$

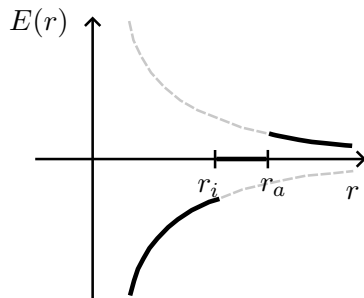


b) $E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$

Innen: $Q = -q \quad \rightarrow \quad E(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$

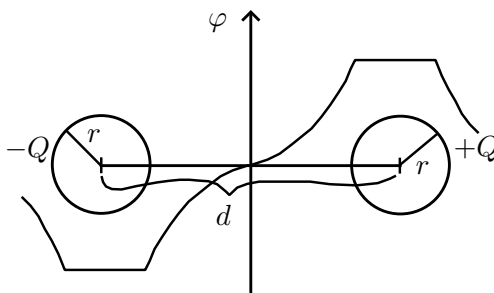
Metall: $E = 0$ (Influenzladungen schirmen Felder ab)

Außen: $Q = 2q - q = q \quad \rightarrow \quad E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$



A4: Zwei geladene Kugeln

- a)



Außenfeld $\hat{=}$ Punktladung in Kugelmitte

b) Superpositionsprinzip:

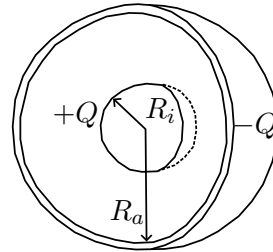
$$\varphi_{\text{ges}}(x) = \varphi_{Q-} + \varphi_{Q+} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{\left| x - \frac{d}{2} \right|} - \frac{Q}{\left| x + \frac{d}{2} \right|} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\frac{d}{2} - x} - \frac{1}{\frac{d}{2} + x} \right)$$

Hier weitermachen!

Übungsblatt 3

A1: Kugelkondensator

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad U &= \int_{r_i}^{r_a} E \, dr = \int_{r_i}^{r_a} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \, dr \\ &= \left[-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \right]_{r_i}^{r_a} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_a} \right) \\ &= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_a - r_i}{r_a \cdot r_i} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{b)} \quad C &= \frac{Q}{U} = \frac{Q \cdot 4\pi\epsilon_0}{Q \cdot \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_a} \right)} = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_a}} \\ &= \frac{4\pi\epsilon_0 r_a r_i}{r_a - r_i} \end{aligned}$$

c) Wir betrachten nun einen Zylinder.

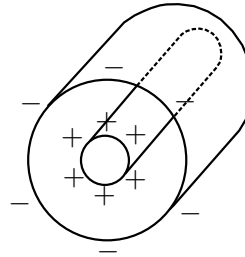
$$\text{Oberfläche: } A = 2\pi r l$$

$$\text{Gauß: } E \cdot 2\pi r l = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \frac{1}{r}$$

$$U = \int_{r_i}^{r_a} E \, dr = \int_{r_i}^{r_a} \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \frac{1}{r} \, dr = \frac{Q \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}{2\pi\epsilon_0 l}$$

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}$$



A2: Plattenkondensator

a) Gauß: $Q = \epsilon_0 E A = \epsilon_0 \frac{U}{d} A$

↳ $C_0 = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 A}{d} = 26,6 \text{ pF}$

$Q_0 = C_0 \cdot U_0 = \frac{\epsilon_0 A U_0}{d} = 3,19 \cdot 10^{-10} \text{ C}$

$W_0 = \frac{1}{2} C_0 U_0^2 = 1,91 \cdot 10^{-9} \text{ J}$

b) Spannungsquelle getrennt: Q kann nicht abfließen $\rightarrow Q = Q_0$

Spannung: $U = \frac{Q d}{\epsilon_0 A} \xrightarrow{d=2d_0} U = 2 U_0$

E-Feld: $E = \frac{U}{d} = \frac{2 U_0}{2 d_0} = E_0$

Verschiebungsdichte: $D = \frac{Q}{A} = \epsilon_0 E_0 = D_0$

Kapazität: $C = \frac{\epsilon_0 A}{d} = \frac{\epsilon_0 A}{2 d_0} = \frac{1}{2} C_0$

Energie: $W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} C_0 \cdot (2 U_0)^2 = C_0 U_0^2$

c) $W(\text{vorher}) = \frac{1}{2} C_0 U_0^2$

$W(\text{nachher}) = C_0 U_0^2$

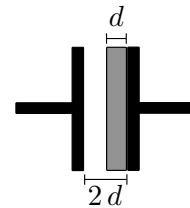
Energieerhaltungssatz:

$\Delta W = C_0 U_0^2 - \frac{1}{2} C_0 U_0^2 = \frac{1}{2} C_0 U_0^2 = 1,91 \cdot 10^{-9} \text{ J}$

Metallplatte: feldfrei (kein Dielektrikum)

↳ „halbiert“ den Kondensator:

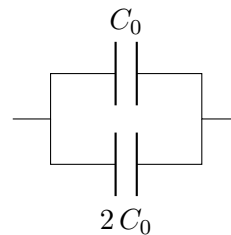
$U = E_0 \cdot (2 d_0 - d_0) = U_0 = 12 \text{ V}$



d) Parallelschaltung:

$C_{\text{ges}} = C_0 + 2 C_0 = 3 C_0$

$U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{3 C_0} = \frac{1}{3} U_0 = 4 \text{ V}$



e) Spannung wird nicht abgeklemmt $\rightarrow U$ bleibt gleich

$C = \frac{1}{2} C_0$ (nicht von Spannung abhängig)

$Q = C \cdot U = \frac{1}{2} C_0 \cdot U_0 = \frac{1}{2} Q_0$

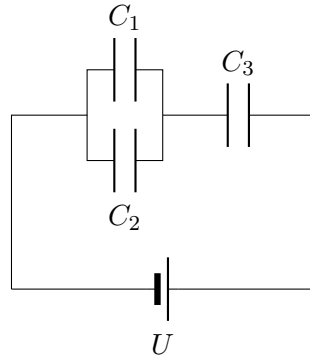
$E = \frac{U}{d} = \frac{U_0}{2 d_0} = \frac{1}{2} E_0$

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} C_0 \cdot U_0^2 = \frac{1}{4} C_0 U_0^2$$

$$\Delta W = \frac{1}{2} C_0 U_0^2 - \frac{1}{4} C_0 U_0^2 = \frac{1}{4} C_0 U_0^2$$

A3: Parallel- und Reihenschaltung von Kondensatoren

a) Schaltbild:



b) Parallel: $C_{\text{ers}} = C_1 + C_2 + \dots$

Reihe: $\frac{1}{C_{\text{ers}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots$

Hier also: $\frac{1}{C_{\text{ers}}} = \frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{C_3}$

$$\hookrightarrow C_{\text{ers}} = 2,42 \cdot 10^{-7} \text{ F}$$

Welche Ladung hat C_{ers} ?

$$Q = C_{\text{ers}} \cdot U = 2,42 \text{ } \mu\text{F}$$

Ladung fließt komplett durch C_3 , also:

$$Q_3 = 2,42 \text{ } \mu\text{C}$$

Wie verteilt sich die Ladung auf die beiden parallelen Widerstände?

$$C_{12} = C_1 + C_2 = 1,25 \text{ } \mu\text{F} \quad \rightarrow \quad U = \frac{Q_3}{C_{12}} = \frac{2,42 \text{ } \mu\text{C}}{1,25 \text{ } \mu\text{F}} = 1,94 \text{ V}$$

$$Q_1 = C_1 \cdot U = 1,94 \text{ } \mu\text{C} \quad , \quad Q_2 = 0,48 \text{ } \mu\text{C}$$

A4: Halbes Dielektrikum

a) Fall 1:

Serienschaltung zweier „Teilkondensatoren“ (einmal mit und einmal ohne Dielektrikum; Abstand je $d/2$)

$$C_1 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d/2} = \frac{2\epsilon_0 \epsilon_r A}{d} = 2\epsilon_r C_0$$

$$C_2 = \epsilon_0 \frac{A}{d/2} = 2C_0$$

$$C_{\text{ges}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} = \frac{4\epsilon_r C_0^2}{2(\epsilon_r + 1)C_0} = \frac{2\epsilon_r C_0}{\epsilon_r + 1}$$

$$\text{Spannung: } U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_0} \frac{\epsilon_r + 1}{2\epsilon_r} = U_0 \frac{\epsilon_r + 1}{2\epsilon_r}$$

$$\text{E-Feld: } E = \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r A} \rightarrow E_1 = \frac{E_0}{\epsilon_r}, \quad E_2 = E_0$$

$$D = \frac{Q}{A} = D_1 = D_2 \quad (\text{unabh. von } \epsilon_r; Q \text{ konstant})$$

$$\text{ebenso } \sigma = \frac{Q}{A} = D$$

$$\text{Energie: } W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C_0} \frac{\epsilon_r + 1}{2\epsilon_r} = \frac{\epsilon_r + 1}{2\epsilon_r} W_0$$

Fall 2:

Parallelschaltung (einmal mit und einmal ohne Dielektrikum, Fläche je $A/2$)

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= \frac{\epsilon_0 \epsilon_r}{d} \frac{A}{2} = \frac{\epsilon_r}{2} C_0 \\ C_2 &= \frac{\epsilon_0}{d} \frac{A}{2} = \frac{1}{2} C_0 \end{aligned} \right\} C_{\text{ges}} = \frac{1}{2} C_0 (1 + \epsilon_r)$$

$$U = \frac{Q}{C} = \frac{2Q}{C_0(1 + \epsilon_r)} = \frac{2}{1 + \epsilon_r} U_0$$

$$\text{E-Feld: } E = \frac{U}{d} = \frac{2}{1 + \epsilon_r} E_0$$

$$D = \epsilon \cdot E, \quad D_1 = \frac{2\epsilon_r}{1 + \epsilon_r} D_0, \quad D_2 = \frac{2}{1 + \epsilon_r} D_0$$

$$\sigma = \frac{Q}{A} = \sigma_0$$

$$W = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} \frac{2}{1 + \epsilon_r} \frac{Q^2}{C_0} = \frac{2}{1 + \epsilon_r} W_0$$

b) Was passiert, wenn nicht Q , sondern U konstant bleibt?

