

2. Multi-class classification Reg.Logistic

giovedì 24 ottobre 2024 18:52

Per la classificazione multiclasse utilizzando la regressione logistica, si utilizza una tecnica chiamata "one-vs-all" (o "one-vs-rest"), in cui un classificatore binario di regressione logistica viene addestrato per ogni classe. Ecco come funziona il processo e come viene derivato il modello:

1. Problema multiclasse:

Supponiamo di avere un problema con K classi (cioè, l'output può appartenere a una delle K categorie). Invece di avere una sola funzione ipotesi $h(x)$, addestriamo K modelli di regressione logistica binaria.

2. "One-vs-all" (OvA):

Per ogni classe k , addestriamo un classificatore che prevede se l'osservazione appartiene alla classe k o meno. Quindi:

- Per la classe $k = 1$, etichettiamo tutti i campioni appartenenti alla classe 1 come positivi (1) e tutte le altre classi come negative (0).
- Ripetiamo questo processo per tutte le classi $k = 1, 2, \dots, K$.

Ogni modello $h_{\theta}^{(k)}(x)$ genera una probabilità $P(y = k|x; \theta^{(k)})$, ovvero la probabilità che l'input x appartenga alla classe k .

3. Funzione ipotesi:

Per la classe k , il modello ipotetico ha la seguente forma:

$$h_{\theta}^{(k)}(x) = \frac{1}{1 + e^{-\theta^{(k)T}x}}$$

Questo calcola la probabilità che un'osservazione appartenga alla classe k .

4. Funzione costo per ogni classificatore:

La funzione costo per ciascun classificatore è la stessa utilizzata per la regressione logistica binaria:

$$J(\theta^{(k)}) = -\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(y_k^{(i)} \log(h_{\theta}^{(k)}(x^{(i)})) + (1 - y_k^{(i)}) \log(1 - h_{\theta}^{(k)}(x^{(i)})) \right)$$

5. Predizione finale:

Una volta che i K classificatori sono stati addestrati, per fare una predizione su un nuovo esempio x , calcoliamo tutte le K probabilità $h_{\theta}^{(k)}(x)$ per ogni classe $k = 1, 2, \dots, K$. La classe finale predetta è quella con la probabilità più alta:

predetta è quella con la probabilità più alta.

$$\text{classe predetta} = \arg \max_k h_{\theta}^{(k)}(x)$$