Day 12 (1-5)

№1

$|x^2+2x-4|>4$

$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} x^2+2x-4>4 \\ x^2+2x-4<-4 \end{array}\right.$

$x^2+2x-4>4$

$x^2+2x-8>0$

$D=2^2-4\cdot1(-8)=4+32=36$

$x_1=\frac{-2-\sqrt{36}}{2\cdot1}=\frac{-2-6}{2}=-4$

$x_2=\frac{-2+6}{2}=2$

$x^2+2x-4>4$

$(x+4)(x-2)>0$

$x\in(-\infty;-4)\cup(2;+\infty)$

$x^2+2x-4<-4$

$x^2+2x<0$

$x(x+2)<0$

$x(x+2)=0$

$x=0$ $x=-2$

$x\in \cancel{(0;-2)}$ $(-2;0)$

Ответ: $(-\infty;-4)\cup(-2;0)\cup(2;+\infty)$

№2

$x^2+|6x-24|\leq16.$

$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x<0 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2+6x-24\leq16 \\ x^2+6x-24\geq-16 \end{cases} \Rightarrow$

~~$x^2+6x-24=0$~~

~~$x_1 \cdot x_2=-24$; $x_1+x_2=-6$~~ $\quad x_1=-8 \quad x_2=4$

~~$(x+8)(x-4)\le 0$~~

№2

$x^2+|6x-24|\le 16$

$|6x-24|\le 16-x^2$

$$\begin{cases} 6x-24\le 16-x^2 \\ 6x-24\ge -16+x^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+6x-40\le 0 \\ -x^2+6x-8\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow x^2-6x+8\le 0$$

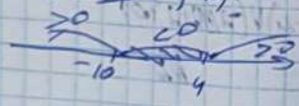
$x^2+6x-40\le 0$

$D=6^2-4\cdot 1\cdot(-40)=36+160=196=14^2$

$x_1=\dfrac{-6\pm\sqrt{196}}{2}=\dfrac{-6\pm 14}{2}$ $\begin{matrix} 4 \\ -10 \end{matrix}$

$(x-4)(x+10)\le 0 \Rightarrow$ ~~$x\in(-\infty;-10)$~~

$x\in[-10;4]$



$-x^2+6x-8\ge 0$

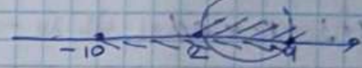
$x^2-6x+8\le 0$

$D=(-6)^2-4\cdot 1\cdot 8=36-32=4$

$x_{1,2}=\dfrac{-(-6)\pm\sqrt{4}}{2\cdot 1}=\dfrac{6\pm 2}{2} \Rightarrow x_1=4;\ x_2=2$

$(x-4)(x-2)\le 0$

$x\in[2;4]$



Ответ: $x\in[2;4]$

№3

$|x+3|+|x-4|\ge 11$

1) Нах. нули ф-и

$x+3=0 \qquad x-4=0$

$x=-3 \qquad x=4$

2) Нах. знаки ф-и.

x	$(-\infty;-3)$	$[-3;4)$	$[4;+\infty)$
$x+3$	−	+	+
$x-4$	−	−	+

I. $(-\infty;-3)$

$-x-3-x+4\ge 11$

$-2x+4\ge 11$

$2x\le -10$

$x\le -5$ $\qquad x\in(-\infty;-3)$ с учет. $(-\infty;-5]$

II $[-3;4)$

$x+3-x+4 \geq 11$

$7 \geq 11$ – неверно $\Rightarrow$ реш. нет

III $[4;+\infty)$

$x+3+x-4 \geq 11$

$2x \geq 12$

$x \geq 6 \quad \in [4;+\infty] \Rightarrow$ реш-е

Ответ: $(-\infty;-5] \cup [6;+\infty)$

№4

$|x^2-1| < x^2-|x|+1$

1) Найдём 0-и

$x^2-1=0$ и $|x|=0$

$(x-1)(x+1)=0$ $\quad x=0$

$x=1$

$x=-1$

2) x^2-1 + − − +

x − − + +

$-1 \quad 0 \quad 1$

I $(-\infty;-1)$

$x^2-1 < x^2+x+1$

$-x<2$

$x>-2 \quad \in (-\infty;-1) \Rightarrow$ реш-е $\quad (-2;-1)$

II $[-1;0)$

$-x^2+1 < x^2+x+1$

$-2x^2-x<0$

$x(2x+1)>0 \mid \cdot -1$

$2x=-1$

$x=0$ и $x=-\frac{1}{2}$ – не явл. реш., т.к. не $\in [-1;0)$

$-1 \quad -\frac{1}{2} \quad 0$ $\quad (-\infty;-\frac{1}{2}) \cup (0;$

$x \in [-1;-\frac{1}{2}]$

III $[0;1)$

$-x^2+1 < x^2-x+1$

$-2x^2+x<0 \mid \cdot -1$

$x(2x-1)>0$

$x \neq 0 \quad 2x-1=0 \Rightarrow x=0$, и $x=\frac{1}{2}$ – реш-я, т.к.

