Klassische Experimentalphysik B
Aufgaben und Lösungen

Aufschrieb von Levin, dem Ewig Schwingenden

Sommersemester 2017

Tutoriumsmitschrieb des Moduls Klassische Experimentalphysik B.
Vollständigkeit und Korrektheit kann nicht gewährleistet werden, ich habe jedoch nach bestem Wissen und Gewissen gearbeitet.

Grafiken wurden nach Vorlage meines Mitschriebs mit Tikz und Inkscape erstellt.

Die Energie wird hier mit W bezeichnet, um sie vom elektrischen Feld E zu unterscheiden.

Übungsblatt 1

A1: Anziehung zwischen Proton und Elektron

Gravitationskraft: $F_G = -\gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2} = -\gamma \frac{m_e \cdot m_p}{a_0^2} = -3{,}61 \cdot 10^{-47}\,\mathrm{N}$

Elektr. Anziehungskraft: $F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(-e) \cdot e}{a_0^2} = -8{,}2 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{N}$

Verwendete Konstanten: $\epsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12} \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2}$

$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$

$\gamma = 6{,}674 \cdot 10^{-11} \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^2}$

Verhältnis: $\frac{F_G}{F_C} = 4{,}4 \cdot 10^{-40}$

A2: Teilchen im E-Feld

a) $F = q \cdot E = 3 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^3 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = 6\,\mathrm{mN}$

b) $W_{\mathrm{kin}} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}\,\mathrm{d}\vec{s} = Q \cdot \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{s} = Q \cdot E \cdot (r_2 - r_1)$

$= 3 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{C} \cdot 2 \cdot 10^3\,\mathrm{N} \cdot 4\,\mathrm{m} = 24\,\mathrm{mJ}$

c) Energieerhaltung: $W_{\mathrm{pot}} \to W_{\mathrm{kin}}$ (bzw. umgekehrt)

Also: $\Delta W_{pot} = -W_{kin} = -24\,\mathrm{mJ}$

d) $U = \Delta\varphi = \varphi(r_2) - \varphi(r_1)$

mit $\varphi(\vec{r}) = \frac{W_{\mathrm{pot}}}{Q}$

also $\Delta\varphi = \frac{\Delta W_{\mathrm{pot}}}{Q} = \frac{-24\,\mathrm{mJ}}{3\,\mu\mathrm{C}} = -8\,\mathrm{kV}$

e) $\Delta\varphi = -E\Delta x$ (siehe d))

Also: $\varphi(x) = \varphi_0 - E \cdot x$

Hier:

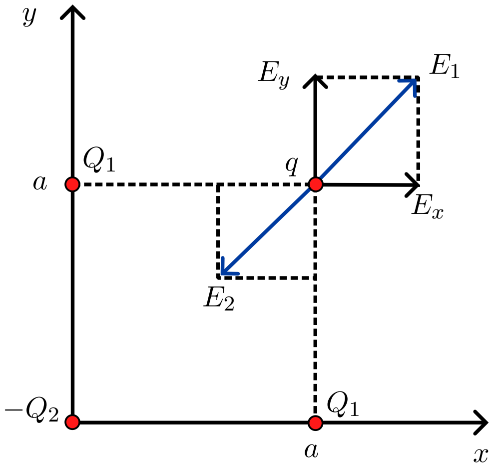
$\varphi(1) = \varphi_0 - E \cdot 1\,\mathrm{m} = 0$

$\Rightarrow \varphi_0 = 2\,\frac{\mathrm{kN}}{\mathrm{C}} \cdot 1\,\mathrm{m} = 2\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}} \cdot 1\,\mathrm{m} = 2\,\mathrm{kV}$

Potential: $\varphi = \underbrace{2\,\mathrm{kV}}_{\varphi_0} - \underbrace{2\,\frac{\mathrm{kV}}{\mathrm{m}}}_{E} \cdot x$

A3: Kräftegleichgewicht beim Ladungsviereck

a)



Damit Ladung q im Punkt (a, a) keine Kraft erfährt, muss gelten:

$|\text{Anziehung}| = |\text{Abstoßung}|$

Also: $E_1 + E_2 = 0$

Gesamtladung: $Q = Q_1 + Q_1 + Q_2$

Kraft auf q: $F_c(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q \cdot Q}{r^2}$

Feldstärke: $E = \frac{F}{q} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}$

Nun soll auf q keine Kraft wirken:

$F_c(a, a) = 0 \quad \Rightarrow \quad E(a, a) = 0$

$$E_x = E_1 \cdot \underbrace{\cos(45°)}_{1/\sqrt{2}} = E_1 \cdot \underbrace{\sin(45°)}_{1/\sqrt{2}} = E_y = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1}{a^2}$$

$\Rightarrow E_1 = \sqrt{2} \cdot E_x$

Abstand zwischen Nullpunkt und (a, a): $\sqrt{2}a$ (durch Satz des Pythagoras)

$\Rightarrow E_2 = \frac{-1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_2}{2a^2}$

Gesamt: $E_1 + E_2 = \frac{\sqrt{2}}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1}{a^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_2}{2a^2}$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0 a^2}\left(\sqrt{2}Q_1 - \frac{Q_2}{2}\right) = 0$$

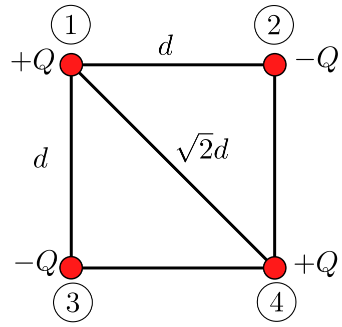
$$\sqrt{2}Q_1 = \frac{Q_2}{2}$$

$$Q_2 = 2\sqrt{2}Q_1$$

b) $\varphi(r) = -\int_\infty^r E(r)\,\mathrm{d}r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r}$

$$\varphi(a, a) = \underbrace{2}_{\substack{\text{für x}\\ \text{und y}}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_1}{a} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q_2}{\sqrt{2}a} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\underbrace{\left(2 - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\right)}_{0}\frac{Q_1}{a} = 0$$

A4: Elektrischer Quadrupol



Potential einer Ladung q im Abstand r:

$\varphi_i(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_i}{r}$

Nun wirkt das Potential von q_i auf eine Ladung q_j:

$W_{ji} = q_j \cdot \varphi_i\left(r_{ij}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$

Nun fügt man eine Ladung nach der anderen hinzu:

$$W = \sum_{j=2}^{N}\left(\frac{q_j}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i=1}^{j-1}\frac{q_i}{r_{ij}}\right) \qquad \text{Hier: } N = 4$$

Sieht komplizierter aus, als es ist. Wir fügen eine Ladung nach der anderen hinzu, und schauen jeweils, wie sie sich auf die bereits vorhandenen Ladungen auswirkt.

