1 Механика.

Механическое движение — изменение пространственного положения тела относительно других тел с течением времени.
При **поступательном движении** прямая проведенная через любые две точки внутри тела остается параллельна сама себе.
При **вращательном движении** каждая точка тела вращается по своей окружности, центры этих окружностей лежат на одной прямой, прямая называется осью вращения.
Любое движение — сумма этих двух движений.
Колебательное движение — движение, повторяющееся с той или иной точностью во времени.

1.1 Кинематика.

Кинематика — раздел механики, изучающий способы описания движения и связь величин характеризующих это движение.
Для описания движения нужны:

- Система отсчета.
- Тело отсчета.
- Система координат.
- Часы.

Способы анализа:

- Табличный.
- Графический.
- Аналитический.

1.1.1 Равномерное прямолинейное движение.

Равномерное прямолинейное движение — за любые равные промежутки времени тело проходит одинаковые участки пути, траектория при этом прямая линия.
Траектория — кривая, по которой движется тело.
Путь — длинна траектории.
Перемещение — вектор из начальной точки в конечную.
Расстояние — модуль перемещения.
Скорость — физическая векторная величина, характеризующая быстроту изменения положения тела в пространстве. $V = \frac{S}{t}$.
Формула изменения координаты — $x = x_0 + V_x \cdot t$.
Формулы.

Величина	**РПД**	**РУД**
Скорость	$V = \frac{S}{t}$	$V_x = V_{0x} + at$
Расстояние	$S = V \cdot t$	$S = V_{0x}t + \frac{at^2}{2}$
Координата	$x = x_0 + V_{0x}t$	$x = x_0 + V_{0x}t + \frac{at^2}{2}$

Золотая формула механики. $S = \frac{V_к^2 - V_0^2}{2a}$.

1.1.2 Движение под углом горизонта.

Тело брошено с высоты h под углом α со скоростью V_0.

1. $V_x = V_0 \cos\alpha$

2. $x = V_0 \cos\alpha t$
3. $V_y = V_0 \sin\alpha - gt$
4. $y = h_0 + V_0 \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2}$

I. Траектория.

$$t = \frac{x}{V_0 \cos\alpha}.$$
$$y = h_0 + V_0 \sin\alpha \frac{x}{V_0\cos\alpha} - \frac{g}{2} \cdot \frac{x^2}{V_0^2 \cos^2\alpha}.$$
$$y = h_0 + x \operatorname{tg}\alpha - \frac{gx^2}{2V_0^2 \cos^2\alpha}.$$

II. H_{max}: $V_y = 0$.

$$0 = V_0 \sin\alpha - gt_{\text{падения}}.$$
$$t_{\text{падения}} = \frac{V_0 \sin\alpha}{g}.$$
$$H_{max} = h_0 + V_0 \sin\alpha \cdot \frac{V_0 \sin\alpha}{g} - \frac{g}{2} \cdot \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{g^2}.$$
$$H_{max} = h_0 + \frac{V_0^2 \sin^2\alpha}{2g}.$$

III. $t_{\text{полета}}$: $y = 0$.

$$0 = h_0 + V_0 \sin\alpha t_{\text{полета}} - \frac{gt^2_{\text{полета}}}{2}.$$
$$\frac{gt^2_{\text{полета}}}{2} - V_0 \sin\alpha t_{\text{полета}} - h_0 = 0.$$
$$t_{\text{полета}} = \frac{V_0 \sin\alpha + \sqrt{V_0^2 \sin^2\alpha + 2gh_0}}{g}.$$

IV. Дальность полета: L.

$$L = x(t_{\text{полета}}) = V_0 \cos\alpha t_{\text{полета}}.$$
$$L = \frac{V_0^2 \sin 2\alpha}{g}.$$

V. Конечная скорость.

$$V_{\text{у к}} = V_0 \sin\alpha - gt_{\text{полета}} = V_0 \sin\alpha - g \cdot \frac{V_0 \sin\alpha}{g} - g \cdot \frac{\sqrt{V_0^2 \sin^2\alpha + 2gh_0}}{g}.$$
$$V_{\text{х к}} = V_0 \cos\alpha.$$
$$V_{\text{у к}} = -\sqrt{V_0^2 \sin^2\alpha + 2gh_0}.$$
$$V_{\text{к}} = \sqrt{V^2_{\text{х к}} + V^2_{\text{у к}}} = \sqrt{V_0^2 \cos^2\alpha + V_0^2 \sin^2\alpha + 2gh_0}.$$
$$V_{\text{к}} = \sqrt{V_0^2 + 2gh_0}.$$

VI. Угол падения (β).

$$\cos\beta = \frac{V_x}{V_{\text{к}}} = \frac{V_0 \cos\alpha}{\sqrt{2gh_0 + V_0^2}}.$$

1.1.3 Векторный подход к задачам с броском под углом горизонта (баллистическим задачам).