$2x=1$

$x=\frac{1}{2}$ $\quad \in [0;1)$

$x \in (-\infty;0) \cup (\frac{1}{2};+\infty)$

$0 \quad \frac{1}{2} \quad 1$

реш-е: $x \in [\frac{1}{2};1]$

IV $[1;+\infty)$

$x^2-1 < x^2-x+1$

$x^2-x^2+x < 1+1$

$x<2$ – решение $\quad [1;2)$ т.к. $x<2 \in [1;+\infty)$

$1 \quad 2$

Ответ: ~~$(-\infty;-2] \cup [-1;0)$~~

$-2 \quad -1 \quad -\frac{1}{2} \quad \frac{1}{2} \quad 1 \quad 2$

Ответ: $(-2;-1] \cup [\frac{1}{2};2)$

№5

$|x^2-2x-3|+2|x-2|<5$

1) Нулевые точки

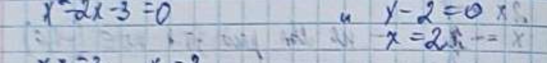
$x^2-2x-3=0$ и $x-2=0$

$x=2$

$x_1 x_2=3$ $x_1=3$

$x_1+x_2=2$ $x_2=-1$

$(x-3)(x+1)=0$ Поделим на промежутки по точкам



	$(-\infty;-1)$	$[-1;2)$	$[2;3)$	$[3;+\infty)$
x^2-2x-3	+	−	−	+
$x-2$	−	−	+	+
	I	II	III	IV

Раскрываем || по таблице промежутков.

I $(-\infty;-1)$

$x^2-\underline{2x}-3\ \underline{-2x}+4<5$

$x^2-4x-4<0$

$D=(-4)^2-4\cdot(-4)=16+16=32=\sqrt{4^2\cdot 2}=4\sqrt{2}$

$x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}=\frac{-(-4)\pm\sqrt{32}}{2}=\frac{4\pm4\sqrt{2}}{2}=\frac{4}{2}\pm\frac{4\sqrt{2}}{2}=2\pm2\sqrt{2}$

$2+2\sqrt{2}\approx2+1,41=3,41$

$2-2\sqrt{2}\approx2-2(1,41)\approx2-2,82\approx-0,82$

Пункт II д. б. вынесен как в 1 промежутке

При раскрытии || нужно || заменить на ( )

Проверим вхождение корней в заданный интервал на одной оси числовой плоскости

$(x-2\sqrt{2})(x+2\sqrt{2})<0$

$\begin{cases}x-2\sqrt{2}<0\\x+2\sqrt{2}>0\end{cases}$ $\begin{cases}x<2\sqrt{2}\\x>-2\sqrt{2}\end{cases}$ Проверим промежутки на кот-х ф-я будет <0, т.о. от $(2-2\sqrt{2};2+\sqrt{2})$.

$\begin{cases}x-2\sqrt{2}>0\\x+2\sqrt{2}<0\end{cases}$ $\begin{matrix}x>2\sqrt{2}\\x<-2\sqrt{2}\end{matrix}$

Т.к. $x\in(2-2\sqrt{2};2+\sqrt{2})$ не $\in(-\infty;-1)\Rightarrow\varnothing$ ✓

II $[-1;2)$

$-x^2+\underline{2x}+\underline{\underline{3}}\ \underline{-2x}+\underline{\underline{4}}<5$

$-x^2<-2$ $|\cdot(-1)$

$x^2>2$

$x>\pm\sqrt{2}$

↑ точки

$-x^2$

$x^2-2>0$

$(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})>0$

На промежутке от $(-\infty;-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2};+\infty)$ удовлетворяет условию ф-я >0.

Вк области пересечения $x\in(\sqrt{2};2)$

III $[+2;3)$

$-x^2+2x+3+2x-4<5$

$-x^2+4x-6<0 \quad | \cdot (-1)$

$x^2-4x+6>0$

Находим корни. $x_1 x_2=6;\ x_1+x_2=4 \Rightarrow x_1= \quad x_2=$

$D=b^2-4ac=(-4)^2-4\cdot1\cdot(6)=16-24<0 \Rightarrow \varnothing$

Т.к. $D<0 \Rightarrow$ график парабол. не пересекает ось Ox ($\nexists x$ - $\varnothing$).

Т.о. x - любое на $[+2;3)$

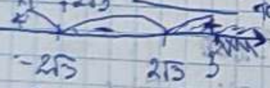
IV $[3;+\infty)$

$x^2-\cancel{2x}-3+\cancel{2x}-4<5$

$x^2-12<0$

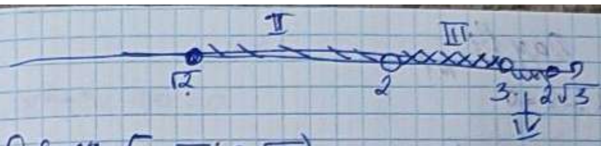
$(x-2\sqrt3)(x+2\sqrt3)<0$

$x_1=\mp2\sqrt3$ — точки раз. $[3;+\infty)$



ф-я <0 при $x\in(-2\sqrt3;2\sqrt3)$, при этом $x\in[3;+\infty) \Rightarrow$

ф. з определена $[3;2\sqrt3)$



Ответ: $x\in[\sqrt2;2\sqrt3)$