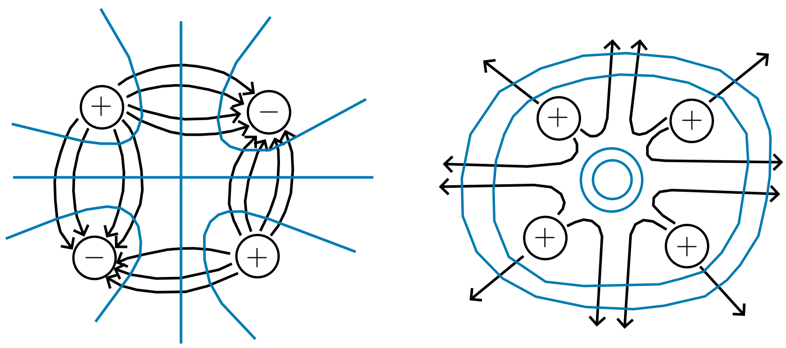
a) $$W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d}\left(\underbrace{-1}_{1+2} + \underbrace{\left(-1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}_{1+2+3} + \underbrace{\left(-1+1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)}_{1+2+3+4}\right)$$

$$= -\frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d}\left(4-\sqrt{2}\right) = -1{,}19\cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}$$

b) Alle Vorzeichen gleich:

$$W = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 d}\left(4+\sqrt{2}\right) = 2{,}49\cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}$$

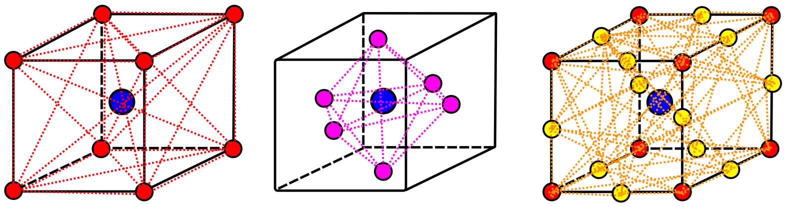
c) Feldlinien (schwarz) und Äquipotentiallinien (blau) in Fall a) (unterschiedliche Ladungen) und Fall b) (gleiche Ladungen)



Überlegungen:

- Symmetrie
- Feldlinien zeigen von + zu -
- Feldlinien schneiden sich nicht
- Äquipotentiallinien ⊥ Feldlinien

A5: Ladung im Würfel



a) b) c)

Potential der Punktladung q im Abstand r:

$$\varphi_i(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \underbrace{\epsilon_r}_{optional}} \frac{q}{r}$$

Spannung: Potentialdifferenz, also $\varphi(r_1) - \varphi(r_2)$

a) Würfel: Alle Ecken gleich weit vom Mittelpunkt entfernt, also $|r_1| = |r_2|$.
$\Rightarrow U = \varphi(r_1) - \varphi(r_2) = 0\,\mathrm{V}$.

b) Analog für die Seitenflächen:
Gleiche Entfernung zum Mittelpunkt, und somit $U = 0\,\mathrm{V}$.

c) Kantenlänge: a
$\rightarrow \quad r(\text{Seite}) = \frac{a}{2} \quad$ und $\quad r(\text{Ecke}) = \frac{a}{2}\sqrt{3}$ (Pythagoras)
$\Lsh\; U = \varphi(\text{Seite}) - \varphi(\text{Ecke}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r}\left(\frac{2}{a} - \frac{2}{a\sqrt{3}}\right) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r a}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

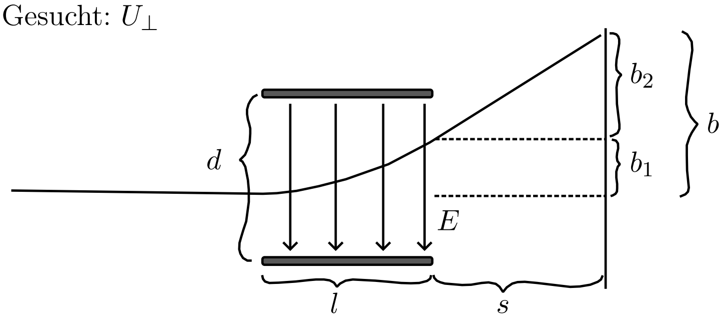
A6: Braunsche Röhre

a) $W_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m_e v_0^2 = eU_0$

$v_0 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_e}} = 2{,}65 \cdot 10^7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$

b) $v_\parallel = \text{const.} = v_0 \quad , \quad t_a = \frac{l}{v_\parallel} \quad , \quad E = \frac{U_\perp}{d}$

Gesucht: $U_\perp$



- Ablenkungsbeschleunigung: $F = eE = m_e a_\perp \quad \Rightarrow \quad a_\perp = \frac{eE}{m_e} = \frac{eU_\perp}{m_e d}$
- Weg durch geladene Platten: Parabel (vgl. schiefer Wurf)

  Austrittshöhe: $b_1 = \frac{1}{2} a_\perp t_a^2 = \frac{1}{2} a_\perp \frac{l^2}{v_\perp^2}$
- Weg zwischen Platten und Schirm: unbeschleunigt

  $b_2 = v_\perp t_s = s \cdot \frac{v_\perp}{v_\parallel} = s \cdot \frac{a_\perp \cdot t_a}{v_\parallel} = s a_\perp \frac{l}{v_\parallel^2}$
- $b = b_1 + b_2 = \frac{a_\perp l}{v_\parallel^2} \left(\frac{1}{2} l + s\right) = \frac{eU_\perp}{m_e \cdot d} \cdot \underbrace{\frac{m_e}{2eU_0}}_{\text{siehe a)}} l \left(\frac{1}{2} l + s\right) = \frac{1}{2} \frac{l}{d} \frac{U_\perp}{U_0} \left(\frac{1}{2} l + s\right)$
- Aufgelöst: $U_\perp = \frac{2bd}{l\left(\frac{1}{2} l + s\right)}$

c) Es ändert sich nichts, da sich die Platten- und Anodenspannung gegenseitig ausgleichen.

$b \sim \frac{a_\perp}{v_\parallel^2} \sim \frac{U_\perp}{U_0}$

Übungsblatt 2

Was ist eigentlich der Satz von Gauß?

Elektr. Fluss Φ gibt an, wie viel Elektrizität durch eine Fläche strömt.
Mit anderen Worten: „Wie viele Feldlinien gehen durch ein Flächenelement?“

E-Feld muss nicht konstant über ganze
Fläche sein, daher differentielle Betrachtung:

$\mathrm{d}\Phi = \vec{E} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = E \cdot \cos(\varphi)\,\mathrm{d}A$

Bedeutung des Flusses:

	$\Phi = 0$		$\Phi \neq 0$
Grafik 1	„So viel, wie reingeht, geht wieder raus“	Grafik 2	„Es geht mehr / weniger raus“ ↳ Es muss eine elektr. Quelle / Senke geben

Wir integrieren ($\vec{E}$ sei das Feld einer Punktladung):

$$\begin{aligned}\Phi &= \oint \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{A} = \oint E \cdot \cos(\varphi)\,\mathrm{d}A \\ &= \oint \tfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\tfrac{q}{r^2}\,\mathrm{d}A = \tfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\tfrac{q}{r^2}\oint \mathrm{d}A \\ &= \tfrac{1}{4\pi\epsilon_0}\tfrac{q}{r^2} \cdot 4\pi r^2 \\ &= \tfrac{q}{\epsilon_0}\end{aligned}$$

hier: $\cos(\varphi) = 1$, da $\vec{E}$ und $\vec{A}$ die gleiche Richtung haben

A1: Spannung am Draht

$r_1 = 0{,}01\,\mathrm{m}$ $\qquad \epsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{Nm}^2}$

$r_2 = 0{,}05\,\mathrm{m}$ $\qquad \lambda = 2 \cdot 10^{-8}\,\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}}$

Draht $\widehat{=}$ Zylinder (bzw. Zylindermantel: keine Feldlinien durch Seitenflächen)

Satz von Gauß: $\oint \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{A} = \frac{q}{\epsilon_0}$

Fläche eines Zylindermantels: $A_{\text{Mantel}} = 2\pi r \cdot l$

$\Rightarrow \oint \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{A} = \oint E(r)\,\mathrm{d}\vec{A} = E(r) 2\pi r l \overset{\text{Gauß}}{=} \frac{q}{\epsilon_0} = \frac{\lambda l}{\epsilon_0}$

