Klassische Experimentalphysik B Aufgaben und Lösungen

Aufschrieb von Levin, dem Ewig Schwingenden

Sommersemester 2017

Tutoriumsmitschrieb des Moduls Klassische Experimentalphysik B. Vollständigkeit und Korrektheit kann nicht gewährleistet werden, ich habe jedoch nach bestem Wissen und Gewissen gearbeitet.

Grafiken wurden nach Vorlage meines Mitschriebs mit Tikz und Inkscape erstellt.

Die Energie wird hier mit W bezeichnet, um sie vom elektrischen Feld E zu unterscheiden.

A1: Anziehung zwischen Proton und Elektron

Gravitationskraft:
$$F_G = -\gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = -\gamma \frac{m_e \cdot m_p}{a_0^2} = -3.61 \cdot 10^{-47} \,\text{N}$$

Elektr. Anziehungskraft:
$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-e) \cdot e}{a_0^2} = -8.2 \cdot 10^{-8} \,\text{N}$$

Verwendete Konstanten:
$$\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

$$e = 1,602 \cdot 10^{-19} \,\mathrm{C}$$

$$\gamma = 6.674 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2}$$

Verhältnis: $\frac{F_G}{F_C} = 4.4 \cdot 10^{-40}$

A2: Teilchen im E-Feld

a)
$$F = q \cdot E = 3 \cdot 10^{-6} \,\mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^{3} \,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = 6 \,\mathrm{mN}$$

b)
$$W_{\text{kin}} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \, d\vec{s} = Q \cdot \int_{r_1}^{r_2} \vec{E} \, d\vec{s} = Q \cdot E \cdot (r_2 - r_1)$$

= $3 \cdot 10^{-6} \, \text{C} \cdot 2 \cdot 10^3 \, \text{N} \cdot 4 \, \text{m} = 24 \, \text{mJ}$

c) Energieerhaltung: $W_{\rm pot} \to W_{\rm kin}$ (bzw. umgekehrt)

Also:
$$\Delta W_{pot} = -W_{kin} = -24 \,\mathrm{mJ}$$

d)
$$U = \Delta \varphi = \varphi(r_2) - \varphi(r_1)$$

$$\operatorname{mit}\,\varphi\left(\vec{r}\right) = \frac{W_{\operatorname{pot}}}{Q}$$

also
$$\Delta \varphi = \frac{\Delta W_{\text{pot}}}{Q} = \frac{-24 \,\text{mJ}}{3 \,\mu\text{C}} = -8 \,\text{kV}$$

e)
$$\Delta \varphi = -E\Delta x \text{ (siehe d)})$$

Also:
$$\varphi(x) = \varphi_0 - E \cdot x$$

Hier:

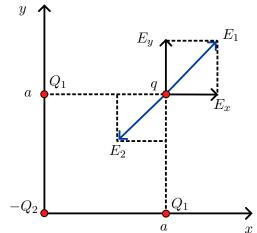
$$\varphi(1) = \varphi_0 - E \cdot 1 \,\mathrm{m} = 0$$

$$\Rightarrow \varphi_0 = 2 \frac{kN}{C} \cdot 1 \, m = 2 \frac{kV}{m} \cdot 1 \, m = 2 \, kV$$

Potential:
$$\varphi = \underbrace{2 \, \text{kV}}_{\varphi_0} - \underbrace{2 \, \frac{\text{kV}}{\text{m}}}_{E} \cdot x$$

A3: Kräftegleichgewicht beim Ladungsviereck

a)



Damit Ladung q im Punkt (a, a) keine Kraft erfährt, muss gelten:

|Anziehung| = |Abstoßung|

Also: $E_1 + E_2 = 0$

Gesamtladung: $Q = Q_1 + Q_1 + Q_2$

Kraft auf q: $F_c(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q \cdot Q}{r^2}$

Feldstärke: $E = \frac{F}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$

Nun soll auf q keine Kraft wirken:

$$F_c(a,a) = 0 \quad \Rightarrow \quad E(a,a) = 0$$

$$E_x = E_1 \cdot \underbrace{\cos(45^\circ)}_{1/\sqrt{2}} = E_1 \cdot \underbrace{\sin(45^\circ)}_{1/\sqrt{2}} = E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a^2}$$

$$\Rightarrow E_1 = \sqrt{2} \cdot E_x$$

Abstand zwischen Nullpunkt und (a, a): $\sqrt{2}a$ (durch Satz des Pythagoras)

$$\Rightarrow E_2 = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{2a^2}$$

Gesamt:
$$E_1 + E_2 = \frac{\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{2a^2}$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left(\sqrt{2}Q_1 - \frac{Q_2}{2}\right) = 0$$

$$\sqrt{2}Q_1 = \frac{Q_2}{2}$$

$$Q_2 = 2\sqrt{2}Q_1$$

b)
$$\varphi(r) = -\int_{-\infty}^{r} E(r) dr = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r}$$

$$\varphi(a, a) = \underbrace{\frac{2}{f \text{ fir } x}}_{\text{und } y} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_1}{a} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_2}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \underbrace{\left(2 - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)}_{0} \frac{Q_1}{a} = 0$$

