- Dengan menggunakan definisi turunan, tentukan f'(3) dari fungsi $f(x) = \frac{1}{3}x^2$+2
- Tentukan turunan pertama dari fungsi f(x)= $2x^3e^{2x} - \frac{In(x)}{\sin(x)}\frac{1}{3}x^{-9}$
- Suatu partikel bergerak dengan persamaan gerak s(t) = 2t - 4t² t²+2t + 3. Tentukan

  a. Kecepatan sesaat (v(t))

  b. Kecepatan pada saat t = $\frac{1}{2}$

  c. setelah berapa detik partikel itu berhenti.

jawaban

1. Substitusikan fungsi $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2$ ke dalam rumus:

$$f(3) = \frac{1}{3} \cdot 3^2 + 2 = \frac{1}{3} \cdot 9 + 2 = 3 + 2 = 5$$

Sekarang, hitung $f(3 + h)$

$f(3+h) = \frac{1}{3} \cdot (3+h)^2 + 2 = \frac{1}{3} \cdot (9 + 6h + h^2) + 2 = \frac{9}{3} + \frac{6h}{3} + \frac{h^2}{3}$ +2 = $3 + 2h + \frac{h^2}{3} + 2$

$$f(3+h) = 5 + 2h + \frac{h^2}{3}$$

Sekarang, substitusikan $f(3 + h) dan\ f(3)$ ke dalam definisi turunan:

$$f'(3) = \frac{lim}{h \to 0} \frac{\left(5 + 2h + \frac{h^2}{3}\right)}{h} - 5 = \frac{lim}{h \to 0} \frac{2h + \frac{h^2}{3}}{h}$$

$$f'(3) = \frac{lim}{h \to 0}\left(2 + \frac{h}{3}\right)$$

$Ketika\ h \to 0, hasilnya\ adalah$:

$$f'(3) = 2$$

$Jadi, turunan\ pertama\ dari\ f(x)\ pada\ x = 3\ \ adalah\ f'(3) = 2$

2. menghitung turunan dari fungsi ini secara terpisah, dengan menggunakan aturan turunan yang tepat.

   a. Untuk $2x^3e^{2x}$ menggunakan aturan produk:

$$\frac{d}{dx}[u(x)v(x)] = u'(x)v(x) + u(x)v'(x)$$

$Di\ sini, u(x) = 2x^3\ dan\ v(x) = e^{2x}$

$$u'(x) = 6x^2, v'(x) = 2e^{2x}$$

$Maka\ turunan\ pertama\ dari\ 2x^3e^{2x}\ adalah$:

$$\frac{d}{dx}[2x^3e^{2x}] = 6x^2e^{2x} + 2x^3 \cdot 2e^{2x} = 6x^2e^{2x} + 4x^3e^{2x}$$

Sekarang, untuk bagian $-\frac{ln(x)}{sin(x)}\frac{1}{3}x^{-9}$ kita akan menggunakan aturan produk lagi, dengan $u(x) = \frac{ln(x)}{sin(x)}\ dan\ v(x) = \frac{1}{3}x^{-9}$

$$Turunan\ dari\ u = \frac{ln(x)}{sin(x)}\ dapat\ dihitung\ dengan\ menggunakan\ aturan\ hasil\ bagi:$$

$$u'(x) = \frac{sin(x)\frac{1}{x} - ln(x)cos(x)}{\sin^2(x)}$$

$$Turunan\ dari\ v(x) = \frac{1}{3}x^{-9}\ adalah:$$

$$v'(x) = -3x^{-10}$$

Dengan demikian, turunan dari $\frac{ln(x)}{\sin(x)}\frac{1}{3}x^{-9}\ adalah$

$$\frac{d}{dx}\left(-\frac{ln(x)}{sin(x)}\frac{1}{3}x^{-9}\right) = \left(\frac{\sin(x).\frac{1}{x} - ln(x).\cos(x)}{\sin^2(x)}\frac{1}{3}x^{-9} + \frac{ln(x)}{sin(x)}(-3x^{-10})\right)$$

Hasil akhirnya adalah:

$$f'(x) = 6x^2e^{2x} + 4x^3e^{2x} - \left(\frac{\sin(x).\frac{1}{x} - ln(x).\cos(x)}{\sin^2(x)}\frac{1}{3}x^{-9} + \frac{ln(x)}{sin(x)}(-3x^{-10})\right)$$

Sederhanakan :

$$f'(x) = 6x^2e^{2x} + 4x^3e^{2x} - \left(\frac{\sin(x).\frac{1}{x} - ln(x).\cos(x)}{\sin^2(x)}\frac{1}{3}x^{-9}\right) - \frac{ln(x)}{sin(x)}(-3x^{-10})$$

3. $a).Kecepatan\ sesaat\ v(t)$

$$Kecepatan\ adalah\ turunan\ dari\ posisi\ terhadap\ waktu, yaitu\ v(t) = \frac{ds(t)}{dt}$$

$Persamaan\ posisi\ s(t)\ adalah:$

$$s(t) = 2t - 4t^2 + t^2 + 2t + 3 = -3t^2 + 4t + 3$$

$Sekarang, turunkan\ s(t)\ terhadap\ t:$

$$v(t) = \frac{d}{dt}(-3t^2 + 4t + 3) = -6t + 4$$

Jadi, kecepatan sesaat adalah:

$$v(t) = -6t + 4$$

$b. Kecepatan\ pada\ saat\ t = \frac{1}{2}$

$$Substitusikan\ t = \frac{1}{2}\ ke\ dalam\ rumus\ kecepatan\ v(t) = -6t + 4$$

$$v(\frac{1}{2}) = -6 \cdot \frac{1}{2} + 4 = -3 + 4 = 1$$

$Jadi, kecepatan\ pada\ saat\ t = \frac{1}{2}\ adalah\ 1.$

c. Setelah berapa detik partikel itu berhenti

Partikel berhenti ketika kecepatan v(t)=0. Jadi, kita selesaikan persamaan −6t+4=0

$$-6t + 4 = 0$$

$$-6t = -4$$
$$t = \frac{2}{3}$$
$$Jadi, partikel\ berhenti\ setelah \frac{2}{3}.$$