Aufgelöst nach E: $E(r) = \frac{\lambda l}{2\pi r l \epsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\frac{1}{r}$

Für die Spannung benötigen wir zunächst das Potential:

$\varphi(r) = -\int\limits_{r_0}^{r} E(r')\,\mathrm{d}r' = -\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\int\limits_{r_0}^{r} \frac{1}{r'}\,\mathrm{d}r' = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_0}{r}\right)$

$$
\begin{aligned}
U &= \varphi(r_1) - \varphi(r_2) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\left(\ln\left(\frac{r_0}{r_1}\right) - \ln\left(\frac{r_0}{r_2}\right)\right)\\
&= \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\left(\frac{r_0/r_1}{r_0/r_2}\right) = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0}\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right) = 578{,}6\,\mathrm{V}
\end{aligned}
$$

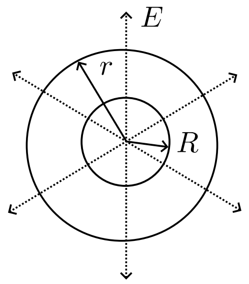
A2: Feld der Isolatorkugel

Warum muss die Kugel nichtleitend sein?

↳ Ladungen auch im Innern und nicht nur auf der Oberfläche.

Satz von Gauß: $\oint \vec{E}\,\mathrm{d}\vec{A} = \oint\limits_{\text{Kugel}} E(r)\,\mathrm{d}A$

$$= E(r)4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$$



Kugelsymmetrie: $\vec{E} = E(r)\vec{e}_r$

$\Rightarrow E(r) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}\int \rho\,\mathrm{d}V$

a)

$$
\begin{aligned}
E_\mathrm{a}(r) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}\,\rho\int_0^R 4\pi r'^2\,\mathrm{d}r'\\
&= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r^2}\,\rho\cdot\frac{4}{3}\pi R^3\\
&= \frac{\rho}{3\epsilon_0}\frac{R^3}{r}
\end{aligned}
$$

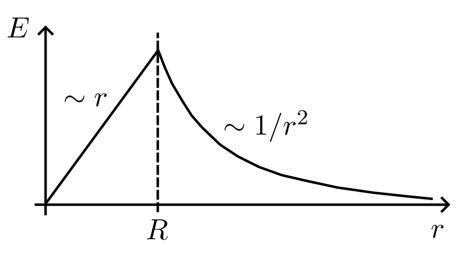
$$\varphi_a(r) = -\int_\infty^r E_\mathrm{a}(r')\,\mathrm{d}r' \qquad \text{(Potential soll im Unendlichen 0 sein)}$$

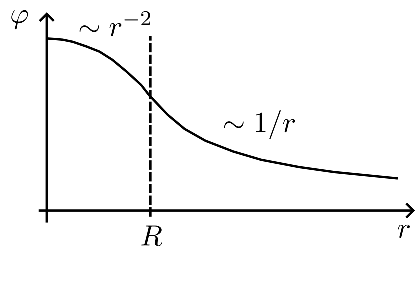
$$
\begin{aligned}
&= \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0}\int_\infty^r \frac{1}{r'^2}\,\mathrm{d}r' = \frac{\rho R^3}{3\epsilon_0}\left[-\frac{1}{r'}\right]_\infty^r\\
&= \frac{\rho}{3\epsilon}\frac{R^3}{r}
\end{aligned}
$$

Kugel wird wie Punktladung in „großer“ Kugel betrachtet.

b)

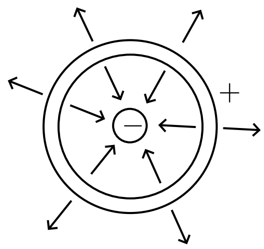
$$
\begin{aligned}
E_\mathrm{i}(r) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2}\,\rho\int_0^r 4\pi r'^2\,\mathrm{d}r' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 r^2}\cdot\rho\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{\rho}{3\cdot\epsilon_0}r\\
\varphi_\mathrm{i}(r) &= \varphi_\mathrm{a}(R) - \int_R^r E(r')\,\mathrm{d}r' = \frac{\rho}{3\epsilon_0}\cdot\frac{R^3}{R} - \left[\frac{\rho}{6\epsilon_0}r'^2\right]_R^r\\
&= \frac{\rho}{6\epsilon_0}(2R^2 - r^2 + R^2) = \frac{\rho}{6\epsilon_0}(3R^2 - r^2)
\end{aligned}
$$





A3: Hohlkugel

a) Kugelsymmetrie: $\vec{E} = E(r) \cdot \vec{e}_{\mathrm{r}}$

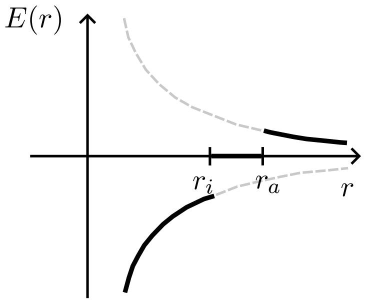


b) $E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{Q}{r^2}$

Innen: $Q = -q$ $\rightarrow E(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$

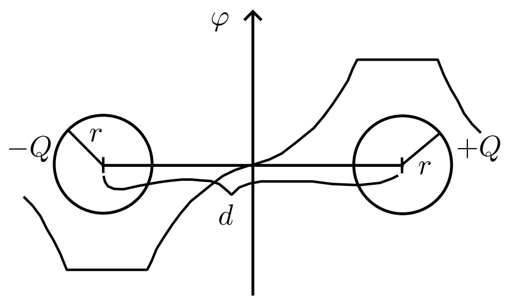
Metall: $E = 0$ (Influenzladungen schirmen Felder ab)

Außen: $Q = 2q - q = q$ $\rightarrow E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$



A4: Zwei geladene Kugeln

a)



Außenfeld $\widehat{=}$ Punktladung in Kugelmitte

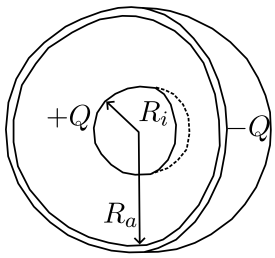
b) Superpositionsprinzip:

$\varphi_{\sum}(x) = \varphi_{Q-} + \varphi_{Q+} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{Q}{\left|x-\frac{d}{2}\right|} - \frac{Q}{\left|x+\frac{d}{2}\right|}\right) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{\frac{d}{2}-x} - \frac{1}{\frac{d}{2}+x}\right)$

Hier weitermachen!

Übungsblatt 3

A1: Kugelkondensator



a) $U = \int_{r_i}^{r_a} E \,\mathrm{d}r = \int_{r_i}^{r_a} \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r^2} \,\mathrm{d}r$

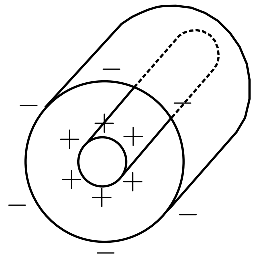
$= \left[-\frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r} \right]_{r_i}^{r_a} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_a} \right)$

$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r_a - r_i}{r_a \cdot r_i}$

b) $C = \frac{Q}{U} = \frac{Q \cdot 4\pi\epsilon_0}{Q \cdot \left(\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_a} \right)} = \frac{4\pi\epsilon_0}{\frac{1}{r_i} - \frac{1}{r_a}}$

$= \frac{4\pi\epsilon_0 \, r_a \, r_i}{r_a - r_i}$

c) Wir betrachten nun einen Zylinder.