A4: Elektrischer Quadrupol

Potential einer Ladung q im Abstand r:

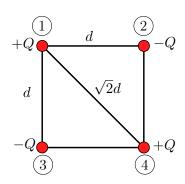
$$\varphi_i(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{r}$$

Nun wirkt das Potential von q_i auf eine Ladung q_i :

$$W_{ji} = q_j \cdot \varphi_i \left(r_{ij} \right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Nun fügt man eine Ladung nach der anderen hinzu:

$$W = \sum_{j=2}^{N} \left(\frac{q_j}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^{j-1} \frac{q_i}{r_{ij}} \right)$$
 Hier: $N = 4$



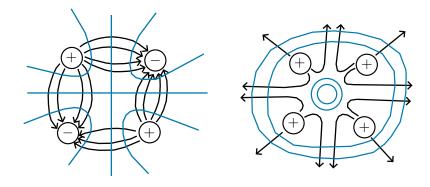
Sieht komplizierter aus, als es ist. Wir fügen eine Ladung nach der anderen hinzu, und schauen jeweils, wie sie sich auf die bereits vorhandenen Ladungen auswirkt.

a)
$$W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \left(\underbrace{\frac{-1}{1+2}}_{1+2} + \underbrace{\left(-1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)}_{1+2+3} + \underbrace{\left(-1 + 1 + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)}_{1+2+3+4} \right)$$
$$= -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \left(4 - \sqrt{2}\right) = -1,19 \cdot 10^{-18} \,\mathrm{J}$$

b) Alle Vorzeichen gleich:

$$W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d} \left(4 + \sqrt{2} \right) = 2.49 \cdot 10^{-18} \,\mathrm{J}$$

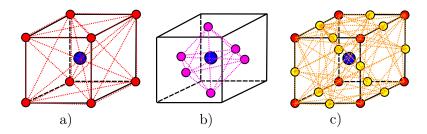
c) Feldlinien (schwarz) und Äquipotentiallinien (blau) in Fall a) (unterschiedliche Ladungen) und Fall b) (gleiche Ladungen)



Überlegungen:

- Symmetrie
- ullet Feldlinien zeigen von + zu -
- Feldlinien schneiden sich nicht
- Äquipotentiallinien \perp Feldlinien

A5: Ladung im Würfel



Potential der Punktladung q im Abstand r:

$$\varphi_i(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \underbrace{\frac{\epsilon_r}{\epsilon_r}}_{optional} \frac{q}{r}$$

Spannung: Potentialdifferenz, also $\varphi(r_1) - \varphi(r_2)$

- a) Würfel: Alle Ecken gleich weit vom Mittelpunkt entfernt, also $|r_1|=|r_2|$. $\Rightarrow U=\varphi(r_1)-\varphi(r_2)=0\,\mathrm{V}.$
- b) Analog für die Seitenflächen: Gleiche Entfernung zum Mittelpunkt, und somit $U=0\,\mathrm{V}.$
- c) Kantenlänge: a $\to r(\text{Seite}) = \frac{a}{2} \quad \text{und} \quad r(\text{Ecke}) = \frac{a}{2}\sqrt{3} \text{ (Pythagoras)}$ $\downarrow U = \varphi(\text{Seite}) \varphi(\text{Ecke}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{2}{a} \frac{2}{a\sqrt{3}}\right) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r a} \left(1 \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

A6: Braunsche Röhre

a)
$$W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_e v_0^2 = eU_0$$
 $v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_e}} = 2,65 \cdot 10^7 \, \frac{\text{m}}{\text{s}}$

b) $v_{\parallel} = \mathrm{const.} = v_0$, $t_a = \frac{l}{v_{\parallel}}$, $E = \frac{U_{\perp}}{d}$

Gesucht: U_{\perp} $d = \begin{cases} b_2 \\ b_1 \end{cases}$

- Ablenkungsbeschleunigung: $F=eE=m_ea_\perp \quad \Rightarrow \quad a_\perp=\frac{eE}{m_e}=\frac{eU_\perp}{m_ed}$
- \bullet Weg durch geladene Platten: Parabel (vgl. schiefer Wurf)

Austrittshöhe:
$$b_1 = \frac{1}{2}a_{\perp}t_a^2 = \frac{1}{2}a_{\perp}\frac{l^2}{v_{\perp}^2}$$

 \bullet Weg zwischen Platten und Schirm: unbeschleunigt

$$b_2 = v_{\perp} t_s = s \cdot \frac{v_{\perp}}{v_{\parallel}} = s \cdot \frac{a_{\perp} \cdot t_a}{v_{\parallel}} = s a_{\perp} \frac{l}{v_{\parallel}^2}$$

•
$$b = b_1 + b_2 = \frac{a_{\perp} l}{v_{\parallel}^2} \left(\frac{1}{2} l + s \right) = \frac{eU_{\perp}}{m_e \cdot d} \cdot \underbrace{\frac{m_e}{2eU_0}}_{\text{siehe a}} l \left(\frac{1}{2} l + s \right) = \frac{1}{2} \frac{l}{d} \frac{U_{\perp}}{U_0} \left(\frac{1}{2} l + s \right)$$

- Aufgelöst: $U_{\perp} = \frac{2bd}{l(\frac{1}{2}l+s)}$
- c) Es ändert sich nichts, da sich die Platten- und Anodenspannung gegenseitig ausgleichen.

$$b \sim \frac{a_\perp}{v_\parallel^2} \sim \frac{U_\perp}{U_0}$$

Was ist eigentlich der Satz von Gauß?