Wir setzen wieder die Kapazitäten wie in a) ein:

$$C = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r + 1} C_0 \quad (\text{Fall 1})$$

$$C = \frac{1 + \epsilon_r}{2} C_0 \quad (\text{Fall 2})$$

Fall 1:

$$Q = C \cdot U = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r + 1} C_0 \cdot U = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r + 1} Q_0$$

$$\begin{aligned}
E &= \frac{Q}{\epsilon_0 \epsilon_r A} \longrightarrow E_1 = \frac{2}{\epsilon_r + 1} E_0 \\
&\quad E_2 = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r + 1} E_0 \\
D &= \frac{Q}{A} = D_1 = D_2 = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r + 1} D_0 = \sigma \\
W &= \frac{1}{2} C U^2 = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r + 1} W_0
\end{aligned}$$

Fall 2:

$$\begin{aligned}
Q &= C \cdot U = \frac{\epsilon_r + 1}{2} Q_0 \\
E &= \frac{U}{d} = E_1 = E_2 = E_0 \\
D &= \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E \longrightarrow \sigma_1 = D_1 = \epsilon_r D_0 \\
&\quad \sigma_2 = D_2 = D_0 \\
W &= \frac{1}{2} C U^2 = \frac{\epsilon_r + 1}{2} W_0
\end{aligned}$$

Übungsblatt 4

A1: Gesamtwiderstand

R jeweils 3Ω

$R_{\text{ges}}?$

- R_a, R_b, R_c : Reihe

$$R_{abc} = R_a + R_b + R_c = 3R = 9\Omega$$

- R_{abc}, R_d : Parallel

$$\frac{1}{R_{abcd}} = \frac{1}{R_{abc}} + \frac{1}{R_d} = \frac{R_d + R_{abc}}{R_{abc} \cdot R_d}$$

$$\hookrightarrow R_{abcd} = \frac{R_{abc} \cdot R_d}{R_d + R_{abc}} = \frac{9\Omega \cdot 3\Omega}{3\Omega + 9\Omega} = \frac{9}{4}\Omega$$

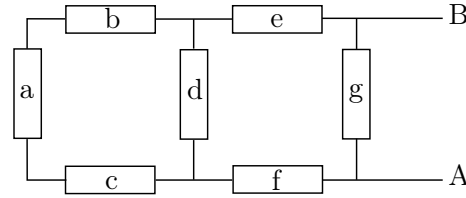
- R_{abcd}, R_e, R_f : Reihe

$$R_{abcde} = R_{abcd} + R_e + R_f = \frac{9}{4}\Omega + 3\Omega + 3\Omega = \frac{33}{4}\Omega$$

- R_{abcde}, R_g : Parallel

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_{abcde}} + \frac{1}{R_g} = \frac{R_g + R_{abcde}}{R_{abcde} \cdot R_g}$$

$$\hookrightarrow R_{\text{ges}} = \frac{R_{abcde} \cdot R_g}{R_g + R_{abcde}} = \frac{\frac{33}{4}\Omega \cdot 3\Omega}{3\Omega + \frac{33}{4}\Omega} = \frac{11}{5}\Omega = 2,2\Omega$$



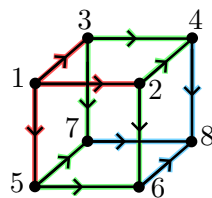
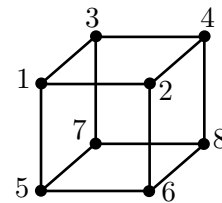
A2: Würfel aus Widerständen

Alle Kanten des Würfels bestehen aus gleichartigen Widerständen.

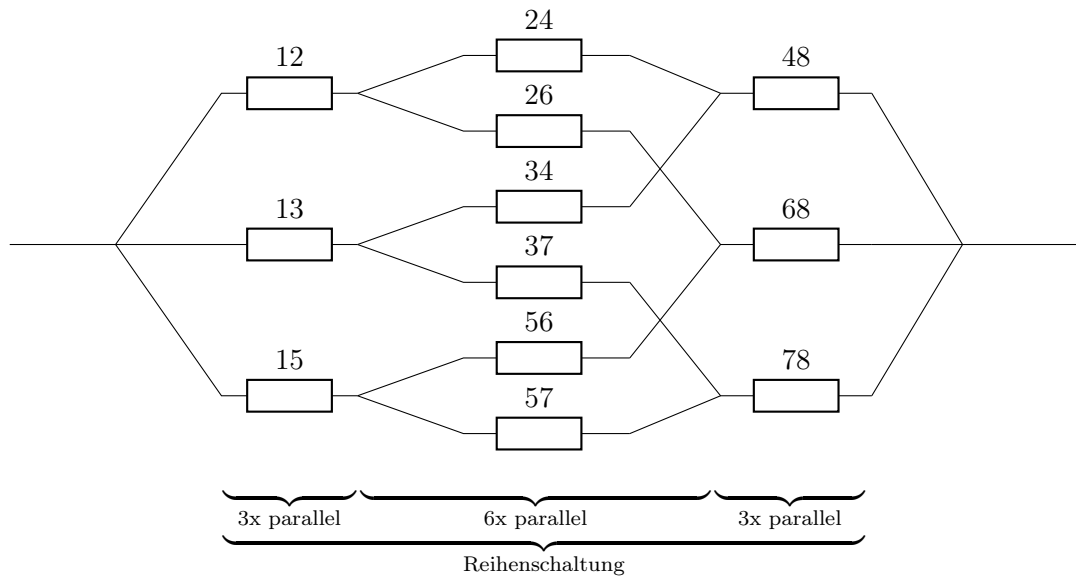
Gesucht: Gesamtwiderstand zwischen den Punkten ① und ⑧.

Wie kann der Strom fließen?

- ↳ Drei Schritte – jeweils einer in x -, y - und z -Richtung –, sodass pro Schritt mehrere Wege möglich sind.



- | | |
|-------------|-----------------|
| 1. Schritt: | 3 Möglichkeiten |
| 2. Schritt: | 6 Möglichkeiten |
| 3. Schritt: | 3 Möglichkeiten |



$$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = 1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m} \cdot \frac{0,1 \text{ m}}{\pi \cdot (0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m})^2}$$

$$\text{Erste Parallelschaltung: } \frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R} \Rightarrow R_1 = \frac{1}{3}R$$

$$\text{Analog dazu: } R_2 = \frac{1}{6}R, \quad R_3 = \frac{1}{3}R$$

$$\text{Reihenschaltung: } R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + R_3 = \frac{5}{6}R = 1,70 \text{ m}\Omega$$

A3: Lampe und Tauchsieder

$$P = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$

Welchen Widerstand haben die beiden Geräte?

$$\text{Lampe: } R_L = \frac{U_0^2}{P_L} = \frac{(115 \text{ V})^2}{60 \text{ W}} = 220,4 \Omega$$

$$\text{Tauchsieder: } R_T = \frac{U_0^2}{P_T} = \frac{(115 \text{ V})^2}{500 \text{ W}} = 26,45 \Omega$$

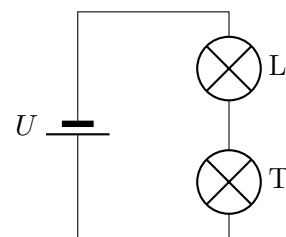
a) L und T in Reihe: $R_{LT} = R_L + R_T = 246,9 \Omega$

Reihe bedeutet: I bei beiden gleich.

$$I = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = \frac{230 \text{ V}}{246,85 \Omega} = 0,932 \text{ A}$$

$$U_L = R_L \cdot I = 205,4 \text{ V}$$

$$P_L = U_L \cdot I = 191,4 \text{ W} \gg 60 \text{ W} \text{ (Kawumm!)}$$



$$U_T = R_T \cdot I = 24,7 \text{ V}$$

$$P_T = U_T \cdot I = 23,0 \text{ W} \ll 500 \text{ W} \text{ (Nichts passiert!)}$$

Fazit: Lampe und Tauchsieder lassen sich nicht in Reihe betreiben.
Die Lampe brennt durch, der Tauchsieder wird nicht warm.

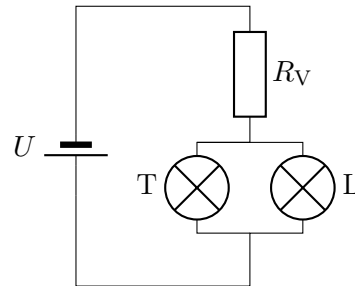
b) L und T parallel:

$$R_{LT} = \frac{R_L \cdot R_T}{R_L + R_T} = 23,62 \Omega$$

An R_V sollen 115 V abfallen.

$$I = \frac{\overbrace{U - U_0}^{U_0}}{R_V} = \frac{U_0}{R_{LT}}$$

$$\Rightarrow R_V = \frac{U - U_0}{U_0} R_{LT} = \frac{U_0}{U_0} R_{LT} = 23,62 \Omega$$



c) $P_V = U_0 \cdot I = P_{LT}$

$$= U_0(I_L + I_T)$$

$$= P_L + P_T$$

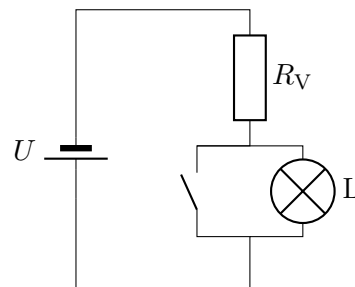
$$= 60 \text{ W} + 500 \text{ W} = 560 \text{ W}$$

d) Reihenschaltung:

$$I = \frac{U}{R_V + R_L} = \frac{230 \text{ V}}{244 \Omega} = 0,94 \text{ A}$$

$$P_L = U_L \cdot I = R_L \cdot I^2 = 194,8 \text{ W} \gg 60 \text{ W}$$

\Rightarrow Birne brennt wieder durch



A4: Autobatterie I

A5: Autobatterie II

A6: Strommessgerät mit Widerstand

Übungsblatt 5

A1: Wheatstone-Brücke

Parallelschaltung: $\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_X}$ (1)

Bedingung: Brückenstrom = 0

Voraussetzung: $U_{\text{Brücke}} = 0$

$$\Rightarrow \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_{\ell-y}}{U_y} \Rightarrow \frac{R_3}{R_2} = \frac{R_\ell - R_y}{R_y} \quad | : R_3$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{R_\ell - R_y}{R_3 \cdot R_y} \stackrel{(1)}{=} \frac{1}{R_1} + R_X$$

Aufgelöst nach R_X :

$$\frac{1}{R_X} = \frac{R_\ell - R_y}{R_3 \cdot R_y} - \frac{1}{R_1} \quad \begin{array}{l} R_1 = R_3 = R_\ell = 1 \text{ k}\Omega \\ R_y = 0,3 \text{ k}\Omega \end{array}$$

$$R_X = \left(\frac{R_\ell - R_y}{R_3 \cdot R_y} - \frac{1}{R_1} \right)^{-1} = 750 \Omega$$

A2: Elektronen im Autokabel

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{n \cdot e \cdot A \cdot u_D \cdot \Delta t}{\Delta t} = n \cdot e \cdot A \cdot u_D$$

Elektronen pro Volumen: $n = \frac{\rho_{\text{Cu}} \cdot N_A}{M_{\text{Cu}}}$

$$\begin{aligned} &= \frac{8930 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 6,023 \cdot 10^{23} \frac{1}{\text{mol}}}{0,0635 \frac{\text{kg}}{\text{mol}}} \\ &= 8,47 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Driftgeschwindigkeit: } u_D &= \frac{I}{n \cdot A \cdot e} = \frac{0,416 \text{ A}}{8,47 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3} \cdot 7,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 \cdot 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}} \\ &= 40,9 \frac{\mu\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

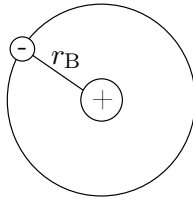
Laufzeit durch das Kabel: $t = \frac{l}{u_D} = 1,22 \cdot 10^5 \text{ s} \hat{=} 33 \text{ h } 57 \text{ min}$

Berechne Flugzeit aus $u_D = a \cdot \tau = \frac{e}{m_e} \cdot \frac{j}{\sigma} \cdot \tau = \frac{j}{ne}$

$$\hookrightarrow \tau = \frac{m_e \cdot \sigma}{ne^2} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 59 \cdot 10^6 \frac{1}{\Omega \cdot \text{m}}}{8,47 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3} \cdot (1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2} = 2,47 \cdot 10^{-14} \text{ s}$$

A3: Kreisbahn beim Wasserstoffatom

a)



Bohr-Radius: $r_B = 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}$

Kräftegleichgewicht: $F_C = F_Z$

$$\hookrightarrow \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_B^2} = m_e \omega^2 r_B = m_e (2\pi f)^2 r_B$$

Aufgelöst nach f : $f^2 = \frac{1}{(2\pi)^2} \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m_e r_B^3}$

$$\begin{aligned} \Rightarrow f &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{m_e r_B^3}} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{4\pi \cdot 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}} \cdot \frac{(1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m})^3}} \\ &= 6,58 \cdot 10^{15} \text{ Hz} \end{aligned}$$

b) $I = \frac{e}{T} = e \cdot f = 1,05 \text{ mA}$

c) Biot-Savart: $dH = \frac{I ds}{4\pi r^2} \cdot \underbrace{\sin(\varphi)}$
 Hier: $\sin(\varphi) = 1$, da $d\vec{s} \perp \vec{r}$

$$\begin{aligned} B &= \mu_0 \int_0^{2\pi} dH = \mu_0 \int_0^{2\pi} \frac{I ds}{4\pi r^2} = \mu_0 \frac{I}{4\pi r^2} \cdot \int_0^{2\pi} ds \\ &= \mu_0 \cdot \frac{I}{4\pi r^2} \cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{I}{2r} \\ &= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot \frac{1,05 \cdot 10^{-3} \text{ A}}{2 \cdot 5,29 \cdot 10^{-11} \text{ m}} = 12,5 \text{ T} \end{aligned}$$

A4: Elektronengeschwindigkeit im Feld

$\vec{E} \perp \vec{B} \perp \vec{v}$: Kräfte durch Felder wirken sich vollständig aus.

