1 Последовательности.

Опр. Последовательность — объекты (элементы), пронумерованные последовательными натуральными числами. Последовател
бывают как конечными, так и бесконечными.
Опр. Стационарная последовательность — последовательность, у которой равны все элементы.
Способы задания (правило, которое позволяет найти каждый элемент последовательности) последовательностей:

- Словесно/описательно.
- Таблица.
- Рекуррентно.
- Формульно.

1.1 Арифметическая прогрессия.

Пример: ряд натуральных чисел $1, 2, 3, \dots, n$.
Опр. Арифметическая прогрессия — последовательность, где каждый следующий элемент увеличивается на фиксированную величину. $a_{n+1} = a_n + d$, d — разность арифметической прогрессии.
Формулы.

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$.
$a_n = \frac{a_{n+1}+a_{n-1}}{2} \to a_n = \frac{a_{n+k}+a_{n-k}}{2}$.
$S_n = \frac{a_1+a_n}{2} \cdot n = (a_1 + \frac{(n-1)\cdot d}{2}) \cdot n = a_1 \cdot n + \frac{(n-1)\cdot n}{2} \cdot d$.

1.2 Геометрическая прогрессия.

Опр. Геометрической прогрессией называется такая последовательность, где первый член не нулевой, а каждый следующий в фиксированное число (не ноль) раз больше.
$b_n = b_{n-1} \cdot q$, q — знаменатель ГП.
Опр. Если $|q| < 1$, тогда бесконечно убывающая ГП.
Формулы.

$S_n = \frac{b_{n+1}-b_1}{q-1} = \frac{b_1\cdot(q^n-1)}{q-1}$.
Для бесконечно убывающей ГП верно: $\frac{b_1}{b_2} = \frac{S}{S-b_1}$.

2 Производная и интеграл.

Непрерывная функция —

1. Можно нарисовать не отрывая руки.
2. $\forall\varepsilon\exists\delta$.
3. Совпадают левый и правый предел. (Если пойти слева и справа, то придем в одну точку.)

Производная точки касания — наклон касательной ($k = f'(x_0)$, $b = f(x_0) - f'(x_0) \cdot x_0$).
Полное уравнение касательной — $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$.
Уравнение нормали (перпендикуляра) — $y = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0) + f(x_0)$.
$f'(x) = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \lim_{\Delta x\to 0} \frac{f(x+\Delta x)-f(x)}{\Delta x}$.
$f'(x) = 0$; x_i - корни = подозрительный экстремум.
$f''(x) > 0 \Leftrightarrow$ выпукла вниз. $f''(x) < 0 \Leftrightarrow$ выпукла вверх.
$(f^n(x))' = n \cdot f^{n-1}(x) \cdot f'(x)$.
$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$.
$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$.
$(\frac{f(x)}{g(x)})' = \frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{g^2(x)}$; $\Leftrightarrow f(x) \cdot g^{-1}(x)$.
$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$.

1. $(const)' = 0$.

2. $(k \cdot x^n)' = kn \cdot x^{n-1}$.

3. $(k_1(k_2x + k_3)^n)' = nk_1(k_2x + k_3)^{n-1} \cdot k_2$.

4. $(\sin x)' = \cos x$.

5. $(\cos x)' = -\sin x$.

6. $tg'(x) = \frac{1}{cos^2(x)}$.

7. $ctg'(x) = -\frac{1}{sin^2(x)}$.

8. $(e^{f(x)})' = e^{f(x)} \cdot f'(x)$.

9. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$.

10. $(e^x)' = e^x$

11. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

12. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$

3 Предел.

Опр по Коши. $lim_{x \to x0} f(x) = A \Leftrightarrow \varepsilon > 0 \ \exists \delta : |x - x_0| < \delta$, то $|f(x) - A| < \varepsilon \ (f(x_0) = A)$.
Свойства:

1. $lim_{x \to x0}(f(x) \pm g(x)) = lim_{x \to x0} f(x) \pm lim_{x \to x0} g(x)$.

2. $lim_{x \to x0}(f(x) \cdot g(x)) = lim_{x \to x0} f(x) \cdot lim_{x \to x0} g(x)$.

3. $lim_{x \to a} f(x) = A$, $lim_{y \to A} = B \Rightarrow lim_{x \to a} g(f(x)) = B$.

4. Правило Лапиталя.
   $lim_{x \to x0} f(x) = 0$, $lim_{x \to x0} g(x) = 0 \Rightarrow lim_{x \to x0} \frac{f(x)}{g(x)} = lim_{x \to x0} \frac{f'(x)}{g'(x)}$.

$lim_{x \to 0} \frac{sin(x)}{x} = 1$.