Elektr. Fluss Φ gibt an, wie viel Elektrizität durch eine Fläche strömt.

Mit anderen Worten: "Wie viele Feldlinien gehen durch ein Flächenelement?"

E-Feld muss nicht konstant über ganze

Fläche sein, daher differentielle Betrachtung:

$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot \cos(\varphi) dA$$

Bedeutung des Flusses:

$$\Phi = 0 \qquad \qquad \Phi \neq 0$$

Quelle / Senke geben

"So viel, wie reingeht, "Es geht mehr /

Grafik 1 Grafik 2 geht wieder raus" weniger raus" └ Es muss eine elektr.

Wir integrieren (\vec{E} sei das Feld einer Punktladung):

$$\Phi = \oint \vec{E} \, d\vec{A} = \oint E \cdot \cos(\varphi) \, dA$$
 hier: $\cos(\varphi) = 1$, da \vec{E} und \vec{A} die gleiche Richtung haben
$$= \oint \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \, dA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \oint dA$$
 gleiche Richtung haben
$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2$$

$$= \frac{q}{\epsilon_0}$$

A1: Spannung am Draht

$$r_1 = 0.01 \,\mathrm{m}$$
 $\epsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2}$ $r_2 = 0.05 \,\mathrm{m}$ $\lambda = 2 \cdot 10^{-8} \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}}$

Draht $\hat{=}$ Zylinder (bzw. Zylindermantel: keine Feldlinien durch Seitenflächen)

Satz von Gauß: $\oint \vec{E} \, d\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$

Fläche eines Zylindermantels: $A_{\text{Mantel}} = 2\pi r \cdot l$

$$\Rightarrow \oint \vec{E} \, \mathrm{d}\vec{A} = \oint E(r) \, \mathrm{d}\vec{A} = E(r) 2\pi r l \stackrel{\mathrm{Gauß}}{=} \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$$

Aufgelöst nach E: $E(r) = \frac{\lambda l}{2\pi r l \epsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi \epsilon_0} \frac{1}{r}$

Für die Spannung benötigen wir zunächst das Potential:

$$\varphi(r) = -\int_{r_0}^r E(r') dr' = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \int_{r_0}^r \frac{1}{r'} dr' = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_0}{r}\right)$$

$$U = \varphi(r_1) - \varphi(r_2) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \left(\ln\left(\frac{r_0}{r_1}\right) - \ln\left(\frac{r_0}{r_2}\right) \right)$$
$$= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_0/r_1}{r_0/r_2}\right) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = 578,6 \text{ V}$$

A2: Feld der Isolatorkugel

Warum muss die Kugel nichtleitend sein?

4 Ladungen auch im Innern und nicht nur auf der Oberfläche.

Satz von Gauß:
$$\oint \vec{E} \, d\vec{A} = \oint_{\text{Kugel}} E(r) \, dA$$

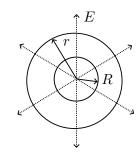
= $E(r) 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$

Kugelsymmetrie: $\vec{E} = E(r)\vec{e_r}$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \int \rho \, dV$$

a)
$$E_{a}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_{0}} \frac{1}{r^{2}} \rho \int_{0}^{R} 4\pi r'^{2} dr'$$

 $= \frac{1}{4\pi\epsilon_{0}} \frac{1}{r^{2}} \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^{3}$
 $= \frac{\rho}{3\epsilon_{0}} \frac{R^{3}}{r}$



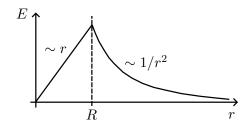
 $= \frac{\rho}{3\epsilon_0} \frac{R^3}{r}$ $\varphi_a(r) = -\int_{-\infty}^{r} E_a(r') dr' \qquad (Potential soll im Unendlichen 0 sein)$ $= \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0} \int_{-\infty}^{r} \frac{1}{r'^2} dr' = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0} \left[-\frac{1}{r'} \right]_{-\infty}^{r}$ $= \frac{\rho}{3\epsilon} \frac{R^3}{r}$

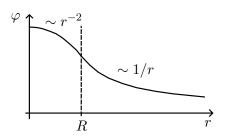
Kugel wird wie Punktladung in "großer" Kugel betrachtet.

b)
$$E_{i}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_{0}r^{2}} \rho \int_{0}^{r} 4\pi r'^{2} dr' = \frac{1}{4\pi\epsilon_{0}r^{2}} \cdot \rho \frac{4}{3}\pi r^{3} = \frac{\rho}{3\cdot\epsilon_{0}} r$$

$$\varphi_{i}(r) = \varphi_{a}(R) - \int_{R}^{r} E(r') dr' = \frac{\rho}{3\epsilon_{0}} \cdot \frac{R^{3}}{R} - \left[\frac{\rho}{6\epsilon_{0}} r'^{2}\right]_{R}^{r}$$