Oberfläche: $A = 2\pi \, r \, l$

Gauß: $E \cdot 2\pi \, r \, l = \frac{Q}{\epsilon_0}$

$\Rightarrow E = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \frac{1}{r}$

$U = \int_{r_i}^{r_a} E \,\mathrm{d}r = \int_{r_i}^{r_a} \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 l} \frac{1}{r} \,\mathrm{d}r = \frac{Q \cdot \ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}{2\pi\epsilon_0 l}$

$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln\left(\frac{r_a}{r_i}\right)}$

A2: Plattenkondensator

a) Gauß: $Q = \epsilon_0 E A = \epsilon_0 \frac{U}{d} A$

↳ $C_0 = \frac{Q}{U} = \frac{\epsilon_0 A}{d} = 26{,}6 \,\mathrm{pF}$

$Q_0 = C_0 \cdot U_0 = \frac{\epsilon_0 \, A \, U_0}{d} = 3{,}19 \cdot 10^{-10} \,\mathrm{C}$

$W_0 = \frac{1}{2} C_0 \, U_0^2 = 1{,}91 \cdot 10^{-9} \,\mathrm{J}$

b) Spannungsquelle getrennt: Q kann nicht abfließen $\rightarrow Q = Q_0$

Spannung: $U = \frac{Q \, d}{\epsilon_0 \, A} \xrightarrow{d=2d_0} U = 2\,U_0$

E-Feld: $E = \frac{U}{d} = \frac{2\,U_0}{2\,d_0} = E_0$

Verschiebungsdichte: $D = \frac{Q}{A} = \epsilon_0 \, E_0 = D_0$

Kapazität: $C = \frac{\epsilon_0 \, A}{d} = \frac{\epsilon_0 \, A}{2\,d_0} = \frac{1}{2} C_0$

Energie: $W = \frac{1}{2} C \, U^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} C_0 \cdot (2U_0)^2 = C_0 \, U_0^2$

c) $W(\text{vorher}) = \frac{1}{2}\, C_0\, U_0^2$

$W(\text{nachher}) = C_0\, U_0^2$

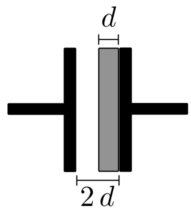
Energieerhaltungssatz:

$\Delta W = C_0\, U_0^2 \;-\; \frac{1}{2}\, C_0\, U_0^2 = \frac{1}{2}\, C_0\, U_0^2 = 1{,}91 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{J}$

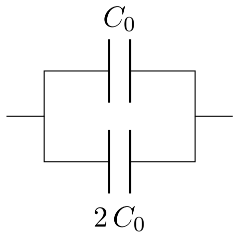
Metallplatte: feldfrei (kein Dielektrikum)

↳ „halbiert“ den Kondensator:

$U = E_0 \cdot (2\, d_0 \;-\; d_0) = U_0 = 12\,\mathrm{V}$



d) Parallelschaltung:



$C_{\text{ges}} = C_0 \;+\; 2\, C_0 = 3\, C_0$

$U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{3\, C_0} = \frac{1}{3}\, U_0 = 4\,\mathrm{V}$

e) Spannung wird nicht abgeklemmt → U bleibt gleich

$C = \frac{1}{2}\, C_0$ (nicht von Spannung abhängig)

$Q = C \cdot U = \frac{1}{2}\, C_0 \cdot U_0 = \frac{1}{2}\, Q_0$

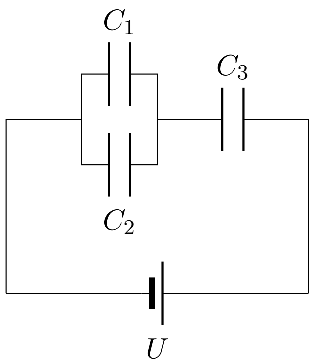
$E = \frac{U}{d} = \frac{U_0}{2\, d_0} = \frac{1}{2}\, E_0$

$W = \frac{1}{2}\, C U^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\, C_0 \cdot U_0^2 = \frac{1}{4}\, C_0 U_0^2$

$\Delta W = \frac{1}{2}\, C_0 U_0^2 \;-\; \frac{1}{4}\, C_0 U_0^2 = \frac{1}{4}\, C_0 U_0^2$

A3: Parallel- und Reihenschaltung von Kondensatoren

a) Schaltbild:



b) Parallel: $C_{\text{ers}} = C_1 + C_2 + ...$

Reihe: $\frac{1}{C_{\text{ers}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + ...$

Hier also: $\frac{1}{C_{\text{ers}}} = \frac{1}{C_1+C_2} + \frac{1}{C_3}$

↳ $C_{\text{ers}} = 2{,}42 \cdot 10^{-7}\,\text{F}$

Welche Ladung hat C_{ers}?

$Q = C_{\text{ers}} \cdot U = 2{,}42\,\mu\text{F}$

Ladung fließt komplett durch C_3, also:

$Q_3 = 2{,}42\,\mu\text{C}$

Wie verteilt sich die Ladung auf die beiden parallelen Widerstände?

$C_{12} = C_1 + C_2 = 1{,}25\,\mu\text{F} \quad \rightarrow \quad U = \frac{Q_3}{C_{12}} = \frac{2{,}42\,\mu\text{C}}{1{,}25\,\mu\text{F}} = 1{,}94\,\text{V}$

$Q_1 = C_1 \cdot U = 1{,}94\,\mu\text{C} \quad , \quad Q_2 = 0{,}48\,\mu\text{C}$

A4: Halbes Dielektrikum

a) **Fall 1:**

Serienschaltung zweier „Teilkondensatoren“ (einmal mit und einmal ohne Dielektrikum; Abstand je $d/2$)

$C_1 = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d/2} = \frac{2\epsilon_0\epsilon_r A}{d} = 2\epsilon_r C_0$

$C_2 = \epsilon_0 \frac{A}{d/2} = 2C_0$

$C_{\text{ges}} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1+C_2} = \frac{4\epsilon_r C_0^2}{2\,(\epsilon_r+1)C_0} = \frac{2\,\epsilon_r\,C_0}{\epsilon_r+1}$

Spannung: $U = \frac{Q}{C} = \frac{Q}{C_0}\,\frac{\epsilon_r+1}{2\,\epsilon_r} = U_0\,\frac{\epsilon_r+1}{2\,\epsilon_r}$

E-Feld: $E = \frac{Q}{\epsilon_0\,\epsilon_r\,A} \quad \rightarrow \quad E_1 = \frac{E_0}{\epsilon_r} \quad , \quad E_2 = E_0$

$D = \frac{Q}{A} = D_1 = D_2$ (unabh. von ϵ_r; Q konstant)

ebenso $\sigma = \frac{Q}{A} = D$

Energie: $W = \frac{1}{2}\,CU^2 = \frac{1}{2}\,\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\,\frac{Q^2}{C_0}\,\frac{\epsilon_r+1}{2\,\epsilon_r} = \frac{\epsilon_r+1}{2\,\epsilon_r}\,W_0$

Fall 2:

Parallelschaltung (einmal mit und einmal ohne Dielektrikum, Fläche je $A/2$)

$$\left.\begin{aligned} C_1 &= \frac{\epsilon_0\epsilon_r}{d}\,\frac{A}{2} = \frac{\epsilon_r}{2}\,C_0 \\ C_2 &= \frac{\epsilon_0}{d}\,\frac{A}{2} = \frac{1}{2}\,C_0 \end{aligned}\right\} \; C_{\text{ges}} = \frac{1}{2}\,C_0\,(1+\epsilon_r)$$

$U = \frac{Q}{C} = \frac{2\,Q}{C_0\,(1+\epsilon_r)} = \frac{2}{1+\epsilon_r} U_0$

E-Feld: $E = \frac{U}{d} = \frac{2}{1+\epsilon_r}\,E_0$

$D = \epsilon \cdot E \quad , \quad D_1 = \frac{2\,\epsilon_r}{1+\epsilon_r}\,D_0 \quad , \quad D_2 = \frac{2}{1+\epsilon_r}\,D_0$

$\sigma = \frac{Q}{A} = \sigma_0$

$W = \frac{1}{2}\, C U^2 = \frac{1}{2}\, \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\, \frac{2}{1+\epsilon_r}\, \frac{Q^2}{C_0} = \frac{2}{1+\epsilon_r}\, W_0$

b) Was passiert, wenn nicht Q, sondern U konstant bleibt?

