

INTERPOLASI LAGRANGE

Formula polinomial Lagrange dinyatakan sebagai berikut:

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^n L_i(x) f(x_i)$$

dengan

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0\\j\neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

- 1. Tentukan jumlah titik (N) yang diketahui
- 2. Tentukan titik-titik $P_i(x_i, f(x_i))$ yang diketahui dengan i = 1, 2, 3, ..., N
- 3. Tentukan x dari yang dicari
- 4. Hitung nilai $f(x_i)$ dari titik yang dicari dengan formulasi Interpolasi Lagrange.

$$f_n(x) = \sum_{i=0}^n L_i(x) f(x_i)$$

dengan

$$L_i(x) = \prod_{\substack{j=0\\j\neq i}}^n \frac{x - x_j}{x_i - x_j}$$

5. Tampilkan nilai (x, f(x))

Ilustrasi:

Tentukan ln 2 = 0.69314718 dengan menggunakan **polinom Lagrange** untuk orde pertama, kedua dan ketiga dimana :

$$x_0 = 1 \rightarrow f(x_0) = 0;$$

 $x_1 = 4 \rightarrow f(x_1) = 1.3862944;$
 $x_2 = 5 \rightarrow f(x_2) = 1.6094379; dan$
 $x_3 = 6 \rightarrow f(x_3) = 1.7919595$

Penyelesaian:

Polinom orde pertama:

$$f_1(x) = \frac{x - x_1}{x_0 - x_1} f(x_0) + \frac{x - x_0}{x_1 - x_0} f(x_1)$$

$$f_1(2) = \frac{2-4}{1-4}0 + \frac{2-1}{4-1}1.3862944 = 0.4620981$$

Polinom orde kedua:

$$f_2(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)} f(x_0)$$

$$f_2(2) = \frac{(2-4)(2-5)}{(1-4)(1-5)}0 + \frac{(2-1)(2-5)}{(4-1)(4-5)}1.3862944 + \frac{(2-1)(2-4)}{(5-1)(5-4)}1.6094379 = 0.58157545$$

Polinom orde ketiga:

$$f_3(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_0 - x_1)(x_0 - x_2)(x_0 - x_3)} f(x_0) + \frac{(x - x_0)(x - x_2)(x - x_3)}{(x_1 - x_0)(x_1 - x_2)(x_1 - x_3)} f(x_1)$$

$$+ \frac{(x - x_0)(x - x_1)(x - x_3)}{(x_2 - x_0)(x_2 - x_1)(x_2 - x_3)} f(x_2) + \frac{(x - x_0)(x - x_1)(x - x_2)}{(x_3 - x_0)(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)} f(x_3)$$

$$f_3(2) = \frac{(2-4)(2-5)(2-6)}{(1-4)(1-5)(1-6)}0 + \frac{(2-1)(2-5)(2-6)}{(4-1)(4-5)(4-6)}1.3862944$$

$$+ \frac{(2-1)(2-4)(2-6)}{(5-1)(5-4)(5-6)}1.6094379 + \frac{(2-1)(2-4)(2-5)}{(6-1)(6-4)(6-5)}1.7917595$$

$$= 0.6287687$$

Galat relatifnya:

$$\varepsilon_t = \left| \frac{0,6287687 - 0,69314718}{0.69314718} \right| \times 100\% = 0,929$$

Latihan

1. Tentukan ln 3 memakai polinom interpolasi polinom lagrange dan galatnya, dimana :

$$x_0 = 1 \rightarrow f(x_0) = 0;$$

 $x_1 = 5 \rightarrow f(x_1) = \ln 5;$
 $x_2 = 7 \rightarrow f(x_2) = \ln 7;$
 $x_3 = 10 \rightarrow f(x_3) = \ln 10;$

2. Tentukan nilai f(10) dari data berikut

x	4	6	8	12
f(x)	62	142	254	574

Menggunakan polinom lagrange!

TERIMA KASIH