E-Feld \longrightarrow bewirkt elektrische Kraft F_E

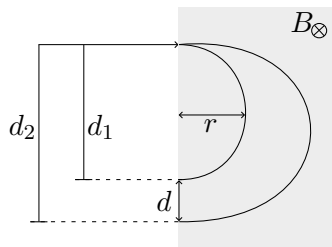
B-Feld \longrightarrow bewirkt Lorentzkraft F_L

Gleichsetzen: $F_L = F_E$

$$q \cdot v \cdot B = q \cdot E$$

$$\hookrightarrow v = \frac{E}{B} = \frac{1,1 \cdot 10^4 \frac{\text{V}}{\text{m}}}{2,5 \cdot 10^{-3} \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}} = 4,4 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A5: Ionen im Magnetfeld



Lorentzkraft (Magnetfeld lenkt geladenes Teilchen ab)
wirkt als Zentripetalkraft (Kraft zum Kreismittelpunkt;
hält Teilchen auf Kreisbahn).

Gleichsetzen: $F_L = F_Z$

$$\hookrightarrow e \cdot v \cdot B = \frac{m}{r} v^2 \Rightarrow r = \frac{mv}{eB}$$

$$\text{a) } d = 2r_2 - 2r_1 = \frac{2(m_2 - m_1) \cdot v}{eB}$$

$$\left. \begin{array}{l} m_1 = 16 m_p \quad (8p^+, 9e^-, 8n^0) \\ m_2 = 18 m_p \quad (8p^+, 9e^-, 10n^0) \end{array} \right\} \Delta m = 2 m_p$$

$$d = \frac{2 \cdot (2 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}) \cdot 2 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,5 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}} = 0,0167 \text{ m} = 1,67 \text{ cm}$$

$$\text{b) Analog: } \left. \begin{array}{l} m_1 = 37 m_p \\ m_2 = 35 m_p \end{array} \right\} \Delta m = 2 m_p$$

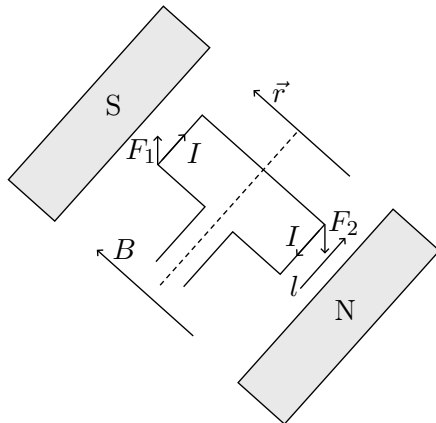
$$\hookrightarrow d = 1,67 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } L &= r \cdot m \cdot v = \underbrace{\frac{m \cdot v}{e \cdot B}}_r \cdot m \cdot v = \frac{m^2 \cdot v^2}{e \cdot B} \\ &= \frac{(16 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg})^2 \cdot \left(2 \cdot 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,5 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2}} \\ &= 3,57 \cdot 10^{-22} \frac{\text{kg m}^2}{\text{s}} \end{aligned}$$

A6: Magnetfeld zwischen Drahtringen

Übungsblatt 6

A1: Drehspulmessgerät



$$U_{\text{ind}} = -N \cdot \frac{d\varphi}{dt}$$

$$F_L = N \cdot I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

$$M = N \cdot I \cdot \vec{r} \times \vec{l} \times \vec{B}$$

$$\hookrightarrow \varphi \sim M \sim F_L \sim N \cdot I$$

$$\Rightarrow \varphi_B = \varphi_A \cdot \frac{N_B \cdot I_B}{N_A \cdot I_A}$$

a) Serienschaltung: $I_A = I_B$

$$\hookrightarrow \varphi_B = \varphi_A \cdot \frac{N_B}{N_A} = 6 \text{ Skt.} \cdot \frac{100}{50} = 12 \text{ Skt.}$$

b) Parallel: $U_A = U_B$

$$I = \frac{U}{R}$$

$$I_B = \frac{R_A \cdot I_A}{R_B}$$

$$\varphi_B = \varphi_A \cdot \frac{R_A \cdot N_B}{R_B \cdot N_A} = 6 \text{ Skt.} \cdot \frac{10 \Omega \cdot 100}{40 \Omega \cdot 50} = 3 \text{ Skt.}$$

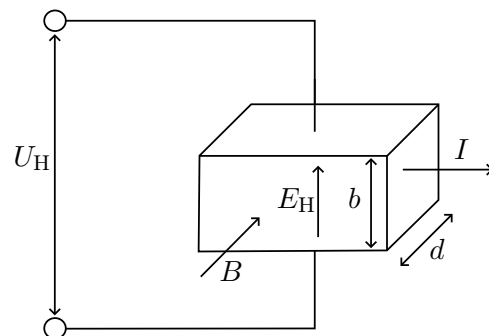
A2: Hallsonde

a) $I = j \cdot A = \underbrace{n \cdot u_D \cdot e}_{\text{Stromdichte } j} \cdot \underbrace{b \cdot d}_A$

$$\hookrightarrow u_D = \frac{I}{n \cdot e \cdot b \cdot d}$$

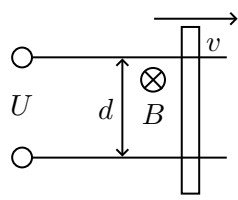
$$\underbrace{q \cdot u_D \cdot B}_{\text{Lorentz-Kraft}} = \underbrace{q \cdot E_H}_{\text{Coulomb-Kraft}} \quad | : q$$

$$E_H = \frac{1}{n \cdot e \cdot b \cdot d} \cdot B = \frac{U_H}{b}$$



Aufgelöst nach n :
$$n = \frac{I}{e \cdot d \cdot U_H} = \frac{0,1 \text{ A}}{1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,01 \text{ m} \cdot 10^{-3} \text{ V}} \cdot 1 \text{ T}$$
$$= 6,24 \cdot 10^{22} \frac{1}{\text{m}^3}$$

A3: Induktionsspannung zwischen Schienen



$$|U_{\text{ind}}| = \left| -\frac{d\Phi}{dt} \right| = \left| -\frac{d(A \cdot B)}{dt} \right| = |-B\dot{A}|$$

$$A = d \cdot v$$

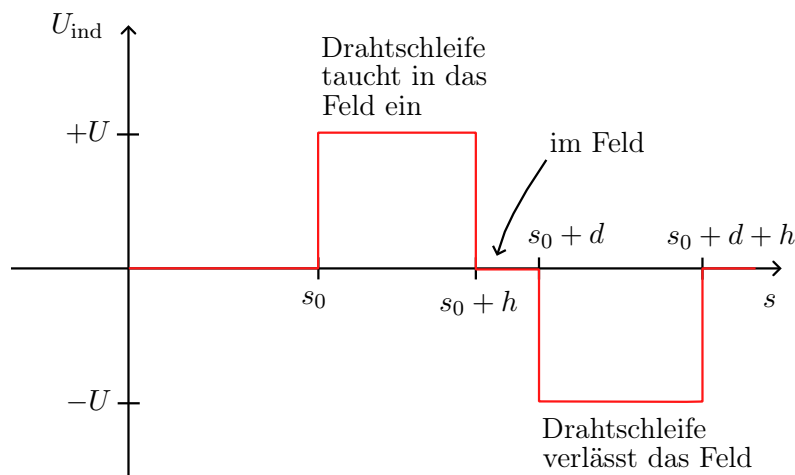
B nicht direkt senkrecht: $B_{\perp} = B \cdot \cos(65^{\circ})$

$$200 \text{ km/h} = 55,56 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\begin{aligned} |U_{\text{ind}}| &= |-B \cdot \cos(65^{\circ}) \cdot d \cdot v| \\ &= |-4 \cdot 10^{-5} \text{ T} \cdot \cos(65^{\circ}) \cdot 1,5 \text{ m} \cdot 55,56 \frac{\text{m}}{\text{s}}| \\ &= 1,41 \cdot 10^{-3} \text{ V} = 1,41 \text{ mV} \end{aligned}$$

A4: Drahtschleife durchläuft Feld

a)



b) U_{ind} bei Änderung von A :

$$\begin{aligned} |U_{\text{ind}}| &= N \cdot \vec{B} \cdot \frac{d\vec{A}}{dt} \\ &= N \cdot B \cdot l \cdot v \\ &= 1 \cdot 1,5 \text{ T} \cdot 0,05 \text{ m} \cdot 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}} \\ &= 7,5 \text{ mV} \end{aligned}$$

mit $A = l \cdot b$,

$N = 1$ (Anzahl der Windungen),

$$v = \frac{db}{dt}$$

c)
$$I = \frac{U}{R} = \frac{7,5 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{3 \cdot 10^{-3} \Omega} = 2,5 \text{ A}$$

Kraft auf stromdurchflossenen Leiter: $F = I \cdot B \cdot s$ (Merksspruch: „Fibs“)

bzw. hier: $F = I \cdot B \cdot l = 2,5 \text{ A} \cdot 1,5 \text{ T} \cdot 0,05 \text{ m} = 187,5 \text{ mN}$

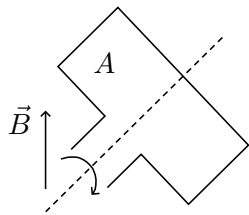
- d) Maximale Geschwindigkeit wird erreicht, wenn $F_G = F_L$:

$$\begin{aligned} m \cdot g &= I \cdot l \cdot B \\ &= \frac{U}{R} \cdot l \cdot B \quad | \text{ mit } U = B \cdot l \cdot v \text{ (siehe Teil b)) folgt:} \\ &= \frac{B \cdot l \cdot v}{R} \cdot l \cdot B \\ m \cdot g &= \frac{B^2 \cdot l^2 \cdot v}{R} \end{aligned}$$