Wir setzen wieder die Kapazitäten wie in a) ein:

$C = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r+1}\, C_0$ (Fall 1)

$C = \frac{1+\epsilon_r}{2}\, C_0$ (Fall 2)

Fall 1:

$Q = C \cdot U = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r+1}\, C_0 \cdot U = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r+1}\, Q_0$

$E = \frac{Q}{\epsilon_0\, \epsilon_r\, A} \quad \longrightarrow \; E_1 = \frac{2}{\epsilon_r+1}\, E_0$

$\qquad\qquad\qquad\quad E_2 = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r+1}\, E_0$

$D = \frac{Q}{A} = D_1 = D_2 = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r+1}\, D_0 = \sigma$

$W = \frac{1}{2}\, C U^2 = \frac{2\epsilon_r}{\epsilon_r+1}\, W_0$

Fall 2:

$Q = C \cdot U = \frac{\epsilon_r+1}{2}\, Q_0$

$E = \frac{U}{d} = E_1 = E_2 = E_0$

$D = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r \cdot E \quad \longrightarrow \quad \sigma_1 = D_1 = \epsilon_r\, D_0$

$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \sigma_2 = D_2 = D_0$

$W = \frac{1}{2}\, C U^2 = \frac{\epsilon_r+1}{2}\, W_0$

Übungsblatt 4

A1: Gesamtwiderstand

R jeweils $3\,\Omega$

R_{ges}?

- R_{a}, R_{b}, R_{c}: Reihe

  $R_{\text{abc}} = R_{\text{a}} + R_{\text{b}} + R_{\text{c}} = 3R = 9\,\Omega$

- $R_{\text{abc}}, R_{\text{d}}$: Parallel

  $\frac{1}{R_{\text{abcd}}} = \frac{1}{R_{\text{abc}}} + \frac{1}{R_{\text{d}}} = \frac{R_{\text{d}} + R_{\text{abc}}}{R_{\text{abc}} \cdot R_{\text{d}}}$

  ↳ $R_{\text{abcd}} = \frac{R_{\text{abc}} \cdot R_{\text{d}}}{R_{\text{d}} + R_{\text{abc}}} = \frac{9\,\Omega \cdot 3\,\Omega}{3\,\Omega + 9\,\Omega} = \frac{9}{4}\,\Omega$

- $R_{\text{abcd}}, R_{\text{e}}, R_{\text{f}}$: Reihe

  $R_{\text{abcdef}} = R_{\text{abcd}} + R_{\text{e}} + R_{\text{f}} = \frac{9}{4}\,\Omega + 3\,\Omega + 3\,\Omega = \frac{33}{4}\,\Omega$

- R_{abcdef}, R_{g}: Parallel

  $\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \frac{1}{R_{\text{abcdef}}} + \frac{1}{R_{\text{g}}} = \frac{R_{\text{g}} + R_{\text{abcdef}}}{R_{\text{abcdef}} \cdot R_{\text{g}}}$

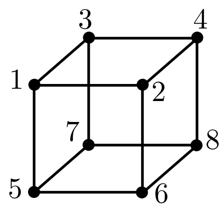
  ↳ $R_{\text{ges}} = \frac{R_{\text{abcdef}} \cdot R_{\text{g}}}{R_{\text{g}} + R_{\text{abcdef}}} = \frac{\frac{33}{4}\,\Omega \cdot 3\,\Omega}{3\,\Omega + \frac{33}{4}\,\Omega} = \frac{11}{5}\,\Omega = 2{,}2\,\Omega$

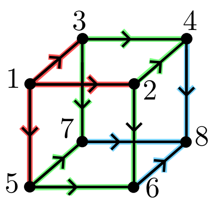
A2: Würfel aus Widerständen

Alle Kanten des Würfels bestehen aus gleichartigen Widerständen.

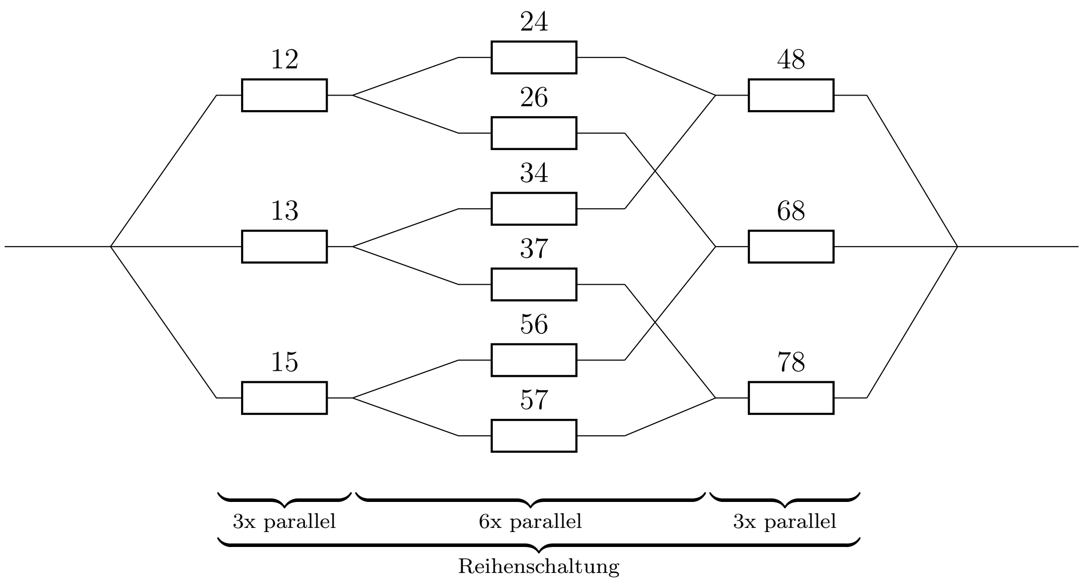
Gesucht: Gesamtwiderstand zwischen den Punkten 1 und 8.

Wie kann der Strom fließen?
↳ Drei Schritte – jeweils einer in x-, y- und z-Richtung –, sodass pro Schritt mehrere Wege möglich sind.





1. Schritt:	3 Möglichkeiten
2. Schritt:	6 Möglichkeiten
3. Schritt:	3 Möglichkeiten



$R = \rho \cdot \frac{l}{A} = 1{,}6 \cdot 10^{-8}\,\Omega\,\mathrm{m} \cdot \frac{0{,}1\,\mathrm{m}}{\pi \cdot (0{,}5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m})^2}$

Erste Parallelschaltung: $\frac{1}{R_1} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R} \quad \Rightarrow \quad R_1 = \frac{1}{3}R$

Analog dazu: $R_2 = \frac{1}{6}R \quad , \quad R_3 = \frac{1}{3}R$

Reihenschaltung: $R_{\text{ges}} = R_1 + R_2 + R_3 = \frac{5}{6}R = 1{,}70\,\mathrm{m}\Omega$

A3: Lampe und Tauchsieder

$P = U \cdot I = U \cdot \frac{U}{R} = \frac{U^2}{R}$

Welchen Widerstand haben die beiden Geräte?