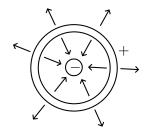
$$= \frac{\rho}{6\epsilon_{0}} (2R^{2} - r^{2} + R^{2}) = \frac{\rho}{6\epsilon_{0}} (3R^{2} - r^{2})$$





A3: Hohlkugel

a) Kugelsymmetrie: $\vec{E} = E(r) \cdot \vec{e}_r$

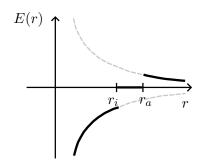


b) $E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$ Innen: Q = -q

$$\rightarrow E(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$$

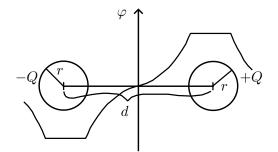
Metall: E = 0 (Influenzladungen schirmen Felder ab)

Außen: Q = 2q - q = q $\rightarrow E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$



A4: Zwei geladene Kugeln

a)



Außenfeld

Punktladung in Kugelmitte

b) Superpositionsprinzip:

$$\varphi_{\sum}(x) = \varphi_{Q-} + \varphi_{Q+} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q}{\left| x - \frac{d}{2} \right|} - \frac{Q}{\left| x + \frac{d}{2} \right|} \right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{\frac{d}{2} - x} - \frac{1}{\frac{d}{2} + x} \right)$$

Hier weitermachen!

A1: Kugelkondensator

A2: Plattenkondensator

A3: Parallel- und Reihenschaltung von Kondensatoren

A4: Halbes Dielektrikum

A1: Gesamtwiderstand

R jeweils 3Ω

 $R_{\rm ges}$?

• $R_{\rm a}, R_{\rm b}, R_{\rm c}$: Reihe

$$R_{
m abc} = R_{
m a} + R_{
m b} + R_{
m c} = 3R = 9\,\Omega$$

• R_{abc} , R_d : Parallel

$$\frac{1}{R_{\rm abcd}} = \frac{1}{R_{\rm abc}} + \frac{1}{R_{\rm d}} = \frac{R_{\rm d} + R_{\rm abc}}{R_{\rm abc} \cdot R_{\rm d}}$$

• $R_{\text{abcd}}, R_{\text{e}}, R_{\text{f}}$: Reihe

$$R_{\text{abcdef}} = R_{\text{abcd}} + R_{\text{e}} + R_{\text{f}} = \frac{9}{4}\Omega + 3\Omega + 3\Omega = \frac{33}{4}\Omega$$

• R_{abcdef} , R_g : Parallel

$$\frac{1}{R_{\text{gas}}} = \frac{1}{R_{\text{obsdef}}} + \frac{1}{R_{\text{g}}} = \frac{R_{\text{g}} + R_{\text{abcdef}}}{R_{\text{obsdef}} + R_{\text{g}}}$$

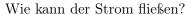
$$\frac{1}{R_{\rm ges}} = \frac{1}{R_{\rm abcdef}} + \frac{1}{R_{\rm g}} = \frac{R_{\rm g} + R_{\rm abcdef}}{R_{\rm abcdef} \cdot R_{\rm g}}$$

$$\downarrow R_{\rm ges} = \frac{R_{\rm abcdef} \cdot R_{\rm g}}{R_{\rm g} + R_{\rm abcdef}} = \frac{\frac{33}{4} \, \Omega \cdot 3 \, \Omega}{3 \, \Omega + \frac{33}{4} \, \Omega} = \frac{11}{5} \, \Omega = 2.2 \, \Omega$$

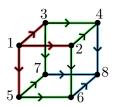
A2: Würfel aus Widerständen

Alle Kanten des Würfels bestehen aus gleichartigen Widerständen.

Gesucht: Gesamtwiderstand zwischen den Punkten (1) und (8).



sodass pro Schritt mehrere Wege möglich sind.



1. Schritt:

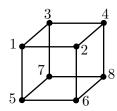
3 Möglichkeiten

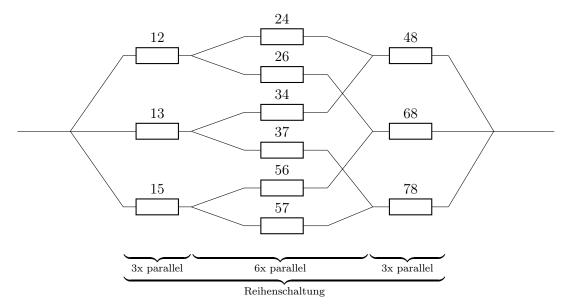
2. Schritt:

6 Möglichkeiten

3. Schritt:

3 Möglichkeiten





$$R = \rho \cdot \tfrac{l}{A} = 1.6 \cdot 10^{-8} \, \Omega \, \mathrm{m} \, \cdot \, \tfrac{0.1 \, \mathrm{m}}{\pi \cdot (0.5 \cdot 10^{-3} \, \mathrm{m})^2}$$

Erste Parallelschaltung:
$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R} \implies R_1 = \frac{1}{3}R$$

Analog dazu:
$$R_2 = \frac{1}{6}R$$
 , $R_3 = \frac{1}{3}R$

Reihenschaltung:
$$R_{\rm ges}=R_1+R_2+R_3=\frac{5}{6}R=1,70\,{\rm m}\Omega$$

A3: Lampe und Tauchsieder

$$P = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$$

Welchen Widerstand haben die beiden Geräte?

