

1 – recherche de DF

$A \rightarrow B$  ? oui

$B \rightarrow A$  ? non car pour b1 plusieurs valeurs a1 et a2

$C \rightarrow A$  ? non car pour c1, deux valeurs pour A : a1 et a2

$C \rightarrow B$  ? oui car au plus une valeur dans B pour c1, c2 et c3

$B \rightarrow C$  ? non car pour b1, on peut avoir c1, c2 ou c3 dans C

rajouter des DFs inutiles comme

$AC \rightarrow B$

$ABC \rightarrow ABC$

2 – Enlever les tuples qui ne respectent pas les DFs

$F1 = \{A \rightarrow B, A \rightarrow C\}$

(a1,b1,c1,d1)

(a1,b1,c1,d2)

~~(a1,b1,c3,d2)~~ non car ne respecte pas  $A \rightarrow C$

(a2,b2,c4,d4)

(a3,b2,c1,d2)

~~(a1,b2,c1,d1)~~ non car ne respecte pas  $A \rightarrow B$

~~(a2,b2,c1,d1)~~ non car ne respecte pas  $A \rightarrow C$

---

$F1 = \{BD \rightarrow A, D \rightarrow C\}$

(a1,b1,c1,d1)

(a1,b1,c1,d2)

~~(a1,b1,c3,d2)~~ non car ne respecte pas  $D \rightarrow C$

(a2,b2,c4,d4)

(a3,b2,c1,d2)

(a1,b2,c1,d1)

~~(a2,b2,c1,d1)~~ non car ne respecte pas  $BD \rightarrow A$

3. Calcul de fermetures transitives

$R1(ABCEFHI)$  et soumis à  $F1$

$F1 = \{A \rightarrow BC, B \rightarrow E, C \rightarrow F, EF \rightarrow I, F \rightarrow H\}$

## calcul de $A^+$

1ère étape

$A^+/F1 = A$  et  $ENU = \{A \rightarrow BC, B \rightarrow E, C \rightarrow F, EF \rightarrow I, F \rightarrow H\}$

2ème étape : je prends  $A \rightarrow BC$  que je peux utiliser car  $A$  est déjà dans  $A^+$  et je rajoute la partie droite ( $BC$ ) dans  $A^+$

$A^+/F1 = ABC$  et  $ENU = \{B \rightarrow E, C \rightarrow F, EF \rightarrow I, F \rightarrow H\}$

3ème étape : je prends  $B \rightarrow E$  et je rajoute  $E$  dans  $A^+$

$A^+/F1 = ABCE$  et  $ENU = \{C \rightarrow F, EF \rightarrow I, F \rightarrow H\}$

4ème étape : je prends  $C \rightarrow F$  et je rajoute  $F$  dans  $A^+$

$A^+/F1 = ABCECF$  et  $ENU = \{EF \rightarrow I, F \rightarrow H\}$

5ème étape : je prends  $EF \rightarrow I$  et je rajoute  $I$  dans  $A^+$

$A^+/F1 = ABCEFI$  et  $ENU = \{F \rightarrow H\}$

6ème étape : je prends  $F \rightarrow H$  et je rajoute  $H$  dans  $A^+$

$A^+/F1 = ABCEFIH$  et  $ENU = \{\}$

Donc le résultat  $A^+/F1 = ABCEFIH$  et donc  $A$  est une clé possible de la relation  $R1$

## calcul de $B^+$

1ère étape :

$B^+/F1 = B$  et  $ENU = \{A \rightarrow BC, B \rightarrow E, C \rightarrow F, EF \rightarrow I, F \rightarrow H\}$

2ème étape : je prends  $B \rightarrow E$  et je rajoute  $E$  dans  $B^+$

$B^+/F1 = BE$  et  $ENU = \{A \rightarrow BC, C \rightarrow F, EF \rightarrow I, F \rightarrow H\}$

on ne passe dans aucune autre partie gauche, donc arrêt

$B^+/F1 = BE$

calcul de  $BC^+$

1ère étape :

$BC^+/F1 = BC$  et  $ENU = \{A \rightarrow BC, B \rightarrow E, C \rightarrow F, EF \rightarrow I, F \rightarrow H\}$