Aufgelöst nach v:

$$\begin{aligned} v &= \frac{m \cdot g \cdot U}{B^2 \cdot l^2} = \frac{0,002 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \Omega}{(1,5 \text{ T})^2 \cdot (0,05 \text{ m})^2} \\ &= 1,05 \cdot 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,05 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \end{aligned}$$

A5: Drehende Spule



$$\begin{aligned} U_{\text{ind}} &= -N \cdot \frac{d}{dt} \int \vec{B} \cdot d\vec{A} \\ &= -N \frac{d}{dt} \Phi = -N \frac{d}{dt} (\vec{B} \cdot \vec{A}) \end{aligned}$$

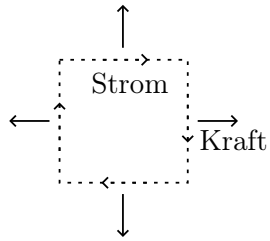
- a) A verändert sich wegen Drehung, B bleibt konstant.

$$\begin{aligned} |U_{\text{ind}}| &= -\frac{d}{dt} (N \cdot B \cdot A \cdot \cos(\omega t)) = N \cdot B \cdot A \cdot \omega \cdot \sin(\omega t) \\ &= 100 \cdot 0,2 \frac{\text{Vs}}{\text{m}^2} \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 200 \frac{1}{\text{s}} \cdot \sin(\omega t) \\ &= 4 \text{ V} \cdot \sin(\omega t) \end{aligned}$$

- b) Diesmal bleibt A konstant, B ändert sich.

$$\begin{aligned} |U_{\text{ind}}| &= \left| -N \frac{d}{dt} (B \cdot A \cdot \cos(\varphi)) \right| \\ &= \left| -N \cdot A \cdot \frac{d}{dt} B \right| = \left| -N \cdot A \cdot \frac{0,2 \text{ Vs/m}^2}{0,5 \text{ s}} \right| \\ &= 0,04 \text{ V} \end{aligned}$$

c) Zeichnerisch:

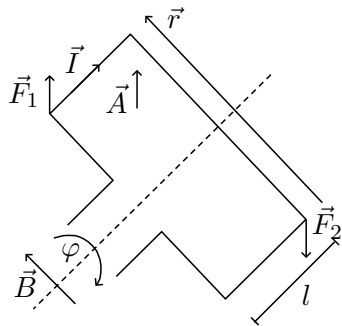


Rechte-Hand-Regel:

Lorentz-Kräfte heben sich gegenseitig auf

↳ Kein Drehmoment

Rechnerisch:



$$\vec{F}_1 = N \cdot I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

$$\vec{F}_2 = -N \cdot I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

$$\vec{M} = \left(\frac{\vec{r}}{2} \times \vec{F}_1 \right) + \left(-\frac{\vec{r}}{2} \times \vec{F}_2 \right)$$

$$= N \cdot I \cdot \vec{r} \times \vec{l} \times \vec{B}$$

$$= N \cdot I \cdot \vec{A} \times \vec{B}$$

$$= N \cdot I \cdot \vec{A} \cdot \vec{B} \cdot \sin(\alpha)$$

$$= 0$$

Übungsblatt 7

A1: Induktion im Stromkabel

- a) Satz von Stokes: (Kreis mit Abstand r um das Kabel)

$$I = \oint \vec{H} d\vec{s} = H \cdot 2\pi r \quad \Rightarrow \quad H = \frac{I}{2\pi r}$$

$$\text{Magnetische Flussdichte: } B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 50 \text{ A}}{2\pi \cdot 0,5 \text{ m}} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

- b) Induktionsgesetz:

$$U_{\text{ind}} = \frac{d}{dt} (\vec{A} \times \vec{B}) = \frac{d}{dt} (A \cdot B \cdot \cos(\alpha))$$

$$U_{\text{ind}} \text{ maximal} \Leftrightarrow \alpha = 0^\circ, \text{ d.h. } A \parallel B$$

Feldlinien senkrecht zum Strom ($B \perp I$), also ($A \perp I$).

$$\begin{aligned} \text{c) } U_{\text{ind}} &= -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \cdot A \cdot \frac{dB}{dt} \\ &= -N \cdot A \cdot \frac{d}{dt} (B_0 \cdot \sin(\omega t)) \\ &= -N \cdot A \cdot \omega \cdot B_0 \cdot \cos(\omega t) \\ &= 1,88 \text{ mV} \end{aligned}$$

A2: Spule in Spule

- a) Magnetische Erregung:

$$H = I \cdot \frac{N}{l} = \frac{10 \text{ A} \cdot 2000}{0,2 \text{ m}} = 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}}$$

$$\text{b) } U_{\text{ind}} = -\frac{d}{dt} \Phi \quad | \text{ integrieren}$$

$$\begin{aligned} \int U_{\text{ind}} dt &= -\Delta\Phi = -\Delta B \cdot A \\ &= -\mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \cdot A \\ &= -4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \\ &= -1,26 \cdot 10^{-4} \text{ Vs} \end{aligned}$$

Beim Ausschalten mit umgekehrtem Vorzeichen:

$$\int U_{\text{ind}} dt = 1,26 \cdot 10^{-4} \text{ Vs}$$

$$\begin{aligned} \text{c) } \int U_{\text{ind}} dt &= -(B_{\text{Mat}} - B_{\text{Luft}}) A \\ &= -(\mu_r - 1) H \cdot A \cdot \mu_0 \end{aligned}$$

Aufgelöst nach μ_r :

$$-\frac{\int U_{\text{ind}} dt}{\mu_0 H \cdot A} = \mu_r - 1 \quad | +1$$

$$\mu_r = 1 - \frac{\int U_{\text{ind}} dt}{\mu_0 H \cdot A} \quad | \text{ Hier die Werte aus Teil b) einsetzen}$$

$$= 1 - \frac{1 \cdot 10^{-8} \text{ Vs}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 10^{-3} \text{ m}^2} = 0,99992 < 1.$$

$\mu_r < 1$ bedeutet diamagnetisch.

A3: Zylindrische Spule

$$\text{a) } H = \frac{N \cdot I}{l} \Rightarrow l = \frac{N \cdot I}{H} = \frac{5000 \cdot 60 \text{ A}}{6 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}}} = 0,5 \text{ m}$$

Energie = Energiedichte · Volumen

$$W = w \cdot V$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2} \mu_0 \mu_r H^2}_{w} \cdot V = \frac{1}{2} H \cdot B \cdot V$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \left(6,0 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}} \right)^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 1 \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$= 226,2 \text{ J}$$

$$\text{b) } L = \mu_r \cdot \mu_0 \cdot A \cdot \frac{N^2}{l} = 1 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \frac{(5000)^2}{0,5 \text{ m}} = 126 \text{ mH}$$

$$\text{c) } \Delta Q = \int I dt = \frac{\int U_{\text{int}} dt}{R} = \frac{-N \Delta \Phi}{R}$$

$$= \frac{-N \cdot A \cdot \Delta B}{R} = \frac{N \cdot A \cdot \mu_0 \cdot H}{R}$$

$$= \frac{5000 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 6 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}}}{38 \Omega}$$

$$= 0,198 \text{ C}$$

A4: Transformator

a) Gleiches $\frac{d\Phi}{dt}$ durch beide Spulen: Induzierte Spannung pro Windung, d.h. $\frac{U}{N}$, bei beiden gleich.

$$\frac{U_{\text{ind1}}}{U_{\text{ind2}}} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{4,4 \text{ kV}}{220 \text{ V}} = 20 \text{ b)}$$

b) Widerstand auf 10 km:

$$R = 0,002 \frac{\Omega}{\text{km}} \cdot 10 \text{ km} = 0,02 \Omega$$

$$P = U \cdot I = R \cdot I^2 = R \cdot \left(\frac{P}{U}\right)^2$$

$$\begin{aligned} \frac{P_{R,230V}}{P} &= 0,02 \Omega \cdot \left(\frac{200 \text{ kW}}{230 \text{ V}}\right)^2 \cdot \frac{1}{200 \text{ kW}} \\ &= 0,076 \hat{=} 7,6 \% \end{aligned}$$

$$P_{R,4,6\text{kV}} = 0,02 \Omega \cdot \left(\frac{200 \text{ kW}}{4,6 \text{ kV}}\right)^2 = 37,81 \text{ W}$$

Übungsblatt 8

A1: Lichtwelle im Medium

- a) Allgemeine Form der Wellengleichung:

$$E(x, t) = E_0 \cdot \sin(\omega t - kx)$$

$$\text{Hier: } E(x, t) = \underbrace{20 \frac{\text{V}}{\text{m}}}_{E_0} \cdot \cos \left(\underbrace{9 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}}}_{\omega} \cdot t - \underbrace{6 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}}_{k} \cdot x \right)$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$\hookrightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 6,98 \cdot 10^{-16} \text{ s}$$

$$k \cdot \lambda = 2\pi$$

$$\hookrightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 1,05 \cdot 10^{-7} \text{ m} = 105 \text{ nm}$$

- b) Licht im Medium: $c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$

$$\text{Brechungsindex: } n = \frac{c_0}{c} = \frac{c_0 k}{\omega} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 6 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{m}}}{9 \cdot 10^{15} \frac{1}{\text{s}}} = 2$$

- c) Intensität: Energie pro Zeit und Fläche.

Idee dahinter: $w_{\text{el}} = w_{\text{magn}}$

$$\frac{\epsilon_0 \cdot E^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0} \quad ; \quad \text{aufgelöst nach } B: \quad B = \underbrace{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}_{1/c} \cdot E$$

$$\hookrightarrow E = c \cdot B \quad \text{bzw.} \quad B = \frac{E}{c}$$

$$I = \frac{E_0 \cdot B_0}{2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r} = \frac{E_0^2}{2 \cdot \mu_0 \cdot \mu_r \cdot c} \cdot \frac{k}{\omega} \quad (\text{da im Medium})$$

$$= \frac{\left(20 \frac{\text{V}}{\text{m}}\right)^2}{2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{A}} \cdot 1 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}} \cdot 2 = 1,06 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 1,06 \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \text{s}}$$

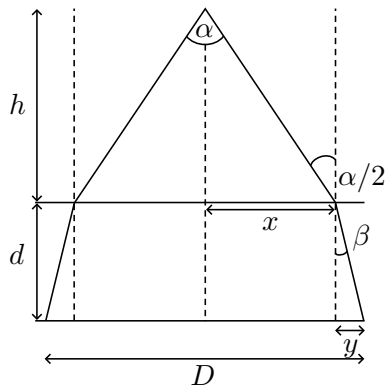
- d) Welle: Periodisch in Ort UND Zeit.

$$y(x, t) = y_0 \cdot \sin(\omega t - kx)$$

Schwingung: Periodisch in der Zeit.

