

Oberflächenphysik

Eine Zusammenfassung von Levin K.

November 2025

Vorwort

„Gott hat das Volumen des Festkörpers erschaffen, aber die Oberfläche wurde vom Teufel gemacht.“

- Wolfgang Pauli

Diese Zusammenfassung zum Thema *Oberflächenphysik* habe ich im Rahmen meiner Vorbereitung auf mein Schwerpunktsfach *Halbleiter & Oberflächen* erstellt. Sie sollte in der intensiven Lernphase während meines Studiums drei Hauptzwecken dienen:

1. **Vollständigkeit der Informationen:** Sie half mir sicherzustellen, dass ich keine wesentlichen Themen oder Details aus Vorlesungsmitschriften, Fachbüchern oder Webseiten übersehe.
2. **Verständnis und Erklärbarkeit:** Die Zusammenstellung sollte mir ermöglichen, das Thema so gut zu verstehen, dass ich es auch jemandem erklären kann – ganz nach dem Motto von Richard Feynman: „Wenn du es nicht einem Erstti erklären kannst, hast du es selbst nicht verstanden.“
3. **Effizientes Lernen:** Am Ende wollte ich nur noch auf diesen eigenen Aufschrieb zurückgreifen müssen, um beim Lernen schnell und gezielt die nötigen Informationen nachschlagen zu können.

Beim Schreibstil habe ich mich an den Lehrbüchern von David Griffiths orientiert, die ich sehr schätze. Griffiths spricht die Leser*innen direkt an, als wäre er ihr Tutor, und beantwortet gleich mögliche Fragen, die beim Lesen auftreten könnten. Dieses Prinzip habe ich übernommen, um die Inhalte für mich selbst und für andere verständlicher zu machen.

Vollständigkeit und Korrektheit sind bei einem solchen inoffiziellen Skript natürlich nie garantiert, aber ich habe mein Bestes gegeben und dabei stets darauf geachtet, alles so klar und präzise wie möglich zu vermitteln. Da diese Zusammenfassung mir beim Lernen sehr geholfen hat und ich direkt nach dem Abschluss meiner Masterarbeit sowieso nicht viel anderes zu tun hatte, habe ich mich entschlossen, sie zu digitalisieren und zu teilen.

Verwendete Abkürzungen:

2dEG	2d-Elektronengas
bcc	base-centered cubic; kubisch raumzentriert
BZ	Brillouin-Zone
DWF	Debye-Waller-Faktor
EZ	Einheitszelle, Elementarzelle
fcc	face-centered cubic; kubisch flächenzentriert
FK	Festkörper
hcp	hexagonal close-packed; hexagonal dichteste Kugelpackung
HL	Halbleiter
LB	Leitungsband
ML	Monolage
OF	Oberfläche
SGL	Schrödingergleichung
STM	scanning tunneling microscope; Rastertunnelmikroskop
UHV	Ultrahochvakuum
VB	Valenzband
WW	Wechselwirkung

Verwendete Materialien:

- Vorlesungsmitschrieb „Oberflächenphysik“ von Herrn Wulfhekel, 2016
- Vorlesungsfolien „Oberflächenphysik“ von Herrn Wulfhekel und Herrn Zakeri, 2018
- Fauster / Hammer / Lutz / Schmidt: Einführung in die Oberflächenphysik
- Henzler / Göpel: Oberflächenphysik des Festkörpers
- Skript „Experimentalphysik 5“ von Herrn Wegener, 2014
- https://www.uni-due.de/ag-hvh/mspa-leed_de.php
- Google und Wikipedia für kleinere Informationen

Alle Grafiken - mit Ausnahme der fcc-Brillouinzone auf Seite 62, welche aus den Folien von Herrn Zakeri entnommen wurde - sind selbstgezeichnet.

Inhaltsverzeichnis

1 Grundlagen	5
1.1 Was ist eine Oberfläche?	5
1.2 3d-Kristall	5
1.3 2d-Raumgitter	6
1.4 Das reziproke Gitter	7
1.5 Rekonstruktion und Überstruktur	7
1.6 Technologisch wichtige Oberflächen	8
1.7 Defekte an Oberflächen	9
2 Dünne Gase	11
2.1 Adsorption von Gasen	11
2.2 Vakuum	12
2.3 Das Restgas	13
2.4 Vakuumpumpen	14
2.5 Druckmessungen	16
3 Methoden der Oberflächenphysik	17
3.1 Kristallpräparation	17
3.2 Oberflächenpräparation	18
3.3 Chemische Analyse	19
3.4 Beugungsmethode	23
3.5 Frühe Abbildungsmöglichkeiten im Realraum	30
3.6 Transmissionselektronenmikroskop (TEM)	31
3.7 Rasterelektronenmikroskop (SEM)	31
3.8 Rastertunnelmikroskop (STM)	31
3.9 Rasterkraftmikroskop (AFM)	34
4 Schichtwachstum	36
4.1 Homoepitaxie	36
4.2 Nukleation	39
4.3 Inselformen	40
4.4 Wachstumsmanipulation	41
4.5 Heteroepitaxie	41
4.6 Thermische Stabilität von Nanostrukturen	44
5 Oberflächenchemie	46
5.1 Adsorption	46
5.2 Adsorptionskinetik	47
5.3 Desorption	49
5.4 Katalyse	51
5.5 Phononen	51

6 Elektronische Struktur von Oberflächen	55
6.1 Austrittsarbeit	55
6.2 Bandstruktur von Metallen und Halbleitern	57
6.2.1 Metalle	57
6.2.2 Halbleiter	59
6.3 Die Elektronendichte an der Oberfläche	60
6.4 Rastertunnelspektroskopie	63
6.5 Inelastische Tunnelspektroskopie	63
6.6 Kondo-Effekt	66
7 Oberflächenmagnetismus	66
7.1 Magnetokristalline Anisotropie	67
8 Übersicht der Experimente	69

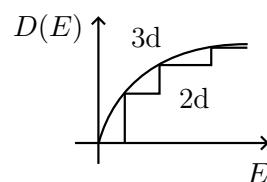
1 Grundlagen

1.1 Was ist eine Oberfläche?

Periodizität des Kristalls wird an Oberfläche gebrochen

↳ 2d statt 3d. Dies bedeutet:

- zusätzliche Freiheitsgrade (andere Bindungsstrukturen),
- andere Zustandsdichte,
- andere elektronische Eigenschaften,
- andere chemische Eigenschaften (Reaktivität, Katalyse, Benetzbarkeit).



Als „Oberfläche“ bezeichnet man die ~ 3 äußersten Atomlagen.

⇒ Können Fremdatome (Verunreinigungen) enthalten; Netzebenenabstand kann anders sein als beim restlichen Kristall.

1.2 3d-Kristall

Wir erinnern uns an die 3d-Kristalle mit den Basisvektoren $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Der Kristall ist invariant unter der Translation um den Vektor

$$h \cdot \vec{a} + k \cdot \vec{b} + l \cdot \vec{c} \quad h, k, l \in \mathbb{Z} : \text{Miller-Indices}$$

Notation:

„rund“:	$(h k l)$:	Ebene	$\{h k l\}$:	Gesamtheit gleichartiger Ebenen
„eckig“:	$[h k l]$:	Vektor	$\langle h k l \rangle$:	Gesamtheit gleichartiger Vektoren

Im 3d gibt es 14 Bravais-Gitter. Man unterscheidet:

- Rechtwinklige oder schiefwinklige Gitter,
- Länge der Basisvektoren: verschieden, zwei gleich oder drei gleich,
- Wiederholung / Zentriertheit: Primitiv (P), flächenzentriert (F) oder innenzentriert (I).

Die **Punktgruppe** beschreibt die Symmetrie der Einheitszelle, d.h. Gesamtheit der Operationen, um den Kristall auf sich selbst abzubilden → 3d: 32 Möglichkeiten.

Dazu gehören:

- Translation (gibt es bei jedem Kristall),
- n-fache Rotationsachse; $n = 1, 2, 3, 4, 6$
 - ↳ Warum nicht z.B. 5 oder 7?
Weil nur n-Ecke in Frage kommen, mit denen man eine Fläche lückenlos ausfüllen kann.
- \bar{n} : Drehinversionsachse (Drehung und dann Inversionsspiegelung)

- $\bar{1}$: Punktspiegelung,
- m: Spiegelung an Ebene („mirror“),
- n/m: Drehung + Spiegelung senkrecht zur Drehachse.

\Rightarrow 14 Bravais-Gitter, 32 Punktgruppen \Rightarrow 230 Raumgruppen.

1.3 2d-Raumgitter

In 2d fallen alle Punktgruppen weg, die eine Spiegelebene an der Oberfläche und / oder eine Rotationsachse nicht senkrecht zur Oberfläche haben.

Bedeutet: Es gibt im 2d nur 5 Bravais-Gitter statt 14.

• Quadrat	$ \vec{a}_1 = \vec{a}_2 $	$\alpha = \beta = 90^\circ$	
• Rechteck	$ \vec{a}_1 \neq \vec{a}_2 $	$\alpha = \beta = 90^\circ$	
• Parallelogramm	$ \vec{a}_1 \neq \vec{a}_2 $	$\alpha \neq \beta$	
• Raute	$ \vec{a}_1 = \vec{a}_2 $	$\alpha \neq \beta$	
• Hexagon	$ \vec{a}_1 = \vec{a}_2 $	$\alpha = \beta = 120^\circ$	

Bedeutet auch: Wir haben es mit 17 Ebenengruppen statt 32 Punktgruppen zu tun.

Bestimmung nach Hermann-Mauguin: „Tapetengruppe“

1. P oder C: Primitive oder zentrierte Struktur?
2. n: Maximale Ordnung der Drehsymmetrie (1,2,3,4 oder 6)
3. m, g oder 1: Symmetriechse senkrecht zu einer Haupttranslationsrichtung. Spiegelachse: m, Gleitspiegelachse: g, keine Symmetriechse: 1
4. m, g oder 1: Symmetriechse parallel oder diagonal $\left(\frac{180^\circ}{n}, n > 2\right)$ zur Haupttranslationsrichtung.

Sind 3) und 4) beide vom Symbol 1 (= keine Symmetriechsen), lässt man sie weg, z.B. P2 statt P211.

Analog wenn $n = 1$: p1g1 \rightarrow pg, c1m1 \rightarrow cm usw.

Translation gilt weiterhin bei allen.

Spiegelachsen gelten als unterschiedlich, wenn man sie nicht durch andere Spiegelachsen ineinander überführen kann.

1.4 Das reziproke Gitter

↳ Basisvektoren im Impulsraum.

$$3d: \tilde{a}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \times \vec{a}_3}{\vec{a}_1 (\vec{a}_2 \times \vec{a}_3)}$$

$$\text{analog } \tilde{a}_2 = 2\pi \frac{\vec{a}_3 \times \vec{a}_1}{\vec{a}_2 (\vec{a}_3 \times \vec{a}_1)}, \quad \tilde{a}_3 = 2\pi \frac{\vec{a}_1 \times \vec{a}_2}{\vec{a}_3 (\vec{a}_1 \times \vec{a}_2)}$$

$$\text{Es gilt: } \tilde{a}_i \cdot \tilde{a}_j = 2\pi \delta_{ij},$$

$$(\tilde{a}_1, \tilde{a}_2, \tilde{a}_3)^\top = 2\pi (\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3),$$

$$e^{i\vec{G} \cdot \vec{R}} = 1, \text{ mit Gittervektor im Realraum } \vec{R} \text{ und rezip. Gittervektor } \vec{G}$$

2d: Hat nur zwei Vektorrichtungen - wie also Kreuzprodukt bilden?

↳ \hat{n} : Normalenvektor zur Oberfläche.

$$\tilde{a}_1 = 2\pi \frac{\vec{a}_2 \times \hat{n}}{\vec{a}_1 (\vec{a}_1 \times \vec{a}_2)}, \quad \tilde{a}_2 = 2\pi \frac{\vec{a}_1 \times \hat{n}}{\vec{a}_2 (\vec{a}_1 \times \vec{a}_2)}$$

1.5 Rekonstruktion und Überstruktur

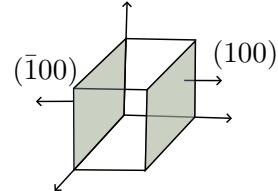
Klasse

Oberflächen werden durch Normalenvektor nach außen beschrieben.

Querstrich $\hat{}$ Minus

$$(100) \hat{=} (\bar{1}00) \hat{=} (010) \hat{=} (0\bar{1}0) \hat{=} (001) \hat{=} (00\bar{1})$$

Klasse der $\{100\}$ -Oberflächen, d.h. gleiche Symmetrie wie (100) .



Wie bereits erwähnt, muss die Oberfläche nicht so aufgebaut sein wie das Kristallinnere, insbesondere kann die Einheitszelle (EZ) eine andere sein.

Rekonstruktion

An der Oberfläche wird die Translationsinvarianz des Volumenkristalls aufgehoben → Atome haben zusätzliche Freiheitsgrade und können andere Positionen und zusätzliche Bindungen annehmen (z.B. Absättigung von *dangling bonds* bei Halbleitern).

Dies kann zur Vergrößerung, oft auch Formänderung, der Einheitszelle führen.

Überstruktur

Durch **Adsorption** von Fremdatomen ändert / vergrößert sich die Einheitszelle. Dies gilt auch, wenn nicht jeder Gitterplatz bedeckt ist, sondern z.B. nur jeder zweite.

Zur Beschreibung des Übergitters verwendet man die Oberflächenmatrix

$$\begin{pmatrix} \vec{a}_1 \\ \vec{a}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{s}_1 \\ \vec{s}_2 \end{pmatrix}$$

a: Wirtsgitter
s: superstructure (Fremdatome)

oder - falls beide Drehwinkel gleich - die Wood-Notation

$$C/P \left(\frac{\vec{s}_1}{\vec{a}_1} \times \frac{\vec{s}_2}{\vec{a}_2} \right) Rn^\circ \quad \text{z.B.} \quad P(\sqrt{2} \times \sqrt{2}) R 45.$$

Relaxation

Der Abstand zwischen den Oberflächenlagen kann ein anderer sein als im Inneren des Festkörpers. (Oft alternierend: Lagenkontraktion und -expansion.)

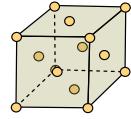
Erklärungsmodell: **Smoluchowski-Glättung**.

Durch Brechung der Bindungen ändert sich die Elektronendichte im Vergleich zum Voluminneren. Der Festkörper gleicht diesen Gradienten aus und verschiebt den Ladungsschwerpunkt, indem er den Abstand der Lagen ändert.

1.6 Technologisch wichtige Oberflächen

1) fcc: 12 nächste Nachbaratome

- Edelmetalle: Cu, Ag, Au, Pt
- Katalysatoren: Ni, Rh, Pd, Ir



Um ein Atom zu entfernen, müssen all seine Bindungen gebrochen werden:

Kohäsionsenergie E_C

↳ d.h. pro Bindung: $\frac{E_C}{12}$

Energie pro EZ der Oberfläche:

$$\{111\} \text{ 3 Bindungen gebrochen} \rightarrow \frac{E_C}{4}$$

$$\{100\} \text{ 4 Bindungen gebrochen} \rightarrow \frac{E_C}{3}$$

$$\{110\} \text{ 5 Bindungen gebrochen} \rightarrow \frac{5}{12} E_C$$

Energie pro Fläche:

$$0,577 \frac{E_C}{a^2}$$

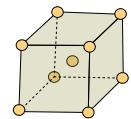
$$0,606 \frac{E_C}{a^2}$$

$$0,707 \frac{E_C}{a^2}$$

2) bcc: 8 nächste Nachbaratome,

6 übernächste Nachbarn

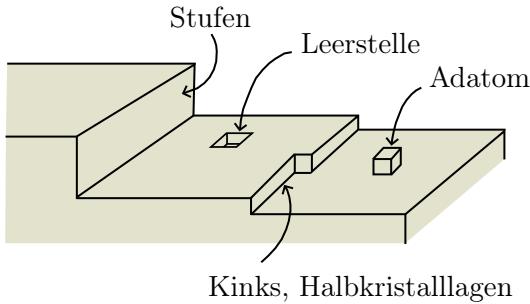
Beispiele: W, Mo, Nb, Fe



3) Diamant- und Zinkblendestruktur

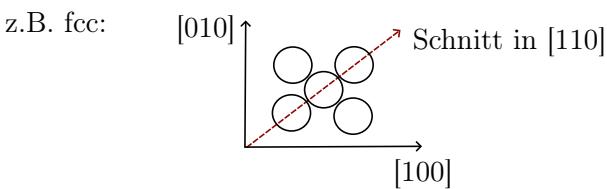
↳ oft bei Halbleitern zu finden; wichtigstes Beispiel Si.

1.7 Defekte an Oberflächen

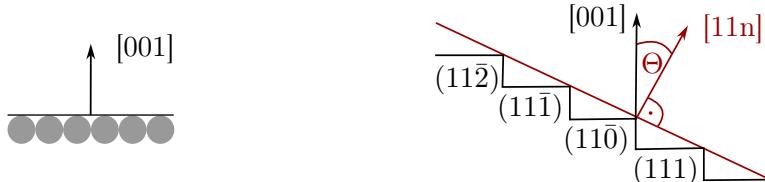


Stufen:

Wird der Kristall nicht entlang einer niedrig indizierten Oberfläche geschnitten, sondern diagonal, entsteht eine **vizinale Oberfläche**¹ mit Stufen bzw. Terrassen. Das kann ein Fehlschnitt sein, kann aber auch gewollt sein, da sich so mehr Adsorptionsplätze bieten.



Oberfläche hat dann Terrassen entsprechend niedriger Indizierung, aber auch **makroskopische Oberfläche** („Einhüllende“ → Miller-Index höher als beim ursprünglichen Kristall).



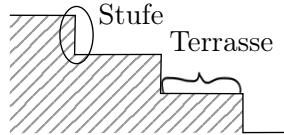
Öffnungswinkel:

$$\cos(\Theta) = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ n \end{pmatrix}}{\left| \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right| \cdot \left| \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ n \end{pmatrix} \right|} = \frac{n}{\sqrt{1 + 2 + n^2}} = \frac{n}{\sqrt{2 + n^2}}$$

¹engl. vicinal = benachbart

$$\Rightarrow \Theta \sim \frac{\sqrt{2}}{n}$$

Aus Θ lässt sich die Breite der Terrassen errechnen. Hier: (001)-Ausrichtung, $\frac{n}{2}$ Atome breit.



Diese regelmäßigen Terrassenbreiten findet man bei $T = 0$, darüber kann es auch unregelmäßig sein.

Halbkristalllagen (Kinks)

Unter einem Kink bzw. einer Kinke versteht man eine Stufe, die selbst noch einmal geknickt, also nicht „glatt“ ist.

Kinks entstehen, wenn an der Stufe ein Zusatzatom adsorbiert wird.

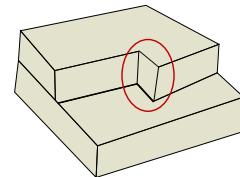
Koordinationszahl (= nächste Nachbarn): halb so viel wie im Volumen.

Gleichgewichtskonzentration der Kinks ist Boltzmann-verteilt.

Kinkkonzentration in einer Stufe: ρ_{kink}

$$\rho_{\text{kink}} = e^{-\left(\frac{E_k}{k_B T}\right)}$$

E_k : Ablöseenergie, „Kinkenergie“
 $(\hat{=}$ Kohäsionsenergie beim Abdampfen eines Atoms)
 Es gilt $E_k < E_C$.



z.B. Cu ($E_k = 120$ meV) bei $T = 300$ K:

$\rho_{\text{kink}} = 0,008$; bedeutet: alle 125 Atome ein Kink.

Vakuumdampfdruck:

Beim Abdampfen unter niedrigen Drücken wird das größere E_C verwendet. ρ_{kink} wird also wesentlich kleiner, d.h. Kinks treten seltener auf.

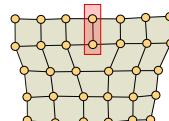
Um ein Atom abzudampfen, wären hier $E_C = 700$ meV nötig $\rightarrow \rho_{\text{kink}} = 7 \cdot 10^{-13}$.

Versetzungen

↳ Fehler der periodischen Anordnung der Atome.

Entweder als **Stufenversetzung**

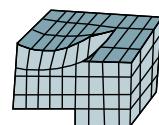
↳ aus Verschiebung / Verbiegung,
 $\vec{b} \perp$ Versetzungslinie.



Oder als **Schraubenversetzung**

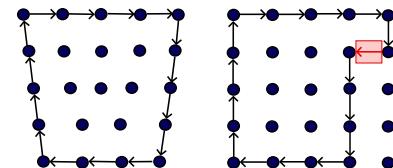
→ aus Torsion,

$\vec{b} \parallel$ Versetzungslinie.



\vec{b} : Burgers-Vektor

Hier wird das gestörte Gitter mit dem ungestörten verglichen, indem man einen Rahmen um die Versetzung zieht und dabei die elementaren Schritte von einem Atom zum nächsten zählt. Wenn man dasselbe beim ungestörten Gitter macht, wird der Rand nicht geschlossen. Dieser fehlende Schritt wird als Burgers-Vektor bezeichnet.

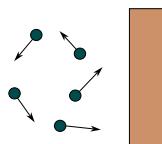


Sonderfall: Shockley-Partialversetzung

Man hat eine Fehlausrichtung vorliegen (z.B. fcc mit einer Lage hcp). Dann stimmt die Stapelung nicht mehr (z.B. ABA statt ABC), und die „falsche“ Lage sitzt etwas tiefer. Allerdings nicht eine ganze Atomlage tiefer wie bei einer Stufe, sondern weniger (z.B. 1/3 Atomlage).

2 Dünne Gase

2.1 Adsorption von Gasen



Teilchendichte $n = ?$

Mittlere Geschwindigkeit $\bar{v} = ?$

Einfallender Fluss Φ ,
je nach Lehrbuch
auch manchmal I

$$\Phi_{\text{ein}} = \frac{dN_{\text{ein}}}{dA \cdot dt} = \frac{p}{\sqrt{2\pi \cdot mk_B T}}$$

N : Anzahl Teilchen

p : Druck

m : Teilchenmasse

Beispiel:

N_2 ; $p = 10^5$ Pa, $T = 300$ K ≈ Umgebungsbedingungen

$$\Rightarrow \Phi = 10^{27} \frac{\text{Moleküle}}{\text{s} \cdot \text{m}^2} = 10^{23} \frac{\text{Moleküle}}{\text{s} \cdot \text{cm}^2}$$

Wie lange dauert es dann, bis eine Oberfläche vollständig mit einem Gas bedeckt ist?

$$\text{Zeit für eine Atomlage: } \tau = \frac{1}{\Phi}.$$

Bedeutet auch: Je höher der Druck, desto schneller mit umgebendem Gas bedeckt. Kann

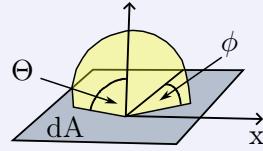
man also nicht an normaler Luft durchführen → **Vakuum** nötig.

Einschub: Herleitung für den Fluss

Gasteilchen treffen auf Oberfläche.

Annahme: Haftkoeffizient = 1, d.h. alle Teilchen bleiben haften.