2ème étape : je prends  $B \rightarrow E$  et je rajoute  $E$  dans  $BC^+$

$BC^+/F1 = BCE$  et  $ENU = \{A \rightarrow BC, C \rightarrow F, EF \rightarrow I, F \rightarrow H\}$

3ème étape : je prends  $C \rightarrow F$  et je rajoute  $F$  dans  $BC^+$

$BC^+/F1 = BCEF$  et  $ENU = \{A \rightarrow BC, EF \rightarrow I, F \rightarrow H\}$

4ème étape : je prends  $EF \rightarrow I$  et je rajoute  $I$  dans  $BC^+$

$BC^+/F1 = BCEFI$  et  $ENU = \{A \rightarrow BC, F \rightarrow H\}$

5ème étape : je prends  $F \rightarrow H$  et je rajoute  $H$  dans  $BC^+$

$BC+/F1 = BCEFIH$  et  $ENU = \{A \rightarrow BC\}$   
je ne peux pas aller plus loin et  
donc  $BC+/F1 = BCEFIH$

## calcul de $E^+$

1ère étape :  
 $E+/F1 = E$  et  $ENU = \{A \rightarrow BC, B \rightarrow E, C \rightarrow F, EF \rightarrow I, F \rightarrow H\}$

je ne peux pas aller plus loin et  
donc  $E+/F1 = E$

## calcul de $F^+$

1ère étape :  
 $F+/F1 = F$  et  $ENU = \{A \rightarrow BC, B \rightarrow E, C \rightarrow F, EF \rightarrow I, F \rightarrow H\}$

2ème étape : je prends  $B \rightarrow E$  et je rajoute  $E$  dans  $BC^+$   
 $F+/F1 = FH$  et  $ENU = \{A \rightarrow BC, C \rightarrow F, EF \rightarrow I\}$

je ne peux pas aller plus loin et  
donc  $F+/F1 = FH$

$A$  est la seule clé primaire qui détermine tous les autres attributs

Parmi les surclés :  $AC, AB, ABC, AE, \dots$

## Exercice 4

Soit le schéma relationnel  $R(A, B, C, D, E, F)$  soumis à l'ensemble de DFs :

$F1 = \{A \rightarrow B, C \rightarrow D, ABC \rightarrow E, AC \rightarrow F, BC \rightarrow FA\}$

question 1. Calculer  $A^+, B^+, C^+, AC^+$  et  $BC^+$

$A+/F1 = AB$

$B+/F1 = B$

$C+/F1 = CD$

$AC+/F1 = ACBDEF$  clé candidate

$BC+/F1 = BCDFAE$  clé candidate

autres calculs :

$CD+/F1 = CD$

$CE+/F1 = CED$

$$CF+/F1 = CFD$$

Les 2 seules clés candidates sont AC et BC et il convient de choisir une clé primaire parmi les 2

Question 3 : calcul de la CIM

$R(A,B,C,D,E,F)$  soumis à l'ensemble de DFs :

$$F1 = \{A \rightarrow B, C \rightarrow D, ABC \rightarrow E, AC \rightarrow F, BC \rightarrow FA\}$$

1ère étape : décomposition en DFs élémentaires

$$F1 = \{A \rightarrow B, C \rightarrow D, ABC \rightarrow E, AC \rightarrow F, BC \rightarrow F, BC \rightarrow A\}$$

2<sup>nd</sup> étape :

1. est ce que  $A \rightarrow B$  est redondante sur  $F1$  ?

Si B est contenu dans  $A+/\{F1 - \{A \rightarrow B\}\}$

$$A+/\{F1 - \{A \rightarrow B\}\} = A \Rightarrow A \rightarrow B \text{ est non redondante ou utile}$$

2. est ce que  $C \rightarrow D$  est redondante sur  $F1$  ?

Si D est contenu dans  $C+/\{F1 - \{C \rightarrow D\}\}$

$$C+/\{F1 - \{C \rightarrow D\}\} = C \Rightarrow C \rightarrow D \text{ est non redondante ou utile}$$

3. est ce que  $ABC \rightarrow E$  est redondante sur  $F1$  ?