Тело брошено под углом α со скоростью V_0.
$\vec{V} = \vec{V_0} + gt$.
$\vec{r} = \vec{V_0} + \frac{\vec{g}t^2}{2}$.

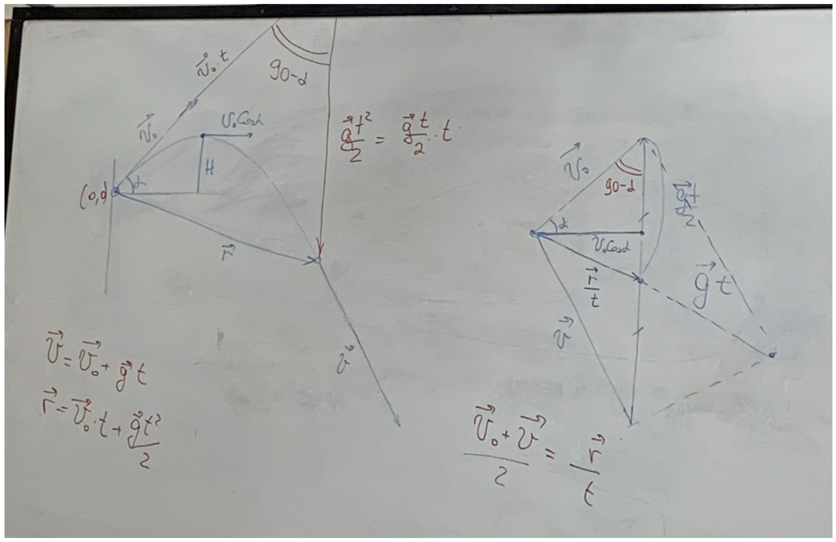

Рис. 1: Треугольник скоростей и путей.

$S_{\triangle V} = \frac{V_0 \cdot \cos\alpha \cdot gt}{2} = \frac{V \cdot V_0 \cdot \sin(\alpha+\beta)}{2}$.

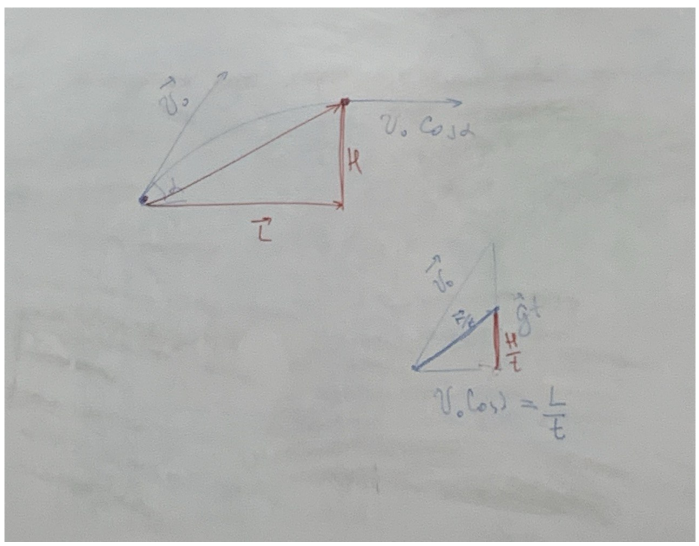

Рис. 2: Треугольник скоростей 2.

1.1.4 Движение по окружности.

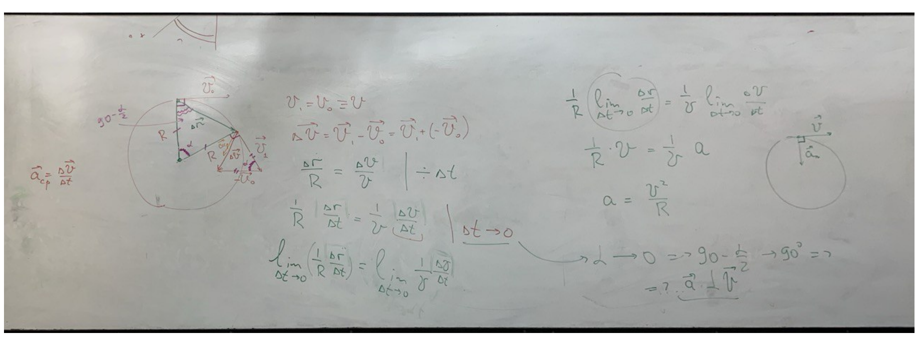

Рис. 3: Движение по окружности.