Lampe: $R_{\text{L}} = \frac{U_0^2}{P_{\text{L}}} = \frac{(115\,\text{V})^2}{60\,\text{W}} = 220{,}4\,\Omega$

Tauchsieder: $R_{\text{T}} = \frac{U_0^2}{P_{\text{T}}} = \frac{(115\,\text{V})^2}{500\,\text{W}} = 26{,}45\,\Omega$

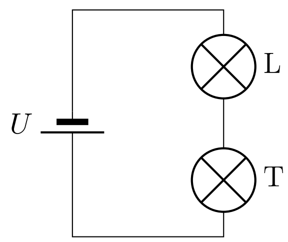
a) L und T in Reihe: $R_{\text{LT}} = R_{\text{L}} + R_{\text{T}} = 246{,}9\,\Omega$

Reihe bedeutet: I bei beiden gleich.

$I = \frac{U}{R_{\text{ges}}} = \frac{230\,\text{V}}{246{,}85\,\Omega} = 0{,}932\,\text{A}$

$U_{\text{L}} = R_{\text{L}} \cdot I = 205{,}4\,\text{V}$

$P_{\text{L}} = U_{\text{L}} \cdot I = 191{,}4\,\text{W} \gg 60\,\text{W}$ *(Kawumm!)*

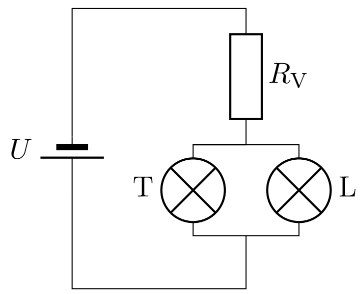


$U_\mathrm{T} = R_\mathrm{T} \cdot I = 24{,}7\,\mathrm{V}$

$P_\mathrm{T} = U_\mathrm{T} \cdot I = 23{,}0\,\mathrm{W} \ll 500\,\mathrm{W}$ *(Nichts passiert!)*

Fazit: Lampe und Tauchsieder lassen sich nicht in Reihe betreiben.
Die Lampe brennt durch, der Tauchsieder wird nicht warm.

b) L und T parallel:



$R_\mathrm{LT} = \frac{R_\mathrm{L} \cdot R_\mathrm{T}}{R_\mathrm{L} + R_\mathrm{T}} = 23{,}62\,\Omega$

An R_V sollen 115 V abfallen.

$I = \frac{\overbrace{U - U_0}^{U_0}}{R_\mathrm{V}} = \frac{U_0}{R_\mathrm{LT}}$

$\Rightarrow \quad R_\mathrm{V} = \frac{U - U_0}{U_0} R_\mathrm{LT} = \frac{U_0}{U_0} R_\mathrm{LT} = 23{,}62\,\Omega$

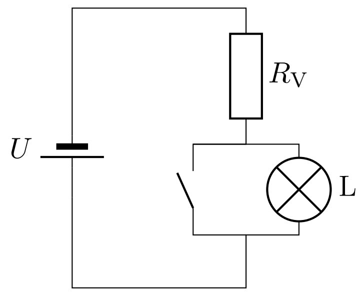
c) $P_\mathrm{V} = U_0 \cdot I = P_\mathrm{LT}$

$= U_0(I_\mathrm{L} + I_\mathrm{T})$

$= P_\mathrm{L} + P_\mathrm{T}$

$= 60\,\mathrm{W} + 500\,\mathrm{W} = 560\,\mathrm{W}$

d) Reihenschaltung:



$I = \frac{U}{R_\mathrm{V} + R_\mathrm{L}} = \frac{230\,\mathrm{V}}{244\,\Omega} = 0{,}94\,\mathrm{A}$

$P_\mathrm{L} = U_\mathrm{L} \cdot I = R_\mathrm{L} \cdot I^2 = 194{,}8\,\mathrm{W} \gg 60\,\mathrm{W}$

$\Rightarrow$ Birne brennt wieder durch

A4: Autobatterie I

A5: Autobatterie II

A6: Strommessgerät mit Widerstand

Übungsblatt 5

A1: Wheatstone-Brücke

Parallelschaltung: $\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_X} \qquad (1)$

Bedingung: Brückenstrom $= 0$

Voraussetzung: $U_{\text{Brücke}} = 0$

$\Rightarrow \quad \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_{\ell-y}}{U_{\text{y}}} \quad \Rightarrow \quad \frac{R_3}{R_2} = \frac{R_\ell - R_{\text{y}}}{R_{\text{y}}} \quad | : R_3$

$\frac{1}{R_2} = \frac{R_\ell - R_{\text{y}}}{R_3 \cdot R_{\text{y}}} \overset{(1)}{=} \frac{1}{R_1} + R_{\text{X}}$

Aufgelöst nach R_{X}:

$\frac{1}{R_X} = \frac{R_\ell - R_{\text{y}}}{R_3 \cdot R_{\text{y}}} - \frac{1}{R_1}$

$R_1 = R_3 = R_\ell = 1\,\text{kV}$

$R_{\text{y}} = 0{,}3\,\text{kV}$

$R_{\text{X}} = \left(\frac{R_\ell - R_{\text{y}}}{R_3 \cdot R_{\text{y}}} - \frac{1}{R_1}\right)^{-1} = 750\,\Omega$

A2: Elektronen im Autokabel

A3: Kreisbahn beim Wasserstoffatom

A4: Elektronengeschwindigkeit im Feld

A5: Ionen im Magnetfeld

A6: Magnetfeld zwischen Drahtringen

Übungsblatt 6

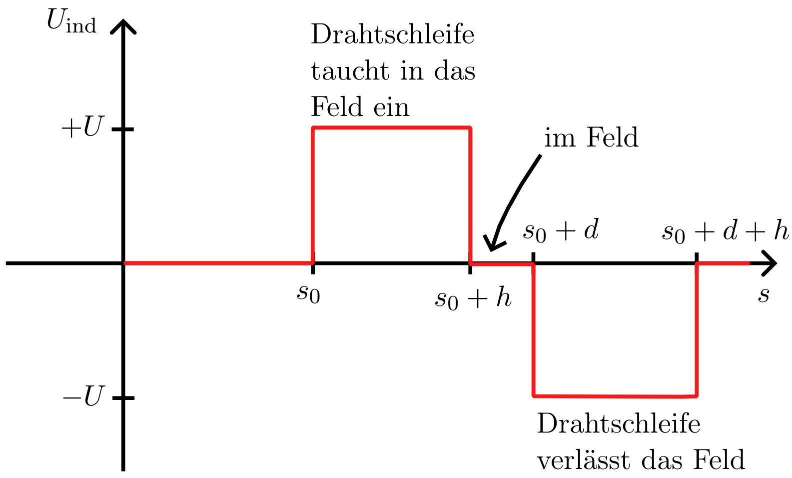
A1: Drehspulmessgerät

A2: Hallsonde

A3: Induktionsspannung zwischen Schienen

A4: Drahtschleife durchläuft Feld

a)



b) U_{ind} bei Änderung von A:

$$
\begin{aligned}
|U_{\text{ind}}| &= N \cdot \vec{B} \cdot \frac{\mathrm{d}\vec{A}}{\mathrm{d}t} \\
&= N \cdot B \cdot l \cdot v \\
&= 1 \cdot 1{,}5\,\mathrm{T} \cdot 0{,}05\,\mathrm{m} \cdot 0,1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \\
&= 7{,}5\,\mathrm{mV}
\end{aligned}
$$

mit $A = l \cdot b$,
$N = 1$ (Anzahl der Windungen),
$v = \frac{\mathrm{d}b}{\mathrm{d}t}$

c) $I = \frac{U}{R} = \frac{7{,}5 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{V}}{3 \cdot 10^{-3}\,\Omega} = 2{,}5\,\mathrm{A}$