Lampe:
$$R_{\rm L} = \frac{U_0^2}{P_{\rm L}} = \frac{(115\,{\rm V})^2}{60\,{\rm W}} = 220,4\,\Omega$$

Tauchsieder:
$$R_{\rm T} = \frac{U_0^2}{P_{\rm T}} = \frac{(115\,{\rm V})^2}{500\,{\rm W}} = 26{,}45\,\Omega$$

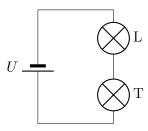
a) L und T in Reihe: $R_{\rm LT} = R_{\rm L} + R_{\rm T} = 246,9\,\Omega$

Reihe bedeutet: I bei beiden gleich.

$$I = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = \frac{230 \,\text{V}}{246,85 \,\Omega} = 0,932 \,\text{A}$$

$$U_{\rm L}=R_{\rm L}\cdot I=205{,}4\,\rm V$$

$$P_{\rm L} = U_{\rm L} \cdot I = 191.4 \, {\rm W} \gg 60 \, {\rm W} \, \, ({\it Kawumm!})$$



$$U_{\rm T}=R_{\rm T}\cdot I=24.7\,{\rm V}$$

$$P_{\rm T}=U_{\rm T}\cdot I=23.0\,{\rm W}\ll 500\,{\rm W}\ ({\it Nichts\ passiert!})$$

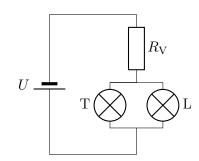
Fazit: Lampe und Tauchsieder lassen sich nicht in Reihe betreiben. Die Lampe brennt durch, der Tauchsieder wird nicht warm.

b) L und T parallel:

$$R_{\mathrm{LT}} = \frac{R_{\mathrm{L}} \cdot R_{\mathrm{T}}}{R_{\mathrm{L}} + R_{\mathrm{T}}} = 23,62\,\Omega$$

An
$$R_{\rm V}$$
 sollen 115 V abfallen.
$$I = \overbrace{\frac{U_0}{R_{\rm V}}}^{U_0} = \frac{U_0}{R_{\rm LT}}$$

$$\Rightarrow R_{\rm V} = \frac{U - U_0}{U_0} R_{\rm LT} = \frac{U_0}{U_0} R_{\rm LT} = 23,62 \,\Omega$$

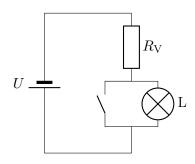


c)
$$P_{V} = U_{0} \cdot I = P_{LT}$$

 $= U_{0}(I_{L} + I_{T})$
 $= P_{L} + P_{T}$
 $= 60 \text{ W} + 500 \text{ W} = 560 \text{ W}$

d) Reihenschaltung:

$$\begin{split} I &= \frac{U}{R_{\rm V} + R_{\rm L}} = \frac{230\,\mathrm{V}}{244\,\Omega} = 0.94\,\mathrm{A} \\ P_{\rm L} &= U_{\rm L}\,\cdot\,I = R_{\rm L}\,\cdot\,I^2 = 194.8\,\mathrm{W} \gg 60\,\mathrm{W} \\ \Rightarrow \text{ Birne brennt wieder durch} \end{split}$$



A4: Autobatterie I

A5: Autobatterie II

A6: Strommessgerät mit Widerstand

A1: Wheatstone-Brücke

Parallelschaltung: $\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_X}$ (1)

Bedingung: Brückenstrom = 0

Voraussetzung: $U_{\text{Brücke}} = 0$

$$\Rightarrow \quad \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_{\ell-y}}{U_{\mathrm{y}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_3}{R_2} = \frac{R_{\ell} - R_{\mathrm{y}}}{R_{\mathrm{y}}} \quad |: R_3$$

$$\frac{1}{R_2} = \frac{R_\ell - R_\mathrm{y}}{R_3 \cdot R_\mathrm{y}} \stackrel{(1)}{=} \frac{1}{R_1} + R_\mathrm{X}$$

Aufgelöst nach R_X :

$$\frac{1}{R_X} = \frac{R_{\ell} - R_y}{R_3 \cdot R_y} - \frac{1}{R_1}$$
 $R_1 = R_3 = R_{\ell} = 1 \text{ kV}$ $R_y = 0.3 \text{ kV}$

$$R_{\rm X} = \left(\frac{R_{\ell} - R_{\rm y}}{R_3 \cdot R_{\rm y}} - \frac{1}{R_1}\right)^{-1} = 750\,\Omega$$