$$y(x, t) = y_0 \cdot \sin(\omega t)$$

A2: Lichtkegel in Plexiglas



$$D = 2(x + y)$$

$$n_{\text{Luft}} \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = n_{\text{Plex}} \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin(\beta) = \frac{n_{\text{Luft}}}{n_{\text{Plex}}} \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{1}{1,5} \cdot \sin(15^\circ)$$

$$\Rightarrow \beta = 9,94^\circ$$

$$\tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{x}{h}$$

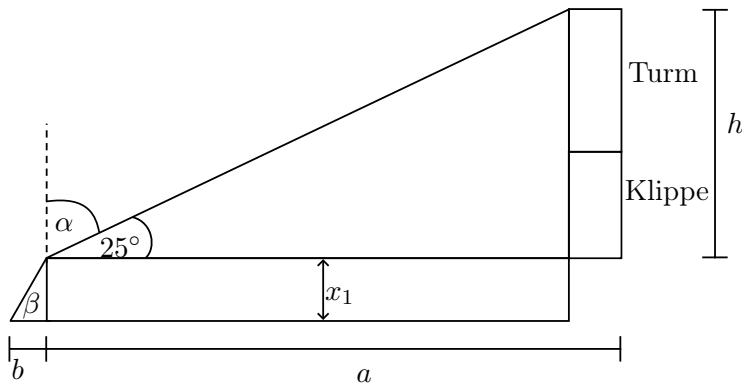
$$x = h \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 0,067 \text{ m}$$

$$y = \frac{D}{2} - x = \frac{0,15 \text{ m}}{2} - 0,067 \text{ m} = 0,008 \text{ m} = 8 \text{ mm}$$

$$\tan(\beta) = \frac{y}{d} \Rightarrow d = \frac{y}{\tan(\beta)} = 0,046 \text{ m} = 4,6 \text{ cm}$$

A3: Turm wirft Schatten

a)



$$\tan(25^\circ) = \frac{h}{a}$$

$$\Rightarrow a = \frac{h}{\tan(25^\circ)} = \frac{125 \text{ m}}{\tan(25^\circ)} = 268 \text{ m}$$

b) Gesamtlänge: $a + b$

$$n_{\text{Luft}} \cdot \sin(\alpha) = n_{\text{Wasser}} \cdot \sin(\beta)$$

$$\sin(\beta) = \frac{n_{\text{Luft}}}{n_{\text{Wasser}}} \cdot \sin(\alpha)$$

$$\hookrightarrow \beta = 44,2^\circ$$

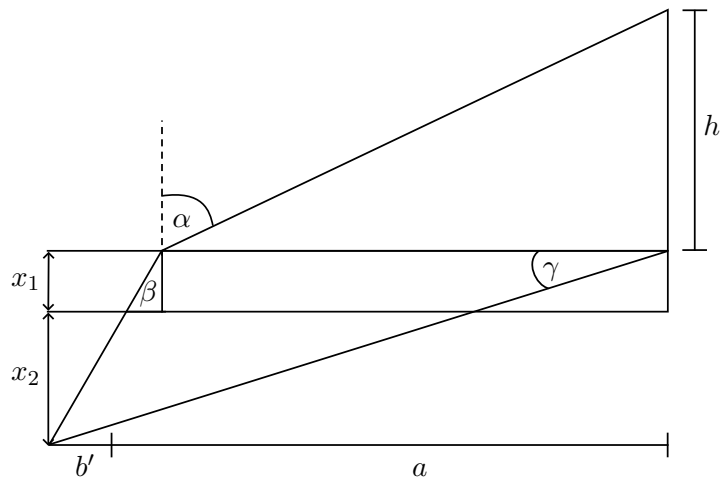
$$\text{mit } \alpha = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$

$$\text{und } n_{\text{Luft}} \approx 1, \quad n_{\text{Wasser}} = 1,3$$

$$\tan(\beta) = \frac{b}{x_1} \Rightarrow b = x_1 \cdot \tan(\beta) = 14,6 \text{ m}$$

$$a + b = 282,6 \text{ m}$$

c)



$$\tan(\beta) = \frac{b'}{x_1 + x_2}$$

$$\tan(\gamma) = \frac{x_2}{a + b'} \Rightarrow x_2 = (a + b') \cdot \tan(\gamma)$$

$$\tan(\beta) = \frac{b'}{x_1 + (a + b') \cdot \tan(\gamma)} \quad \Bigg| \cdot \text{Nenner}$$

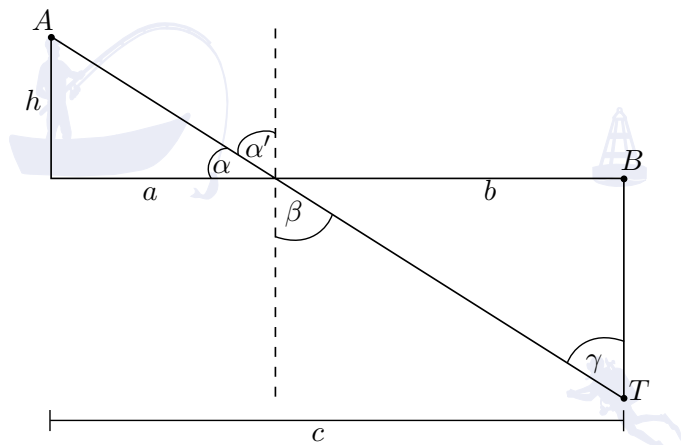
$$\tan(\beta) \cdot (x_1 + (a + b') \cdot \tan(\gamma)) = b' \quad \Bigg| -b' \tan(\beta) \tan(\gamma)$$

$$\begin{aligned} b' &= \frac{\tan(\beta) \cdot (x_1 + a \cdot \tan(\gamma))}{1 - \tan(\beta) \tan(\gamma)} \\ &= \frac{\tan(44,2^\circ) \cdot (15 \text{ m} + 268 \text{ m} \cdot \tan(5^\circ))}{1 - \tan(44,2^\circ) \cdot \tan(5^\circ)} = 40,9 \text{ m} \end{aligned}$$

$$a + b' \approx 309 \text{ m}$$

A4: Angler und Taucher

a)



$$h = 2 \text{ m} \quad , \quad c = 30 \text{ m} \quad , \quad \alpha' = 20^\circ$$

$$n_{\text{Luft}} \cdot \sin(\alpha) = n_{\text{Wasser}} \cdot \sin(\beta)$$

$$\hookrightarrow \sin(\beta) = \frac{1}{1,3} \cdot \sin(70^\circ) \Rightarrow \beta = 46,3^\circ$$

$$\tan(\alpha') = \frac{h}{a} \Rightarrow a = \frac{2 \text{ m}}{\tan(20^\circ)} = 5,5 \text{ m}$$

$$b = c - a = 30 \text{ m} - 5,5 \text{ m} = 24,5 \text{ m}$$

$$\tan(\beta) = \frac{b}{x} \Rightarrow x = \frac{b}{\tan(\beta)} = \frac{24,5 \text{ m}}{\tan(46,3^\circ)} = 23,4 \text{ m}$$

b) $c = 30 \text{ m}$, 15°

$$b = x \cdot \tan(\beta) = 6,27 \text{ m}$$

$$a = c - b = 23,73 \text{ m}$$

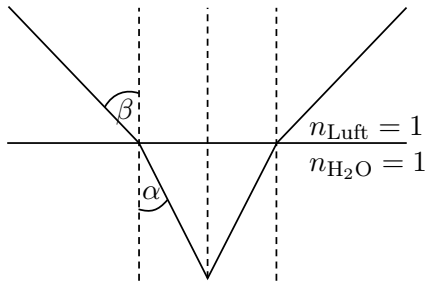
$$n_{\text{Luft}} \cdot \sin(\alpha) = n_{\text{Wasser}} \cdot \sin(\beta)$$

$$\hookrightarrow \sin(\alpha) = \frac{n_{\text{Wasser}}}{n_{\text{Luft}}} \cdot \sin(\beta) \Rightarrow \alpha = 19,7^\circ$$

$$\tan(\alpha) = \frac{a}{h} \Rightarrow h = \frac{a}{\tan(\alpha)} = 66,3 \text{ m}$$

A5: Scheinwerfer im Wasser

a)



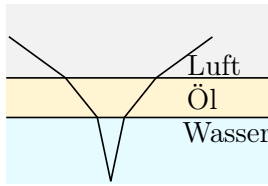
$$n_{\text{H}_2\text{O}} \cdot \sin(\alpha) = n_{\text{Luft}} \cdot \sin(\beta)$$

Vollständige Ausleuchtung bedeutet $\beta = 90^\circ$,
d.h. $\sin(\beta) = 1$.

$$\sin(\alpha) = \frac{n_{\text{Luft}}}{n_{\text{H}_2\text{O}}} \cdot \sin(90^\circ) = \frac{1}{n_{\text{H}_2\text{O}}}$$

$$\alpha = 50,3^\circ \Rightarrow \text{Öffnungswinkel: } 2\alpha = 100,6^\circ$$

b)



$$1) \text{ Übergang Wasser-Öl: } \frac{\sin(\alpha_{\text{Öl}})}{\sin(\alpha_{\text{H}_2\text{O}})} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{n_{\text{Öl}}}$$

$$2) \text{ Übergang Öl-Luft: } \sin(\alpha_{\text{Öl}}) = \frac{1}{n_{\text{Öl}}}$$

$$\text{da } \alpha_{\text{Luft}} = 90^\circ, \quad n_{\text{Luft}} = 1$$

$$\text{Gesamt: } \frac{1}{n_{\text{Öl}}} \cdot \frac{1}{\sin(\alpha_{\text{H}_2\text{O}})} = \frac{n_{\text{H}_2\text{O}}}{n_{\text{Öl}}}$$

$$\hookrightarrow \sin(\alpha_{\text{H}_2\text{O}}) = \frac{1}{n_{\text{H}_2\text{O}}}, \text{ also wie in Aufgabenteil a).}$$

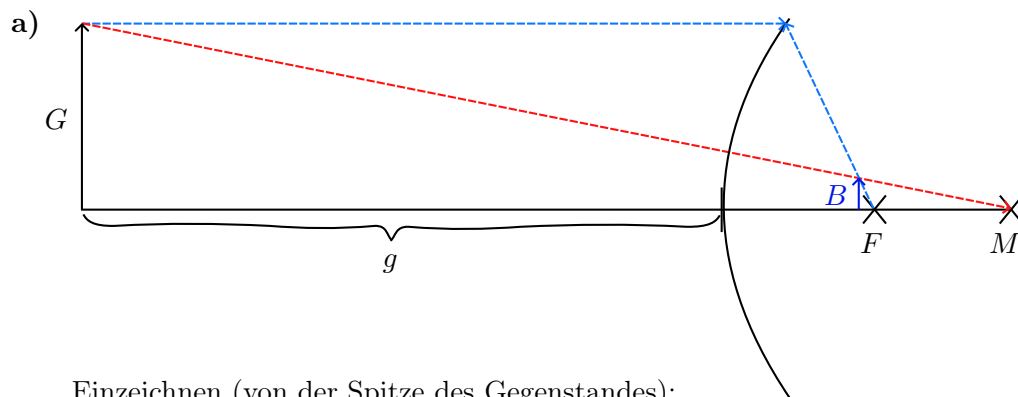
$$\text{c) } \sin(\alpha_{\text{Öl}}) = \frac{1}{n_{\text{Öl}}} = \frac{1}{1,6} \Rightarrow \alpha_{\text{Öl}} = 38,7^\circ$$

$$2\alpha = 77,4^\circ$$

d) Licht, das unter einem noch größeren Öffnungswinkel abgestrahlt wird, erfährt eine Totalreflexion, wird also an der Wasseroberfläche vollständig reflektiert.

Übungsblatt 9

A1: Wölbspiegel



Einzeichnen (von der Spitze des Gegenstandes):

- Mittelpunktstrahl (rot),
- Parallelstrahl (blau).

Brennweite f : $f = \frac{r}{2}$

Brennstrahl: Durch Fokus und Auftreffpunkt des Parallelstrahls konstruieren.