Si E est contenu dans  $ABC+/\{F1 - \{ABC \rightarrow E\}\}$

$$ABC+/\{F1 - \{ABC \rightarrow E\}\} = ABCDF \Rightarrow E \text{ n'est pas contenu dans cette fermeture transitive et donc } ABC \rightarrow E \text{ n'est pas redondante}$$

4. est ce que  $AC \rightarrow F$  est redondante sur  $F1$  ?

Si F est contenu dans  $AC+/\{F1 - \{AC \rightarrow F\}\}$

$$AC+/\{F1 - \{AC \rightarrow F\}\} = ACBDEF \Rightarrow \text{Cette DF est redondante car F est contenu dans } AC+/\{F1 - \{AC \rightarrow F\}\}$$

$\Rightarrow$  nouveau ensemble de DF sur lequel on travaille maintenant noté  $F'1$

$$F'1 = \{A \rightarrow B, C \rightarrow D, ABC \rightarrow E, BC \rightarrow F, BC \rightarrow A\}$$

5. est ce que  $BC \rightarrow F$  est redondant sur  $F'1$  ?

Si F est contenu dans  $BC+/\{F'1 - \{BC \rightarrow F\}\}$

$$BC+/\{F'1 - \{BC \rightarrow F\}\} = BCDAE \Rightarrow F \text{ n'est pas contenu } BC+/\{F'1 - \{BC \rightarrow F\}\} \text{ et donc } BC \rightarrow F \text{ n'est pas redondante}$$

6. est que  $BC \rightarrow A$  est redondant sur  $F'1$  ?

Si F est contenu dans  $BC+/\{F'1 -\{BC \rightarrow F\}\}$

$BC+/\{F'1 -\{BC \rightarrow A\}\} = BCDF \Rightarrow A$  n'est pas contenu  $BC+/\{F'1 -\{BC \rightarrow A\}\}$  et donc  $BC \rightarrow A$  n'est pas redondante

3ème étape : minimisation des parties gauches

rappel de  $F'1$  :  $F'1 = \{A \rightarrow B, C \rightarrow D, ABC \rightarrow E, BC \rightarrow F, BC \rightarrow A\}$

Pour  $ABC \rightarrow E$  ?

A est redondant si  $BC+/\{F'1\}$  contient E :

$BC+/\{F'1\} = BCDFAE$  donc oui A est redondant puisque BC permet d'atteindre E

nouveaux calculs à partir de

$F''1$  :  $F'1 = \{A \rightarrow B, C \rightarrow D, BC \rightarrow E, BC \rightarrow F, BC \rightarrow A\}$

- Pour  $BC \rightarrow E$  est ce que B est redondant , si  $C+/\{F''1\}$  contient E

$C+/\{F''1\} = CD$  donc B non redondant

- Pour  $BC \rightarrow E$  est ce que C est redondant , si  $B+/\{F''1\}$  contient E

$B+/\{F''1\} = B$

- Pour  $BC \rightarrow F$  est ce que B est redondant , si  $C+/\{F''1\}$  contient F  
non puisqu'on a déjà vu que  $C+/\{F''1\} = CD$

- Pour  $BC \rightarrow F$  est ce que C est redondant , si  $B+/\{F''1\}$  contient F  
non puisqu'on a déjà vu que  $B+/\{F''1\} = B$

- Pour  $BC \rightarrow A$  est ce que B est redondant , si  $C+/\{F''1\}$  contient A  
non puisqu'on a déjà vu que  $C+/\{F''1\} = CD$

- Pour  $BC \rightarrow A$  est ce que C est redondant , si  $B+/\{F''1\}$  contient A  
non puisqu'on a déjà vu que  $B+/\{F''1\} = B$

La CIM =  $F''1$  à savoir  $F'1$  :  $F'1 = \{A \rightarrow B, C \rightarrow D, BC \rightarrow E, BC \rightarrow F, BC \rightarrow A\}$   
que l'on peut écrire aussi :

$CIM = \{A \rightarrow B, C \rightarrow D, BC \rightarrow EFA\}$

## Exercice 5

### 1. sémantique associée aux DF :

La relation permet de gérer des employés qui ont tous des noms différents. Chaque employé a un nom, un salaire et un département.