A2: Elektronen im Autokabel

A3: Kreisbahn beim Wasserstoffatom

A4: Elektronengeschwindigkeit im Feld

A5: Ionen im Magnetfeld

A6: Magnetfeld zwischen Drahtringen

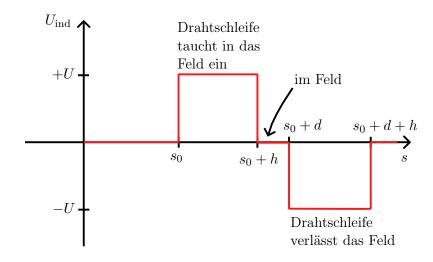
A1: Drehspulmessgerät

A2: Hallsonde

A3: Induktionsspannung zwischen Schienen

A4: Drahtschleife durchläuft Feld

a)



b) U_{ind} bei Änderung von A:

$$\begin{split} |U_{\mathrm{ind}}| &= N \cdot \vec{B} \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{A}}{\mathrm{d}t} \\ &= N \cdot B \cdot l \cdot v \\ &= 1 \cdot 1.5 \, \mathrm{T} \cdot 0.05 \, \mathrm{m} \cdot 0.1 \, \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\ &= 7.5 \, \mathrm{mV} \end{split}$$

mit
$$A = l \cdot b$$
,
$$N = 1 \text{ (Anzahl der Windungen)},$$

$$v = \frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}t}$$

c)
$$I = \frac{U}{R} = \frac{7.5 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{3 \cdot 10^{-3} \Omega} = 2.5 \text{ A}$$

Kraft auf stromdurchflossenen Leiter: $F = I \cdot B \cdot s$ (Merkspruch: "Fibs")

bzw. hier:
$$F = I \cdot B \cdot l = 2,5$$
 A · 1,5 T · 0,05 m = 187,5 mN

d) Maximale Geschwindigkeit wird erreicht, wenn $F_G = F_L$:

$$\begin{array}{ll} m\cdot g &= I\cdot l\cdot B\\ &= \frac{U}{R}\cdot l\cdot B & | \text{ mit } U = B\cdot l\cdot v \text{ (siehe Teil b)) folgt:}\\ &= \frac{B\cdot l\cdot v}{R}\cdot l\cdot B\\ \\ m\cdot g &= \frac{B^2\cdot l^2\cdot v}{R} \end{array}$$

Aufgelöst nach v:

$$v = \frac{m \cdot g \cdot U}{B^2 \cdot l^2} = \frac{0,002 \log \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 3 \cdot 10^{-3} \Omega}{(1,5 \text{ T})^2 \cdot (0,05 \text{ m})^2}$$
$$= 1,05 \cdot 10^{-2} \frac{m}{s} = 1,05 \frac{\text{cm}}{s}$$

A5: Drehende Spule

A1: Induktion im Stromkabel

a) Satz von Stokes: (Kreis mit Abstand r um das Kabel)

$$I = \oint \vec{H} d\vec{s} = H \cdot 2\pi r \quad \Rightarrow \quad H = \frac{I}{2\pi r}$$

Magnetische Flussdichte:
$$B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 50 \text{ A}}{2\pi \cdot 0.5 \text{ m}} = 2 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

b) Induktionsgesetz:

$$U_{\text{ind}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\vec{A} \times \vec{B} \right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(A \cdot B \cdot \cos(\alpha) \right)$$

$$U_{\text{ind}}$$
 maximal $\Leftrightarrow \alpha = 0^{\circ}$, d.h. $A \parallel B$

Feldlinien senkrecht zum Strom $(B \perp I)$, also $(A \perp I)$.

c)
$$U_{\text{ind}} = -N \frac{d\Phi}{dt} = -N \cdot A \cdot \frac{dB}{dt}$$
$$= -N \cdot A \cdot \frac{d}{dt} \left(B_0 \cdot \sin(\omega t) \right)$$
$$= -N \cdot A \cdot \omega \cdot B_0 \cdot \cos(\omega t)$$
$$= 1,88 \text{ mV}$$

A2: Spule in Spule

a) Magnetische Erregung:

$$H = I \cdot \frac{N}{l} = \frac{10 \,\mathrm{A} \cdot 2000}{0.2 \,\mathrm{m}} = 10^5 \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$$

b)
$$U_{\text{ind}} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Phi$$
 | integrieren

$$\int U_{\text{ind}} dt = -\Delta \Phi = -\Delta B \cdot A$$

$$= -\mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \cdot A$$

$$= -4 \pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}} \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$= -1.26 \cdot 10^{-4} \text{ V s}$$

Beim Ausschalten mit umgekehrtem Vorzeichen:

$$\int U_{\rm ind} \, dt = 1.26 \cdot 10^{-4} \, \rm V \, s$$

c)
$$\int U_{\text{ind}} dt = -(B_{\text{Mat}} - B_{\text{Luft}}) A$$
$$= -(\mu_r - 1) H \cdot A \cdot \mu_0$$

Aufgelöst nach μ_r :

$$-\frac{\int U_{\text{ind}} \, \mathrm{d}t}{\mu_0 H \cdot A} = \mu_r - 1 \qquad | +1$$

$$\mu_r = 1 - \frac{\int U_{\rm ind} \, \mathrm{d}t}{\mu_0 H \cdot A}$$
 | Hier die Werte aus Teil b) einsetzen

$$=1-\tfrac{1\cdot 10^{-8}\,\mathrm{V\,s}}{4\cdot \pi\cdot 10^{-7}\,\tfrac{\mathrm{V}\mathrm{s}}{\mathrm{Am}}\cdot 10^{5}\,\tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}\cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^{2}}=0,99992<1.\,\Rightarrow\,\mu_{r}<1\;\mathrm{bedeutet\;diamagnetisch}.$$