ω — угловая скорость. $\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$.
Период — время, за которое тело проходит полный оборот по окружности. $T = \frac{2\pi R}{V} = \frac{2\pi}{\omega}$.

Формула связи линейной скорости с угловой. $V = \omega R$.
Частота — количество оборотов в секунду. $\nu = \frac{1}{T}$. $[\nu] =$ Гц.
$\beta = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = const$.
$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{\omega(t) - \omega_0}{t - t_0}$.
$\omega(t) = \omega_0 + \beta t$.
$\varphi = \varphi_0 \pm \omega_0 t \pm \frac{\beta t^2}{2}$.
$a_\tau = \beta R$.

1.1.5 Относительность движение. Преобразование Галилея.

Принцип относительности классической механики — во всех инерциальных системах отсчета механические явления протекают одинаково.
$\vec{V_{\text{абс}}} = \vec{V_{\text{относ}}} + \vec{V_{\text{пер}}}$

1.2 Динамика.

Отвечает на вопрос, почему тело движется именно так.
$\vec{F}$, $[F] =$ Н.
Инерция — способность тела сохранять скорость при отсутствие внешнего воздействия.
Три закона Ньютона:

1. Существуют инерциальные системы отсчета (ИСО). ИСО — те системы отсчета, в которых если на тело не действуют силы или их действие скомпенсировано, то тело движется равномерно и прямолинейно или покоится.

2. $\sum \vec{F} = m\vec{a}$.
   Инертность — свойство тела, которое заключается в том, что для изменения скорости тела необходимо время.

3. При взаимодействие двух тел возникает две силы. Эти две силы приложены к двум разным телам, равным по модулю, противоположны по направлению, лежат на одной прямой, имеют одну природу (гравитационная, электромагнитная, сильная, слабая).

Ограничения на законы: работают только для скоростей много меньших скоростей света, в инерциальных системах счисления и масса не нулевая.
Полезная информация:

1. Тело стоит на платформе, платформа движется вверх с ускорением $\vec{a}$, у тела масса m, то $P = m \cdot (g + a)$.

2. Тело стоит на платформе, платформа движется вниз с ускорением $\vec{a}$, у тела масса m, то $P = m \cdot (g - a)$.

1.2.1 Сила трения.

Сила трения имеет электро-магнитную природу. Направленна вдоль поверхности противодействующих поверхностей, против относительной скорости взаимодействия двух тел.
$F_{\text{тр}} = N\mu$; μ — коэффициент трения.
Не существует силы вязкого трения покоя.

1.2.2 Сила упругости.

Сила упругости — сила электромагнитной природы, возникающая при деформации, направленная против деформации.
$F_{\text{упр}} = -k\Delta x$.
Виды деформаций:

- Упругие (обратимая деформация):
  1. Растяжение-сжатие
  2. Сдвиг
  3. Изгиб
  4. Кручение
- Пластическая (необратимая деформация).

Механическое напряжение. $\sigma = \frac{F}{S} = \varepsilon \cdot \frac{kl_0}{S} = E \cdot |\varepsilon|$. $[\sigma] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \text{Па}$.
Модуль Юнга. $E = \frac{kl_0}{S}$. $[E] = \text{Па}$.

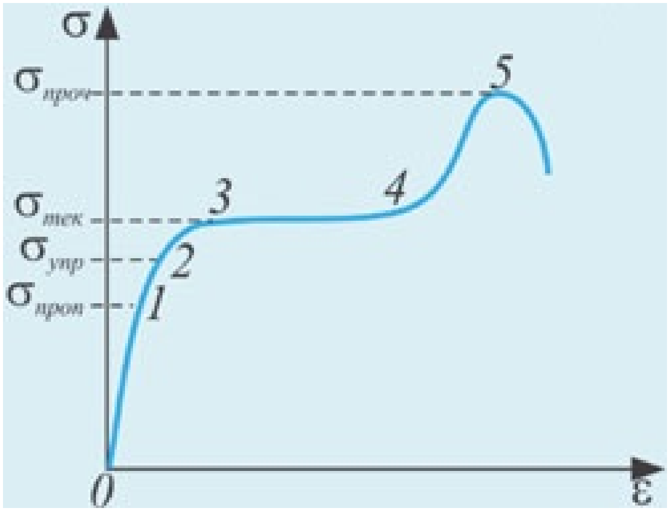

Рис. 4: Диаграмма растяжения

Коэффициент жесткости.