Schnittpunkt mit Mittelpunktstrahl liefert Bildhöhe B (blau).

b) $g = 0,1 \text{ m}$, $r = 0,1 \text{ m}$, $G = 0,02 \text{ m}$

Abbildungsgesetz: $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$

Aufgelöst nach b :

$$b = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{g}} \stackrel{f=\frac{r}{2}}{=} \frac{1}{\frac{1}{-0,05 \text{ m}} - \frac{1}{0,1 \text{ m}}} = \frac{1}{-\frac{2}{0,1 \text{ m}} - \frac{1}{0,1 \text{ m}}} = -\frac{0,1}{3} \text{ m} \approx -3,3 \text{ cm}$$

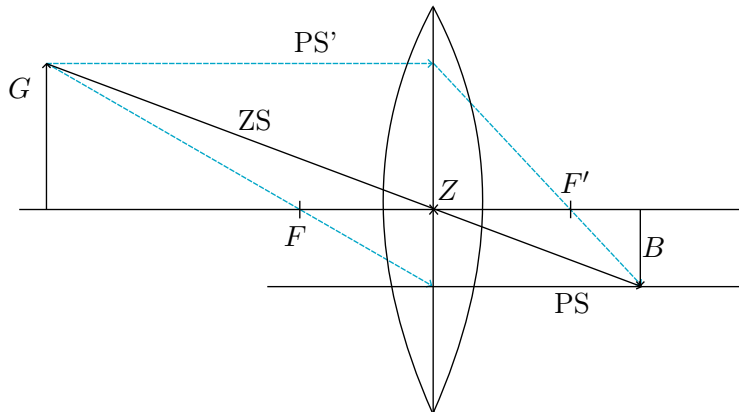
(negatives Vorzeichen $\hat{=}$ hinter dem Spiegel)

Größe des Bildes: $V = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g}$

$$B = -G \cdot \frac{b}{g} = -\frac{0,02 \text{ m} \cdot (-1/30 \text{ m})}{0,1 \text{ m}} = \frac{2}{3} \text{ cm}$$

A2: Sammellinse

a)



- 1) Zentralstrahl (ZS) durch Spitze von G und Z
- 2) Brennstrahl (BS) von Spitze von G zu $B = \frac{G}{2}$ in der Linse; geht in Parallelstrahl (PS, Weite b) über.
Schnittstelle mit der Achse: F (Fokus; Brennpunkt)
Schnittstelle ZS und PS: Spitze von B
- 3) Parallelstrahl PS': Verbindung zu Spitze von B .
Schnittpunkt mit der Achse: F' (Fokus auf der Bildseite)

b) $V = \frac{B}{G} = -\frac{b}{g} = -\frac{1}{2}$

$$b = \frac{g}{2}$$

↓

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{g} + \frac{2}{g} = \frac{3}{g}$$

$$\hookrightarrow f = \frac{g}{3} = \frac{10}{3} \text{ cm}$$

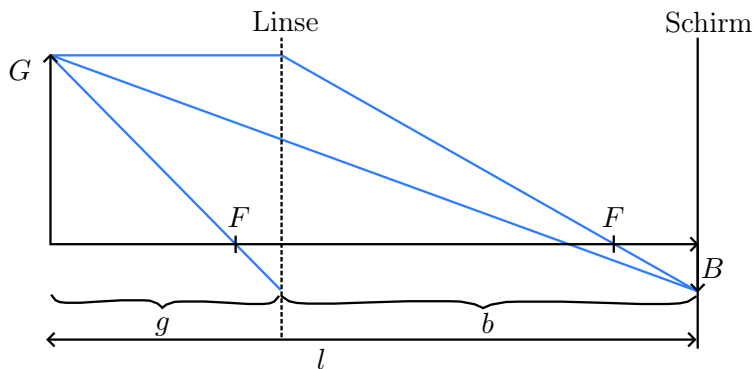
c) $V = \frac{B}{G} = -\underbrace{\frac{b}{g}}_{b=g} = -1$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{b} = \frac{2}{b}$$

$$\hookrightarrow b = 2f = \frac{20}{3} \text{ cm}$$

A3: Abbildung auf Schirm

a)



$$\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

Wir wollen f in Abhängigkeit von b bestimmen:

$$b + g = l \Rightarrow g = l - b$$

$$\hookrightarrow \frac{1}{f} = \frac{1}{l-b} + \frac{1}{b} = \frac{b+l-b}{b \cdot (l-b)} = \frac{l}{b \cdot (l-b)}$$

$$\text{Kehrwert: } f(b) = \frac{bl - b^2}{l} = b - \frac{b^2}{l}$$

$$\text{Ableiten: } f'(b) = 1 - \frac{2b}{l} \stackrel{!}{=} 0$$

$$b_{\max} = \frac{l}{2}$$

$$\text{Einsetzen: } f_{\max} = f\left(\frac{l}{2}\right) = \frac{\frac{l^2}{2} - \frac{l^2}{4}}{l} = \frac{l}{4}$$

b) Aus Teil a):

$$f = b - \frac{b^2}{l}$$

$$\frac{b^2}{l} - b + f = 0 \quad | \cdot l$$

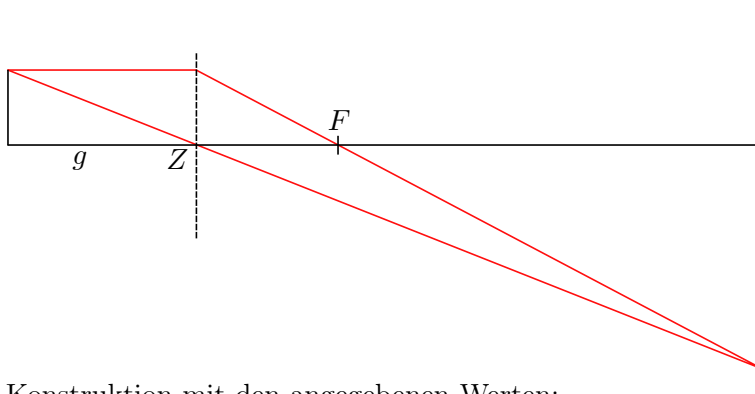
$$b^2 - bl + fl = 0$$

$$b_{1,2} = \frac{l}{2} \pm \sqrt{\frac{l^2}{4} - fl}$$

Wie viele Bilder (d.h. Lösungen für b) gibt es?

- Zwei, wenn $\sqrt{\frac{l^2}{4} - fl} > 0$, d.h. $\frac{l}{4} - f > 0$ und somit $f < \frac{l}{4}$.
- Eine, wenn $\sqrt{\frac{l^2}{4} - fl} = 0$, d.h. $f = \frac{l}{4}$.

c)



Konstruktion mit den angegebenen Werten:

- 1) Zentral- bzw. Mittelpunktstrahl durch die Spitze des Gegenstands G und das Zentrum Z ; bestimmt Position auf dem Schirm
- 2) Parallelstrahl von G zur Linse L parallel zum Boden
- 3) Brennstrahl von L zu B bestimmt F als Schnittpunkt mit der Bodenlinie
- 4) Abstand zwischen Linse und Fokus messen: $f = 1,9 \text{ cm}$

A4: Krümmungsradius der Linse

Für die Brennweite von Linsen gilt:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

- a) Plankonvex: $r_2 = \infty$, also $\frac{1}{r_2} \rightarrow 0$

$$\begin{array}{l} \text{⤵} \quad \frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \frac{1}{r_1} \\ r_1 = (n - 1) \cdot f = 60,8 \text{ mm} \end{array}$$

- b) Symmetrisch bikonvex: $r_2 = -r_1$

$$\begin{array}{l} \text{⤵} \quad \frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \frac{2}{r_1} \\ r_1 = (n - 1) \cdot f = 121,6 \text{ mm} \end{array}$$

- c) Konkavkonvex: $r_1 = 2r_2$

$$\text{⤵} \quad r_2 = -(n - 1) \cdot \frac{f}{2} = -30,4 \text{ mm}$$

Nun wird Licht einer anderen Wellenlänge verwendet, dieses wird in einer anderen Stärke gebrochen (Fokus ändert sich, Radius aber nicht):

$$\underbrace{\frac{1}{f \cdot (n-1)}}_{\text{alt}} = \underbrace{\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}}_{\text{bleibt}} = \underbrace{\frac{1}{f' \cdot (n'-1)}}_{\text{neu}}$$

$$f' = \frac{n-1}{n'-1} \cdot f \approx 97,4 \text{ nm}$$

$$\text{Brekraft: } D' = \frac{1}{f'} = 10,3 \text{ m}^{-1} = 10,3 \text{ dpt}$$

Zwei dünne Linsen der Brennweite f' :

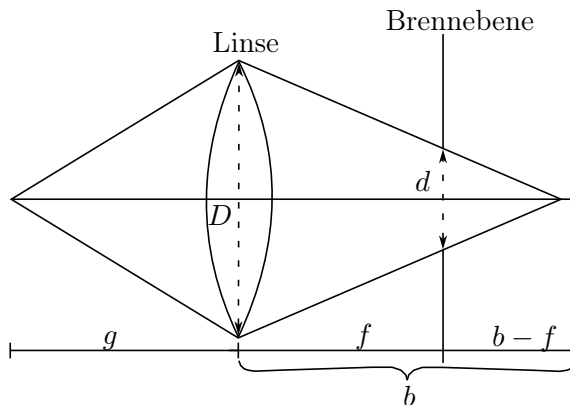
$$\frac{1}{f_{\text{ges}}} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} - \frac{d}{f_1 \cdot f_2} = \frac{2}{f'} - \frac{d}{f'^2}$$

$$f_{\text{ges}} = \frac{f'^2}{2f' - d} \approx 57,6 \text{ mm}$$

$$D_{\text{ges}} = \frac{1}{f_{\text{ges}}} \approx 17,37 \text{ dpt}$$

A5: Linse beim Fotoapparat

a)



$$(1) \quad \frac{D}{d} = \frac{b}{b-f}$$

$$bD - fD = bd \Rightarrow b = \frac{fD}{D-d}$$

$$(2) \quad \frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

$$(1) \text{ in } (2): \quad \frac{1}{g} = \frac{1}{f} - \frac{D-d}{fD} \Rightarrow g = f \cdot \frac{D}{d} = 20 \text{ m}$$

b) $g \sim D$

Blende schließen:

$$D' = \underbrace{\frac{g'}{g}}_{1/2} \cdot D = \frac{D}{2} = 1 \text{ cm}$$

Übungsblatt 10

Allgemeines

Wichtige Begriffe zur Interferenz:

Überlagerung von zwei oder mehr kohärenten Wellenzügen führt zu

- **konstruktiver Interferenz** = Verstärkung, wenn Phasendifferenz geradzahliges Vielfaches von π ist
- **destruktiver Interferenz** = Auslöschung, wenn Phasendifferenz ungeradzahliges Vielfaches von π ist

Kohärenz: feste Phasenbeziehung zwischen Wellenzügen; nahezu monochromatisches (frequenzgleiches) Licht

A1: Vergütungsschicht

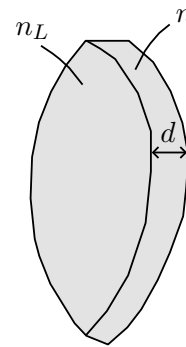
- a) Gangunterschied $\Delta s \rightarrow$ wie weit sind die Wellen gegeneinander verschoben?