A3: Zylindrische Spule

a)
$$H = \frac{N \cdot I}{l}$$
 \Rightarrow $l = \frac{N \cdot I}{H} = \frac{5000 \cdot 60 \text{ A}}{6 \cdot 10^5 \frac{\text{A}}{\text{m}}} = 0,5 \text{ m}$

 $Energie = Energie dichte \cdot Volumen$

$$\begin{split} W &= w \cdot V \\ &= \underbrace{\frac{1}{2} \, \mu_0 \, \mu_r \, H^2}_{w} \cdot V = \tfrac{1}{2} \, H \cdot B \cdot V \\ &= \tfrac{1}{2} \cdot \left(6,0 \cdot 10^5 \tfrac{\text{A}}{\text{m}} \right)^2 \, \cdot \, 4\pi \, \cdot \, 10^{-7} \tfrac{\text{Vs}}{\text{Am}} \, \cdot \, 1 \, \cdot \, 0,5 \, \text{m} \, \cdot \, 2 \cdot 10^{-3} \, \text{m}^2 \\ &= 226,2 \, \text{J} \end{split}$$

- b)
- **c**)

A4: Transformator

- **a**)
- b)

A1: Lichtwelle im Medium

A2: Lichtkegel in Plexiglas

A3: Turm wirft Schatten

A4: Angler und Taucher

A5: Scheinwerfer im Wasser

A1: Wölbspiegel

A2: Sammellinse

A3: Abbildung auf Schirm

A4: Krümmungsradius der Linse

A5: Linse beim Fotoapparat

Allgemeines

Wichtige Begriffe zur Interferenz:

Überlagerung von zwei oder mehr kohärenten Wellenzügen führt zu

- \bullet konstruktiver Interferenz = Verstärkung, wenn Phasendifferenz geradzahliges Vielfaches von π ist
- destruktiver Interferenz = Auslöschung, wenn Phasendifferenz ungeradzahliges Vielfaches von π ist

Kohärenz: feste Phasenbeziehung zwischen Wellenzügen; nahezu monochromatisches (frequenzgleiches) Licht

A1: Vergütungsschicht

a) Gangunterschied $\Delta s \rightarrow$ wie weit sind die Wellen gegeneinander verschoben?

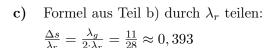
Übergang von einem optisch dünnerem zum optisch dichteren Medium $(n \to n_L)$:

$$\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}$$

Senkrechter Einfall: $\alpha = 0^{\circ}$; $\sin(0^{\circ}) = 0$

$$\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2} = 2 \cdot d \cdot n$$

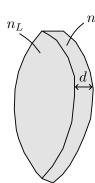
b) Destruktive Interferenz, wenn $\Delta s=2nd\stackrel{!}{=}\frac{\lambda_g}{2}$ $d=\frac{\lambda_g}{4n}=\frac{550\cdot 10^{-9} \, \mathrm{m}}{4\cdot 1,2}=114.6 \, \mathrm{nm}$



A3: Doppelspaltexperiment

A4: Beugungsgitter

A5: Polarisiertes Licht



A1: Rakete

- a) Relativistische Gleichung: $m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$ $\Rightarrow \text{ Daraus folgt das Massenverhältnis: } \frac{m(v)}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1 \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 (0.99)^2}} \approx 7,09$
- b) Zeitdilatation ("bewegte Uhren gehen langsamer")

$$\Delta t_{\mathrm{Beo}} = \frac{\Delta t_{\mathrm{Rakete}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \approx 7,09 \, \mathrm{Jahre}$$

Beobachter misst (analog zu a)):

c) Längenkontraktion:

Längen parallel zur Bewegungsrichtung erscheinen aus Sicht des Beobachters verkürzt. An den anderen Längen ändert sich nichts.

$$\Delta x_{\text{Beo}} = \Delta x_{\text{Rakete}} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \frac{\Delta x_{\text{Rakete}}}{7,09}$$

$$\Delta y_{\text{Beo}} = \Delta y_{\text{Rakete}}$$

$$\Delta z_{\rm Beo} = \Delta z_{\rm Rakete}$$

d) Dichte: $\rho = \frac{m}{V}$.