Integration über Halbkugel:



$$\Phi = \frac{d^3 N_{\Theta, \phi, v}}{dA \cdot dt} = \frac{1}{4\pi} \underbrace{\int_0^{\pi/2} \int_0^{2\pi} \sin(\Theta) \cos(\Theta) d\Theta d\phi}_{2\pi \cdot \frac{1}{2}} \cdot \underbrace{\int_{n_v} v dv}_{n\bar{v}} = \frac{1}{4} n \bar{v} \quad (1)$$

Fasst man jeweils Teilchen gleicher Geschwindigkeit zusammen (Stichwort Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung):

$$\bar{v} = \int f(v) v dv = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi \cdot m}} \quad (2)$$

Aus der allgemeinen Gasgleichung bekannt: $p \cdot V = N k_B T$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{p}{k_B T} \quad (3)$$

Nehmen wir (1), (2) und (3) zusammen:

$$\Phi = \sqrt{\frac{k_B T}{2\pi m}} \frac{p}{k_B T} = \frac{p}{\sqrt{2\pi m \cdot k_B T}}$$

Aber zurück zu unserem Experiment:

Bei 10^{-7} Pa = 10^{-9} mbar: $\tau = 12500$ s, also 3 h 28 min 20 s.

Aber auch bei nur 1 % Bedeckung können sich Eigenschaften der OF bereits stark ändern. Normal ist Haftkoeff. < 0,5.

2.2 Vakuum

Definitionen von Vakuum:

* HV (Hochvakuum): $p \sim 10^{-4}$ Pa $\sim 10^{-6}$ mbar

** UHV (Ultrahochvakuum): $p \sim 10^{-7}$ Pa $\sim 10^{-9}$ mbar

*** XHV (extremely high vacuum): $p \sim 10^{-10}$ Pa $\sim 10^{-12}$ mbar

Experimente werden üblicherweise im UHV durchgeführt. XHV ist schwierig herzustellen, und auch UHV verschafft mehrere Stunden Zeit.

Teilchendichte?

$$pV = Nk_B T$$

$$\Rightarrow n = \frac{N}{V} = \frac{p}{k_B T},$$

$$\text{z.B. } p = 10^{-8} \text{ Pa} \rightarrow n = 2 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{cm}^3}$$

Freie Weglänge?

$$\Lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \frac{N}{V} \cdot q}$$

q : Streuquerschnitt (materialabhängig)

z.B. N_2 : $q = 4 \cdot 10^{-19} \text{ m}^2$, ansonsten siehe oben ($\frac{N}{V}$ wie gehabt):

$\Lambda \approx 10^5 \text{ m}$, d.h. 100 km – warum so weit? → Moleküle stoßen nicht miteinander zusammen, nur mit Wänden der Kammer.

Typische Vakuumkammer:

$$V = 1001 \text{ m}^3$$

$$p = 10^{-8} \text{ Pa} \quad A = 1 \text{ m}^2$$

$$N = 2 \cdot 10^{12} \text{ Teilchen}$$

Annahme: Eine Atomlage (Monolage, ML) sitzt auf der Oberfläche der Kammer und desorbiert.

$$\downarrow N = 1 \text{ m}^2 \cdot \frac{1}{8 \cdot 10^{-20} \frac{\text{m}^2}{\text{Teilchen}}} = 1,25 \cdot 10^{19} \text{ Teilchen} \text{ auf OF der Vakuumkammer.}$$

D.h. wenn diese in die Gasphase übergehen, steigt der Druck um 7 Größenordnungen. Deshalb will man Desorption von den Wänden unbedingt vermeiden.

Welche Materialien sind im Hochvakuum erlaubt?**Verboten:** Zinn, Blei (auch Legierungen: Lötzinn, Bronze, Messing²)

Grund: Zu hoher Dampfdruck, d.h. viele Atome gehen in Gasphase → UHV nicht möglich

Erlaubt / geeignet: Stainless steel 304, Wolfram, Molybdän

Grund: Niedriger Dampfdruck → wenig Desorption, leicht zu bearbeiten

2.3 Das Restgas

Restgas: Gase, die durch Desorption von den Materialien in der Vakuumkammer sowie durch Diffusion durch ihre Wände freigesetzt werden. Also **nicht** „Restgas = nicht abgepumpte Laborluft“, sondern „durch Diffusion / Permeation / Leck auftretendes Gas“. Ein typisches Restgas besteht vor allem aus H_2 , CH_4 , CO und CO_2 . Auch für Restgas gilt: Wenn es desorbiert, steigt der Druck.

²Messing enthält nicht Zinn, sondern Zink. Ist aber ebenfalls nicht für das Hochvakuum geeignet.

Beispiel:

Wasser bedeckt die Oberfläche der Vakuumkammer und desorbiert.

Bei einer Pumpleistung von 100 l/s , sowie einem erreichten Druck von 10^{-8} Pa wären das $2 \cdot 10^{12} \frac{\text{Teilchen}}{\text{s}}$.

Ziel: 1 ML abpumpen \rightarrow man bräuchte 120 Tage
(siehe $\Phi = \frac{p}{\sqrt{2\pi \cdot m k_B T}}, \tau = \frac{1}{\Phi \cdot A}$).

Erhöht man jedoch die Temperatur ($-20^\circ\text{C} \rightarrow 150^\circ\text{C}$) und den Dampfdruck ($20 \text{ mbar} \rightarrow 4 \text{ bar}$, d.h. Faktor 2000), dauert es nur 15 Stunden, bei 250°C sogar nur 4 Stunden.

Dieses Vorgehen, um unerwünschte Adsorbate schneller entfernen zu können, nennt man **bake-out** bzw. **Ausheizen**. Danach immer noch H/H₂-Restgas möglich, da Edelstahl dafür durchlässig.

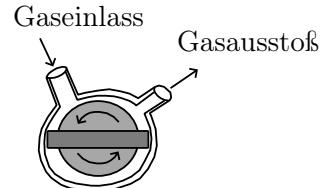
2.4 Vakuumpumpen

Welche Arten von Pumpen gibt es?

1) Drehschieber-Vorpumpe ($\sim 10^{-3} \text{ mbar}$)

Nachteil: Aufbau enthält Öl.

↳ Pumpe ist limitiert durch den Dampfdruck des Öls.

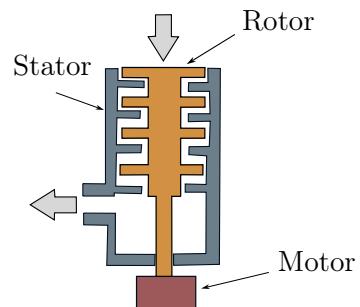


2) Turbomolekularpumpe (10^{-3} - 10^{-9} mbar)

Aufbau ähnelt Flugzeugtriebwerk:

- Turbine mit Rotationsfrequenz von 50 000 Umdrehungen/min = 800 Hz
- Turbinenradius: 50 mm
- Geschw. der Rotorblätter (außen): 250 m/s
vgl. therm. Geschw. der Moleküle:

$$\bar{v} = \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8k_B T}{2\pi m}} = \begin{cases} \sim 120 \text{ m/s (N}_2\text{)} \\ \sim 450 \text{ m/s (H}_2\text{)} \end{cases}$$



Funktionsprinzip: Mechanisch wird die Geschwindigkeitsverteilung verändert, sodass es

zu einem Druckunterschied kommt.

$$v \rightarrow v - v_b \cos(\Theta_b)$$

Fluss: $J = v \cdot \rho$

$$\underline{J} = \rho_r \cdot \int_{-v_b \cos(\Theta_b)}^{\infty} (v + v_b \cos(\Theta_b)) F(v) dv$$

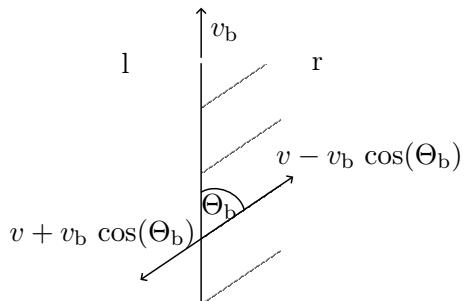
$$\overline{J} = \rho_l \cdot \int_{v_b \cos(\Theta_b)}^{\infty} (v + v_b \cos(\Theta_b)) F(v) dv$$

$$\text{Flussdichte: } F(v) = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}} v^2 \cdot \exp\left(\frac{-mv^2}{2k_B T}\right)$$

Im Gleichgewicht gilt: $\underline{J} = \overline{J}$

Kompression: κ

(...)



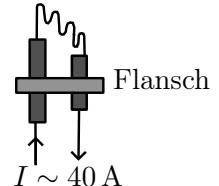
3) Titansublimationspumpe (TSP) (bis 10^{-10} mbar)

Stromfluss bringt Titan zum Sublimieren.

Gasförmiges Titan setzt sich auf Innenwand der Kammer ab, kondensiert dort zu einer aufgedampften Schicht und bindet auftreffende Gasatome (O_2 , O, N_2 , N...) mit Haftkoeffizient $s \sim 1$.

Vorteile: Hohe Pumpleistung $A \cdot <|v|>$, z.B. N_2 :

$$100 \text{ cm}^3 \cdot 120 \text{ m/s} = 1200 \text{ l/s}$$

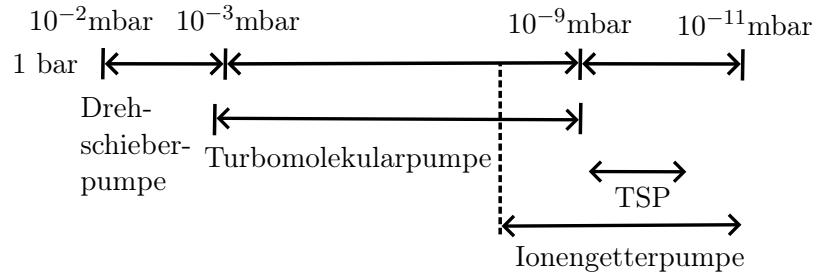


4) Iongetterpumpe, auch: Ionenzerstäuberpumpe (bis 10^{-11} mbar)

Prinzip: Restgas wird ionisiert und mithilfe eines Getters gebunden.

- Feldemission von Elektroden an der Kathode
 - Elektronen laufen auf Spiralbahn entlang des B-Felds
 - besonders lange Bahn \rightarrow hohe Stoßwahrscheinlichkeit mit Restgas
 - Restgas wird ionisiert und auf Kathode beschleunigt. Dort gibt es durch Stoß Titan ab, welches sich um Kollektor zusammen mit Restgas adsorbiert.
- $U = 5 - 7 \text{ kV}$, Saugvermögen $\sim 50 - 2000 \text{ l/s}$.

D.h. bei TSP und Iongetterpumpe wird das Restgas nicht abgepumpt, sondern nur adsorbiert.

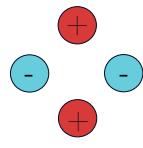
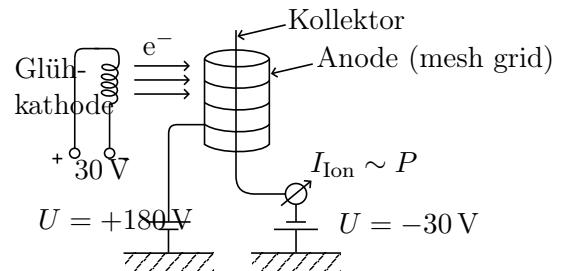


2.5 Druckmessungen

- Membranmanometer (bis zu 1 mbar)
 - ↳ Druck verbiegt Blech, Zeiger bewegt sich
- Pirani-Manometer (bis zu 10^{-3} mbar)
 - ↳ Wheatstone-Brücke; Leitfähigkeit abh. vom Druck
- Bayard-Alpert-Manometer bzw. Ionisationsmanometer ($10^{-4} - 10^{-11}$ mbar)

Elektronen aus der Glühkathode werden im elektrischen Feld beschleunigt. Dabei nehmen sie genug Energie auf, um die Restgasatome zu ionisieren. Die zwischen Kollektor und Anode erzeugten positiven Ionen werden vom Kollektor angezogen. Der gemessene Strom hängt von der Ionisationswahrscheinlichkeit ab.

Röntgenlimit: $3 \cdot 10^{-11}$ mbar (Röntgenphotonen können entstehen, diese würden e^- aus Kollektor entnehmen → unerwünschter Strom)
- Massenspektrometer



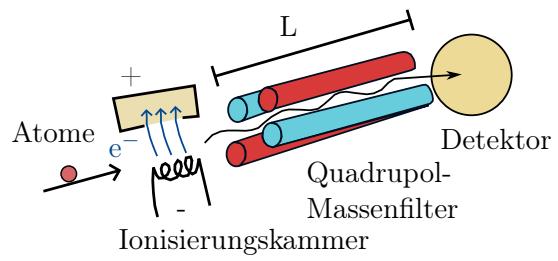
Je zwei gegenüberliegende Stäbe sind elektrisch verbunden. Zwischen den Stäben wird eine Spannung angelegt, die einen Gleich- und einen Wechselspannungsanteil enthält:

$$\begin{aligned} &+(U + V \cdot \cos(\omega t)) \\ &-(U + V \cdot \cos(\omega t)) \end{aligned}$$

$$\text{Flugzeit: } \tau = \frac{L}{v} = i \frac{2\pi}{\omega}, i \in \mathbf{N}$$

$$q \cdot V = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{\frac{2q}{m} \cdot V} = \frac{L \cdot \omega}{i \cdot 2\pi} \Rightarrow \frac{q}{m} \sim \omega^2, m \sim \omega^{-2}$$



Potential in Ionisierungskammer: 150 V, da hier höchste Ionisationswahrscheinlichkeit. Im Spektrum sieht man diskrete Werte: Anhand der Massenzahlen der ionisierten Atome / Moleküle wird identifiziert, worum es sich handelt.

Wie kann man z.B. CO von N₂ (beides Masse 28) unterscheiden?

- Bei hoher mechanischer Präzision und elektr. Stabilität erhält man eine hohe Massenauflösung: m(CO) = 27,99 , m(N₂) = 28,006
- Prüfung auf Vorhandensein eines Peaks bei 14 (also N)

Kann auch für Lecksuche verwendet werden: Normalerweise kein He in der Kammer. Man pustet von außen He auf potentiell undichte Stelle. Dann misst man mit dem Massenspektrometer, ob He-Peak vorhanden.

1	H
2	H ₂
12	C
14	N
16	O
28	CO, N ₂
44	CO ₂

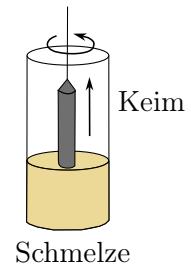
3 Methoden der Oberflächenphysik

3.1 Kristallpräparation

(a) **Czochralski-Verfahren**, auch Tiegelzieh-Verfahren, Ziehen aus der Schmelze

Im Schmelztiegel wird die zu kristallisierende Substanz wenige Grad über dem Schmelzpunkt gehalten (innerhalb des Ostwald-Miers-Bereiches, in dem keine spontane Keimbildung stattfindet).

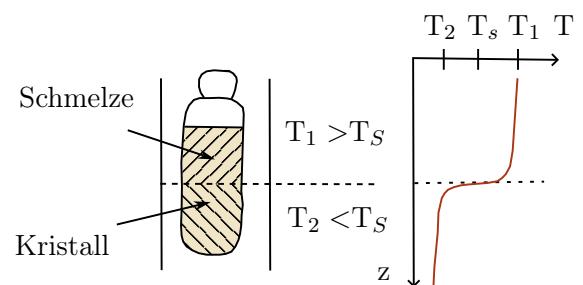
In die Oberfläche der Schmelze wird ein Keim eingetaucht (kleiner Einkristall mit der gewünschten Kristallorientierung). Durch Drehen und langsames Nach-Oben-Ziehen wächst das erstarrende Material zu einem Einkristall, der das Kristallgitter fortsetzt.



(b) Bridgeman-Stockbarger-Methode

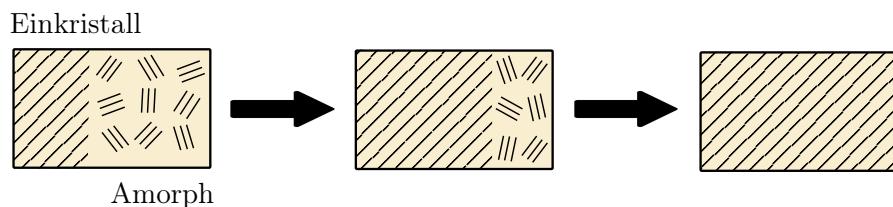
Durch ein Absenken, verbunden mit einer Drehbewegung der im Tiegel befindlichen Schmelze, kristallisiert die Schmelze im Übergang zum unteren Bereich des Ofens aus.

Wird oft für III-V-Halbleiter verwendet.

**(c) Solid-phase-Epitaxie**

- ↳ Wachstum eines dünnen Films (einige nm Dicke) auf einem Substrat, sodass die Kristallorientierung übereinstimmt

Mögliche Verspannungen im Kristall bauen sich durch Einbau von Gitterversetzungen ab.

**3.2 Oberflächenpräparation**

Präparationsverfahren:

- | | |
|--|--|
| (a) Spalten im UHV | (d) Spattern (Zerstäuben) |
| (b) Tempern | (e) Kombination aus (a), (b), (c), (d) |
| (c) Chemische Reaktionen (Ätzen, Aufdampfen, Gasphasenabscheidung) | |

(a) Spalten

Vorteile: + Einfach → saubere Oberflächen
+ Metastabile Oberflächen, z.B. (2×1) bei (111)-Silicium statt des üblichen (7×7) → kann sich nach einiger Zeit in stabile OF umwandeln

Nachteile: - Nur für spröde Materialien geeignet

- Metastabile Oberfläche
- Viele Stufen
- Nicht alle OF-Orientierungen möglich (z.B. nicht für ionische Kristalle, da gleich viele + und - Ionen). Spaltung verläuft i.A. in Richtung der schwächsten Bindung.

(b) Temperi:

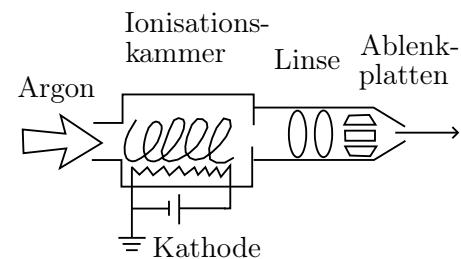
- (i) normales Verfahren → Widerstandsheizung.
Festkörper wird auf Temperatur unterhalb der Siedetemperatur erhitzt. Höhere Beweglichkeit der Atome → können Strukturdefekte ausgleichen. Dauer: Minuten bis Tage → schneller als langwieriges Schmelzen und Erstarren
- (ii) Elektronenstrahl
- (iii) Laser

Vorteil: + sehr flache Oberfläche

Nachteil: - funktioniert nicht mit allen Materialien

(d) Spatter:

Elektronen gelangen von der Kathode zur Anode, werden beschleunigt ($V \sim 150$ V), ionisieren Edelgasatome (hier: Ar). Diese werden durch Austrittsöffnung beschleunigt. Durch Rastern wird komplette Probe abgedeckt. Wird ein Ar^+ -Strahl (~ 500 eV) auf eine Oberfläche gerichtet, wird pro Treffer ein Atom abgestäubt.



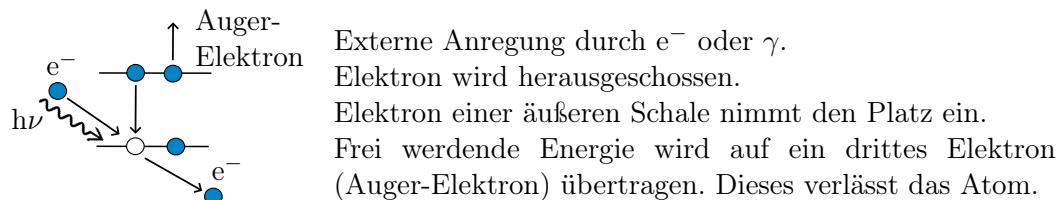
Vorteile: + mit fast allen OF möglich

+ Ar reagiert nicht stark mit OF, hat außerdem eine hohe Masse
→ hoher Impulsübertrag

Nachteil: - Ionenbeschuss stört das OF-Gitter („Ausheilen“ der Schäden durch Tempern nötig)

3.3 Chemische Analyse

1) Auger-Elektronenspektroskopie (AES)



Man unterscheidet also:

Primärprozess: Ionisation des Atoms mit Elektronen oder $h\nu$. Loch in einer der inneren Schalen.

Sekundärprozess: Rumpfloch hat Lebensdauer $\tau \approx \frac{\hbar}{\Delta E}$.

- Zerfall über
- Röntgenfluoreszenz für große Z (XPS)
 - Augerelektronenemission (AES)

! Endzustand bei Auger-Zerfall besitzt zwei Löcher.

↳ H, (He) können also nicht gemessen werden.

Anmerkung: Die Orbitale werden hierbei in römischen Zahlen angegeben (Röntgen-Notation). V steht für Valenzband, ansonsten gilt:

X_i	K	L ₁	L ₂	L ₃	M ₁	M ₂	M ₃
nl _j	1s _{1/2}	2s _{1/2}	2p _{1/2}	2p _{3/2}	3s _{1/2}	3p _{1/2}	3p _{3/2}
Entartung 2j+1	2	2	2	4	2	2	4

Man spricht von einem XYZ-Übergang, z.B. einem KL₁L₂-Prozess.

X: Niveau des Rumpflohcs

Y: Niveau des auffüllenden Elektrons

Z: Niveau des Auger-Elektrons (kann gleich wie Y sein)

Energiebilanz:

$$\begin{aligned} E_{\text{Auger}} &= E_i(N-1) - E_f(N-2) && i: \text{"initial"; Anfangszustand} \\ &= E_B(X) - E_B(Y) - E_B(Z) - U_{\text{eff}} && f: \text{"final"; Endzustand} \\ & && E_B: \text{Bindungsenergie} \end{aligned}$$

U_{eff} enthält die Coulomb-Wechselwirkungen der Y- und Z-Elektronen und Löcher, sowie die Austrittsarbeit des Spektrometers.

Das Auger-Elektron besitzt somit eine definierte kinetische Energie E_{Auger} .

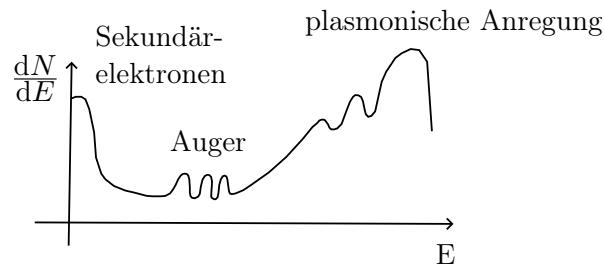
Wirkungsquerschnitt für KL₁L₂-Prozess: $\left| \left\langle \Psi_1^i \Psi_2^i | V | \Psi_1^f \Psi_2^f \right\rangle \right|$

$$W_{KLL} \sim \left| \left\langle \Psi_{1s}(\vec{r}_1) e^{i\vec{k}\vec{r}_2} \left| \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \right| \Psi_{2s}(\vec{r}_1) \Psi_{2p}(\vec{r}_2) \right\rangle \right|^2$$

Anmerkungen:

- Auger-Prozess unabhängig von Z
- Keine Dipol-Auswahlregeln, da WW über Coulomb-Potential
- Intensität abhängig von Anzahl der Valenzelektronen

Je nach Übergang ist ein Peak im jeweiligen Spektrum erkennbar, der auf die Ordnungszahl des betreffenden Atoms schließen lässt.

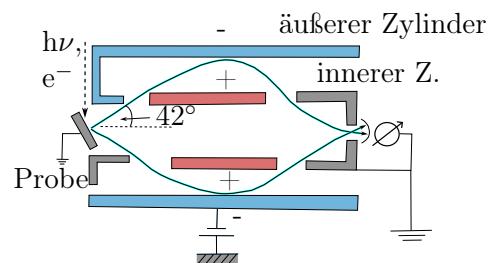


Analysator: (a) Retarding field analyzer (RFA)

- (b) Deflection analyzer
- | | | |
|---------------------------------|---|---|
| CMA (cylindric mirror analyzer) | { | CHA (concentric hemispherical analyzer) |
| 127°-Winkel-Analysator | | |

CMA (Zylinderspiegelanalysator)

Sekundärelektronen werden emittiert.
Ablenkung im „gekrümmten Kondensator“
→ Variation der Kondensatorspannung
führt dazu, dass Elektronen bestimmter
Energien des Austrittsspalt treffen. Sie wer-
den dort mit einem Channeltron vermessen.