Übergang von einem optisch dünnerem zum optisch dichteren Medium ($n \rightarrow n_L$):

$$\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}$$

Senkrechter Einfall: $\alpha = 0^\circ$; $\sin(0^\circ) = 0$

$$\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2} = 2 \cdot d \cdot n$$



- b) Destruktive Interferenz, wenn $\Delta s = 2nd \stackrel{!}{=} \frac{\lambda_g}{2}$

$$\hookrightarrow d = \frac{\lambda_g}{4n} = \frac{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{4 \cdot 1,2} = 114,6 \text{ nm}$$

- c) Formel aus Teil b) durch λ_r teilen:

$$\frac{\Delta s}{\lambda_r} = \frac{\lambda_g}{2 \cdot \lambda_r} = \frac{11}{28} \approx 0,393$$

A2: Interferenz-Draht

Reflexion am optisch dichteren Medium (Glas > Luft):

$$\Delta = 2 \cdot d \cdot n + \frac{\lambda}{2} \quad \text{mit } n = 1 \text{ (Luft)}$$

Helle Streifen, d.h. konstruktive Interferenz:

$$\Delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = m \cdot \lambda \quad (m: \text{Anzahl der Streifen})$$

$$\hookrightarrow d = (2m - 1) \frac{\lambda}{4}$$

Anzahl Streifen:

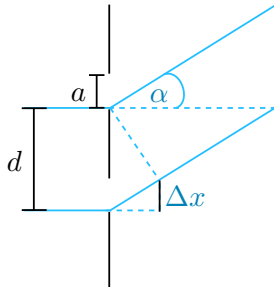
$$m = 19: \quad d_{\min} = \frac{37}{4} \lambda = 5,46 \mu\text{m}$$

$$m = 20: d_{\min} = \frac{39}{4} \lambda = 5,75 \mu\text{m}$$

$$\hookrightarrow 5,46 \mu\text{m} < d < 5,75 \mu\text{m}$$

A3: Doppelspaltexperiment

a)



Gangunterschied:

$$\Delta x = d \cdot \sin(\alpha)$$

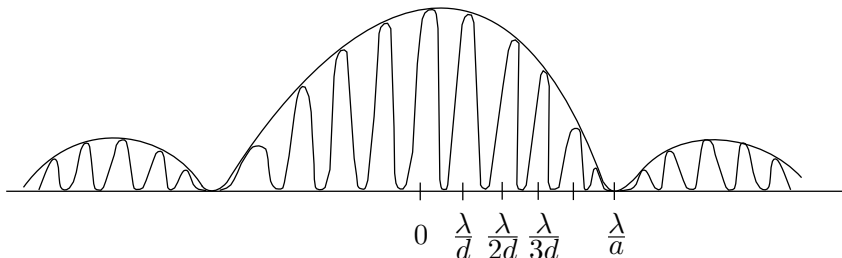
Bedingung für Helligkeitsmaximum:

$$\Delta x = m \cdot \lambda \quad (m \in \mathbb{N})$$

$$\hookrightarrow \Delta x = d \cdot \sin(\alpha) = m \cdot \lambda$$

$$\alpha_{\max} = \arcsin\left(\frac{m \cdot \lambda}{d}\right)$$

b) Intensitätsverlauf:



c) 1. Spalt: Glasplättchen, Brechungsindex n

2. Spalt: „Luftplättchen“, Brechungsindex n'

$$\text{Gangunterschied: } \Delta = (n \cdot \lambda - n' \cdot \lambda) = \lambda \cdot (n - n')$$

$$= \lambda \cdot (1,5 - 1) = \frac{\lambda}{2}$$

Bedeutung: halbzahliges Vielfaches von λ , d.h. Maxima werden zu Minima und umgekehrt.

d) Nur ein Spalt: Interferenzmuster des Einzelspalts entspricht Einhüllende in b).

Minima: Zerlegung des Strahls in $2m$ Strahlbündel, die sich paarweise auslöschen.

$$\text{Gangunterschied benachbarter Strahlbündel: } \frac{\lambda}{2}$$

$$a \cdot \sin(\alpha) = m \cdot \lambda$$

$$\hookrightarrow \alpha_{\min} = \arcsin\left(\frac{m \cdot \lambda}{a}\right) \quad (m \in \mathbb{Z})$$

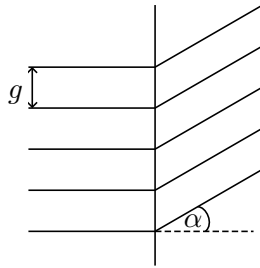
Maxima: Zerlegung in $2m + 1$ Strahlbündel, von denen sich $2m$ auslöschen, sodass nur eines übrigbleibt.

$$a \cdot \sin(\alpha) = (2m + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}$$

$$\hookrightarrow \alpha = \arcsin\left(\frac{2m + 1}{2} \cdot \frac{\lambda}{a}\right)$$

A4: Beugungsgitter

a)



$$g \cdot \sin(\alpha_{\max}) = m \cdot \lambda$$

$$\alpha_{\max} = \arcsin\left(\frac{m \cdot \lambda}{g}\right)$$

mit $m = 1, 2, 3 \dots$ und $m < \frac{g}{\lambda}$

$$\alpha_1 = 5,74^\circ$$

$$\alpha_2 = 11,54^\circ$$

$$\alpha_3 = 17,46^\circ$$

b) Maximum 3. Ordnung: $\sin(\alpha_3) = \frac{3\lambda}{g}$

Hier: Kein Maximum $\hat{=}$ Minimum des Einzelspaltes.

$$\sin(\alpha) = \frac{m \cdot \lambda}{a} \quad (\text{siehe 3d)})$$

$$\hookrightarrow \frac{3\lambda}{g} = \frac{m \cdot \lambda}{a} \quad \longrightarrow \quad a = \frac{m \cdot g}{3}$$

Spalt muss kleiner sein als Abstand g , daher kommen nur zwei Möglichkeiten infrage:
 $m = 1$ und $m = 2$.

$$a_1 = \frac{5}{3} \mu\text{m} \approx 1,67 \mu\text{m}$$

$$a_2 = \frac{10}{3} \mu\text{m} \approx 3,33 \mu\text{m}$$

c) $\alpha_{1,\max} = \arcsin\left(\frac{\lambda_{\max}}{g}\right)$

$$\alpha_{2,\max} = \arcsin\left(\frac{2 \cdot \lambda_{\min}}{g}\right)$$

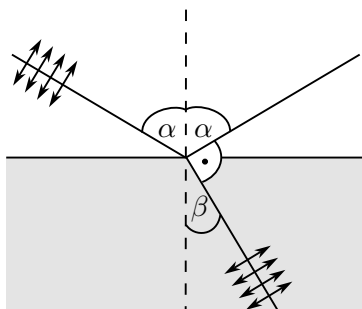
$$\Rightarrow \lambda_{\max} < 2 \cdot \lambda_{\min}$$

$$\alpha_{1,\max} < \alpha_{2,\max}$$

\hookrightarrow keine Überlappung

A5: Polarisiertes Licht

a)



Warum wird kein reflektiertes Licht beobachtet?

\Rightarrow Nur Licht, das senkrecht zur Einfallsebene polarisiert ist, wird reflektiert.

Grund: Reflektierte Welle im dichteren Medium wird durch schwingende Dipole erzeugt. Diese schwingen parallel zur Einfallsebene und können daher keine Energie senkrecht dazu abstrahlen.

b) Brechungsgesetz:

$$1 \cdot \sin(\alpha) = n \cdot \sin(\beta)$$

Brewsterbedingung:

Winkel zwischen gebrochenem und reflektiertem Strahl: 90°

$$\hookrightarrow \beta = 90^\circ - \alpha \quad , \quad \text{denn } \alpha + \beta + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\begin{aligned} 1 \cdot \sin(\alpha) &= n \cdot \sin(90^\circ - \alpha) = n \cdot \cos(-\alpha) \\ &= n \cdot \cos(\alpha) \end{aligned}$$

$$n = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan(\alpha) = 1,428$$

c) Nur senkrecht zur Einfallsebene polarisiertes Licht wird reflektiert.
Das reflektierte Licht ist also der linear polarisierte Anteil des Lichtbündels.

Übungsblatt 11

A1: Rakete

a) Relativistische Gleichung: $m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

\Rightarrow Daraus folgt das Massenverhältnis: $\frac{m(v)}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - (0,99)^2}} \approx 7,09$

b) Zeitdilatation („bewegte Uhren gehen langsamer“)

Beobachter misst (analog zu a)):

$$\Delta t_{\text{Beo}} = \frac{\Delta t_{\text{Rakete}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx 7,09 \text{ Jahre}$$

c) Längenkontraktion:

Längen parallel zur Bewegungsrichtung erscheinen aus Sicht des Beobachters verkürzt. An den anderen Längen ändert sich nichts.

$$\Delta x_{\text{Beo}} = \Delta x_{\text{Rakete}} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\Delta x_{\text{Rakete}}}{7,09}$$

$$\Delta y_{\text{Beo}} = \Delta y_{\text{Rakete}}$$

$$\Delta z_{\text{Beo}} = \Delta z_{\text{Rakete}}$$

d) Dichte: $\rho = \frac{m}{V}$.

Es zählen die Masse der bewegten Rakete (siehe a)) sowie die Länge, die der Beobachter misst (siehe c)), d.h. m und x_{Beo} .

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{m}{V_{\text{Beo}}} = \frac{m}{x_{\text{Beo}} \cdot y \cdot z} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{1}{x_{\text{Beo}} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot y \cdot z} \\ &= \frac{\rho_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx 50,25 \rho_0 \end{aligned}$$

A2: Relativistisches Elektron

$$E_{\text{ges}} = mc^2 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \cdot c^2 = \frac{E_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{E_0}{\sqrt{1 - (0,8)^2}} = \frac{E_0}{0,6} = 0,852 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{kin}} = E_{\text{ges}} - E_0 = 0,341 \text{ MeV}$$

$$p = m \cdot v = \frac{m_0 \cdot v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0,8 \cdot 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{0,6} = 3,64 \cdot 10^{-22} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,682 \frac{\text{MeV}}{c}$$

A3: Protonenbeschleuniger

$$\text{a) } m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \stackrel{!}{=} 3 m_0 \quad \left| \begin{array}{l} : 3 m_0 \\ \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \end{array} \right.$$

$$\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{1}{3}$$

$$1 - \frac{v^2}{c^2} = \frac{1}{9}$$

$$\frac{8}{9} = \frac{v^2}{c^2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{8}{9}} c \approx 0,94 c$$

$$\text{b) } E_0 = m_0 \cdot c^2 = 938 \text{ MeV}$$

$$E_{\text{kin}} = E - E_0 = E_0 \cdot \left(\underbrace{\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}}_{\approx 3} - 1 \right) \approx 2 E_0 \approx 1,88 \text{ GeV}$$

$$\text{c) } E_{\text{kin}} = e \cdot U$$

$$\hookrightarrow U = \frac{E_{\text{kin}}}{e} = 1,88 \text{ GV}$$

Übungsblatt 12

A1: Photoelektronen

$$\text{a)} \quad E_{\text{Photon}} = h \cdot \nu = \underbrace{e \cdot U}_{\substack{\text{elektr.} \\ \text{Energie}}} + \Phi$$