A un nom d'employé est associé un seul salaire et un seul département d'affectation. Un département a par ailleurs un seul chef

### 2. Employe(nom,salaire,chef,departement)

réalisation possible d'employe

('Elsa',1600,'Marie','atelier')

('Emilie',1800,'Marie','atelier')

('Tom',1600,'Marie','atelier')

('Marc',2000,'Pierre','gestion')

('Zoe',2020,'Marie','conception')

A chaque tuple d'employé travaillant dans le même département, je répète le nom du chef (voir atelier et Marie)

$F_{\text{employé}} = \{\text{nom} \rightarrow \text{salaire département}, \text{département} \rightarrow \text{chef}\}$

on est déjà en présence d'une CIM

calcul de la clé :

$\text{nom}+ / F_{\text{employé}} = \text{nom salaire département chef clé candidate}$

$\text{département}+ / F_{\text{employé}} = \text{département chef}$

seule clé c'est nom

décomposition en 2 relations

$R1(\text{nom, salaire, département})$  soumis à  $F1 = \{\text{nom} \rightarrow \text{salaire département}\}$

et

$R2(\text{département, chef})$  soumis à  $F2 = \{\text{département} \rightarrow \text{chef}\}$

perte d'information ?

Dans R1

('Elsa',1600,'atelier')

('Emilie',1800,'atelier')

('Tom',1600,'atelier')  
 ('Marc',2000,'gestion')  
 ('Zoe',2020,'conception')

Dans R2

('atelier','Marie',)<sup>1</sup>  
 ('gestion','Pierre')  
 ('conception','Marie')

perte d'information, si je n'arrive pas à reconstruire les tuples de départ en  
 faisant la jointure naturelle sur l'attribut departement entre R1 et R2 :  $R1 \bowtie R2$   
 ici j'ai la même information exactement donc sans perte d'information :

('Elsa',1600,'Marie','atelier')  
 ('Emilie',1800,'Marie','atelier')  
 ('Tom',1600,'Marie','atelier')  
 ('Marc',2000,'Pierre','gestion')  
 ('Zoe',2020,'Marie','conception')

une autre façon de vérifier que la décomposition est sans perte : matrice de  $a_j$  et  $b_{ij}$

	nom	salaire	departement	chef
R1	a1	a2	a3	b14
R2	b21	b22	a3	a4

Je prends departement → chef : quand la partie gauche coïncide, on fait coïncider la partie droite,  
 on remplace b14 par a4

	nom	salaire	departement	chef
R1	a1	a2	a3	b14 a4
R2	b21	b22	a3	a4

J'ai une ligne de a pour R1, donc cette décomposition est sans perte

Formes normales

Quelle forme normale pour Employe ?

Employe(nom, salaire, departement, chef)

Femployé = {nom → salaire departement, departement → chef}

en première forme normale, mais n'est pas en deuxième forme normale car chef dépend de departement qui dépend de nom et donc ne dépend qu'indirectement de nom

Quelles formes normales pour respectivement R1 et R2

R1( nom, salaire, departement) avec F1 = {nom → salaire departement}

R1 en BCNF puisqu'en 3FN et la seule DF a pour partie gauche la clé

R2(departement, chef) avec F2 = {departement → chef}

R2 en BCNF puisqu'en 3FN et la seule DF a pour partie gauche la clé

Exercice 6.

Relation définie sur CPHSEA

F={C → P, HS → C, HP → S, CE → A, HE → S}

question 1

Il s'agit d'une relation qui porte sur des cours dispensés, par des professeurs, à des étudiants, dans des salles, pour des années et des heures spécifiques.

Un cours est dispensé par un seul professeur,

à une heure et une salle données, se tient un seul cours

pour une heure et un professeur donnés, est attribuée une seule salle

un cours et un étudiant vont déterminer l'année d'enseignement

l'heure et l'étudiant identifient la salle

question 2

C+/F = CP

HS+/F = HSCP

HP+/F = HPSCP

CE+/F = CEPA

HE+/F = HESCPA clé et seule clé de la relation

calcul de la CIM : à finir à la maison