- Параллельное соединение.
  $k = \frac{ES}{l_0} = \frac{E(\sum_{i=0} S_i)}{l_0} = \sum_{i=0} k_i$.
- Последовательное соединение.
  $\frac{1}{k} = \frac{l_0}{ES} = \frac{\sum_{i=0} l_{0i}}{ES} = \sum_{i=0} \frac{1}{k_i}$.

1.2.3 Гравитация.

Исаак Ньютон (1643 – 1727 г.). Учился в Кэмбридже. Когда он был на 4 курсе, произошла эпидемия чумы и он получил бакалавриат без защиты диплома.
Законы Кеплера (1609 – 1619):

1. Все планеты движутся по эллипсам, в одном из фокусов которых находится Солнце.
2. Радиус-вектор планеты за одинаковые промежутки времени заметает равные площади.

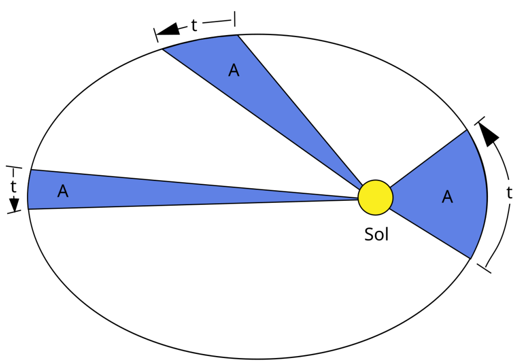

Рис. 5: Второй закон Кеплера.

3. $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{b_1^3}{b_2^3} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$.

Закон всемирного тяготения (1666 г.). $F \sim \frac{m_1 m_2}{R^2}$. $F_{\text{грав}} = \frac{GM_1 M_2}{R^2}$.
Границы применения:

- Точечные тела.

- Сферические тела, плотность которых зависит только от расстояний до их центров.

Гравитационная масса — масса, входящая в закон всемирного тяготения.
Инертная масса — масса, входящая во второй закон Ньютона.
Могло быть такое, что они не равны. То, что они равны, стечение обстоятельств в нашей вселенной.
Опыт Кавендиша.

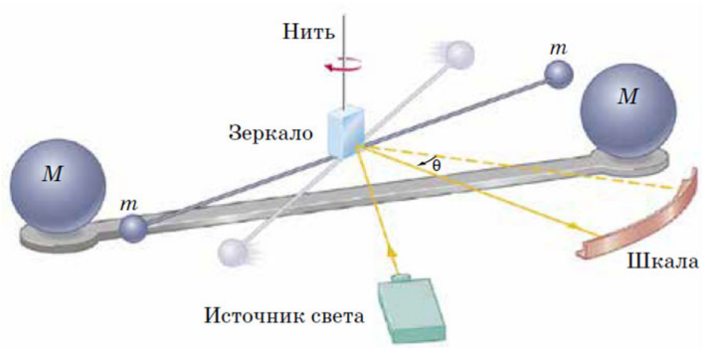

Рис. 6: Опыт Кавендиша*.

На самом деле он увеличил точность не с помощью зеркала, а с помощью шкалы Нониуса.
$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}$.
Но на самом деле он хотел найти $\rho_{\text{земли}} = 5437 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. Это очень близко, тк на данный момент принято, что $\rho_{\text{земли}} = 5515 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Ускорение свободного падения. $F = G\frac{Mm}{R^2} \to G\frac{M}{R^2} = g = 9.8$.

Первая космическая скорость. Это минимальная (для данной высоты над поверхностью планеты) горизонтальная скорость, которую необходимо придать объекту, чтобы он совершал движение по круговой орбите вокруг планеты.
$F_{\text{грав}} = \frac{GMm}{R^2}$; $F_{\text{норм}} = \frac{mv^2}{R}$.
$\frac{GMm}{R^2} = \frac{mv^2}{R}$.
$v = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \sqrt{\frac{(6.674\cdot10^{-11})\cdot(5.972\cdot10^{24})}{6.371\cdot10^6}} \approx 7.91 \cdot 10^3 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Что видит лунный человечек. Он всегда вдит землю в одной и той же точке на небе, так как луна вращается вокруг своей оси с такой же скоростью, с какой вращается вокруг земли. Это явление называется "Приливный захват".