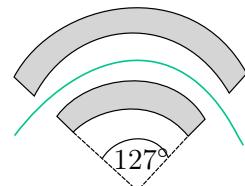
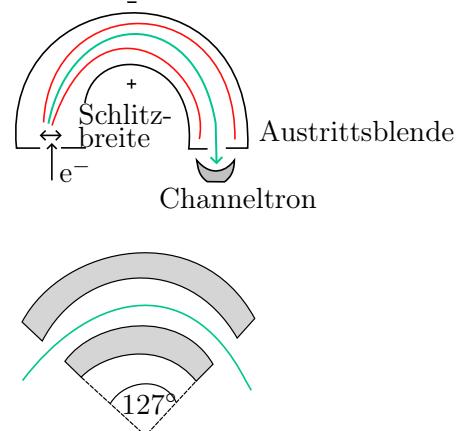


CHA (Kugelsektoranalysator)

Funktionsweise analog, jedoch verwenden wir diesmal einen Kugelkondensator.

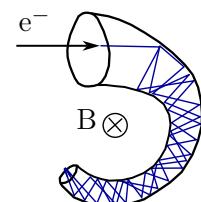
Variante: Der 127°-Analysator hat einen vorteil-
haften Winkel für zusätzliche fokussierende Wir-
kung → auch niedrige Strahlenintensitäten kön-
nen gemessen werden.

Bei beiden gilt: Je kleiner die Öffnung, desto hö-
her die Auflösung, aber auch desto niedriger die
Intensität.



Channeltron

Trichterförmiges Glasröhrchen, das innen mit einer hochohmigen Schicht überzogen ist. Ein primäres Teilchen (Elektron, Photon oder Ion) kann eine Elektronenlawine von $10^8 e^-$ auslösen, diese wird gemessen. Die Form plus der Einbringung in ein Feld verhindern, dass sich positive Ionen an dem Prozess beteiligen.



RFA (Verzögerungsplattenanalytator)

Elektronen werden in Richtung eines Verzögerungsfeldes (abhängig von U_R) emittiert. Nur wenn E_{kin} des Elektrons größer ist als eU_R , kann das e^- das Gitter passieren und am Kollektor nachgewiesen werden.

2) Röntgenfluoreszenz (XPS)

Konkurrenzprozess zu Auger, überwiegt bei großen Z.

Denn Prozess wird durch Spin-Bahn-Wechselwirkung beeinflusst; Elektron hat Spin $\frac{1}{2}$, Photon hat Spin 1.

- Photon löst Elektron einer Schale aus, dieses verlässt den Festkörper. Elektron relaxiert unter Aussendung eines Photons.
- Dieser Prozess kann von einem Auger-Prozess begleitet werden.

$$\underbrace{h\nu}_{\substack{\text{Ausgangs-} \\ \text{photon} \\ (\text{bekannt})}} = \underbrace{E_{\text{kin}}}_{\substack{\text{Röntgen-} \\ \text{strahlung} \\ (\text{bekannt})}} + E_{\text{Bindung}} + \underbrace{E_\Phi}_{\substack{\text{Austritts-} \\ \text{arbeit} \\ (\text{bekannt})}}$$

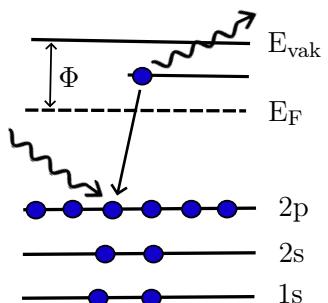
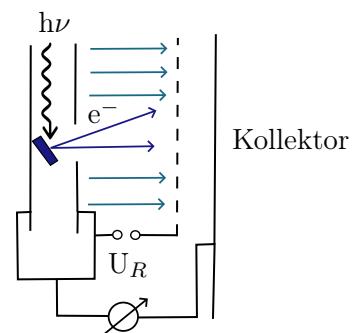
$$\hookrightarrow E_B = h\nu - (E_{\text{kin}} + E_\Phi)$$

XPS ist elementspezifisch. Daher kann man es nutzen, um die Konzentration einer Legierung zu bestimmen.

z.B. FeCr

50% Fe \longrightarrow $\frac{S_{\text{Fe}} \cdot I_{\text{pp}}^{\text{Fe}}}{S_{\text{Cr}} \cdot I_{\text{pp}}^{\text{Cr}}} = 1$

Intensität mal Stabilisierungsfaktor

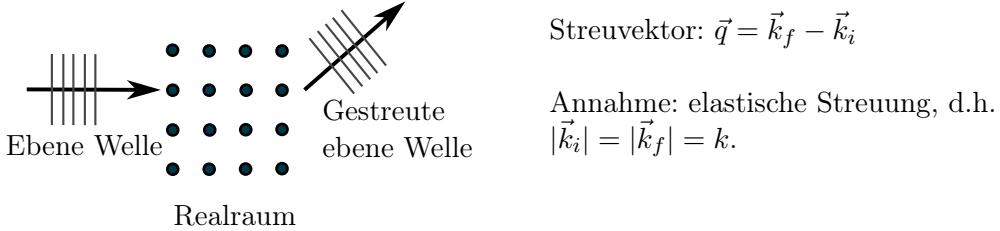


Unterscheidung AES / XPS: Was wird ausgesendet, wenn ein äußeres e^- die Lücke in der inneren Schale auffüllt – ein Auger-Elektron oder Röntgenstrahlung?

Vorteile / Nachteile:

	AES	XPS
Kompakt?	✓	✗
Einfach zu bedienen?	✓	✗
Anregungsquerschnitt	✓	✗, besser bei großen Z
Dipol-Auswahlregeln	nicht wichtig	wichtig
Oberflächenempfindlichkeit	✓	(✓)
Volumenempfindlichkeit	✗	✓

3.4 Beugungsmethode



Gestreute Welle: $\Psi(\vec{q}_i, \vec{k}_i) = \frac{1}{N} \sum_n \Psi_n^{EZ}(\vec{q}, \vec{k}_i) e^{i\vec{q}\vec{r}_n}$

$$\Psi^{EZ}(\vec{q}, \vec{k}_i) = \sum_{j \in EZ} f_j(\vec{q}, \vec{k}_i) e^{i\vec{q}\vec{r}_j}$$

Intensität:

$$I = |\Psi|^2 = \underbrace{\left| \Psi^{EZ}(\vec{q}, \vec{k}_i) \right|^2}_{|F|^2} \cdot \underbrace{\frac{1}{N^2} \left| \sum_n e^{i\vec{q}\vec{r}_n} \right|^2}_{|G|^2}$$

$$= |F|^2 \cdot |G|^2$$

f_j : atomarer Streufaktor

F : Streufaktor (auch: Formfaktor)

G : Gitterfaktor

$$|F|^2 = |\Psi^{EZ}(\vec{q}, \vec{k}_i)|^2$$

$$|G|^2 = \frac{1}{N} \left| \sum_n e^{i(\vec{q}\vec{r}_n)} \right|^2 \stackrel{\text{ausgedehnten Kristall}}{\underset{\text{für } \infty}{\longrightarrow}} \begin{cases} 1, & \text{wenn } \vec{q} = h \cdot \tilde{a} + k \cdot \tilde{b} + l \cdot \tilde{c} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

denn $e^{a\tilde{a}+b\tilde{b}+c\tilde{c}} = 1$.

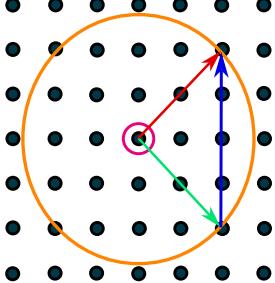
Was man sich noch über \vec{q} (auch manchmal \vec{G}_{hkl} genannt) merken sollte:

$$|\vec{q}| = \frac{2\pi}{d_{hkl}}, \quad d_{hkl}: \text{Netzebenenabstand}$$

oder allgemeiner $\frac{1}{d_{hkl}^2} = \frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}$.

Ewaldkonstruktion

„Wo finden Beugungsreflexe statt? Welche Beugungsrichtungen (k_f) sind möglich?“



- Im **Zentrum** der Ewaldkugel liegt der Ursprung des Realraums, in dem sich der zu vermessende Kristall befindet.
- Der Radius der Kugel (in 2d: des Kreises) beträgt $k_i = \frac{2\pi}{\lambda}$ (λ : Wellenlänge)
- Wo die **Kugel** einen Gitterpunkt ($\hat{=}$ eine Gitterebene) schneidet (bzw. nah genug kommt), kann man einen Beugungsreflex erkennen. Es handelt sich um die Punkte, an denen ein \vec{k}_f -Vektor enden kann, d.h. hier ist die Bragg-Bedingung $\vec{q} = \vec{k}_f - \vec{k}_i$ erfüllt.
- Drehung des Kristalls um den Ursprung des Realraums führt zu einer entsprechenden Drehung des reziproken Gitters um den Ursprung des reziproken Raumes.
- Variation von $|k_i|$ führt zu Verschwinden und Erscheinen von Gitterpunkten auf der Ewaldkugel. Bedeutet auch: Wählt man λ zu groß, wird die Ewaldkugel klein, und dann trifft man gar keinen Punkt.

De-Broglie-Wellenlänge

$$E_{\text{Photon}} = h\nu = \hbar\omega \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{hc}{E}$$

$$E_{\text{Teilchen}} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{\hbar}{\sqrt{2mE}}$$

Elektronen: $E = 10 - 600 \text{ eV}$, $\Rightarrow \lambda = \begin{cases} 2 \text{ \AA} & \text{bei } E = 37,5 \text{ eV} \\ 0,5 \text{ \AA} & \text{bei } E = 600 \text{ eV} \end{cases}$

Photonen: $E = 10^4 \text{ eV}$ (X-Ray), $\Rightarrow \lambda \approx 1 \text{ \AA}$

Neutronen: $E = 100 \text{ meV}$, $\Rightarrow \lambda \approx 1 \text{ \AA}$

He: $E \sim 10 \text{ meV}$, $\Rightarrow \lambda \approx 1 \text{ \AA}$

Therm. Energie bei Raumtemperatur: $k_B T = 25 \text{ eV}$

Beispiel: Beugung am bcc-Gitter

Atome bei $(0,0,0)$, $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
 $\Psi^{\text{EZ}}(\vec{q}, \vec{k}_i) = f_1(\vec{q}, \vec{k}_i) \cdot e^{i\vec{q}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}} + f_2(\vec{q}, \vec{k}_i) \cdot e^{i\vec{q}\begin{pmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}}$
 $= f_1(\vec{q}, \vec{k}_i) \cdot \underbrace{\exp(2\pi i(h \cdot 0 + k \cdot 0 + l \cdot 0))}_1 + f_2(\vec{q}, \vec{k}_i) \cdot \underbrace{\exp(2\pi i(h \cdot \frac{1}{2} + k \cdot \frac{1}{2} + l \cdot \frac{1}{2}))}_{-1^{(h+k+l)}}$
 $\Rightarrow F = \begin{cases} f_1 + f_2 & , h + k + l \text{ gerade} \\ f_1 - f_2 & , h + k + l \text{ ungerade} \end{cases}$
 Wenn $f_1 = f_2: \Rightarrow F = \begin{cases} 2f & , I = \begin{cases} |2f|^2 & \\ 0 & \end{cases} \end{cases}$

Bedeutet: Hälften aller Punkte wird ausgelöscht.

	Realraum	reziproker Raum	
3d:	$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$	$\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c}$	$\vec{q} = h\tilde{a} + k\tilde{b} + l\tilde{c}$
2d:	$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \rightarrow \infty$	$\tilde{a}, \tilde{b}, \tilde{c} \rightarrow 0$	$\vec{q} = h\tilde{a} + k\tilde{b} + \epsilon\tilde{c}$

2d:

 reziproke Gitterlinien $\triangle!$ Impulserhaltung nur in der Ebene der Oberfläche.
 $\vec{q}_{\parallel} = \vec{k}_{f\parallel} - \vec{k}_{i\parallel} = \vec{G}_{\parallel}$
 Senkrecht zur Oberfläche ist \vec{k}_{\perp} nicht erhalten, d.h. \vec{q}_{\parallel} kann beliebig gestreut werden.

Womit sollte man ein Experiment durchführen?

- Kriterien:
- möglichst leicht, damit Energie nicht zu klein wird
 - nicht mit Oberfläche reagierend

He-Atome \rightarrow nur Streuung an der Oberfläche

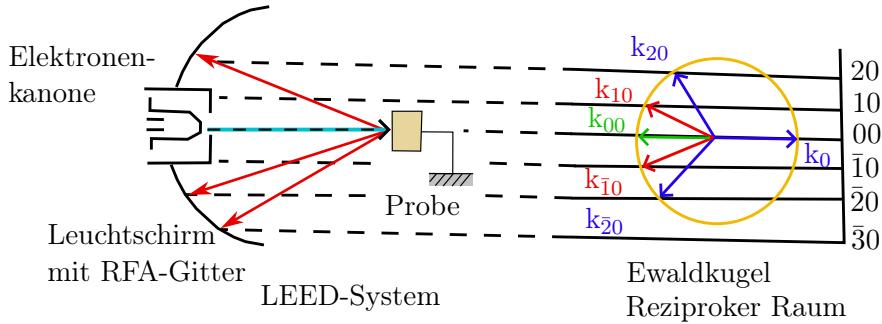
Neutronen \rightarrow keine Coulomb-WW da neutral; nur magnetische WW (Spin)

Elektronen \rightarrow Eindringtiefe 2–3 Atomlagen

LEED (Low Energy Electron Diffraction)

↳ Strukturbestimmung mithilfe langsamer Elektronen

$$E = 20 - 500 \text{ eV}, \lambda = \frac{\hbar}{m \cdot v} = 0,05 - 0,3 \text{ nm}$$



Was sieht man? → „Leuchtpunkt-Muster“ entspricht Projektion der Ewaldkugel.

00-Reflex sieht man i.A. nicht, da die Elektronenkanone davorsteht.

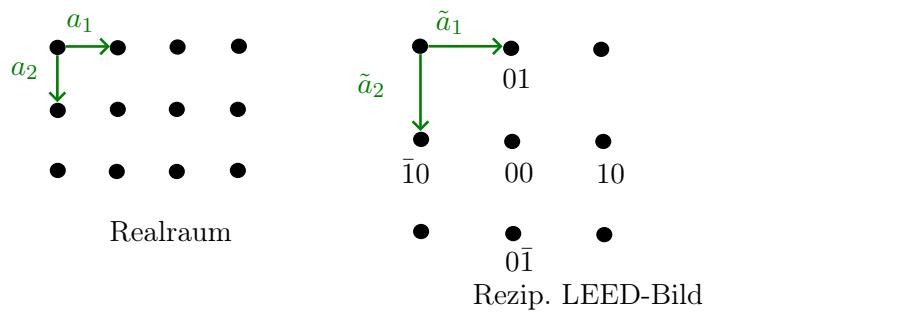
Wie kann man LEED-Bilder interpretieren (insb. Überstruktur erkennen)?

↳ Wir erinnern uns an die Überstruktur durch adsorbierte Atome:

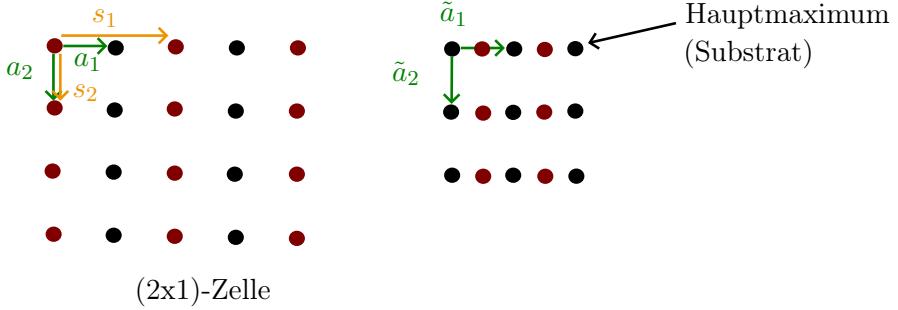
$$\left. \begin{array}{l} \text{Realraum: } \begin{pmatrix} \vec{a}_1 \\ \vec{a}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{s}_1 \\ \vec{s}_2 \end{pmatrix} \\ \text{Reziproker Raum: } \begin{pmatrix} \tilde{a}_1 \\ \tilde{a}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \tilde{t}_{11} & \tilde{t}_{12} \\ \tilde{t}_{21} & \tilde{t}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{s}_1 \\ \tilde{s}_2 \end{pmatrix} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{wobei } \tilde{t} = [t^{-1}]^\top, \\ \text{also invertiert und} \\ \text{transponiert.} \end{array}$$

$$\Rightarrow \quad \tilde{t}_{11} = \frac{t_{22}}{\det(t)} \quad \tilde{t}_{12} = \frac{t_{21}}{\det(t)} \quad \tilde{t}_{21} = \frac{t_{12}}{\det(t)} \quad \tilde{t}_{22} = \frac{t_{11}}{\det(t)}$$

Beispiel 1:
simple cubic



Beispiel 2:
simple cubic mit
reihenförmiger
Überstruktur

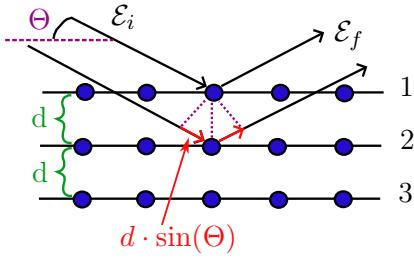


Die Nebenmaxima durch die Adsorbate sieht man nicht immer, aufgrund der Energieabhängigkeit von F . Kann man aber über t -Matrix ausrechnen.

$$\text{Hier: } t = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{t} = [t^{-1}]^\top = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}^\top = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

LEED-IV

Potential $\xrightarrow{\text{beeinflusst}}$ Energie \longrightarrow Formfaktor \longrightarrow Intensität.



$$E = \frac{h^2}{8md^2 \sin^2(\Theta)} n^2 + V$$

Gangunterschied: $n \cdot \lambda$

$$2 \cdot d \sin(\Theta) = n \cdot \lambda$$

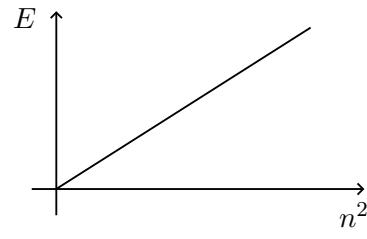
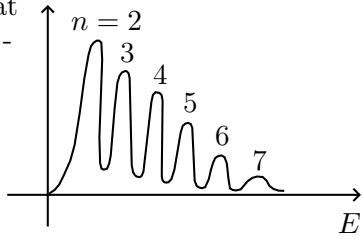
$$\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_f$$

$$E = E_{\text{kin}} + V = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} + V$$

V : Inneres Potential
 n : Ordnung

D.h. je mehr Schichten durchwandert werden, desto geringer die Intensität.

Intensität am $(0,0)$ -Punkt



Vorteil: LEED-IV sehr genau:
0,05 Å in der Ebene (Atomabstand)
0,01 Å vertikal (Ebenenabstand)

Temperaturabhängigkeit

Intensität: $I = |\Psi|^2 = |F|^2 \cdot |G|^2$

- $T = 0 \rightarrow$ Born-Oppenheimer-Näherung \rightarrow Atomrümpfe bewegen sich nicht $\rightarrow \vec{r}$ nicht zeitabhängig (wie gehabt!)

- $T \neq 0$:

$$F_{\text{hkl}} = \Psi^{\text{EZ}}(\vec{q}, \vec{k}_i) = \sum_{j \in \text{EZ}} f_j(\vec{q}, \vec{k}_i) \exp(i \vec{q} \vec{r}_j(t)) , \quad \vec{r}_j(t) = \vec{r}_{j0} + \vec{u}_j(t)$$

$$\rightarrow I = \underbrace{|F_{\text{hkl}}^0|^2}_{I_0} \cdot \underbrace{\exp\left(-\frac{1}{3} \langle u_j^2(t) \rangle \cdot |q|^2\right)}_{\text{Debye-Waller-Faktor}}$$

↳ je größer q^2 , desto kleiner der DWF

DWF = 1 (maximal), wenn $T = 0$ K.

Mit $E = \frac{3}{2}k_B T$ folgt:

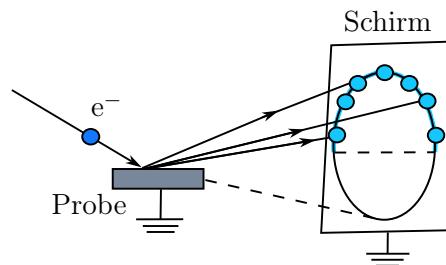
$$\text{DWF} \sim \exp\left(-\frac{\hbar^2 q^2 T}{M k_B \Theta_D^2}\right)$$

Reflection High Energy Electron Diffraction (RHEED)

↳ Kleiner Einfallswinkel³, hohe Energie

Elektronenenergie: 10 – 50 keV
(vgl. LEED: 10 – 300 eV)

Streifender Einfall der Elektronen
→ geringe Eindringtiefe (~ 10 nm),
hohe Oberflächenempfindlichkeit



Entstehung des Beugungsbildes:

- Die an der periodisch angeordneten Oberfläche elastisch gestreuten Elektronen mit ausreichend hoher Energie erzeugen auf dem Leuchtschirm Reflexe.
- Schnittpunkte der Ewaldkugel mit rezip. Gitterstangen bilden (Halb)Kreisbögen, die sogenannten Laue-Ringe.
- Kristallfehler erzeugen im Beugungsbild „Striche“ statt Punkte.

Vorteil: Beobachtung des Beugungsbildes während der Präparation (z.B. Aufdampfen) ermöglicht die Bestimmung und Optimierung der jeweiligen Präparationsparameter.

Nachteil: Hohe Energien führen zu großer Ewaldkugel, aber kleinen Streuwinkeln. Man kann also nur einen Ausschnitt der Ewaldkugel erkennen. Daher ist RHEED eher für qualitative Experimente geeignet, weniger für quantitative.

Genauigkeit: Lateral (in der Ebene): $\sim 0,01$ Å
Vertikal: $\sim 0,05$ Å

Eindringtiefe: ~ 10 nm (vgl. LEED: ~ 1 nm)

Streuung thermischer Heliumatome (TEAS)

Thermal Energy Atom Scattering

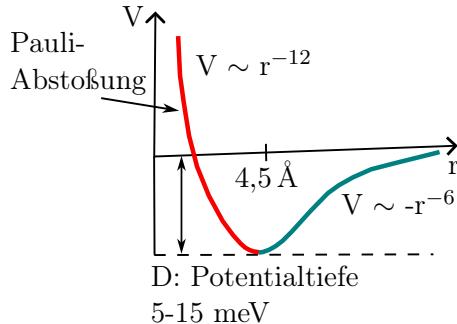
↳ Statt Elektronen werden Heliumatome ($E_i \sim 5 - 15$ meV, $\lambda \sim$ Atomabstände) verwendet.

Aufgrund ihrer niedrigen Energie dringen die Heliumatome nicht in die Oberfläche, sondern begegnen nur der obersten Atomlage.

Welche Wechselwirkungen erfahren sie dabei?