Es zählen die Masse der bewegten Rakete (siehe a)) sowie die Länge, die der Beobachter misst (siehe c)), d.h. m und x_{Beo} .

$$\rho = \frac{m}{V_{\rm Beo}} = \frac{m}{x_{\rm Beo} \cdot y \cdot z} = \frac{m}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \, \cdot \, \frac{1}{x_{\rm Beo} \cdot \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \cdot y \cdot z} = \frac{\rho_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}} \approx 50,25 \, \rho_0$$

- A2: Relativistisches Elektron
- A3: Protonenbeschleuniger

A1: Photoelektronen

- a) $E_{\text{Photon}} = h \cdot \nu = \underbrace{e \cdot U}_{\text{elektr.}} + \Phi$
- Φ: Auslöseenergie; nur vom Material und nicht von der Frequenz abhängig, also in beiden Fällen gleich

$$\begin{split} &\Phi = h \cdot \nu - e \cdot U \\ &c = \lambda \cdot \nu \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{c}{\lambda} \\ & \downarrow h \frac{c}{\lambda_1} - eU_1 = h \frac{c}{\lambda_2} - eU_2 \quad | : e \\ & \frac{h}{e} \frac{c}{\lambda_1} - U_1 = \frac{h}{e} \frac{c}{\lambda_2} - U_2 \\ & \frac{h}{e} \left(\frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_2} \right) = U_1 - U_2 \quad | \text{ aufgel\"ost nach } h/e : \\ & \frac{h}{e} = \frac{U_1 - U_2}{c \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right)} \end{split}$$

- b) $\Phi = h\nu_i eU = h\frac{c}{\lambda_i} eU \quad (i \in 1, 2)$
- c) Energie der Photonen $\hat{=}$ Auslöseenergie $\Phi = h \frac{c}{\lambda_{\text{max}}} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\text{max}} = \frac{h \cdot c}{\Phi}$

A2: Paarbildung

- a) $E_{\mathrm{Photon}} = E_{e^+} + E_{e^-}$ $\downarrow h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = m_{\mathrm{e}} \cdot c^2 + m_{\mathrm{e}} \cdot c^2 = 2 \cdot m_{\mathrm{e}} \cdot c^2$ Aufgelöst nach λ : $\lambda = \frac{h \cdot c}{2 \cdot m_{\mathrm{e}} \cdot c^2} = \frac{h}{2 \cdot m_{\mathrm{e}} \cdot c} \approx 1,21 \cdot 10^{-12} \,\mathrm{m} = 1,21 \,\mathrm{pm}$ mit $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \,\mathrm{J} \,\mathrm{s}$ $m_{\mathrm{e}} = 9,11 \cdot 10^{-31} \,\mathrm{kg}$ $c = 3 \cdot 10^8 \,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ $e = 1,602 \cdot 10^{-19} \,\mathrm{C}$
- b) $2m_e c^2 = e \cdot U$ $U = \frac{2m_e \cdot c^2}{e} = 1,024 \cdot 10^6 \text{ V}$ = 1024 kV bzw. 1,024 MV

c) De-Broglie-Wellenlänge: $\lambda = \frac{h}{p}$

Wo bekommen wir jetzt den Impuls her? \Rightarrow Energie-Impuls-Beziehung:

$$E^2-p^2c^2=\underbrace{m^2\cdot c^4}_{E_0^2}$$
; hier: $E^2=\underbrace{2\cdot E_0}_{\text{durch Beschleun., siehe b)}}+E_0=3E_0$ E_0 : Ruheenergie

$$p^{2} = \frac{E^{2} - E_{0}^{2}}{c^{2}} = \frac{(3 \cdot E_{0})^{2} - E_{0}^{2}}{c^{2}} = \frac{8E_{0}}{c^{2}} = \frac{8m_{0}^{2}c^{4}}{c^{2}} = 8m_{0}^{2}c^{2}$$

$$\downarrow p = \sqrt{p^{2}} = \sqrt{8}m_{0}c$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{8}m_{0} \cdot c} = 8,58 \cdot 10^{-13} \,\mathrm{m}$$

A3: Quantenmechanische Teilchen

a) Anders als bei einer klassischen Betrachtung müssen wir den Impuls nur einmal ausrechnen, da die de-Broglie-Wellenlänge bei allen dreien gleich ist.

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \,\mathrm{J}\,\mathrm{s}}{0,2 \cdot 10^{-9} \,\mathrm{m}} = 3,315 \cdot 10^{-24} \,\mathrm{kg}\,\mathrm{m/s}$$

b) Nichtrelativistisch: $E_{\rm kin} = \frac{1}{2}mv^2$

Quantenmechanisch: $E_{\rm kin} = h \cdot \nu$

$$mit p = m \cdot v \implies v = \frac{p}{m}$$

und
$$c = \lambda \cdot \nu \implies \nu = \frac{c}{\lambda}$$

$$\downarrow \ E_{\mathrm{kin},e^{-}} = \frac{1}{2} \frac{p^{2}}{m_{\mathrm{e}}} = 6.03 \cdot 10^{-18} \, \mathrm{J}$$

$$E_{\text{kin},p^+} = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m_p} = 3.29 \cdot 10^{-21} \,\text{J}$$

$$E_{\mathrm{kin},\gamma} = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 9.94 \cdot 10^{-16} \,\mathrm{J}$$

c) Geschwindigkeit der e⁻: viel langsamer als Lichtgeschwindigkeit.

Bewegungsenergie daher kleiner als Ruheenergie:

$$E_{\rm kin} \ll E_0 = mc^2$$

A4: Energieunschärfe

$$\Delta E \approx \frac{h}{\Delta t} = 6.63 \cdot 10^{-17} \,\mathrm{J}$$

- A5: Bohrsches Atommodell
- A6: Photonische Anregung
- A7: Alpha-Zerfall