Открытие Нептуна. В 19 веке ученые заметили, что орбита Урана отклоняется от расчетной, что указывало на влияние неизвестной планеты. Французский математик Урбен Леверье в 1846 году предсказал расположение Нептуна, рассчитав его орбиту на основе этих отклонений. Немецкий астроном Иоганн Галле с помощью телескопа обнаружил Нептун в указанном месте. Нептун стал первой планетой, открытой с помощью математических расчетов, а не прямых наблюдений.

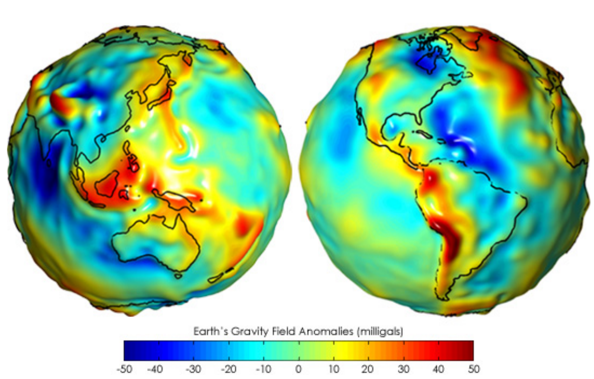

Рис. 7: Геоид с увеличенными искажениями и с раскраской, соответствующей гравитационным аномалиям (одна и та же гиря, взвешенная на одних и тех же пружинных весах, будет в «красных местах» тяжелее, а в «синих местах» — легче).

1.2.4 Не инерциальные системы отсчета.

Сила инерции. $\vec{F_{\text{и}}} = -m \cdot \vec{a_{\text{пер}}}$. Для нее нет пары, тк на самом деле этой силы не существует.

1.3 Законы сохранения.

1.3.1 Закон сохранения импульса.

Импульс. $p = m \cdot V; [p] = \frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{с}}$.
Второй закон Ньютона в импульсной форме. $\vec{F}\Delta t = \Delta\vec{p} \to \vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$.

Закон изменения импульса системы. $\Delta\vec{p_{\text{сис}}} = \vec{F_{\text{внеш}}} \cdot \Delta t$.

Закон сохранения импульса. Если на систему не действуют внешние силы или их действие скомпенсированно, то импульс системы сохраняется.

1.4 Реактивное движение.

$[\mu] = \frac{\text{кг}}{\text{с}}$ — скорость расхода топлива, $\vec{u}$ — скорость топлива в системе отсчета ракеты.
ЗСИ: $M\vec{V} = (M - \mu\Delta t)(\vec{V} + \Delta\vec{V}) + \mu\Delta t(\vec{V} + \vec{u})$.
$0 = M\Delta\vec{V} - \mu\Delta t\Delta\vec{V} + \mu\vec{u}\Delta t$.
$M\Delta\vec{V} = -\mu\vec{u}\Delta t$.
$M\frac{\Delta\vec{V}}{\Delta t} = -\mu\vec{u}$.
$M\vec{a} = -\mu\vec{u} = \vec{F_p}$.
$\vec{F_p} = -\mu\vec{u}$ — уравнение Мещерского.

1.5 Механическая работа.

Механическая работа. $A = Fl \cdot \cos\alpha = (\vec{F}, \vec{l})$. α — угол между силой и вектором перемещения. $[A] =$ Дж.
Мощность. $P = \frac{A}{t} = FV \cdot \cos\alpha = (\vec{F}, \vec{V})$. $[P] =$ Вт.
Работа силы упругости. $A = -\Delta E_{\text{п}} = -\frac{k(\Delta x)^2}{2}$.

1.6 Механическая энергия.

Кинетическая энергия. $E_{\text{к}} = \frac{m \cdot V^2}{2}$. $A = \Delta E_{\text{к}}$.
Потенциальная энергия. $E_{\text{п}} = mgh$. $A_{mg} = -\Delta E_{\text{п}}$.
Силы, работа которых зависит от начального и конечного положения и не зависит от пройденого пути называется **консервативными**.
Закон сохранения энергии. $\frac{m \cdot V^2}{2} + mgh = const$. В замкнутой системе, в которой отсутствуют не консервативные силы, энергия сохраняется. Если внешние силы действуют, то изменение механической энергии равно работе внешних сил.