Kraft auf stromdurchflossenen Leiter: $F = I \cdot B \cdot s$ (Merkspruch: „Fibs“)

bzw. hier: $F = I \cdot B \cdot l = 2{,}5\,\mathrm{A} \cdot 1{,}5\,\mathrm{T} \cdot 0{,}05\,\mathrm{m} = 187{,}5\,\mathrm{mN}$

d) Maximale Geschwindigkeit wird erreicht, wenn $F_G = F_L$:

$$\begin{aligned} m \cdot g &= I \cdot l \cdot B \\ &= \frac{U}{R} \cdot l \cdot B \qquad \mid \text{mit } U = B \cdot l \cdot v \text{ (siehe Teil b)) folgt:} \\ &= \frac{B \cdot l \cdot v}{R} \cdot l \cdot B \\ m \cdot g &= \frac{B^2 \cdot l^2 \cdot v}{R} \end{aligned}$$

Aufgelöst nach v:

$$v = \frac{m \cdot g \cdot U}{B^2 \cdot l^2} = \frac{0{,}002\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 3 \cdot 10^{-3}\,\Omega}{(1{,}5\,\mathrm{T})^2 \cdot (0{,}05\,\mathrm{m})^2}$$

$$= 1{,}05 \cdot 10^{-2}\,\frac{\mathrm{m}}{s} = 1,05\,\frac{\mathrm{cm}}{s}$$

A5: Drehende Spule

Übungsblatt 7

A1: Induktion im Stromkabel

a) Satz von Stokes: (Kreis mit Abstand r um das Kabel)

$I = \oint \vec{H} \mathrm{d}\vec{s} = H \cdot 2\pi r \quad \Rightarrow \quad H = \frac{I}{2\pi r}$

Magnetische Flussdichte: $B = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot H = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}} \cdot 50\,\mathrm{A}}{2\pi \cdot 0{,}5\,\mathrm{m}} = 2 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{T}$

b) Induktionsgesetz:

$U_{\mathrm{ind}} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\vec{A} \times \vec{B} \right) = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(A \cdot B \cdot \cos(\alpha) \right)$

U_{ind} maximal $\Leftrightarrow \quad \alpha = 0°$, d.h. $A \parallel B$

Feldlinien senkrecht zum Strom ($B \perp I$), also ($A \perp I$).

c)
$$\begin{aligned} U_{\mathrm{ind}} &= -N \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -N \cdot A \cdot \frac{\mathrm{d}B}{\mathrm{d}t} \\ &= -N \cdot A \cdot \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(B_0 \cdot \sin(\omega t) \right) \\ &= -N \cdot A \cdot \omega \cdot B_0 \cdot \cos(\omega t) \\ &= 1{,}88\,\mathrm{mV} \end{aligned}$$

A2: Spule in Spule

a) Magnetische Erregung:

$H = I \cdot \frac{N}{l} = \frac{10\,\mathrm{A} \cdot 2000}{0{,}2\,\mathrm{m}} = 10^5 \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$

b) $U_{\mathrm{ind}} = -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\Phi \qquad |$ integrieren

$$\begin{aligned} \int U_{\mathrm{ind}}\,\mathrm{d}t &= -\Delta\Phi = -\Delta B \cdot A \\ &= -\mu_0 \cdot \mu_r \cdot H \cdot A \\ &= -4\,\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 10^5 \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2 \\ &= -1{,}26 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{V\,s} \end{aligned}$$

Beim Ausschalten mit umgekehrtem Vorzeichen:

$\int U_{\mathrm{ind}}\,\mathrm{d}t = 1{,}26 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{V\,s}$

c)
$$\begin{aligned} \int U_{\mathrm{ind}}\,\mathrm{d}t &= -\left(B_{\mathrm{Mat}} - B_{\mathrm{Luft}} \right) A \\ &= -\left(\mu_r - 1 \right) H \cdot A \cdot \mu_0 \end{aligned}$$

Aufgelöst nach μ_r:

$- \frac{\int U_{\mathrm{ind}}\,\mathrm{d}t}{\mu_0 H \cdot A} = \mu_r - 1 \qquad | +1$

$\mu_r = 1 - \frac{\int U_{\mathrm{ind}}\,\mathrm{d}t}{\mu_0 H \cdot A} \qquad |$ Hier die Werte aus Teil b) einsetzen

$= 1 - \frac{1 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{V\,s}}{4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}} \cdot 10^5 \frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}} \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2} = 0,99992 < 1. \Rightarrow \mu_r < 1$ bedeutet diamagnetisch.

A3: Zylindrische Spule

a) $H = \frac{N \cdot I}{l} \quad \Rightarrow \quad l = \frac{N \cdot I}{H} = \frac{5000 \cdot 60\,\mathrm{A}}{6 \cdot 10^5\,\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}} = 0{,}5\,\mathrm{m}$

Energie = Energiedichte · Volumen

$$\begin{aligned} W &= w \cdot V \\ &= \underbrace{\frac{1}{2}\,\mu_0\,\mu_r\,H^2}_{w} \cdot V = \tfrac{1}{2}\,H \cdot B \cdot V \\ &= \tfrac{1}{2} \cdot \left(6{,}0 \cdot 10^5\,\tfrac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}\right)^2 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7}\,\tfrac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}} \cdot 1 \cdot 0{,}5\,\mathrm{m} \cdot 2 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}^2 \\ &= 226{,}2\,\mathrm{J} \end{aligned}$$

b)
c)

A4: Transformator

a)
b)

Übungsblatt 8

A1: Lichtwelle im Medium

A2: Lichtkegel in Plexiglas

A3: Turm wirft Schatten

A4: Angler und Taucher

A5: Scheinwerfer im Wasser

Übungsblatt 9

A1: Wölbspiegel

A2: Sammellinse

A3: Abbildung auf Schirm

A4: Krümmungsradius der Linse

A5: Linse beim Fotoapparat

Übungsblatt 10

Allgemeines

Wichtige Begriffe zur Interferenz:

Überlagerung von zwei oder mehr kohärenten Wellenzügen führt zu

- **konstruktiver Interferenz** = Verstärkung, wenn Phasendifferenz geradzahliges Vielfaches von π ist
- **destruktiver Interferenz** = Auslöschung, wenn Phasendifferenz ungeradzahliges Vielfaches von π ist

Kohärenz: feste Phasenbeziehung zwischen Wellenzügen; nahezu monochromatisches (frequenzgleiches) Licht

A1: Vergütungsschicht

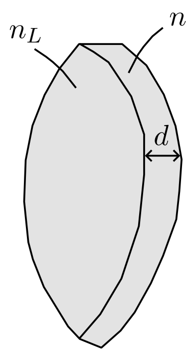
a) Gangunterschied $\Delta s \rightarrow$ wie weit sind die Wellen gegeneinander verschoben?