³bedeutet: $< 5^\circ$, also viel flacher als bei LEED

↳ Lennard-Jones-Potential (auch 6-12-Potential genannt)



- repulsiver Teil: Pauli-Abstoßung kommt vor allem durch Valenzelektronen zustande (\rightarrow Pauli-Prinzip)
↳ He-Atome können **nicht**...
 - in die Oberfläche eindringen,
 - mehrfach gestreut werden,
 - die Oberfläche beschädigen.
- attraktiver Teil: Van-der-Waals-Anziehung
 \Rightarrow hoher WW-Querschnitt: $\sim 100 \text{ \AA}^2$

TEAS $\hat{=}$ 2d-Analogon zu Neutronenstreuung

3.5 Frühe Abbildungsmöglichkeiten im Realraum

1) Photoelektronenbeugung (PED)

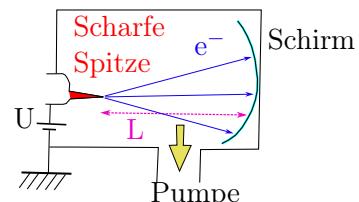
- Basiert auf Photoelektronenspektroskopie
- Interferenz der Wellenfunktion des Photoelektrons
- in Abhängigkeit von Emissionsrichtung und kinetischer Energie des Photoelektrons

2) Augerelektronenbeugung (AED)

- Prinzip: Augerelektronenspektroskopie
- Interferenz der Wellenfunktion des Auger-Elektrons
- in Abhängigkeit von Emissionsrichtung und E_{kin} des Auger-Elektrons

3) Feldemissionsmikroskop (FEM)

- Probe ist Spitz mit Radius $r = 10 - 100 \text{ nm}$
- Spannung: $U = 1 - 10 \text{ kV}$
- Vergrößerung $\sim \frac{L}{r}$, abgebildet wird die Kathoden-spitze oder ggf. das, was auf ihr aufgedampft ist
 \rightarrow Elektronen verlassen Spitz wegen hohem \vec{E} -Feld.
Durch die Masse der Elektronen ist ihre transversale Impulskomponente nicht gut definiert
 \rightarrow Verbesserung: FIM



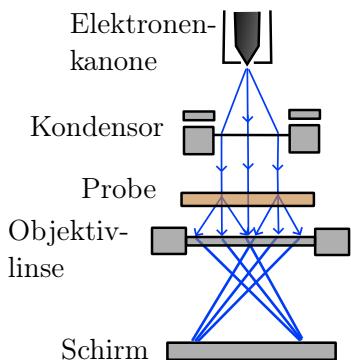
4) Feldionenmikroskop (FIM)

Aufbau wie FEM, aber bei Anwesenheit eines „Imaging Gas“ (z.B. He oder Ne bei 10^{-2} Pa).

↳ Durch die größere Masse der He^+ -Ionen ist die transversale Impulskomponente der e^- wesentlich besser definiert. Dadurch entsteht eine atomare Auflösung von $2-3 \text{ \AA}$.

- Nachteile:
- Funktioniert nur mit W, Pt, Ir etc., da man eine leitende Spitze herstellen muss
 - E-Feld-Einfluss; Imaging Gas notwendig

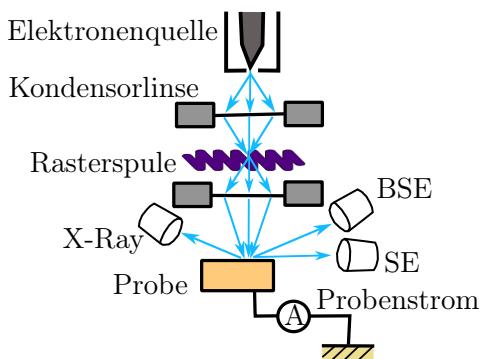
3.6 Transmissionselektronenmikroskop (TEM)



- Funktionsweise analog zu optischem Mikroskop (hier jedoch magnetische Linsen)
- Elektronen mit $E_{\text{kin}} = 50 - 200 \text{ keV}$ **durchstrahlen** Probe
- Funktioniert nur mit dünnen Proben ($d = 100 - 1000 \text{ \AA}$)
- Beugungslimit: $\frac{0,5\lambda}{\sin(\alpha)} \approx 2 \text{ \AA}$
- Vorteil: gut zur Untersuchung von Grenzflächen verschiedener Materialien

Variante / Anwendung: „Scanning TEM“ (STEM), bei dem der Elektronenstrahl fein fokussiert wird und über die Probe gerastert wird.
 ↴ Energieverlust der Strahlelektronen wird aufgetragen. Auf diese Weise können Plasmonen, Auger-Elektronen etc. identifiziert werden.

3.7 Rasterelektronenmikroskop (SEM)



- Feiner Elektronenstrahl (1-10 keV) wird über Probe gerastert (Durchmesser 10-100 Å).
- Unterschied zu TEM: Probe wird nicht durchstrahlt. Gemessen werden Röntgenphotonen (X-Ray), zurückgestreute Elektronen (BSE) und / oder Auger-Elektronen / Sekundärelektronen (SE).
 ↴ Abbildung auf Bildschirm.
- Ist z.B. geeignet, um Defekte festzustellen, da der Neigungswinkel der Oberfläche die Sekundärelektronen-emission beeinflusst.
- Intensität wird über Elektronenenergie aufgetragen

3.8 Rastertunnelmikroskop (STM)

Messung von **Elektronenzustandsdichten** ermöglicht atomare Auflösung (lateral & vertikal), sodass z.B. Stufen erkennbar sind.

- Prinzip: Eine feine Metallspitze (Material: W, Pt, Au...) wird so nahe an eine **leitende** Oberfläche gebracht ($\leq 1 \text{ nm}$), sodass beim Anlegen einer Spannung ein Tunnelstrom fließt.

Dann wird die Spitze rasterförmig über die Oberfläche bewegt, während der Tunnelstrom durch einen elektronischen Regelkreis konstant gehalten wird. Der Abstand zwischen Spitze und Objekt kann dabei sehr genau (Picometer-Bereich) registriert werden.

- Mechanische Stabilität wichtig → wie können mechanische Vibrationen vermieden werden?

↳ Lösung: Mehrstufige Dämpfung, z.B. durch Kombination von Federaufhängungen und Wirbelstrombremsen.⁴

T_1 : pneumatische Dämpfung, $\omega_0 \sim 1 \text{ Hz}$, $Q \sim 1$

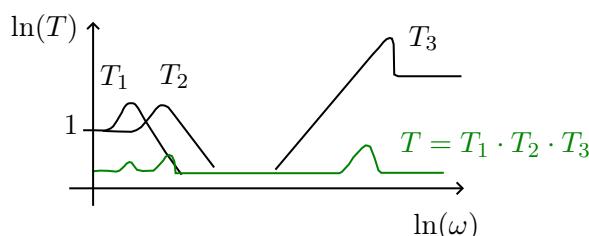
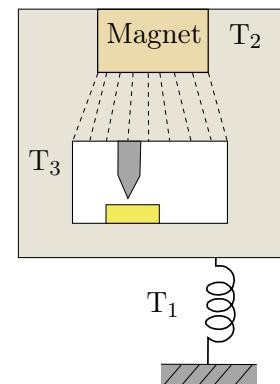
T_2 : Wirbelstrombremse, $\omega_0 \sim 3 \text{ Hz}$, $Q = 1$

T_3 : Transferfunktion des Mikroskops im Tunnelkontakt, $\omega_0 \approx 1 - 10 \text{ kHz}$

Q : Dämpfungsverhältnis

Transmissionskoeffizient: $T = T_1 \cdot T_2 \cdot T_3$

↳ Resonanzfrequenz beim STM muss klein sein.



Der Piezo-Effekt

Piezo-Effekt: Legt man ein elektrisches Feld an Ferroelektrika an, kommt es zu einer Verformung.

Umgekehrt kommt es zu einer Änderung der elektrischen Polarisation (→ der Spannung) bei Festkörpern, wenn sie verformt werden.

$$\text{Dielektrische Verschiebungsdichte: } \vec{D} = \epsilon_0 \underbrace{\vec{E}}_{\text{E-Feld}} + \underbrace{\vec{P}}_{\text{elektr. Polarisation}} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$$

„Normale Materialien“: $\vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{P} = 0$

Ferroelektrika: $\vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{P} = \vec{P}_0$ spontane Polarisation

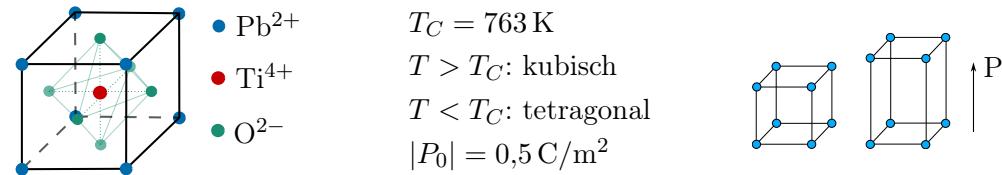
Suszeptibilität: $\vec{\chi} \rightarrow -\vec{\chi} \Rightarrow \vec{P}_0 \rightarrow -\vec{P}_0$

⇒ Für Systeme mit Inversionssymmetrie: $\vec{P} = -\vec{P}_0 \Rightarrow \vec{P}_0 = 0$.

Ferroelektrika verletzen die Inversionssymmetrie.

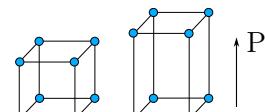
⁴Anmerkung des Skriptautors: Vollständig lassen die sich nicht vermeiden. Während meiner Masterarbeit musste ich feststellen, dass man mitunter eine Messung verwerfen musste, nur weil währenddessen jemand zur Tür hereinkam.

Bsp. Perovskit: BaTiO₃ bzw. PbTiO₃



Verformung: $e = Z \cdot S + E \cdot d$

Z : mech. Spannung
 E : E-Feld



S : Elastizitätsmodul
 d : Piezo-Konstante

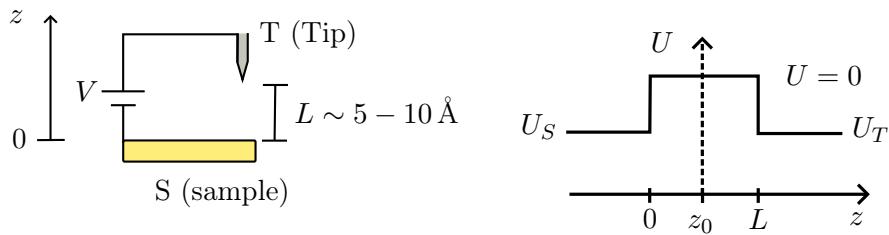
Was bedeutet dies für unser STM?

↪ Spitz ist an piezoaktivem Material befestigt.

Wenn $\vec{E} \parallel z$ -Achse: Querkontraktion $\approx 1-3 \text{ \AA/V}$,
Längsexpansion $\approx 2-6 \text{ \AA/V}$

↪ Mittels kleiner Spannung kann man die Spitz präzise im pm-Bereich positionieren.

Tunneleffekt



$$U_S = U_T = -U$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U \Psi = E \Psi$$

$$\hookrightarrow -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial z^2} \Psi(z) + U(z) \Psi(z) = E \Psi(z)$$

$$\text{Ansatz: } \Psi(z) = A e^{ikz} + B e^{-ikz}, \quad k = \frac{\sqrt{2m(E-U)}}{\hbar}$$

Transmission nach Barriere: $\Psi^T = D \cdot e^{ikz}$

Tunnelstrom: $I \sim e^{2\sqrt{2m(U-E)L}/\hbar} = e^{-2\kappa \cdot L}$

Transmissionswahrscheinlichkeit: $T = \frac{I_t}{I_i} \approx T_0 \cdot e^{-2L\sqrt{2m(U-E)}/\hbar}$

bedeutet: $T = \frac{\text{Tunnelstrom}}{\text{einfallender Strom}}$

Tunnelmechanismus von

(...)

Bardeen-Modell⁵

Betrachte Probe (sample, S) und Spitze (tip, T) separat.

$$\begin{aligned} \text{Probe: } & \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U_S(\vec{r}) \right) \Psi^S(\vec{r}) = E^S \Psi^S(\vec{r}) \\ \text{Spitze: } & \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U_T(\vec{r}) \right) \Psi^T(\vec{r}) = E^T \Psi^T(\vec{r}) \end{aligned}$$

$$\text{Gesamtsystem: } H = H^S + H^T = -\frac{\hbar^2}{2s} \Delta + U_S(\vec{r}) + U_T(\vec{r})$$

Gegenseitige Beeinflussung wird vernachlässigt.

Tunnelstrom wird mithilfe Störungsrechnung 1. Ordnung bestimmt → Man erhält die Tunnelmatrix $M_{\mu\nu}$:

$$M_{\mu\nu} = \langle \Psi_\nu^T | U_T | \Psi_\mu^S \rangle = -\frac{\hbar^2}{2m} \int_{\Sigma} \left(\Psi_\nu^{T*} \vec{\nabla} \Psi_\mu^S - \Psi_\mu^S \vec{\nabla} \Psi_\nu^{T*} \right) \quad \Sigma: \text{Grenzfläche zwischen Spitze und Probe}$$

↳ Überlapp der Wellenfunktionen in der Barriere → Tunnelstrom!

Tersoff-Hamann-Modell

Annahme: Spitze besteht aus einem einzelnen Atom mit s-Wellenfunktion am Ort \vec{R} . Potential am Ort der Spitze ist ≈ 0 .

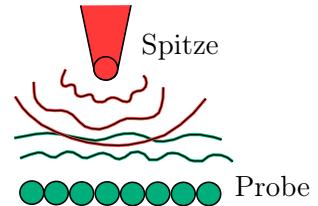
Abstand zwischen Probe und Spitze: $> 10 \text{ \AA}$.

$$\begin{aligned} -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi &= -\Phi \Psi & \Phi: \text{gesamte Austrittsarbeit} \\ \Rightarrow \nabla^2 \Psi &= \frac{2m}{\hbar^2} \Phi \Psi = \kappa^2 \Psi & \kappa = \frac{\sqrt{2m\Phi}}{\hbar} \end{aligned}$$

Kugelwelle → man entwickelt mithilfe der Green-Funktion und erhält für die Tunnelmatrix:

$$M_{\mu\nu}(\vec{R}_T) = -\frac{2m}{\kappa m} C \hbar^2 \Psi_\mu^S(\vec{R})$$

und für den Strom: $\frac{dI}{dV} = A \cdot \rho^T \rho^S(\vec{R}_T, E_F^S + eV)$ ρ : Zustandsdichte



3.9 Rasterkraftmikroskop (AFM)

AFM → atomic force microscope

Problem beim Rastertunnelmikroskop war: Probe muss leitend sein.

↳ Unterschied beim Rasterkraftmikroskop: Gemessen werden die Kräfte, die zwischen

⁵Hier fragt Herr Wulfhekel manchmal, ob man John Bardeen kennt. Das war einer der Erfinder des Transistors, sowie einer der Entdecker der Supraleitfähigkeit. Für beides erhielt er einen Nobelpreis, und ist somit der einzige Mensch, der je zwei Nobelpreise in Physik bekam.

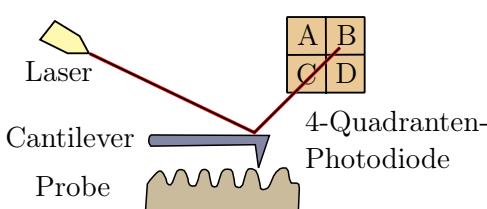
der abtastenden Spitze und der Oberfläche auftreten; dazu gehören:

- Pauli-Abstoßung
- Atombindungskräfte
- anziehende Van-der-Waals-Kraft
- elektrostatische Kräfte
- anziehende Kapillarkräfte

Somit lassen sich auch nichtleitende Proben untersuchen.

Weiterer Pluspunkt: funktioniert an der Luft (auch ohne Vakuum).

Aufbau:



- Cantilever: schwingender Stab (biegsam, mit Nanospitze)
- Biegung des Cantilevers wird durch Lichtzeigerdetektion gemessen → in welchem Quadranten trifft der Laserstrahl auf?
- Probe wird unter der Spitze bewegt

Messmodi:

1) Kontakt-Modus:

Spitze des Cantilevers berührt die Probe direkt. Entweder Abrastern der Probe, Messung der Verbiegung des Cantilevers → Spiegelung des Laserstrahls.
Oder (geregelter Fall): Verwendung eines Piezoelements, sodass die Auslenkung des Cantilevers, (d.h. die Kraft zwischen Spalte und Probe) gleich bleibt → Parameter des Regelkreises werden gemessen.

2) Dynamische Messung / Nicht-Kontakt-Modus:

Cantilever wird mechanisch (z.B. durch Piezo-Element) zum Schwingen im nm-Bereich angeregt. Phasenverschiebung von 90° zwischen eigener und anregender Schwingung → Schwingende Kräfte zwischen Probe und Spalte führen zu Frequenzänderung, diese wird gemessen.

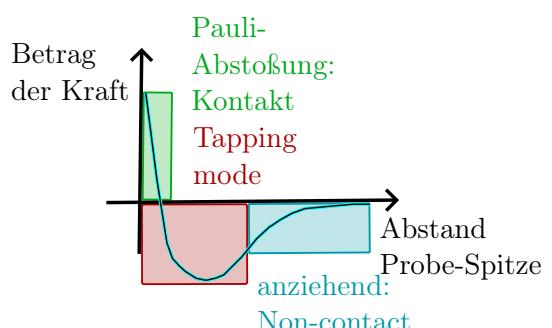
Typische Werte für ω_0 : $\sim 150 \text{ kHz}$

$$U_{\text{pot}} = \frac{1}{2} k_0 (z - z_0)^2, \quad F = k_0 (z - z_0)$$

$$\omega_{\text{res}} = \sqrt{\frac{k_0 + k'}{m}} = \sqrt{\frac{k_0 + \frac{\partial F}{\partial z}}{m}}$$

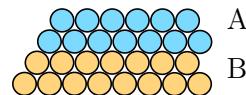
$$\approx \omega_0 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{\partial F}{\partial z}\right)$$

Variante: **Tapping-Modus** → Schwingender Cantilever berührt jeweils kurz die Probe. Veränderte Amplitude und Frequenz werden gemessen.



4 Schichtwachstum

Ziel: Homogener Einkristall-Film aus Material A auf Material B.

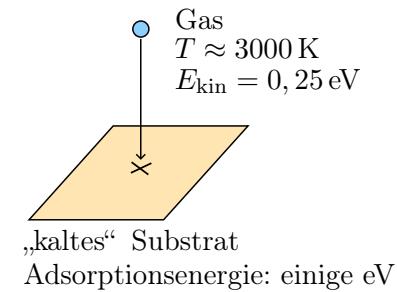


Molekularstrahlepitaxie: Adsorption aus der Gasphase.

Epitaxie: Kristallstruktur der aufwachsenden Schicht passt sich der des Substrats an.

Haftkoeffizient ≈ 1 , kein Verdampfen von der OF.

Adsorptionsenergie (Kohäsionsenergie): einige eV bei Metallen



4.1 Homoepitaxie

Homoepitaxie = Schichtwachstum, bei dem Substrat und Schicht aus der gleichen Verbindung bestehen.

Würden die Gasmoleküle bei der Molekularstrahlepitaxie einfach an der nächstbesten Adsorptionsstelle haften bleiben, bekämen wir eine raue Oberfläche.

↳ Thermische Anregung: Adatom kann von einer Adsorptionsstelle zur nächsten „hoppen“ → **Oberflächendiffusion**

Mittlere quadratische Verschiebung:

$$\langle \Delta r^2 \rangle = \nu \cdot a^2 \cdot t = n^2 \cdot a$$

$$\text{Diffusionskoeffizient: } D = \frac{\langle \Delta r^2 \rangle}{Z \cdot t} = \frac{\nu \cdot a^2}{Z}$$

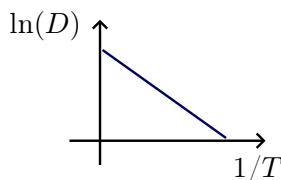
$$\text{Anzahl nächste Nachbarn: } Z = \begin{cases} 2 : 1\text{d-Gitter} \\ 4 : 2\text{d quadr. Gitter} \\ 6 : 2\text{d hex. Gitter} \end{cases}$$

$$\text{Sprungfrequenz hat Arrhenius-Verhalten: } \nu = \nu_0 \cdot e^{-\frac{E_{diff}}{k_B T}}$$

ν_0 : ca. 10^{12} Hz

E_{diff} : Energiebarriereförderhöhe

$$\begin{aligned} \hookrightarrow D &= \frac{\nu a^2}{Z} = \underbrace{\frac{\nu_0 a^2}{Z}}_{D_0} \cdot e^{-\frac{E_{diff}}{k_B T}} \\ &= D_0 \cdot e^{-\frac{E_{diff}}{k_B T}} \end{aligned}$$



$$\ln(D) = \ln(D_0) - \frac{E_{diff}}{k_B} \frac{1}{T}$$

E_{diff} ist abhängig von...
(~ 10 meV – 1 eV)

- Anzahl der Bindungen, die gebrochen werden müssen
- Schmelztemperatur

D ist abhängig von...

- kristallographischer Anisotropie (Gitteraufbau)
- morphologischer Anisotropie (Stufen etc.)

Atomistische Mechanismen

- ① Hopping-Mechanismus
- ② Atom-Austausch-Mechanismus → auch bei Heteroepitaxie
- ③ Tunnelmechanismus → kleine Partikel, niedrige Potentialbarriere
- ④ Leerstellenmechanismus

Intralagen-Mechanismus → Diffusion von Adatomen auf den Terrassen

Interlagen-Transport → Diffusion von Adatomen über Stufenkanten

Clusterdiffusion-Mechanismen

(Cluster: Ansammlung von Atomen - von 3 bis zu mehreren 1000)

- ① Sequentielle Verschiebung
- ② Kantendiffusion
- ③ Verdampfen und Kondensation
- ④ Leapfrog-Mechanismus

Je größer der Cluster, desto weniger mobil ist er, und je höher ist seine Aktivierungsenergie.

Was passiert beim Aufdampfen unterhalb der kritischen Diffusionstemperatur?

z.B. CuAg(100) → Cu wird auf Ag aufgedampft; $T = 77\text{ K}$.

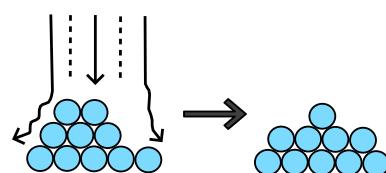
Thermische Diffusion eingefroren (ein Sprung innerhalb von 8 Jahren).

80 % der Energie werden bei der ersten Kollision an das Gitter übertragen; es entsteht kein 3d-Wachstum, sondern 2d-Wachstum; warum?

↳ Funneling (engl. funnel = Trichter; Trichtereffekt):

fcc- bzw. bcc-Struktur sorgt für „Abrutschen“ des Adsorbats und verhindert Überhänge.

↳ kein ideales, statistisches 3d-Wachstum



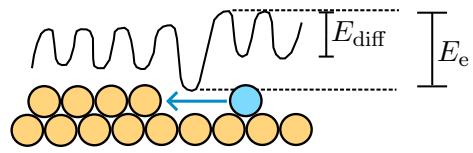
Was passiert an einer Stufe mit den Adatomen?

1) Atom trifft auf Stufenkante

E_{diff} : Diffusionsenergie / -barriere

E_e : Ehrlich-Energie

Stufenkante wirkt als Adatomsenke, sie fängt die Adatome auf. → Atom an Stufenkante: Koordination steigt, Atom wird stärker gebunden.