Φ : Auslöseenergie; nur vom Material und nicht von der Frequenz abhängig, also in beiden Fällen gleich

$$\Phi = h \cdot \nu - e \cdot U$$

$$c = \lambda \cdot \nu \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$\hookrightarrow h \frac{c}{\lambda_1} - eU_1 = h \frac{c}{\lambda_2} - eU_2 \quad | : e$$

$$\frac{h}{e} \frac{c}{\lambda_1} - U_1 = \frac{h}{e} \frac{c}{\lambda_2} - U_2$$

$$\frac{h}{e} \left(\frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_2} \right) = U_1 - U_2 \quad | \text{ aufgelöst nach } h/e:$$

$$\frac{h}{e} = \frac{U_1 - U_2}{c \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)}$$

$$\text{b)} \quad \Phi = h\nu_i - eU = h \frac{c}{\lambda_i} - eU \quad (i \in 1, 2)$$

c) Energie der Photonen $\hat{=}$ Auslöseenergie

$$\Phi = h \frac{c}{\lambda_{\max}} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\max} = \frac{h \cdot c}{\Phi}$$

A2: Paarbildung

$$\text{a)} \quad E_{\text{Photon}} = E_{e^+} + E_{e^-}$$

$$\hookrightarrow h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = m_e \cdot c^2 + m_e \cdot c^2 = 2 \cdot m_e \cdot c^2$$

Aufgelöst nach λ :

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{2 \cdot m_e \cdot c^2} = \frac{h}{2 \cdot m_e \cdot c} \approx 1,21 \cdot 10^{-12} \text{ m} = 1,21 \text{ pm}$$

$$\text{mit } h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$$

$$m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{b)} \quad 2m_e c^2 = e \cdot U$$

$$\hookrightarrow U = \frac{2m_e \cdot c^2}{e}$$

$$= 1,024 \cdot 10^6 \text{ V}$$

$$= 1024 \text{ kV bzw. } 1,024 \text{ MV}$$

- c) De-Broglie-Wellenlänge: $\lambda = \frac{h}{p}$

Wo bekommen wir jetzt den Impuls her? \Rightarrow Energie-Impuls-Beziehung:

$$E^2 - p^2 c^2 = \underbrace{m^2 \cdot c^4}_{E_0^2}; \quad \text{hier: } E^2 = \underbrace{2 \cdot E_0}_{\substack{\text{durch} \\ \text{Beschleun.}, \\ \text{siehe b)}}} + E_0 = 3E_0 \quad E_0: \text{ Ruheenergie}$$

$$p^2 = \frac{E^2 - E_0^2}{c^2} = \frac{(3 \cdot E_0)^2 - E_0^2}{c^2} = \frac{8E_0^2}{c^2} = \frac{8m_0^2 c^4}{c^2} = 8m_0^2 c^2$$

$$\hookrightarrow p = \sqrt{p^2} = \sqrt{8} m_0 c$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{8} m_0 \cdot c} = 8,58 \cdot 10^{-13} \text{ m}$$

A3: Quantenmechanische Teilchen

- a) Anders als bei einer klassischen Betrachtung müssen wir den Impuls nur einmal ausrechnen, da die de-Broglie-Wellenlänge bei allen dreien gleich ist.

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J s}}{0,2 \cdot 10^{-9} \text{ m}} = 3,315 \cdot 10^{-24} \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- b) Nichtrelativistisch: $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$

$$\text{Quantenmechanisch: } E_{\text{kin}} = h \cdot \nu$$

$$\text{mit } p = m \cdot v \Rightarrow v = \frac{p}{m}$$

$$\text{und } c = \lambda \cdot \nu \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$\hookrightarrow E_{\text{kin}, e^-} = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m_e} = 6,03 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$$E_{\text{kin}, p^+} = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m_p} = 3,29 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

$$E_{\text{kin}, \gamma} = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 9,94 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

- c) Geschwindigkeit der e^- : viel langsamer als Lichtgeschwindigkeit.
Bewegungsenergie daher kleiner als Ruheenergie:

$$E_{\text{kin}} \ll E_0 = m c^2$$

A4: Energieunschärfe

$$\Delta E \approx \frac{h}{\Delta t} = 6,63 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

A5: Bohrsches Atommodell

- a) • Gleichgewichtsbedingung: $F_Z = F_C$

$$\frac{m v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2}$$

- Quantisierungsbedingung:

$$m \cdot v_n \cdot r_n = n \cdot \hbar \quad \text{mit } \hbar = \frac{h}{2\pi}$$

Bedeutet: Drehimpuls kann nur Vielfaches von \hbar sein.

- b) Stelle Formeln aus a) nach r_n um:

$$v_n = \frac{n \cdot \hbar}{m \cdot r_n} ; \quad \text{eingesetzt in die erste Formel:}$$

$$\frac{m \cdot v_n^2}{r_n} = \frac{m \cdot n^2 \cdot \hbar^2}{m^2 \cdot r_n^3} \stackrel{\text{a)}}{=} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n^2} \quad | \cdot r_n^2$$

$$\frac{n^2 \cdot \hbar^2}{m \cdot r_n} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} ; \quad \text{aufgelöst nach } r_n:$$

$$r_n = \frac{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2}{m e^2} = n^2 \cdot 5,299 \cdot 10^{-11} \text{ m} \\ = n^2 \cdot 0,5299 \text{ \AA}$$

Eingesetzt in die Formel vom Anfang:

$$v_n = \frac{n \cdot \hbar}{m \cdot r_n} = \frac{1}{n} \cdot 2,19 \cdot 10^6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

- c) $E_n = E_{\text{kin}} + E_{\text{pot}}$

$$\text{mit } \Delta E_{\text{pot}} = \int_a^b \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_{\infty}^{r_n} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2} dr = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r} \right]_{\infty}^{r_n} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n}$$



wird vom Unendlichen (Potential: 0) auf n-te Bahn gebracht

$$\Rightarrow E_n = \frac{1}{2} m v_n^2 - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n} \\ = \frac{1}{2} m \frac{n^2 \hbar^2}{m^2 r_n^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_n} \\ = \frac{1}{2} \frac{n^2 \hbar^2}{m} \cdot \left(\frac{m^2 e^4}{16\pi^2 \epsilon_0^2 n^4 \hbar^4} \right) - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2 \cdot m e^2}{4\pi\epsilon_0 n^2 \hbar^2} \\ = \frac{1}{2} \frac{m e^4}{16\pi^2 \epsilon_0^2 n^2 \hbar^2} - \frac{m e^4}{16\pi^2 \epsilon_0^2 n^2 \hbar^2} \\ = -\frac{1}{2} \frac{1}{16\pi^2 \epsilon_0^2} \frac{m e^4}{\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} \\ = -\frac{1}{n^2} \cdot 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J} \quad \text{bzw.} \quad -\frac{1}{n^2} \cdot 13,6 \text{ eV}$$

A6: Photonische Anregung

- a) Der Impuls eines Photons wird übertragen:

$$\Delta p = p_{\text{Photon}} = \frac{h}{\lambda} = \frac{h \cdot \nu}{c} = \frac{\Delta E}{c} \quad \} \text{ siehe 5c)}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{c} R \cdot \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) \cdot 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J} \\
&= \frac{3R}{4c} \cdot 2,18 \cdot 10^{-18} \text{ J} \\
&= \frac{10,2 \text{ eV}}{c} = \frac{2,18 \text{ J}}{c}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{b)} \quad E_{\text{kin}} &= \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} m \cdot \frac{p^2}{m^2} = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} \quad | p = \frac{h}{\lambda} \\
&= \frac{1}{2} \frac{h^2}{\lambda^2 \cdot m} \quad | \lambda = \frac{c}{\nu} \\
&= \frac{1}{2} \frac{h^2 \cdot \nu^2}{m \cdot c^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{E_{\text{kin}}}{h\nu} &= \frac{1}{2} \frac{h^2 \nu^2}{m \cdot c^2 \cdot h \cdot \nu} = \frac{1}{2} \frac{h\nu}{mc^2} = \frac{3}{8} \frac{R}{mc^2} \leftarrow \text{ in J umrechnen!} \\
&= 5,44 \cdot 10^{-9}
\end{aligned}$$

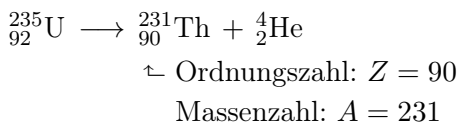
c) H₂-Molekül (zweiatomig):

Anzahl Freiheitsgrade $f = 5$ (2 durch Drehung, 3 durch Translation)

$$\begin{aligned}
E_{\text{therm}} &= \frac{5}{2} \cdot k_B \cdot T \quad \text{mit } k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{J}}{\text{K}} \\
\frac{E_{\text{kin}}}{E_{\text{therm}}} &= \frac{1}{2} \frac{h^2 \cdot \nu^2}{m \cdot c^2} \cdot \frac{2}{5} \frac{1}{k_B \cdot T} \quad | \text{ mit } h \cdot \nu = \Delta E \\
&= \frac{1}{5 \cdot m \cdot c^2 \cdot k_B \cdot T} \cdot \left(\frac{3}{4} R_y \right)^2 \\
&= 8,59 \cdot 10^{-7}
\end{aligned}$$

A7: Alpha-Zerfall

a) α -Zerfall: Heliumkern (${}^4_2\text{He}^{2+}$) spaltet sich ab.



b) Impulserhaltung:

$$\begin{aligned}
m_\alpha \cdot v_\alpha &= m_{\text{Th}} \cdot v_{\text{Th}} \quad \Rightarrow \quad v_{\text{Th}} = \frac{m_\alpha \cdot v_\alpha}{m_{\text{Th}}} \\
E_{\text{kin,Th}} &= \frac{1}{2} m_{\text{Th}} \cdot v_{\text{Th}}^2 = \frac{1}{2} m_{\text{Th}} \cdot \left(\frac{m_\alpha \cdot v_\alpha}{m_{\text{Th}}} \right)^2 = \frac{m_\alpha}{m_{\text{Th}}} E_{\text{kin},\alpha} \\
&= \frac{4}{231} \cdot 4,7 \text{ MeV} = 81\,385 \text{ eV} \approx 0,081 \text{ MeV}
\end{aligned}$$

c) Zerfallsgesetz: $N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$

N_0 : Anzahl Atome.

$$\lambda = \frac{1}{\tau} \quad (\tau: \text{Zerfallszeit}; \quad T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda}: \text{Halbwertszeit})$$

$$\text{Aktivität: } \frac{dN}{dt} = -\lambda \cdot N(t) = -\lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

$$\frac{dN}{dt}(t) \text{ soll } 5\% \text{ von } \frac{dN}{dt}(0) \text{ betragen; wie groß ist dann } t?$$

$$\frac{\frac{dN}{dt}(t)}{\frac{dN}{dt}(0)} = \frac{-\lambda \cdot N_0 \cdot e^{-\lambda \cdot t}}{-\lambda \cdot N_0 \cdot \underbrace{e^0}_1} = e^{-\lambda \cdot t} \stackrel{!}{=} 0,05$$

$$\text{Halbwertszeit: } T_{1/2} = \frac{\ln(2)}{\lambda} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\ln(2)}{7 \cdot 10^8 \text{yr}}$$

$$\Rightarrow -\lambda \cdot t \stackrel{!}{=} \ln(0,05)$$

$$t = -\frac{\ln(0,05)}{\lambda} = -\frac{\ln(0,05)}{\ln(2)} \cdot 7 \cdot 10^8 \text{yr} = 3,03 \cdot 10^9 \text{yr}$$