Übergang von einem optisch dünnerem zum optisch dichteren Medium ($n \rightarrow n_L$):

$\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2 - \sin^2(\alpha)}$

Senkrechter Einfall: $\alpha = 0°$; $\sin(0°) = 0$

$\Delta s = 2 \cdot d \cdot \sqrt{n^2} = 2 \cdot d \cdot n$



b) Destruktive Interferenz, wenn $\Delta s = 2nd \stackrel{!}{=} \frac{\lambda_g}{2}$

$\Rightarrow d = \frac{\lambda_g}{4n} = \frac{550 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}}{4 \cdot 1{,}2} = 114{,}6\,\mathrm{nm}$

c) Formel aus Teil b) durch λ_r teilen:

$\frac{\Delta s}{\lambda_r} = \frac{\lambda_g}{2 \cdot \lambda_r} = \frac{11}{28} \approx 0{,}393$

A2: Interferenz-Draht

A3: Doppelspaltexperiment

A4: Beugungsgitter

A5: Polarisiertes Licht

Übungsblatt 11

A1: Rakete

a) Relativistische Gleichung: $m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1-\left(\frac{v}{c}\right)^2}}$

$\Rightarrow$ Daraus folgt das Massenverhältnis: $\frac{m(v)}{m_0} = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1-(0{,}99)^2}} \approx 7,09$

b) Zeitdilatation („bewegte Uhren gehen langsamer“)

Beobachter misst (analog zu a)):

$\Delta t_{\text{Beo}} = \frac{\Delta t_{\text{Rakete}}}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \approx 7,09\,\text{Jahre}$

c) Längenkontraktion:

Längen parallel zur Bewegungsrichtung erscheinen aus Sicht des Beobachters verkürzt. An den anderen Längen ändert sich nichts.

$\Delta x_{\text{Beo}} = \Delta x_{\text{Rakete}} \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} = \frac{\Delta x_{\text{Rakete}}}{7{,}09}$

$\Delta y_{\text{Beo}} = \Delta y_{\text{Rakete}}$

$\Delta z_{\text{Beo}} = \Delta z_{\text{Rakete}}$

d) Dichte: $\rho = \frac{m}{V}$.

Es zählen die Masse der bewegten Rakete (siehe a)) sowie die Länge, die der Beobachter misst (siehe c)), d.h. m und x_{Beo}.

$\rho = \frac{m}{V_{\text{Beo}}} = \frac{m}{x_{\text{Beo}} \cdot y \cdot z} = \frac{m}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} \cdot \frac{1}{x_{\text{Beo}} \cdot \sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}} \cdot y \cdot z} = \frac{\rho_0}{1-\frac{v^2}{c^2}} \approx 50,25\,\rho_0$

A2: Relativistisches Elektron

A3: Protonenbeschleuniger

Übungsblatt 12

A1: Photoelektronen

a) $E_{\text{Photon}} = h \cdot \nu = \underbrace{e \cdot U}_{\substack{\text{elektr.}\\ \text{Energie}}} + \Phi$

Φ: Auslöseenergie; nur vom Material und nicht von der Frequenz abhängig, also in beiden Fällen gleich

$\Phi = h \cdot \nu - e \cdot U$

$c = \lambda \cdot \nu \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$

$\Rsh\; h\frac{c}{\lambda_1} - eU_1 = h\frac{c}{\lambda_2} - eU_2 \quad | : e$

$\frac{h}{e}\frac{c}{\lambda_1} - U_1 = \frac{h}{e}\frac{c}{\lambda_2} - U_2$

$\frac{h}{e}\left(\frac{c}{\lambda_1} - \frac{c}{\lambda_2}\right) = U_1 - U_2 \quad$ | aufgelöst nach h/e:

$\frac{h}{e} = \frac{U_1 - U_2}{c \cdot \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}\right)}$

b) $\Phi = h\nu_i - eU = h\frac{c}{\lambda_i} - eU \quad (i \in 1, 2)$

c) Energie der Photonen $\widehat{=}$ Auslöseenergie

$\Phi = h\frac{c}{\lambda_{\max}} \quad \Rightarrow \quad \lambda_{\max} = \frac{h \cdot c}{\Phi}$

A2: Paarbildung

a) $E_{\text{Photon}} = E_{e^+} + E_{e^-}$

$\Rsh\; h \cdot \nu = h \cdot \frac{c}{\lambda} = m_e \cdot c^2 + m_e \cdot c^2 = 2 \cdot m_e \cdot c^2$

Aufgelöst nach λ:

$\lambda = \frac{h \cdot c}{2 \cdot m_e \cdot c^2} = \frac{h}{2 \cdot m_e \cdot c} \approx 1{,}21 \cdot 10^{-12}\,\text{m} = 1{,}21\,\text{pm}$

mit $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\text{J s}$

$m_e = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}$

$c = 3 \cdot 10^8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$

$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\,\text{C}$

b) $2m_e c^2 = e \cdot U$

$\Rsh\; U = \frac{2m_e \cdot c^2}{e} = 1{,}024 \cdot 10^6\,\text{V}$

$= 1024\,\text{kV}$ bzw. $1{,}024\,\text{MV}$

c) De-Broglie-Wellenlänge: $\lambda = \frac{h}{p}$

Wo bekommen wir jetzt den Impuls her? $\Rightarrow$ Energie-Impuls-Beziehung:

$E^2 - p^2c^2 = \underbrace{m^2 \cdot c^4}_{E_0^2}$; hier: $E^2 = \underbrace{2 \cdot E_0}_{\text{durch Beschleun., siehe b)}} + E_0 = 3E_0$ $\qquad E_0$: Ruheenergie

$p^2 = \frac{E^2 - E_0^2}{c^2} = \frac{(3 \cdot E_0)^2 - E_0^2}{c^2} = \frac{8E_0}{c^2} = \frac{8m_0^2c^4}{c^2} = 8m_0^2c^2$

↳ $p = \sqrt{p^2} = \sqrt{8}m_0c$

$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{\sqrt{8}m_0 \cdot c} = 8{,}58 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{m}$

A3: Quantenmechanische Teilchen

a) Anders als bei einer klassischen Betrachtung müssen wir den Impuls nur einmal ausrechnen, da die de-Broglie-Wellenlänge bei allen dreien gleich ist.

$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J\,s}}{0{,}2 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}} = 3{,}315 \cdot 10^{-24}\,\mathrm{kg\,m/s}$

b) Nichtrelativistisch: $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$

Quantenmechanisch: $E_{\text{kin}} = h \cdot \nu$

mit $p = m \cdot v \quad \Rightarrow \quad v = \frac{p}{m}$

und $c = \lambda \cdot \nu \quad \Rightarrow \quad \nu = \frac{c}{\lambda}$

↳ $E_{\text{kin},e^-} = \frac{1}{2}\frac{p^2}{m_\text{e}} = 6{,}03 \cdot 10^{-18}\,\mathrm{J}$

$E_{\text{kin},p^+} = \frac{1}{2}\frac{p^2}{m_\text{p}} = 3{,}29 \cdot 10^{-21}\,\mathrm{J}$

$E_{\text{kin},\gamma} = h \cdot \frac{c}{\lambda} = 9{,}94 \cdot 10^{-16}\,\mathrm{J}$

c) Geschwindigkeit der e^-: viel langsamer als Lichtgeschwindigkeit.
Bewegungsenergie daher kleiner als Ruheenergie:

$E_{\text{kin}} \ll E_0 = mc^2$

A4: Energieunschärfe

$\Delta E \approx \frac{h}{\Delta t} = 6{,}63 \cdot 10^{-17}\,\mathrm{J}$

A5: Bohrsches Atommodell

A6: Photonische Anregung

A7: Alpha-Zerfall