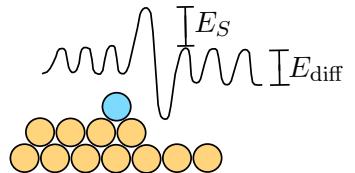


⇒ **Stufenwanderung:** $I(\Theta) = \text{const.}$ (I : Intensität, Θ : Bedeckung)

2) Diffusion über Abwärtsstufe

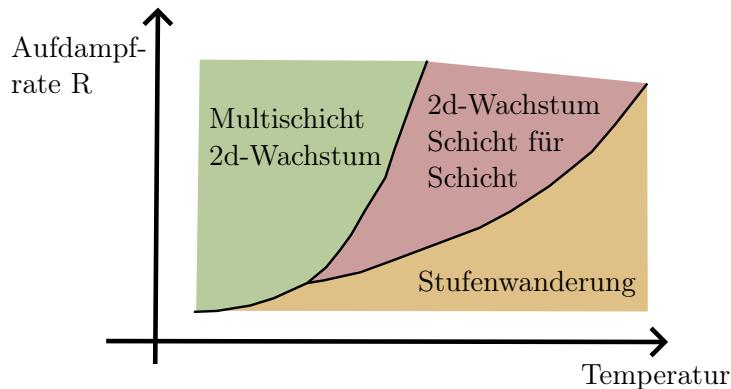
Bei Diffusion an Defekten kann es eine von E_{diff} verschiedene Barriere geben.

Hier: Bei Diffusion an einer Abwärtsstufe muss zusätzlich die Ehrlich-Schwöbel-Barriere E_S überwunden werden.



⇒ Reflexion von Adatomen. Hat zur Folge, dass Adsorbatlage nicht geschlossen werden kann, sondern nur Inseln bildet.

Bedeutet: Für Heteroepitaxie wollen wir keine bzw. niedrige Ehrlich-Schwöbel-Barriere.



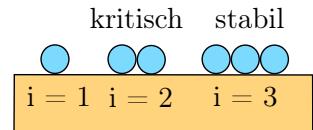
Diffusionslänge: $L = \sqrt{\langle (\Delta x)^2(t) \rangle} \sim e^{E_D/2k_B T}$

Bedeutet: L steigt mit T ; bei ausreichender Temperatur können Atome ihre Insel verlassen und zum Substrat wandern.

4.2 Nukleation

Nukleation = Keimbildung:

Zwei oder mehr Atome auf benachbarten Gitterplätzen bilden einen Keim, der zu einer Insel wachsen kann.



„kritisch“: Größter Cluster, der nicht stabil ist (genaue Anzahl ist materialabhängig)

„stabil“: Cluster kann Adatome einfangen, analog zu Stufenkante.

Vgl. 3d: Wassertropfen im Wasserdampf

Freie Gibbs-Energie: $G = U - TS + pV$

S : Entropie

Für Gas: $G = n \cdot \mu_g$

T, p : konstant

Für Tropfen im Gas:

n : Anzahl der Teilchen

$$G_{gt} = (n - n_t) \cdot \mu_g + n_t \mu_t + 4\pi r^2 \sigma_t$$

μ : chem. Potential

Differenz:

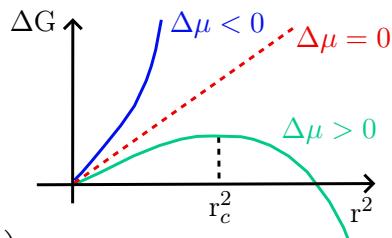
Index g : Gas; Index t : Tropfen

$$\Delta G = G_{gt} - G = n_t (\underbrace{\mu_t - \mu_g}_{-\Delta\mu}) + 4\pi r^2 \sigma_t$$

r : Radius des Tropfens

σ_t : OF-Spannung Tropfen

$$\text{Mit } n_t = \frac{4\pi}{3} r^2 \cdot \frac{1}{V}$$



(V : Teilchenvolumen in Flüssigkeit)

und $\Delta\mu = \mu_g - \mu_t$ folgt:

$$\Delta G = 4\pi r^2 \sigma_t - \frac{4\pi}{3} r^3 \Delta\mu$$

Fazit: • $\Delta\mu = \mu_g - \mu_t = k_B T \cdot \ln\left(\frac{p}{p_s}\right)$;
 $p_s \approx$ Sättigungsdampfdruck.

- Wird dieser überstiegen $\rightarrow \Delta\mu > 0$: Dampf übersättigt (lässt mehr Wasser, obwohl Gleichgewichtspunkt bereits überschritten ist.)
- Höchste freie Gibbs-Energie bei kritischem Radius $r_c \rightarrow$ „kritischer Keim“

Analog gilt für 2d-Wachstum:

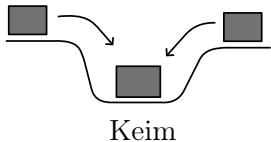
- Tropfen \rightarrow Insel
- Gas \rightarrow Adatome
- $\sigma_S \rightarrow \sigma_T$ (Stufenspannung)

Beispiel: Ag(111), $\Delta E \approx 500 \text{ meV}$, $T = 300 \text{ K}$.

$$n_g = e^{-\frac{500 \text{ meV}}{k_B T}} = e^{-\frac{500}{25}} = 2 \cdot 10^{-9} \text{ ML}$$

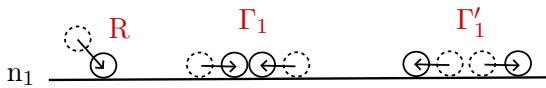
Bei einer typischen Aufdampfrate von $\sim 1 \text{ ML/s}$ entsteht sehr schnell Übersättigung

$(\Delta\mu \gg 1)$



Kritischer Keim ist nur wenige Atome groß:
Bedeckung: $\Theta \leq 0,05 \text{ ML}$ (d.h. 5 % einer Monolage) genügen. Keim „saugt“ Adatome durch Diffusion an.

Inseldichte



$$\Gamma_j = \sigma_j D n_1 n_j - \delta_{j+1} n_{j+1}$$

Was für eine Entstehungsrate haben die Inseln dann?

$$\frac{dn_1}{dt} \sim R - 2\Gamma_1 + \Gamma'_1$$

Warum Vorfaktor 2?

↳ 2 Adatome „verschwinden“. Anders bei Zerfall: nur eines geht weg

⇒ Allgemeine Form:

$$j = 1: \quad \frac{dn_1}{dt} = R - 2\Gamma_1 - \sum_{j=2} \Gamma_j$$

$$j \geq 2: \quad \frac{dn_j}{dt} = \Gamma_{j-1} - \Gamma_j$$

Annahme: Oberhalb kritischer Clustergröße i^* zerfällt Cluster nicht mehr:

$$j > i^* \Rightarrow \delta_j \rightarrow 0, \text{ stabile Insel.}$$

Von i^* hängt auch die Inseldichte (Inseln pro Fläche) ab:

$$\frac{n_x}{n_0} \sim R^\chi \cdot \exp\left(\frac{iE_{\text{diff}} + E_i}{(i+2)k_B T}\right) \quad \text{mit} \quad \chi = \frac{i}{i+2}$$

4.3 Inselformen

Inselform hängt vom Verhältnis zwischen Diffusion auf der Terrasse und entlang der Stufe ab.

Diffusion entlang des Inselrands: $\begin{cases} \text{langsam: Verästelte Inseln} \\ \text{schnell: Kompakte Inseln} \end{cases}$

Sonderfall: (110)-OF haben so gut wie immer quadratische Inseln, da Glättung durch Randdiffusion schneller als Aufrauung durch hinzukommende Atome.

Fraktale bzw. verästelte Inseln: Adatom trifft häufiger auf Inselrand. → Fraktale Inseln

haben mehr Kinks, daher niedrigere Schwöbel-Ehrlich-Barriere.

Höhere Temperatur → höhere Diffusion → andere Formen:

T_{niedrig}

Fraktale → Dreiecke → Sterne → Hexagone
(Gleichgewichtsform)

T_{hoch}

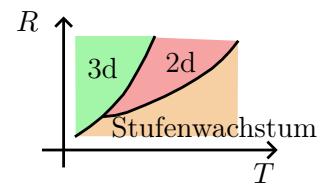
Grund: Unterschiedlich schnelle Diffusion sorgt für unterschiedlich schnelles Wachstum der Kanten

4.4 Wachstumsmanipulation

↳ Wie kann man für 2d-Wachstum sorgen?

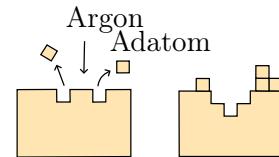
1) Temperatur

↳ beeinflusst **Diffusion** und damit Aufdampfrate R
(→ Welche Art von Wachstum)



2) Keimbildung durch Ionenbeschuss

Erzeugung verschiedener Defekte durch Ionenbeschuss.
Pro Atom mit 1 keV werden 1 – 5 Atome abgetragen
→ Adatome werden erzeugt, Ionenbeschuss führt also zu hoher Keimdichte.



3) „Surfactant“-assistiertes Wachstum

(surfactant = surface active agent = grenzflächenaktive Substanz)

↳ Durch Zugabe eines Katalysators wird Ehrlich-Schwöbel-Barriere gesenkt. Dadurch entsteht 2d- statt 3d-Wachstum.

Bedingung: Surfactant sollte „aufschwimmen“, also nicht in die wachsende Schicht eingebaut werden. Dies wird durch die Verwendung von Atomen ermöglicht, die untereinander eine verhältnismäßig geringe Bindungsenergie besitzen:

$$E_{AA} > E_{AS} \gg E_{SS}$$

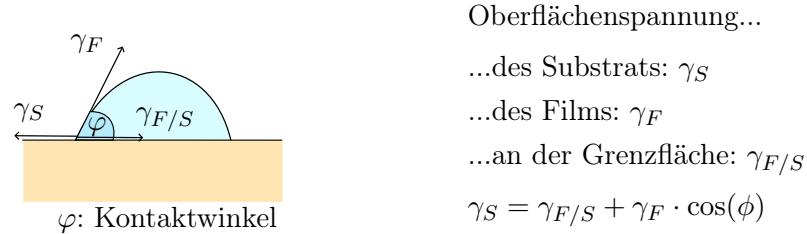
A: Adsorbat- und Substrat
S: Surfactant

4.5 Heteroepitaxie

Auf einem Substrat soll ein dünner Film aufgebracht werden. Allerdings nicht irgendwie - das Ergebnis wäre ein rauer Film mit lokal stark fluktuierender Dicke. → Thermische Behandlung „glättet“ durch erhöhte Diffusion.

Genaue Wachstumsart hängt dann von Oberflächenspannung (= Energie pro Einheits-

fläche bzw. Kraft pro Grenzlänge) ab.



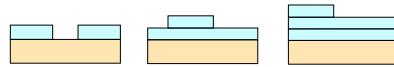
Was für eine Wachstumsart bekommt man?

- $\gamma_S \geq \gamma_{F/S} + \gamma_F$: Lage-für-Lage-Wachstum (Frank-van-der-Merwe)
- $\gamma_S < \gamma_{F/S} + \gamma_F$: Insel-Wachstum (Volmer-Weber)

Frank-van-der-Merve-Wachstum

Lage für Lage, benetzend (d.h. kleiner Kontaktwinkel ϕ).

Inselbildung wäre energetisch ungünstig, da sie die Oberfläche vergrößern würde.



Volmer-Weber-Wachstum

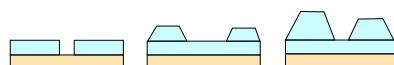
Inselbildung, nicht benetzend.

Energetisch günstiger, nur eine kleine Fläche des Substrats zu bedecken. Inseln behalten ihre Form während des Wachstums bei.



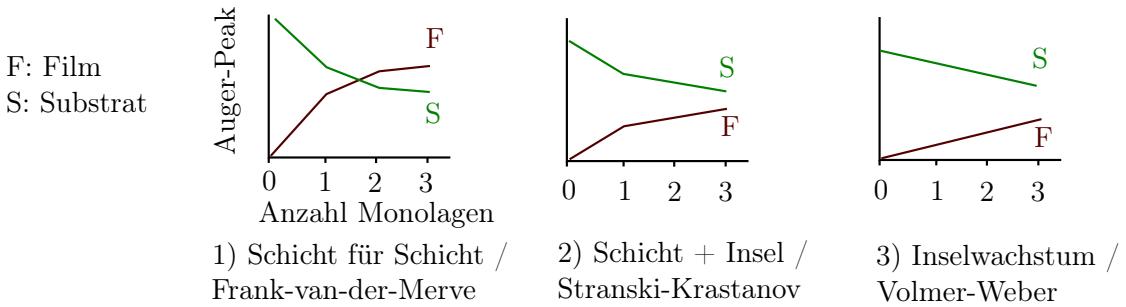
Stranski-Krastanov-Wachstum

Mischform: Erst Monolagen, dann Inseln. Tritt auf, wenn sich Verspannungen in den ersten Schichten befinden, oder wenn sich an der Grenzfläche eine Legierung aus Film- und Substratmaterial bildet.

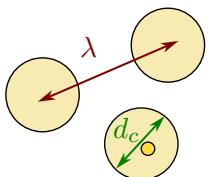


Wie erkennt man, um welchen Wachstumsmodus es sich handelt?

- RHEED → empfindlich auf Rauigkeit der Oberfläche; man betrachtet meist die Intensität von (0,0)
- Direkte Abbildung der Morphologie → Inselhöhen und Anzahl der Lagen (z.B. mit STM)
- Abschwächung des Substratsignals bei XPS oder Auger-Spektroskopie (nur Heteroepitaxie)



Wann entsteht 2d- oder 3d-Wachstum?

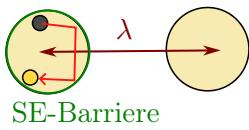


λ : typischer Inselabstand bei Nukleation

d_c : kritischer Inseldurchmesser, bei dem 2. Lage nukleiert

●: Keim 2. Lage

- $d_c > \lambda$: Erst Koaleszenz (Zusammenwachsen) der Inseln, dann Nukleation der nächsten Lage
↳ 2d-Wachstum



- $d_c < \lambda$: Nukleation der nächsten Lage vor Koaleszenz → 3d-Wachstum

λ ist die Distanz, die die Adatome im Mittal diffundieren, bis sie einen neuen Keim bilden. Ist die Ehrlich-Schwöbel-Barriere > 0 , so wird der mittlere Weg der Adatome auf einer Insel $> \lambda \Rightarrow d_c < \lambda \Rightarrow 3d$ -Wachstum.

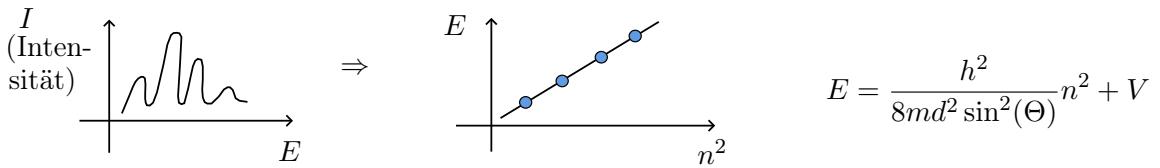
Will man 2d-Wachstum → Wachstumsmanipulation (siehe Unterabschnitt 4.4).

Verspannungseffekte bei der Heteroepitaxie

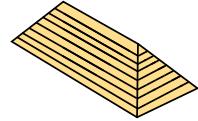
Gitterkonstante des Substrats (a) und des Films (b) sind für gewöhnlich unterschiedlich

$$\hookrightarrow \text{Gitterfehlpas: } f = \frac{b - a}{a}$$

- Beim Aufwachsen kommt es zu Verspannung des Films, die entstehende Verspannungsenergie kann als Grenzflächenenergie behandelt werden.
- Übergang von 2d- zu 3d-Wachstum: Stranski-Krastanov
 - ↳ Meist unerwünscht, da e^- an Versetzungen gestreut / gebeugt werden.
 - ↳ Kann aber auch erwünscht sein, z.B. beim Bau eines quantum well.
- Mit LEED-IV lässt sich der Abstand der Lagen messen, denn durch die Verspannungen ist dieser nicht überall gleich.

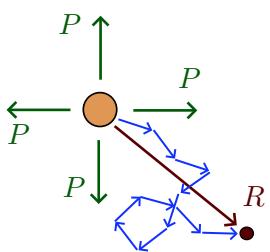


- RHEED: Verbreiterung der Spots, wenn Versetzung vorliegt.
Wenn Gitterabstand von S und F in Ebene gleich, und nur beim vertikalen Abstand abweichend, zählt das nicht als Defekt.
- Verspannungseffekte können zur Bildung von Hut-Clustern (dt. Dach-Clustern) führen.



4.6 Thermische Stabilität von Nanostrukturen

1) Brownsche Bewegung (2d)

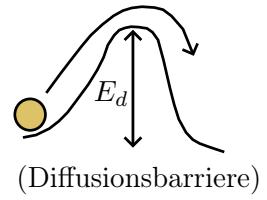


P : Sprungkonstante zum nächsten Gitterplatz (in einer gewissen Zeit)

Diffusionskonstante:

$$D = D_0 \cdot e^{-\frac{E_d}{k_B T}}$$

Je kleiner die Insel, desto größer ist D_0 .



- Random walk: Bewegung wird in **einzelne Schritte** unterteilt ($t_0, t_1, t_2 \dots t_n$)
- Schritt: $(\Delta x_i, \Delta y_i) = (x(t_i) - x(t_{i-1}), y(t_i) - y(t_{i-1}))$
- Distanz vom Startpunkt: $R^2 = (\Delta x_1 + \Delta x_2 + \dots + \Delta x_n)^2 + (\Delta y_1 + \Delta y_2 + \dots + \Delta y_n)^2$
 $= \underbrace{\Delta x_1^2 + \Delta x_2^2 + \dots + \Delta x_n^2}_{\text{positive Terme}} + \underbrace{\Delta y_1^2 + \Delta y_2^2 + \dots + \Delta y_n^2}_{\text{positive und negative Terme; heben sich im therm. GG weg} \rightarrow 0}$
 $+ 2\Delta x_1 \Delta x_2 + \dots + 2\Delta x_{n-1} \Delta x_n + 2\Delta y_1 \Delta y_2 + \dots + 2\Delta y_{n-1} \Delta y_n$

$$R^2 = N \cdot (\langle \Delta x^2 \rangle + \langle \Delta y^2 \rangle)$$

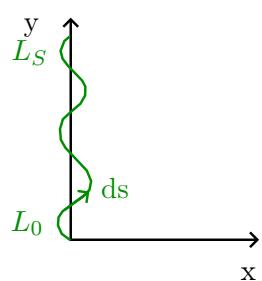
$$\Rightarrow R = \sqrt{N} \cdot \sqrt{\text{rms}}^6 \quad \text{mit} \quad \sqrt{\text{rms}} = \sqrt{\langle \Delta x^2 \rangle + \langle \Delta y^2 \rangle} = \begin{cases} \sqrt{4D\Delta t} & (2d) \\ \sqrt{2D\Delta t} & (1d) \end{cases}$$

Bedeutet: Distanz wächst wurzelförmig: $|R| \sim \sqrt{t}$ t : Gesamtzeit

2) Stufenfluktuation

Gemeint sind die örtlichen und zeitlichen Fluktuationen von „geraden“ Stufen, wie sie z.B. bei Vizinalflächen auftreten.

⁶rms: root mean square; quadratischer Mittelwert



β : Stufenspannung [J/m]; „Steifheit“ der Stufe

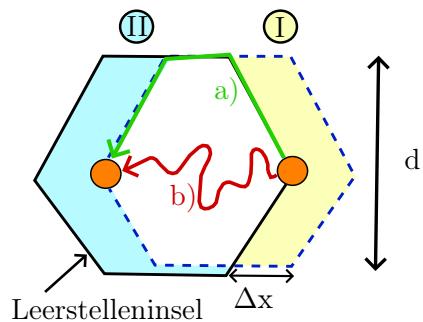
$$\Delta E = \beta \int_0^{L_S} ds (-L_0) \approx \beta \int_0^{L_0} \left(\frac{dx}{dy} \right)^2 dy$$

Ansatz: Fourier-Zerlegung; pro Fourierkomponente $\frac{1}{2}k_B T$.

$$\text{Fazit: } \langle x(y) - x(y') \rangle = \frac{k_B T}{\beta} |y - y'|$$

↳ Einsteinsche Diffusion: $|\Delta x| \sim \sqrt{\Delta y}$

3) Inseldiffusion



Gleichgewichtsform wird durch die Wulff-Konstruktion gegeben, d.h. die geschlossene Stufe mit minimaler Gesamtenergie (hexagonal). Bedeutet: Kurve aus freier Energie pro Flächen-einheit.

Thermische Fluktuation der Form (Stufenkante) führt zur Diffusion der Insel.

Wir erinnern uns an die Einstein-Diffusion: $\langle \Delta x^2 \rangle = 2D\Delta t$

Bewegung der Insel entsteht durch Diffusion der Atome

$$\Rightarrow \underbrace{d \cdot \delta x}_{\substack{\text{Fläche, die} \\ \text{bewegt wird}}} \cdot \underbrace{n_t}_{\substack{\text{Atome pro} \\ \text{Fläche}}} = \underbrace{\sqrt{N(\delta t)}}_{\substack{\text{Anzahl der} \\ \text{bewegten Atome} \\ \text{im thermodyn.} \\ \text{Mittelwert}}}$$

$$N(\delta t) = N_0 \frac{\delta t}{\tau}$$

$$\Rightarrow \delta x^2 = \frac{N(\delta t)}{(dn_t)^2} = \frac{N_0 \delta t}{\tau d^2 n_t^2}$$

d : Durchmesser

δx : Verschiebung (Strecke)

N_0 : Zahl der Atome, die sich gleichzeitig bewegen

δt : Zeitintervall

τ : Zeit, die ein Atom für den Weg braucht

Wie kommen die Atome von (I) nach (II)?

a) Randdiffusion entlang der Stufe: $N_0 \sim \rho_{St} \cdot d$

$$\tau \sim \frac{d^2}{D_{St}} \quad \rho_{St}: \text{Dichte der Stufenatome}$$

d : Länge der Stufe

$$\Rightarrow \delta x^2 \sim \frac{1}{d^3} \quad D_{St}: \text{Diffusionskonstante entlang der Stufe}$$

b) Terrassendiffusion: $N_0 \sim \rho_t \cdot d^2$

$$\tau \sim \frac{d^2}{D_t} \quad \rho_t: \text{Anzahldichte der Atome}$$

d^2 : Fläche der Terrasse

$$\Rightarrow \delta x^2 \sim \frac{1}{d^2} \quad D_t: \text{Diffusionskonstante entlang der Terrasse}$$

\Rightarrow Kleine Inseln legen einen größeren Weg zurück (δx), aber die d -Abhängigkeit ist unterschiedlich für die Fälle a) und b).

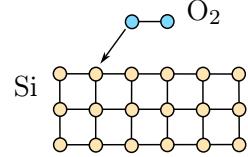
5 Oberflächenchemie

5.1 Adsorption

 Unterschied:

Absorption: Eindringen von Stoffen in das Innere des Festkörpers

Adsorption: Anreicherung von Gasen oder Flüssigkeiten an der Oberfläche



Physiosorption \rightarrow Adsorption ohne chemische Reaktion.

Bindung nur über schwache Kräfte ($< 0,5 \text{ eV}$), z.B. über Van-der-Waals-Wechselwirkung oder Dipolmomente.

Beispiele: Ar/Cu(111), He³/C \Rightarrow Für Moleküle funktioniert Physiosorption also auch

Kondensation \rightarrow Physiosorption von dickeren Schichten (dicker: $> 1 \text{ ML}$).

Üblicherweise $T_{\text{Physio}} > T_{\text{Kondensation}}$

Chemisorption \rightarrow Eine chemische Bindung entsteht, $E > 0,5 \text{ eV}$, Moleküle werden dazu oft aufgespalten.