1.7 Потенциальная энергия силы тяготения.

$E_{\text{п}} = \frac{GM_1M_2}{R}$

1.8 Статика абсолютно упругого тела.

Условия покоя абсолютно упругого тела:

1. $\sum\vec{F} = 0$
2. **Плечо** — кратчайшее расстояние от оси вращения тела до линии действия силы.
   Момент силы — произведение силы на плечо. $M\text{Нм} = F\text{Н} \cdot d\text{м}$.
   Сумма всех моментов с учетом знака равна 0 $\Leftrightarrow$ сумма всех моментов, которые вращают по часовой стрелке, равна сумме всех моментов, вращающих по часовой стрелке.

Формула координаты центра масс. $x_c = \frac{\sum\limits_i m_i x_i}{m} = \frac{\sum\limits_i m_i x_i}{\sum\limits_i m_i}$. $y_c = \frac{\sum\limits_i m_i y_i}{m} = \frac{\sum\limits_i m_i y_i}{\sum\limits_i m_i}$. $z_c = \frac{\sum\limits_i m_i z_i}{m} = \frac{\sum\limits_i m_i z_i}{\sum\limits_i m_i}$. $\vec{r_c} = \frac{\sum\limits_i m_i \vec{r_i}}{m} = \frac{\sum\limits_i m_i \vec{r_i}}{\sum\limits_i m_i}$.

Виды равновесий.

- Устойчивое — положение равновесия, при выводе из которого возникает "возвращающая"сила, которая возвращает его в изначальное положение. Равнодействующая сила возвращает.
- Неустойчивое — положение равновесия, при выводе из которого тело не возвращается в изначальное положение. Равнодействующая сила не возвращает.
- Безразличное — равнодействующая сила равна 0.

КПД. $\eta = \frac{A_{\text{пол}}}{A_{\text{зат}}} \cdot 100\%$.

Теорема о движении центра масс. Центр масс тела движется таким образом, как будто он точка массой $m_{\text{общ}}$ и все силы приложены к этой точке.

$\frac{\Delta(\Delta m_i \vec{V}_i)}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}_i}{\Delta t} = \sum\limits_{i+k} \vec{F}_{ik} + \sum\limits_i \vec{F}_{\text{внеш}}$

$\frac{\sum\limits_i \Delta \Delta m_i \vec{V}_i}{\Delta t} = \vec{F}_{\text{внеш}}$

$\frac{\Delta \sum\limits_i \Delta m_i \vec{V}_i}{\Delta t} = \vec{F}_{\text{внеш}}$

$r'_c = V_c = \frac{\sum\limits_i \Delta m_i V_i}{m}$

$\Delta \frac{m\vec{V}_c}{\Delta t} = \vec{F}_{\text{внеш}}$

$m\vec{a}_c = \vec{F}_{\text{внеш}}$

$\Rightarrow$ Если внешних сил не действует, то центр масс покоится, если покоился, или движется по инерции, если двигался по инерции.

1.9 Основное уравнение динамики вращательного движения.

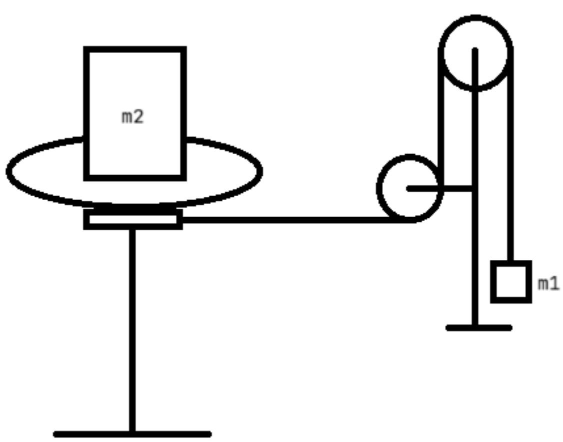

Рис. 8: Опыт уравнение вращательного движения.

Угловое ускорение β пропорционально моменту сил M.

Момент инерции. $I\beta = \sum M$. Для точечного тела $I = mR^2$, для других тел находится интегрированием. $[I] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$.

1.10 Энергия вращательного движения тела.

$E = \sum\limits_i \frac{m_i V_i^2}{2} = \sum\limits_i \frac{m_i (\omega \cdot r_i)^2}{2} = \frac{\omega^2}{2} \sum\limits_i m_i r_i^2 = \frac{I\omega^2}{2}$