Beispiele: O₂/Pt(111) \rightarrow 2 O/Pt(111)

Ohne Aufspalten: Physiosorption entsteht

Segregation \rightarrow Adsorption gefolgt von Diffusion in die Tiefe.

\hookleftarrow H₂ spaltet an der Pd-Oberfläche auf in 2 H.

H diffundiert ins Innere von Pd.

Anwendung: Wasserstoffspeicher. Jedes Pd bindet bis zu 2 H-Atome.

Verbindungsbildung

Al_2O_3 : kaum Diffusion von $\text{O}_2 \rightarrow$ Passivierungsschicht

Fe_2O_3 : mehr Diffusion \rightarrow tiefere „Rost“schichten

Anwendung: Gassensor

z.B. $\text{CO} + \text{O} \rightarrow \text{CO}_2$:

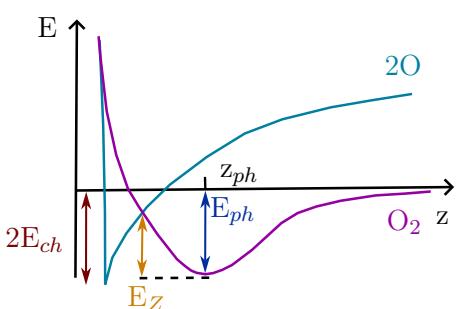
Sauerstoff adsorbiert auf HL-Oberfläche: $\text{O}_2 \rightarrow 2\text{O}$. CO trifft auf Oberfläche.

Adsorptionsplätze liegen energetisch unter Fermi-Niveau.

↳ O nimmt e^- aus HL auf und ist somit negativ geladen.

↳ Ladungsträgerdichte wird gesenkt \rightarrow Bandverbiegung.

5.2 Adsorptionskinetik



Hier: $\text{O}_2/\text{Pt}(111)$

Lenard-Jones-Potential

z : Abstand zur Oberfläche

E_{ph} : Physisorptionsenergie

E_{ch} : Chemisorptionsenergie; $E_{ch} > E_{ph}$

E_Z (oft auch E_A): Aktivierungsenergie

$$\text{Einfallender Fluss: } \Phi_{\text{Ein}} = \frac{dN_{\text{Ein}}}{dA \cdot dt} = \frac{p}{\sqrt{2\pi \cdot mk_B T}}$$

Adsorptionsrate: $\Phi_{\text{ads}} = s \cdot \Phi_{\text{Ein}}$ (Teilchen pro Fläche und Zeit)

$$\text{Haftkoeffizient: } s = \frac{e^{-E_A/k_B T}}{e^{-E_{ph}/k_B T}} < 1; \text{ auch: } s = f(\Theta) e^{-E_A/k_B T} \quad (\Theta: \text{Bedeckung})$$

- Was passiert jetzt wann?

- 1) $k_B T \ll E_{ph}, E_z$: Physisorption
- 2) $k_B T > E_z, k_B T < E_{ph}$: Chemische Dissoziation
- 3) $k_B T > E_{ph}$: Desorption

- Wovon hängt der Haftkoeffizient ab?

↳ Es gibt N_0 Adsorptionsplätze, N ist die Anzahl der besetzten.
Bedeckung $\Theta = \frac{N}{N_0}$; wenn $\Theta = 1$ (eine Monolage), findet keine Adsorption mehr statt $\Rightarrow s = 0$.

↳ Es gilt zu unterscheiden:

Betrachten wir eine einfache Adsorption:

$$s = s_0(1 - \Theta) \Rightarrow \Phi_{\text{ads}} = s \cdot \Phi_{\text{ein}} = s = s_0(1 - \Theta) \cdot \Phi_{\text{ein}},$$

oder eine dissoziative Adsorption (z.B. H_2): Moleküle müssen erst in zwei einzelne Atome aufspalten, und damit benötigt man jeweils nicht einen Adsorptionsplatz,

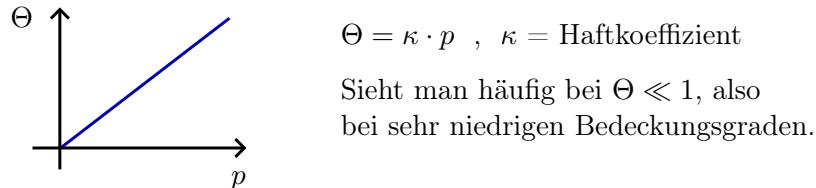
sondern zwei:

$$s = s_0(1 - \Theta)^2 \Rightarrow \Phi_{ads} = s_0(1 - \Theta)^2 \cdot \Phi_{ein}.$$

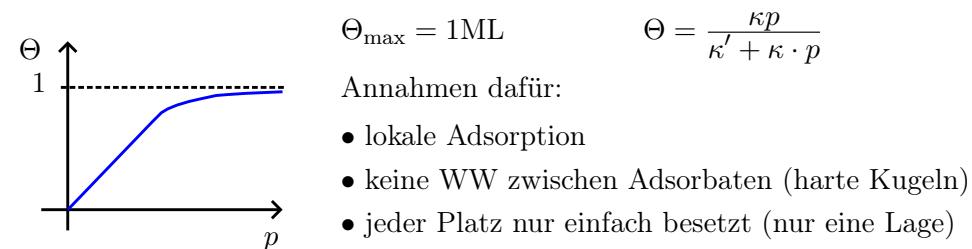
Adsorptionsisothermen

↳ Relation zwischen Bedeckung Θ und Gasdruck p bei fester Temperatur T .

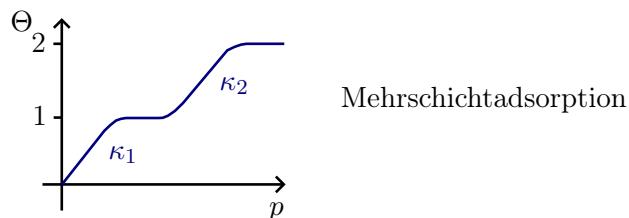
a) Henry-Isotherme



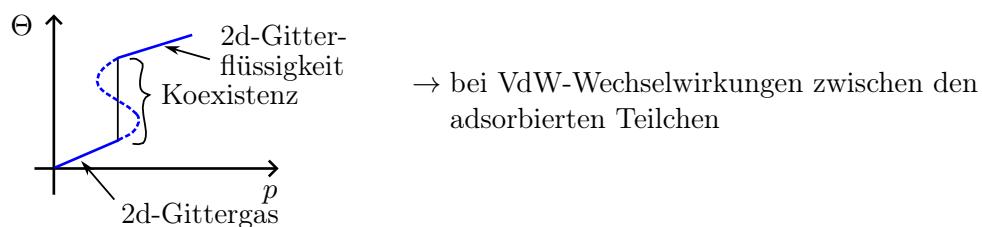
b) Langmuir-Isotherme



c) Brunauer-Emmett-Teller-Isotherme



d) Hill-de-Boer-Isotherme



Kisliuk-Modell:

Wenn sich ein physisorbiertes Molekül über einem freien Adsorptionsplatz („intrinsischer Vorläufer“; extrinsisch wäre besetzt) befindet, wird es entweder...

	intrinsisch / frei → Wahrsch.	extrinsisch / besetzt → Wahrsch.
...adsorbieren	P_a	$P'_a = 0$
...desorbieren	P_b	P'_b
...weiterwandern	$P_c = 1 - P_a - P_b$	$P'_c = 1 - P'_b$

Haftkoeffizient: $s = s_0 \cdot \left(1 + K' \cdot \frac{\Theta}{1 - \Theta}\right)^{-1}$ mit dem Kisliuk-Parameter $K' = \frac{P'_b}{P_a + P_b}$

↳ $K' = 0$: $s = s_0 = \text{const.}, P'_b = 0$

$K' = 1$: $s = s_0(1 - \Theta)$, Langmuir-Adsorption

$K' \gg 1$: P'_b hoch, P_a und P_b niedrig

s sinkt, wenn T erhöht wird.

Einfallender Fluss: $\Phi_{Ein} = I = \frac{p}{\sqrt{2\pi mk_B T}}$ I : Dosis („Druck mal Zeit“)

Einheit: L (Langmuir); $1 \text{ L} = 133 \text{ Pa} \cdot 10^{-6} \text{ s} = 1,33 \text{ mbar} \cdot 10^{-6} \text{ s}$

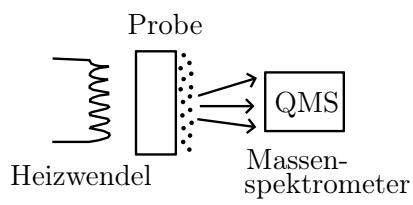
Bei $s = 1$: 1 L entspricht Bedeckung mit einer Monolage

5.3 Desorption

↳ Umkehrprozess zur Sorption.

Das Atom / Molekül verlässt die Oberfläche des Festkörpers. Dies kann z.B. durch thermische, optische oder elektrische Anregung geschehen.

Thermische Desorptionsspektroskopie



lineare Temperaturrampe: $T(t) = T_0 + a \cdot t$

a : Heizrate

Desorptionsrate: $r_{des} = \underbrace{-\frac{d\Theta}{dt}}_{(\text{Polanyi-Wigner-Gleichung})} = \Theta^n \nu_0 e^{-E_{des}/k_B T}$

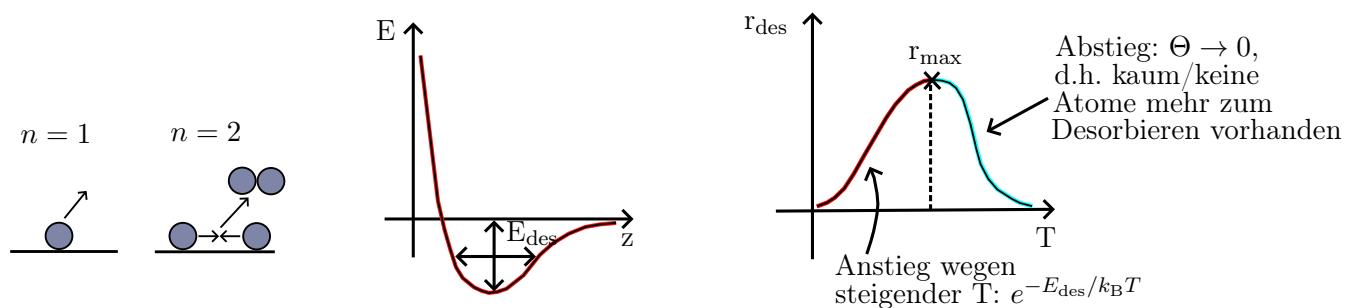
minus, weil Umkehr-prozess zur Adsorption

Θ : Bedeckung

Θ^n bedeutet: n -atomiges Molekül als Adsorbat

ν_0 : Versuchsfrequenz, mit der das Adsorbat versucht zu desorbieren

E_{des} : Desorptionsbarriere



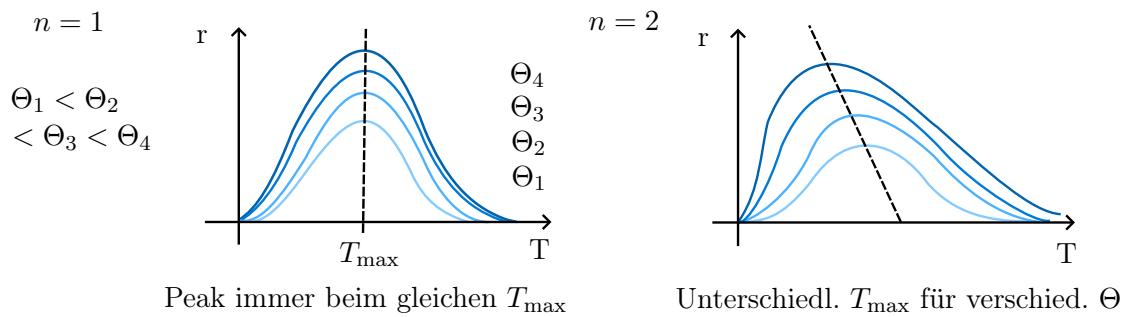
Bei welcher Temperatur liegt nun das Maximum von $r_{des} = -\frac{d\Theta}{dt}$?

$$\hookrightarrow \text{Nochmal ableiten: } \frac{dr(t)}{dt} = \frac{d^2\Theta}{dt^2} \stackrel{!}{=} 0$$

$$\text{bzw. f\"ur } n=2: \frac{d^2\Theta^2}{dt^2} \stackrel{!}{=} 0$$

Fazit: $n=1$: T_{max} hängt nicht von Θ ab.

$n=2$: T_{max} hängt von der Bedeckung Θ ab: $\Theta \nearrow T_{max} \searrow$



5.4 Katalyse

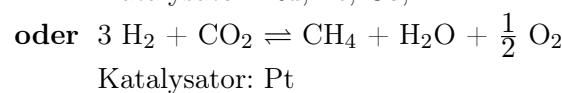
- **Ammoniaksynthese:** $N_2 + 3H_2 \rightleftharpoons 2NH_3$, $\Delta H > 0$ (endotherm)
 - ↳ Stickstoff aus Luft, Wasserstoff aus Industrie. In Eisendruckbehälter geben, heizen.
 - $p > 200 - 500$ bar, $T \sim 450 - 600$ °C → stark endotherm

Katalysator: z.B. Fe, Ir, Os, Rn, Re

- Was passiert?
- N_2 , H_2 adsorbieren auf Oberfläche.
 - Dissoziation⁷ → für Chemisorption müssen N_2 , H_2 zu 2N, 2H zerfallen
 - Reagieren miteinander → NH_3 desorbiert

- **Methansynthese:** $3 H_2 + CO \rightleftharpoons CH_4 + H_2O$

Katalysator: Ru, Fe, Co, Ni



- Unterscheidung:

- 1) homogene Katalyse (Gas-Gas)
- 2) heterogene Katalyse (Gas-Feststoff)

- **Langmuir-Hinshelwood-Mechanismus**

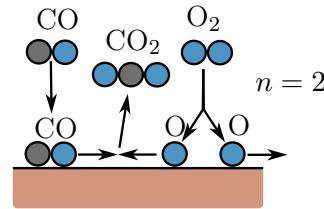
↳ Alle Reaktionspartner werden an der Oberfläche adsorbiert

Beispiel: $CO \rightarrow CO_{ad}$

$O_2 \rightarrow 2 O_{ad}$

$CO_{ad} + O_{ad} \rightarrow CO_2$

Katalysator: Pt, Pb



- **Eley-Rideal-Mechanismus** (selten)

Nur ein Reaktionspartner wird adsorbiert, der andere kommt aus der Gasphase hinzu.

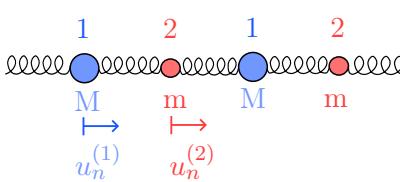
Beispiel: Wasserstoff-Deuterium-Austausch

5.5 Phononen

- Was ist nochmal ein Phonon?
 - ↳ Ein Quasiteilchen, das die Gitterschwingung eines Festkörpers beschreibt.
- Und was ist nochmal ein Quasiteilchen?
 - ↳ Eine Anregung des Vielteilchensystems, die eine Dispersionsrelation (Energie-Impuls-Beziehung) besitzt, obwohl es sich nicht um ein Teilchen handelt.
 - Beispiele: „Löcher“ im Halbleiter, Cooper-Paare, Exzitonen oder eben Phononen.

⁷Siehe Unterabschnitt 5.2: Für Dissoziation muss E_Z überwunden werden → Physisorption wird zu Chemisorption!

Betrachten wir unser Gitter als lineare Kette mit zweiatomiger Basis, gekoppelt durch ideale Federn:



Auslenkungen: $u_n = u_0 \cdot e^{i(kx - \omega t)}$
 Federkonstante: f
 Bewegungsgleichung (für $u_n^{(1)}$):
 $M\ddot{u}_n^{(1)} = f(u_n^{(2)} - u_n^{(1)}) - f(u_n^{(1)} - u_{n-1}^{(2)})$

Analog für $u_n^{(2)}$. Es folgt daraus:

$$\omega_{\pm}^2 = \frac{f}{Mm} \left[(M+m) \pm \sqrt{(M+m)^2 - 2mM(1 - \cos(ka))} \right]$$

- : akustische Mode
- +: optische Mode

So weit nichts Neues. Nun betrachten wir allerdings eine Oberfläche, d.h. die Atomkette kann nicht unendlich sein!

↳ Halbunendlicher Kristall / endlicher Kristall:

$$\text{komplexer Wellenvektor } \tilde{k} = k_{\text{Re}} + ik_{\text{Im}}$$

↳ Reelles ω entsteht nur, wenn $k_{\text{Re}} \cdot a = 0$ oder $k_{\text{Re}} \cdot a = \pi$ (1. BZ)

$$\text{Lösung: } \sqrt{2f/M} < \omega < \sqrt{2f/m}$$

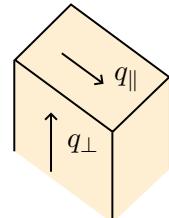
Oberflächenphononen befinden sich zwischen den akustischen und optischen Phononen, also in der Bandlücke.

Wie viele Moden gibt es? $\rightarrow \omega(k)$ können entartet sein. Elementarzelle besitzt N Atome \rightarrow Es gibt $3N$ Moden.⁸

- ↳ • 3 akustische Moden (1 longitudinal, 2 transversal)
- $3N-3$ optische Moden ($N-1$ longitudinal, $2N-2$ transversal)

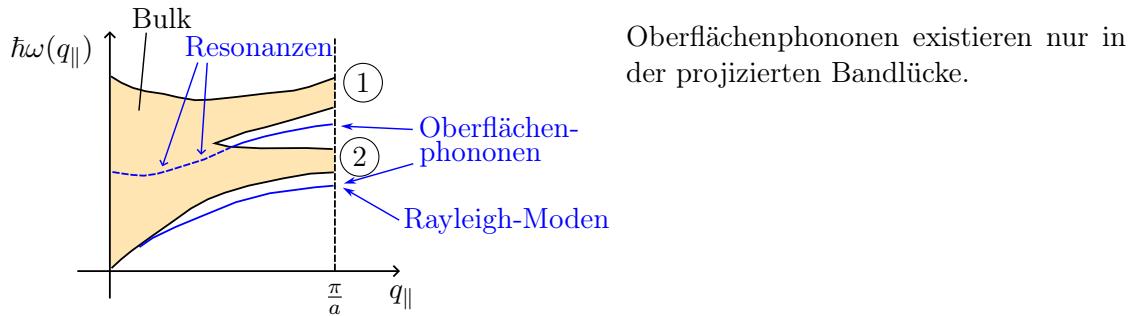
Was man sich zum Thema Oberflächenphononen noch merken sollte:

- Phononen = „Schwingungsenergiequantum“ \rightarrow Anregung des Oberflächengitters; wird durch inelastische Streuprozesse (Stoß durch e^- bzw. Photon) zu- oder abgeführt. Gehört zu den Bosonen.
- Keine Periodizität senkrecht zur Oberfläche: q_{\parallel} ist an OF wohldefiniert, q_{\perp} nicht \rightarrow lokalisierte Oberflächenanregungen
- Rekonstruktion & Relaxation ändern Schwingungseigenschaften
- Molekülschwingungen an OF:

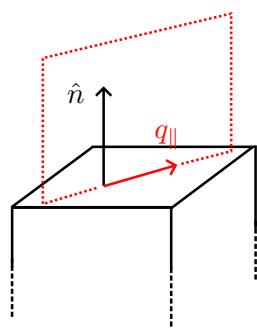


⁸Beispiel fcc: 4 Atome \rightarrow 12 Moden.
 Davon 3 akustisch, und $12 - 3 = 9$ optisch.

- Bindung zur OF: frustrierte Translationen und Rotationen
(heißt: Bewegung in gleiche bzw. entgegengesetzte Richtung
↳ beide sind zusätzliche Moden zu den Normalmoden)
- chem. WW mit OF → verschobene Schwingungsfrequenzen
- charakt. Gruppenfrequenzen → Identifikation von Atomen und Molekülen
- verschiedene Adsorptionsplätze → Unterscheidung versch. Spezies



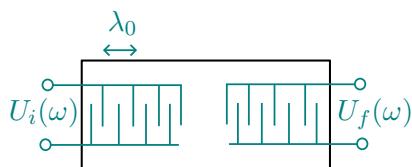
Rayleigh-Phononen



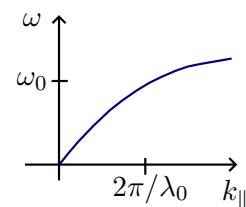
Sagittalebene: Wird durch OF-Normale und Richtung von \vec{k}_{\parallel} (bzw. \vec{q}_{\parallel}) aufgespannt.

Rayleigh-Mode (die akustische Mode unterhalb der Festkörpermoden): Elliptische Bewegung mit Schwingungsamplitude, die ins Kristallinnere abfällt. Eindringtiefe hängt von k ab (größer bei kleinen k).

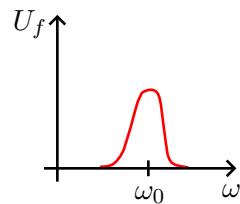
Anwendung: Rayleigh-Oberflächenwellenfilter
↳ Signalfilter, der z.B. in Handys und Fernsehempfängern benutzt wird



Wechselspannung mit variabler Frequenz regt Oberflächenphononen an, die durch die Struktur detektiert werden.



OF-Welle wird erzeugt

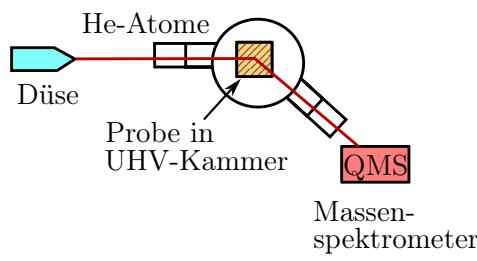


Welle wird wieder in ein elektr. Signal umgewandelt

Phononen-Messmethoden

Phononen können über inelastische Streuprozesse detektiert werden.

1) Inelastische Heliumstreuung (HAS)

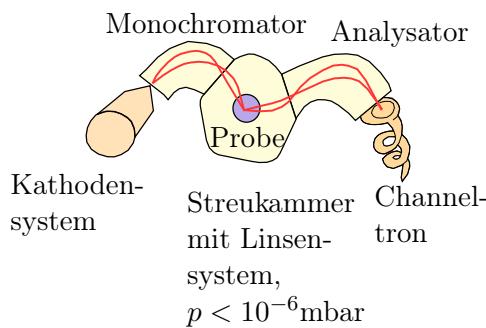


He-Strahl regt Phononen an und erfährt charakteristischen Energieverlust, der über Flugzeit-Messung bestimmt werden kann.

! Gutes Vakuum ($< 10^{-7}$ mbar), reine Oberfläche wichtig, da sonst Adsorbate vermessen werden, bzw. da sonst nur geringe Streuintensität.

Energiebereich $2 - -50$ meV bei Auflösung $\Delta E = 0,5$ meV

2) Hochauflösende Elektronenenergieverlustspektroskopie (HREELS)

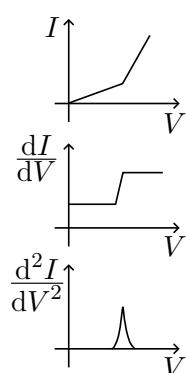


- Aufbau: Monochromator und Analysator sind 127° -Analysatoren, denn diese sortieren nicht nur die passende Energie bzw. Wellenlänge heraus, sondern fokussieren zusätzlich auch.
- Elektronenstrahl (in Grafik rot skizziert) definierter Energie trifft inelastisch auf Oberfläche → Phononen werden angeregt, Elektronen verlieren an Energie.
- Gestreute Elektronen werden energetisch analysiert → Spektren

- Energiebereich $5 - 1000$ meV, Auflösung $\Delta E = 5 - 10$ meV
- Sowohl Rayleigh-Moden als auch Adsorbatmoden messbar
 - ↳ Stärke der WW wird gemessen → Unterscheidung, ob Physisorption oder Chemisorption
- Bestimmung von Isotopen möglich (denn: gleiche chem. WW, aber andere Masse → jedes Isotop hat anderes Spektrum)

3) Inelastische Tunnelpektroskopie (IETS)

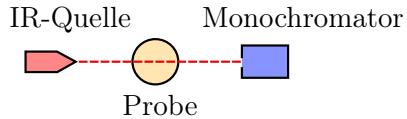
- Rastertunnelmikroskop (siehe Unterabschnitt 3.8) tastet Oberfläche an fixierter Stelle ab, Spannung wird variiert.
- Kennlinie aufnehmen
- 1. Ableitung liefert Zustandsdichte
- 2. Ableitung liefert Informationen über Schwingungen
- „Knick“ kommt durch Strom durch zusätzliche Kanäle zustande



4) Optische Methoden

a) Infrarotabsorptionsspektroskopie (IRAS)

↳ zur Untersuchung dipolartiger Moden



Absorption, wenn $f_{\text{IR}} \simeq f_{\text{Schwingung}}$.

Energiebereich: $E = 40 - 1000 \text{ meV}$,
 $\Delta E = 0,1 \text{ meV}$

Kann auch bei hohen Drucken angewendet werden.

b) Raman-Streuung

↳ Inelastische Lichtstreuung: Gestreutes Licht besitzt andere Wellenlänge als das eingeschossene Laserlicht

$$\underbrace{h\nu_i}_{\text{Energie vorher}} = \underbrace{h\nu_f}_{\text{Energie nachher}} + \underbrace{\hbar\omega_j(q)}_{\text{Energiedifferenz durch Anregung / Schwingung}}$$

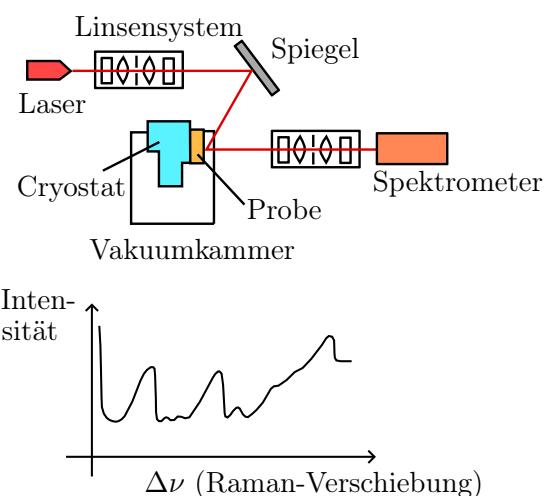
i : initial , f : final

Energiebereich: $E = 10 - 1000 \text{ meV}$

Auflösung: $\Delta E \approx 0,1 \text{ meV}$

Peaks lassen auf Rauigkeit der Oberfläche schließen.

Auch bei hohen Drucken möglich, aber: Kühlung nötig, da bei Erwärmung die Oberfläche glatter wird und die Peaks nicht mehr gut erkennbar sind.



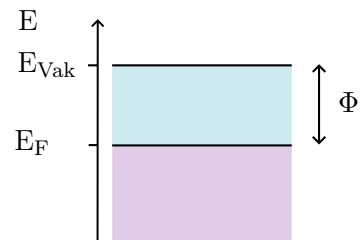
6 Elektronische Struktur von Oberflächen

6.1 Austrittsarbeit

Austrittsarbeit Φ : Minimale Energie, die nötig ist, um ein Elektron aus dem Inneren des Festkörpers (am Fermi-Niveau) ins Vakuum zu entfernen, d.h. außerhalb der Festkörperoberfläche.

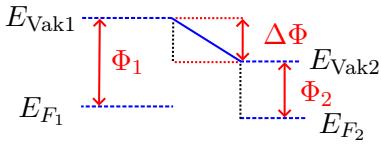
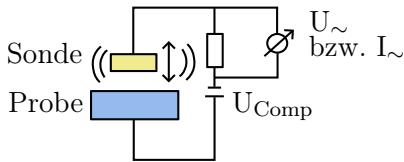
Also: $\Phi = E_{\text{Vak}} - E_F$.

Da das Elektron an der Oberfläche eine Potentialbarriere zu überwinden hat, ist Φ von einigen (Oberflächen-)Parametern abhängig, z.B. Material, Struktur, Adsorbate, Defekte.



Φ kann z.B. durch thermische Elektronenemission oder Feldelektronenemission gemessen werden (Funktionsweise bei beiden: Stromdichte messen, diese ist abhängig von Φ), oder durch die Kelvin-Methode.

Kelvin-Methode (auch: Kelvin-Schwinger)



Sonde (Φ_1 ist bekannt) schwingt über Probe (mit Φ_2).
Differenz: $\Delta\Phi = \Phi_1 - \Phi_2$

Sonde und Probe bilden einen Kondensator. Seine Spannung ist gegeben durch $U = \frac{\Delta\Phi}{e}$, Ladung $Q = C \cdot \frac{\Delta\Phi}{e}$.

Lässt man die Sonde schwingen, ändert sich:
der Abstand \rightarrow die Kapazität \rightarrow die Ladung \rightarrow der gemessene Strom.

Lege Kompensationsspannung U_{Comp} so an, dass $I_{\sim} = 0$:

Dann ist $U_{\text{Comp}} = \frac{\Delta\Phi}{e}$. \Rightarrow Gibt Aufschluss über Rauigkeit / Stufenkanten, da e^- dort leichter entweichen können.

Jellium-Modell

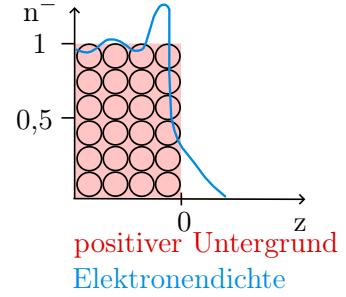
Vorstellung: Positive Ladung der Atomkerne minus der Rumpfelektronen ist nicht bei Atomrumpfen lokalisiert, sondern gleichmäßig (wie eine Geleemasse) im Inneren des Festkörpers verteilt:

$$\text{Positive Ladungsverteilung } n^+(z) = \begin{cases} \bar{n}, & z \leq 0 \\ 0, & z > 0 \end{cases}$$

$$\text{Nun „Einfüllen“ gleich vieler Elektronen: } n^-(z) = \begin{cases} \bar{n}, & z \rightarrow -\infty \\ 0, & z \rightarrow +\infty \end{cases}$$

Siehe Skizze: Die Elektronendichte in der Nähe der Oberfläche weicht innerhalb eines kleinen Bereichs (\sim eine Gitterkonstante) von dem konstanten Wert $n^- = n^+$ ab.

↳ Ausbildung einer Dipolschicht: Elektron müsste Potentialsprung $\Delta\phi$ überwinden, um ins Vakuum zu gelangen \rightarrow Austrittsarbeit lässt sich über Jellium-Modell berechnen.



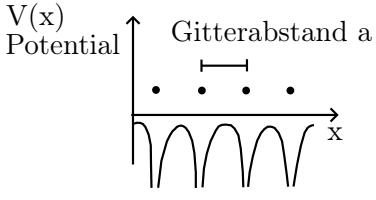
Analog: Smoluchowski-Effekt

Potentialverlauf an Stufen führt ebenfalls zu Oberflächendipol.

6.2 Bandstruktur von Metallen und Halbleitern

6.2.1 Metalle

Wir erinnern uns an Ex 5:



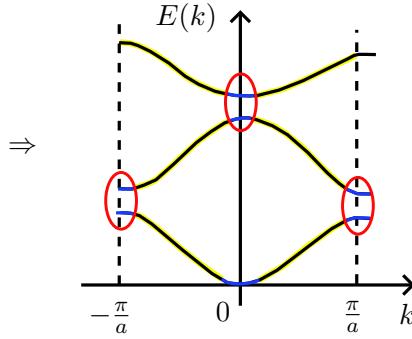
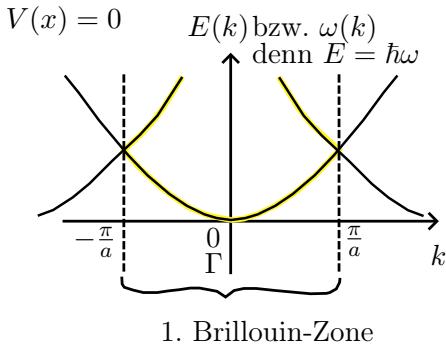
Beschreibung der Elektronen im Kristall als Blochwellen:

$$\Psi(x) = u_{ik}(x)e^{-ikx},$$

$$\text{gitterperiodisch: } u_{ik}(x) = u_{ik}(x + a)$$

Eingesetzt in SGL:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(x) \right] \Psi_n(x) = E_n \Psi_n(x)$$

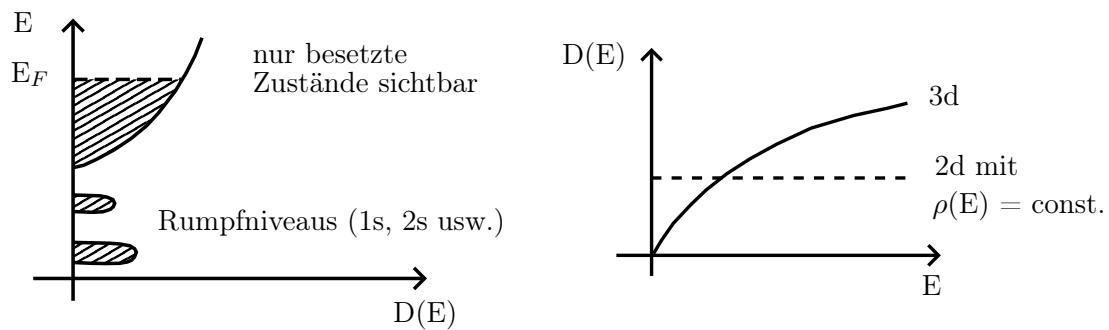


$V(x) \neq 0$, $\frac{d\omega}{dk}|_{\text{Rand}} = 0$: Aufspaltung (rot) sowie horizontal (blau) verlaufende Dispersion ($\omega'(k) = 0$) am Zonenrand und am Γ -Punkt.

Besonderheit bei Metallen: Mindestens ein Band schneidet die Fermienergie (was bei Halbleitern und Isolatoren nicht der Fall ist).

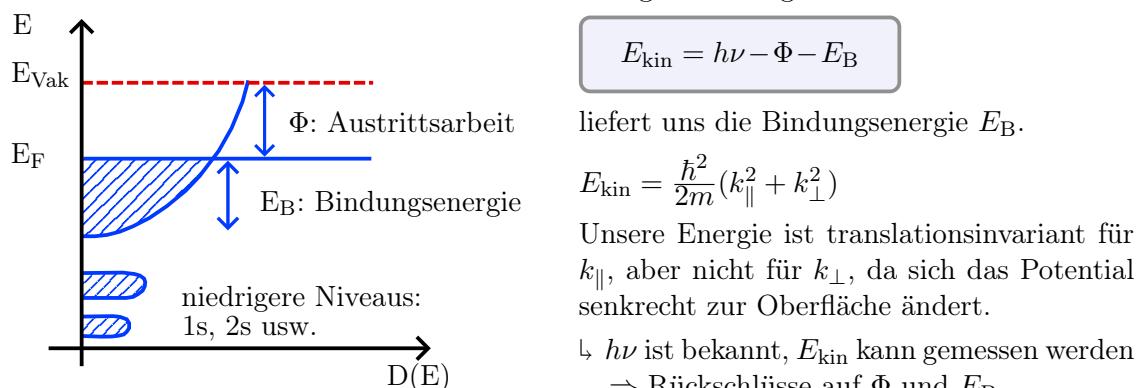
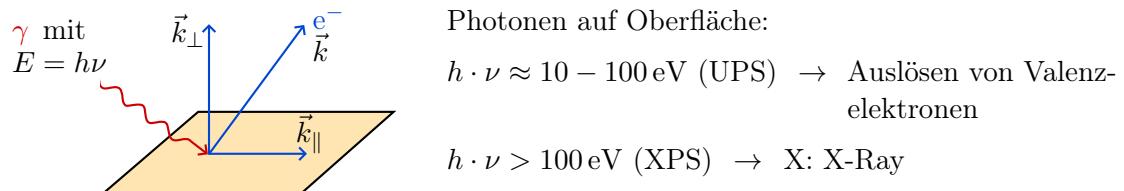
Zustandsdichte für das freie Elektronengas:

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad m^*: \text{effektive Masse} \rightarrow \rho(E) = \frac{V}{(2\pi)^3} \oint \frac{ds}{v_g} \quad v_g: \text{Gruppengeschwindigkeit}$$



Wie kann man die Dispersion bestimmen?

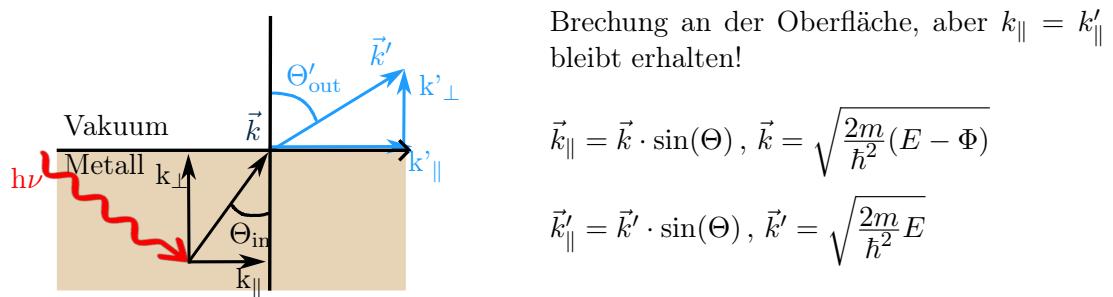
↳ (Ultraviolett-)Photoemissionsspektroskopie, kurz UPS



Winkelauflöste Photoemissionsspektroskopie (auch: Photoelektronenspektroskopie; kurz ARPES oder ARUPS)

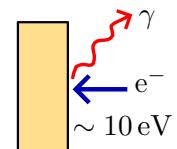
6.2 Bandstruktur von Metallen

- ↳ Wenn man nicht nur Φ und E_B herausfinden will, sondern auch $E(k)$ (sprich die Bandstruktur) und die Fermi-Fläche („deformierte Kugel“ um den γ -Punkt, auf deren Oberfläche überall $E(k) = E_F$ ist):

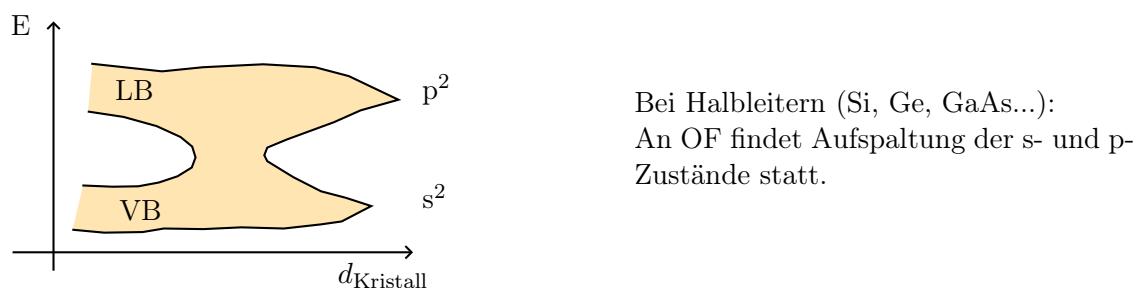


Nachteil bei der Sache:

- ARPES dauert recht lange, da alle Winkel einzeln vermessen werden müssen
→ Lösung: UV-Laserpuls, zeitaufgelöste Detektion an Halbkugel (schnellere Elektronen, höhere Energie)
- Funktioniert nur für besetzte Zustände; was tun für höhere?
→ Lösung: Inverse Photoemission, d.h. e^- rein, γ raus.
(Sehr seltener Effekt, zumal Photonen nur bei strahlender Rekombination auftreten. Daher nicht effizient.)



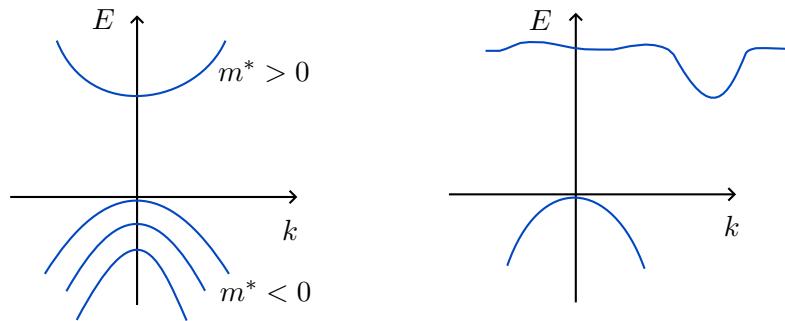
6.2.2 Halbleiter



Direkter oder indirekter HL \Rightarrow LB-Minimum bei $k = 0$ oder nicht?

6.3 Die Elektronendichte an ELEKTRONISCHEM OBERFLÄCHEN

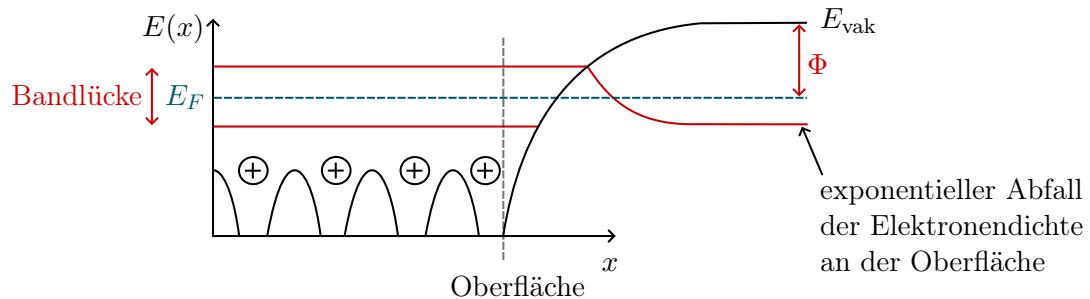
direkter HL (z.B. GaAs) indirekter HL (z.B. Si, Ge)



$$\text{Effektive Masse: } \frac{1}{m^*} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E}{\partial k^2}$$

$$E(k) = E_{\text{extr}} + \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{k_x^2}{m_x^*} + \frac{k_y^2}{m_y^*} + \frac{k_z^2}{m_z^*} \right)$$

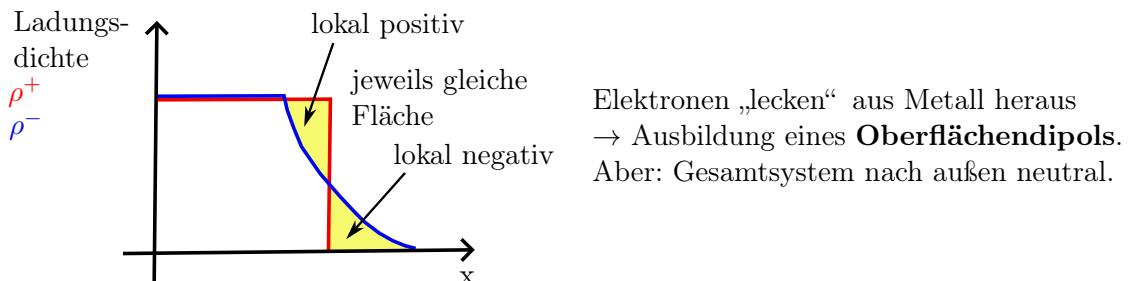
6.3 Die Elektronendichte an der Oberfläche

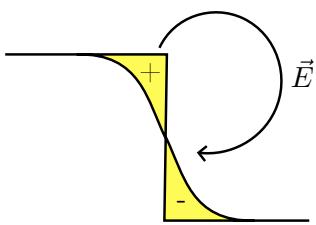


Was passiert mit der Festkörper-Wellenfunktion an der Grenzfläche zum Vakuum?

Lösung der SGL in beiden Gebieten:

- Im Festkörper: Ebene Blochwellen, Energiebänder
- Im Vakuum: exponentiell gedämpfte Wellenfunktion e^{ikz}
↳ exponentieller Abfall wie im Jellium-Modell vorhergesagt:





Gleiches Phänomen an Stufenkanten:
Smoluchowski-Effekt → Dipol an Stufenkante.

⇒ Austrittsarbeit an Stufen niedriger, denn \vec{E} -Feld führt zur Fluktuation der Vakuumssnergie, während E_F konstant bleibt:

$$\Phi = E_{\text{Vak}} - E_F$$

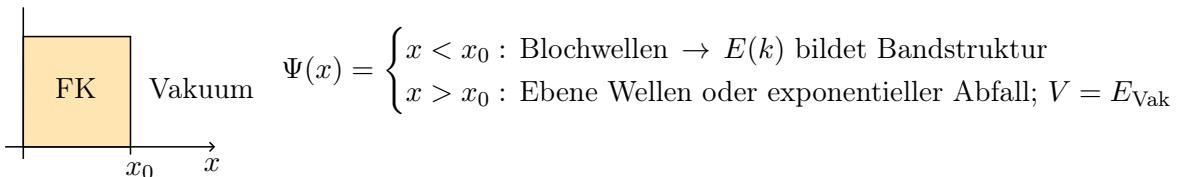
Glatte Flächen: Φ größer als bei rauen Flächen.

↳ Wachstumsmodi können über Austrittsarbeit bestimmt werden.

Austrittsarbeit und Schichtwachstum

- 2d-Wachstum: wenig Stufenkanten → Austrittsarbeit oszilliert
- Inselwachstum: viele Stufenkanten → Austrittsarbeit sinkt

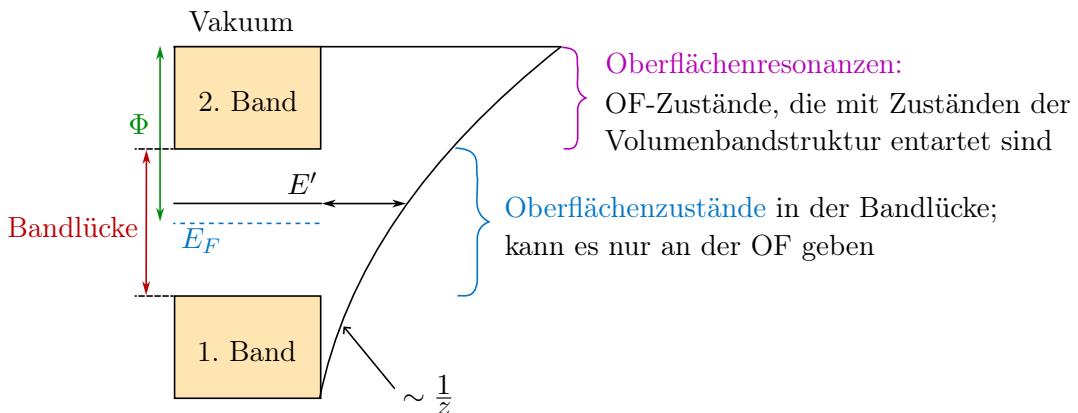
Oberflächenzustände



Was passiert an der Grenzfläche selbst?

⇒ An der Oberfläche können neue Zustände entstehen, die im Festkörper verboten sind.

Zum Beispiel könnte bei einem Halbleiter ein OF-Zustand vorkommen, dessen Bandenergie die Fermi-Energie berührt (!) → dann würde sich die OF metallisch verhalten, obwohl es das Material selbst nicht ist.



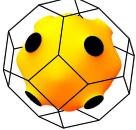
Ein Zustand an der OF, der eine Energie E' besitzt, die **zwischen den Bändern** liegt, kann weder in den

Kristall eintreten (keine solchen Zustände möglich), noch ins Vakuum (Austrittsarbeit).

Was man über Oberflächenzustände wissen sollte

- Ein OF-Zustand besitzt ein konstantes Potential in der xy-Ebene
 - ↳ Entspricht einem 2d-Elektronengas (2dEG); Zustand hat an der Oberfläche eine Dispersion $E(k_{\parallel}) \rightarrow k_{\parallel}$ ist eine gute Quantenzahl. Dispersion in senkrechter Richtung k_{\perp} findet **nicht** statt. $\rightarrow E = E(k_{\parallel}) = \frac{\hbar^2 k_{\parallel}^2}{2m}$
- Abbruch der Periodizität an der Oberfläche **kann** zu lokalen Lösungen der Schrödinger-Gleichung an der OF führen, muss es aber nicht.
- Voraussetzung für einen OF-Zustand ist eine Bandlücke
 - ↳ Bandlücken, die die E_F enthalten, gibt es bei Halbleitern, selten auch bei Metallen, für die für bestimmte k keine Bloch-Lösungen existieren.
- Zusätzlich kann es auch an der Oberfläche lokalisierte Zustände geben deren Energie mit Bandenergien entartet sind; diese nennt man **Oberflächenresonanzen**.
- OF-Zustände verlaufen meist etwa parallel zu den 3d-Bandkanten.
- OF-Zustände bei einer reinen, perfekten Oberfläche werden **intrinsisch** genannt, solche bei Defekten, Stufen und Adsorbaten nennt man **extrinsisch**.

2dEG mit parabolischer Dispersion



Es ergeben sich Löcher in Form von Ringen in der Fermi-Fläche, genauer beim L-Punkt (= Mitte der Sechsecke in der Brillouin-Zone; gibt es beim fcc 8x).

Beispiele: Cu, Ag, Au (Au hat sogar zwei Ringe aufgrund der Spin-Bahn-Aufspaltung⁹).

↳ Rashba-Effekt: Aufspaltung in zwei antiparallele Spinzustände, vor allem bei schweren Kernen: $\Delta E \sim Z$

Wie vermisst man Oberflächenzustände?

- ARPES
- STM → nächstes Kapitel

⁹Eigentlich gibt es immer zwei Ringe (spin up / spin down), doch bei leichten Kernen liegen sie übereinander.

6.4 Rastertunnelspektroskopie

Wir erinnern uns an die Tersoff-Hamann-Näherung, bei der die Spitze wie ein einzelnes Atom behandelt wurde → s-Welle.

$T = 0 \rightarrow$ differentielle Leitfähigkeit:

$$\frac{dI}{dU} = \underbrace{\frac{16\pi^3 c^2 \hbar^3 e}{\kappa^2 m^2}}_{\text{const.}} \rho^T \cdot \rho^S(r, \text{eV})$$

⇒ $\frac{dI}{dU}$ ist proportional zur lokalen Zustandsdichte ρ^S der Probe.

Was kann man damit anfangen? → Legierungspartner (z.B. bei Cr/Fe) identifizieren; Oberflächenzustand / Stufenkante erkennen (→ Stufe bei $\frac{dI}{dV}$)

$$T \neq 0: \quad \frac{dI}{dV} \sim \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(r, E) \cdot g(E - eV) dE$$

$$\text{mit } g(E) = -\frac{\partial f(E)}{\partial E} = \frac{1}{(e^{(E-E_F)/k_B T})^2} \frac{E}{k_B T} \cdot e^{(E-E_F)/k_B T} \quad f: \text{Fermi-Dirac-Verteilung}$$

⇒ Thermische Verbreiterung

Stehende Wellen des Oberflächenzustands

Betrachte Verteilung diffundierender Cu-Atome an der Oberfläche. Theoretisch würde man eine zufällige Verteilung erwarten, aber es stellt sich ein typischer Abstand ein.

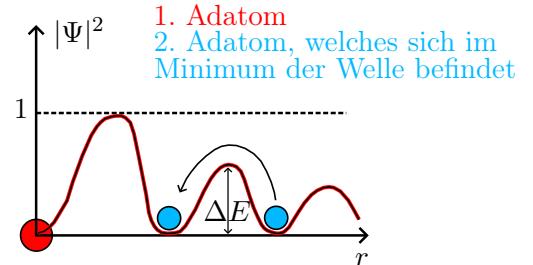
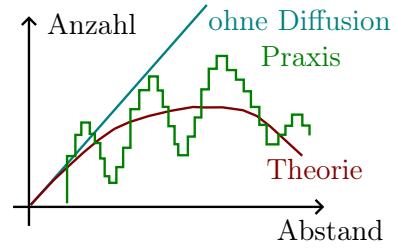
↳ Verteilungsfunktion zeigt Oszillationen auf theoretischer Verteilung.

Cu-Atome müssen bei Diffusion das Paarpotential überwinden → Oszillationen sind auf stehende Oberflächenwellen zurückzuführen. Diese wiederum kommen durch Streuung an Defekten zustande.

Paarpotential ist Boltzmann-verteilt, also $\sim e^{-\frac{\Delta E}{k_B T}}$.

Wie kann man die stehenden Wellen sichtbar machen?

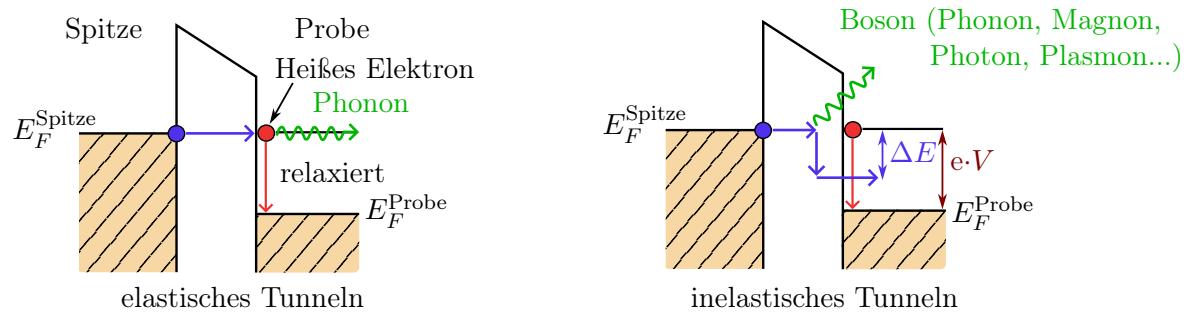
↳ Konstruktion eines Quantenrings mit einem STM



6.5 Inelastische Tunnelspektroskopie

In der elastischen Tunnelspektroskopie haben wir das elektronische Spektrum untersucht. In der inelastischen Tunnelspektroskopie berücksichtigen wir auch bosonische Anregun-

gen.



Inelastisches Tunneln ist nur erlaubt, wenn der Endzustand des inelastisch gestreuten Elektrons unbesetzt ist: $\hbar\omega = \Delta E < e \cdot V$

Der inelastische Kanal öffnet sich für $e \cdot V = \hbar\omega$.

$I = I_{el} + I_{inel}$; d.h. Tunnelstrom steigt durch inelastischen Prozess um ca. 0,1 % an.

Interferenzterme treten **nicht** auf, da die Endzustände der Elektronen unterschiedlich

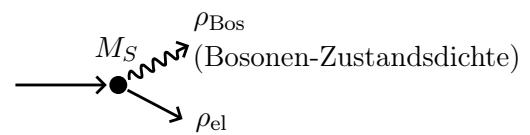
sind \Rightarrow Erhöhung des Stroms durch Streuung.

Ableitung der Kennlinie / differentielle Leitfähigkeit (vgl. Unterabschnitt 6.4):

$$\frac{dI}{dV} \sim \rho_{el} |M_t|^2 \text{ (elastisch)} \quad M_t: \text{Tunnelmatrixelement}$$

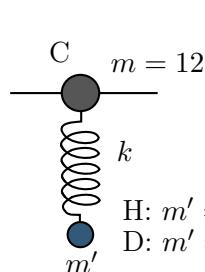
$$\frac{d^2I}{dV^2} \sim \rho_{el} \rho_{Bos} |M_s|^2 |M_t|^2 \quad M_s: \text{Streumatrixelement}$$

\downarrow masseabhängig \rightarrow lässt sich nicht nur zur Element-, sondern auch zur Isotopenbestimmung nutzen:



Vibrationsspektroskopie bei Molekülen

z.B. CH: Wasserstoff oder Deuterium?



$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\frac{\omega_D}{\omega_H} = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0,7071$$

Aber: Kohlenstoff schwingt auch, also nutze reduzierte Masse:

$$\frac{1}{m_{\text{red}}} = \frac{1}{m} + \frac{1}{m'}$$

$$\text{H-C: } \frac{1}{1} + \frac{1}{12} = \frac{13}{12}$$

$$\text{H-D: } \frac{1}{2} + \frac{1}{12} = \frac{7}{12} \quad \frac{\omega_D}{\omega_H} = \sqrt{\frac{7}{13}} \approx 0,7338$$

Frequenzverschiebungen lassen sich auch als Peaks von $\frac{d^2I}{dU^2}$ messen:

$$\omega_H \rightarrow 358$$

$$\omega_D \rightarrow 260$$

$$\frac{\omega_D}{\omega_H} = \frac{260}{358} \approx 0,74301$$

Atomare Manipulation

Überlappen sich die Wellenfunktionen von Spitze und Probe (= es kann ein Strom fließen), so muss eine kleine Kraft wirken.

(Wurde im Bardeen-Modell nicht berücksichtigt)

Beim STM kann Strom eingestellt werden:

kleiner Strom \rightarrow kleiner Überlapp \rightarrow kleine Kraft

großer Strom \rightarrow großer Überlapp \rightarrow große Kraft

Oberflächenatome können mit STM bewegt (gezogen, geschoben) werden. Beispiele:

- Quantenringe \rightarrow stehende Wellen sichtbar machen
- Aufbau einer Nanostruktur Atom für Atom
- Herstellung einer chemischen Bindung (Atom wird auf Spitze übertragen und an anderer Stelle abgesetzt)

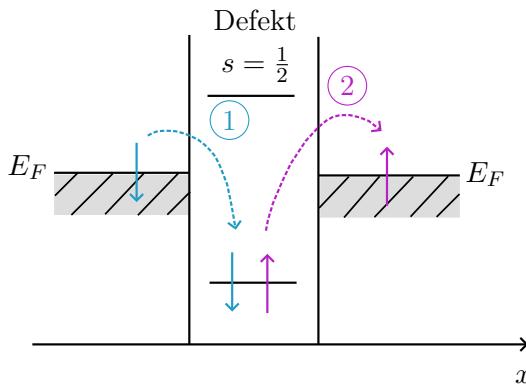
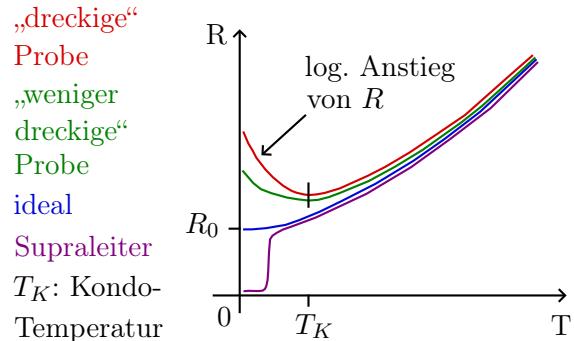
6.6 Kondo-Effekt

Magnetische Fremdatome (z.B. Co) in einem nichtmagnetischen Metall (z.B. Cu) führen zu einer Anomalie des Widerstands bei tiefen Temperaturen.

Unterhalb der Kondo-Temperatur steigt der Widerstand an. Steigender Widerstand bedeutet zusätzliche Streuung von Elektronen. Tritt bei nichtmagnetischen (Edel-)Metallen auf.

Der Kondo-Effekt tritt bei „magnetischen“ Verunreinigungen auf, d.h. bei Verunreinigungen, die Spin tragen.

Temperaturabhängigkeit kann nicht durch einfache Streuung erklärt werden.



Ein magnetisches Fremdatom in Kontakt mit einem nichtmagnetischen Metall kann seinen Spin in einem zweistufigen Prozess umkehren:

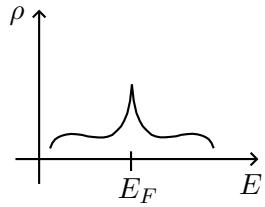
Spin-up wird durch Spin-down ersetzt. Zwischenzustand schirmt den Spin des Fremdatoms ab: Zusätzliche Zustandsdichte an der Fermikante → Maximum.

Wir erinnern uns: Mit STM kann Zustandsdichte der Elektronen gemessen werden → Nachweis der Kondo-Resonanz.

Ist $k_B T < |J_{s_1 s_2}|$, formt sich ein Singulett im Elektronensystem, welches die Energie absenkt.

Der Singulett-Zustand ist an der Fermi-Energie lokalisiert.

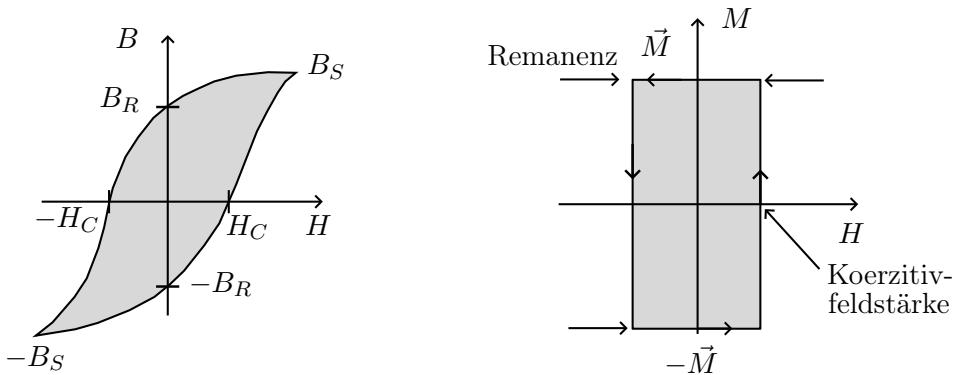
Quantenteleportation / Fata Morgana



- Magnetisches Fremdatom im Innern eines leitenden Quantenrings.
- Das Atom erscheint als Punkt in der Zustandsdichte.
- Wird das Fremdatom in einen der Brennpunkte der Ellipse bewegt, erscheint ein zweiter Zustandsdichte-Punkt im zweiten Fokus → verschränkte Zustände. Kondo-Resonanz wird von Oberflächenzustand in den zweiten Fokus gespiegelt.

7 Oberflächenmagnetismus

Wir erinnern uns aus dem Grundpraktikum an die Hysterese (Magnetisierung und „Entmagnetisierung“ eines Materials durch ein externes Feld):



- Für $H = 0$ gibt es zwei stabile Systeme / Zustände
→ Information kann gespeichert werden.
- Stabilität wird durch die magnetische Anisotropie hervorgerufen (d.h. Magnetisierung stellt sich bevorzugt entlang einer bestimmten Kristallachse ein. Man unterscheidet zwischen **leichten Achsen** → kleines Feld nötig, und **schweren bzw. harten Achsen** → großes Feld nötig).
- Die Energie des Systems ist $E = E(\vec{M})$, d.h. sie hängt von der **Richtung** der Magnetisierung ab, nicht nur von der Größe selbst.
- System im Eigenzustand ⇒ E hängt nicht von t ab.
Zeitinversion T : $t \rightarrow -t$, $\vec{M} \rightarrow -\vec{M}$, aber $E \rightarrow E$.
Also: $E(-\vec{M}) = E(\vec{M})$.

7.1 Magnetokristalline Anisotropie

In ferromagnetischen Metallen (Fe, Ni, Co) kommt die Magnetisierung durch die Spins der Leitungselektronen zustande.

Spin-Bahn-WW bewirken eine Richtungsabhängigkeit der Energie.

Fremdatome auf Oberfläche: Andere lokale Zustandsdichte, andere Anisotropie als im Volumen.

- Kleine Schichtdicke: Oberflächenanisotropie dominiert.
- 2 – 4 nm Schichtdicke: Leichte Richtung senkrecht zum Film
- über 4 nm: Versetzungen entstehen, Magnetoelastische Anisotropie nimmt ab.

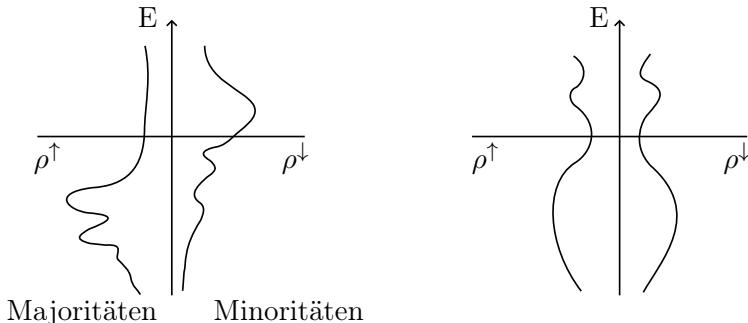
Magnetokristalline Anisotropie kann mithilfe einer Hysteresekurve vermessen werden.

Spinpolarisierte STM

↳ Methode zur Beobachtung und Untersuchung des Magnetismus auf atomarer Ebene

Probe

Spitze (nichtmagnetisch)



Zustandsdichte des Ferromagneten spaltet in Majoritäts- (\uparrow) und Minoritätsladungsträger (\downarrow) auf.

Für nichtmagnetisierte Spitze hängt der Tunnelstrom nicht von der Magnetisierungsrichtung der Probe ab. Majoritäts- bzw. Minoritätsladungsträger tunneln nahe der Fermikante aus der Elektrode ins Vakuum.

Wovon hängt der magnetische Tunnelwiderstand (TMR) ab?

↳ Wenn beide Seiten parallel magnetisiert, ist der TMR 14 % niedriger als im antiparallelen Fall.

$\begin{cases} \text{Parallel} \\ \text{Antiparallel} \end{cases}$: Elektronen tunnellen in unbesetzte Zustände $\begin{cases} \text{gleichen} \\ \text{umgekehrten} \end{cases}$ Spins.

Bedeutet: Der Bereich zwischen Spalte und Probe wirkt wie eine Art Spin-Ventil, das je nach Spin bestimmte Elektronen wahrscheinlicher durchlässt als andere.

Magnetische Spitzen erzeugen einen topographischen Kontrast aufgrund der Spinpolarisierung.

8 Übersicht der Experimente

Experiment	Steht für	Ziel	Besonderheiten	Was man misst	Energiebereich
AES	Auger-Elektronen-Spektroskopie	Bindungsenergie, Austrittsarbeit	Unabhängig von Z	Energie des Auger-Elektrons	
XPS	Röntgen-Fluoreszenz	Bindungsenergie; Konzentration der Legierung	Abhängig von Z	E_{kin} des Austrittselektrons	
LEED	Low energy electron diffraction	Kristallstruktur (reziproker Raum)		Beugungsreflexe / Ewaldkugel	einige eV
LEED-IV	LEED-intensity voltage	Schichtenabstand, Struktur der Einheitszelle		Energie; Intensität → wie viele Lagen durchlaufen	
RHEED	Reflection High Energy Electron Diffraction	Kristallstruktur (reziproker Raum)	auch in-situ möglich	Beugungsreflexe / halbe Ewaldkugel	einige keV
TEAS	Streuung thermischer Heliumatome	Stufenhöhe, Terrassenbreite (wie LEED / RHEED für Isolatoren)	Atome begegnen nur erster Lage; sind ungeladen		einige meV
FEM	Feld-elektronenmikroskop	Kristallstruktur im Realraum	Nur für leitfähige Materialien	Beugungsbild	$U = 1\text{-}10 \text{ kV}$
FIM	Feldionenmikroskop	Kristallstruktur im Realraum	dito; „Imaging Gas“	Beugungsbild	$U = 1\text{-}10 \text{ kV}$

Experiment	Steht für	Ziel	Besonderheiten	Was man misst	Energiebereich
TEM	Transmissions-elektronenmikroskop	Kristallstruktur	Funktioniert nur mit dünnen Proben ($< 1 \mu\text{m}$)	Beugungsbild (bei STEM: Energieverlust)	50 – 200 keV
SEM	Raster-elektronenmikroskop	Kristallstruktur, Defekte	Funktioniert nur mit dünnen Proben ($< 1 \mu\text{m}$)	Rückgestreute Elektronen → Energie	1 – 10 keV
STM	Raster-tunnelmikroskop	Kristallstruktur im Realraum	Nur für leitfähige Materialien	Zustandsdichte der Elektronen → Tunnelstrom	
AFM	Rasterkraftmikroskop	Kristallstruktur im Realraum	Drei untersch. Modi; kein Vakuum nötig	Verbiegung Cantilever / Regelkreis / Frequenzänderung	
HAS	Inelastische Helium-streuung	Terrassenhöhen und -breiten, Phononen, Desorptionsenergie, Gitterkonstante	Gutes Vakuum nötig, da man sonst Adsorbate vermisst	Energieverlust der He-Atome (Massenspektrometer)	2 – 50 meV
HREELS	Hochauflösende Elektronenenergie-verlustspektroskopie	Phononen-spektrum (Peak bei welchem Energieverlust)	Auch möglich, Rayleigh-Moden, Adsorbatmoden, Isotope zu unterscheiden	Energie (-verlust) der Elektronen	5 – 1000 meV

Experiment	Steht für	Ziel	Besonderheiten	Was man misst	Energiebereich
IETS	Inelastische Tunnel-spektroskopie	1. Ableitung: Zustandsdichte, 2. Ableitung: Information über Schwingungen, elastische Kanäle	Wird an Stelle fixiert; nur Spannung wird variiert. Masseeabhängig → Isotop-bestimmung	Kennlinie (mit dem Raster-tunnel-mikroskop), 2x ableiten	
IR-FS	Infrarot-Fourier-Spektroskopie	Schwingungsfrequenz der Phononen		Energie der Photonen als elektr. Signale	40-1000 meV
Raman-Streuung		Rauigkeit der Oberfläche (Peaks über Frequenzverschiebung)	Auch bei hohen Drucken möglich; Kühlung notwendig	Energie-differenz der Photonen	10-1000 meV
Kelvin-Schwinger		Austrittsarbeit → Vorhandensein von Stufenkanten, Schichtwachstum		Kompensationsspannung	
UPS	Ultraviolett-photo-emissionsspektroskopie	Bindungsenergie, Austrittsarbeit		Elektronenenergie	10-100 eV
XPS	Röntgenphoto-emissionsspektroskopie	Bindungsenergie, Austrittsarbeit		Elektronenenergie	> 100 eV

Experiment	Steht für	Ziel	Besonderheiten	Was man misst	Energiebereich
ARPES / ARUPS	Winkel- aufgelöste (Ultraviolett) Photo- emissions- spektroskopie	Bindungs- energie, Austrittsarbeit, k_{\parallel} , Bandstruktur	Funktioniert auch invers (Elektron rein, Photon raus)	Elektronen- energie und Austritts- winkel	10-100 eV
Spin-STM	Spin- polarisierte Raster- tunnel- mikroskopie	Magnetischer Tunnel- widerstand (parallel oder antiparallel?)	Spitze ist nicht spin- polarisiert (\rightarrow Spin- Majoritäten+ Minoritäten)	Zustands- dichte \rightarrow Leit- fähigkeit	