

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

НОВОСИБИРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Курсовой проект по дисциплине:**

**«МЕХАНИКА»**

**Проектирование механической модели катапульты**

Факультет: Институт интеллектуальной робототехники

Группа: 21932

Студенты:	Оценка
Грищенко Александр Михайлович	
Солопов Илья Русланович	
Софронов Егор Дмитриевич	

Преподаватель: Сахнов А.Ю.

НОВОСИБИРСК  
2022

## **1. Задание на курсовую работу**

По заданию к курсовому проекту по предмету “Механика” необходимо было создать, рассчитать и протестировать механическую модель катапульты, удовлетворяющую следующим критериям:

1. Способность метать снаряд любой выбранной массы и формы на расстояние от 50 до 80 см и отклонением от центральной оси не более 30 градусов;
2. Способность модели находиться во взведённом состоянии без приложения посторонних сил (без помощи человека);
3. Наличие механического спуска;
4. Целостность и устойчивость конструкции в течение трёх попыток метания.

## 2. Эскиз модели.

Для создания 3D-модели разработанной нами катапульты была использована система автоматизированного проектирования FreeCAD. На рисунках 1 и 2 представлены эскизы модели в разных проекция.

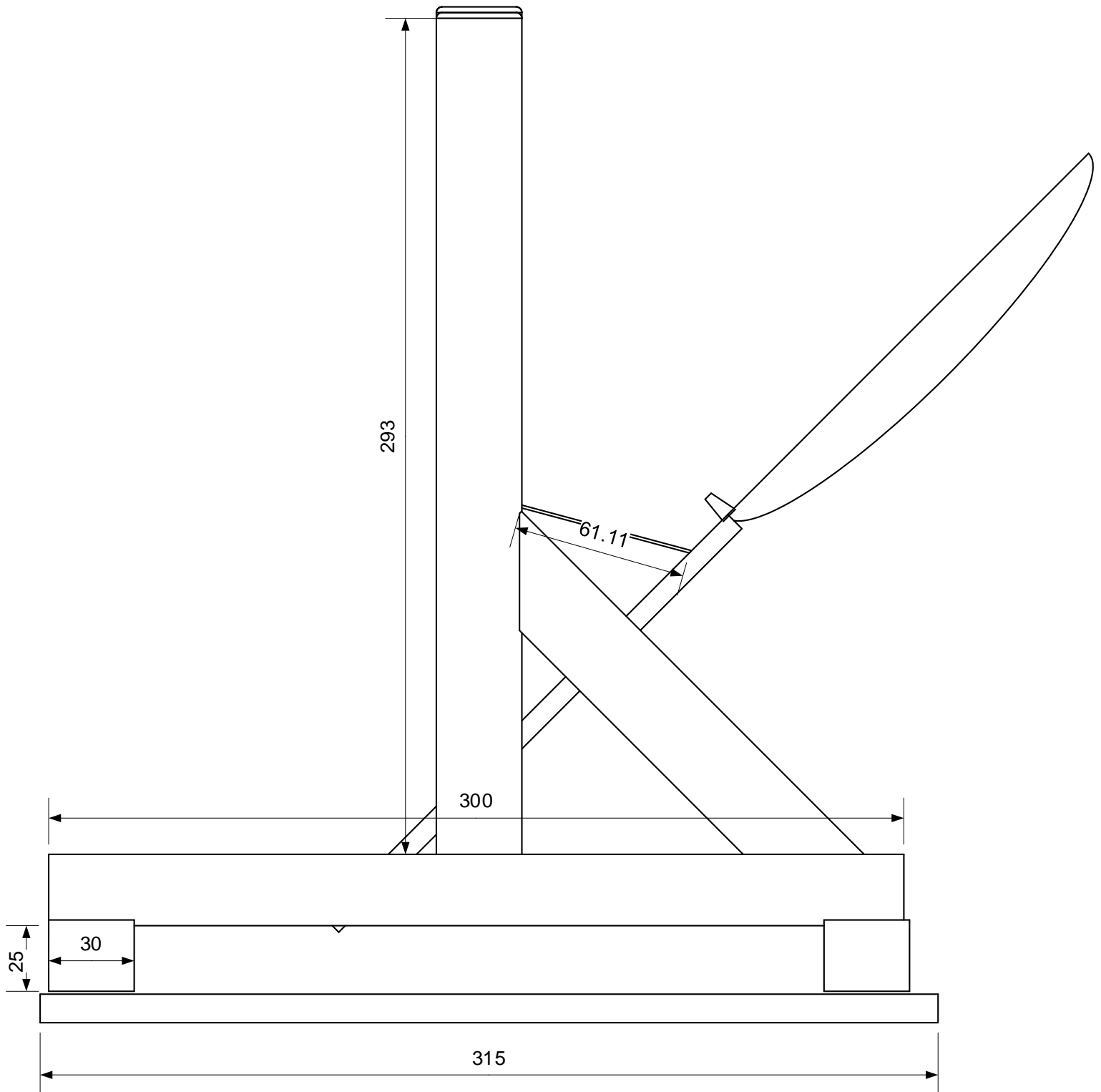


Рисунок 1 – Эскиз, вид сбоку

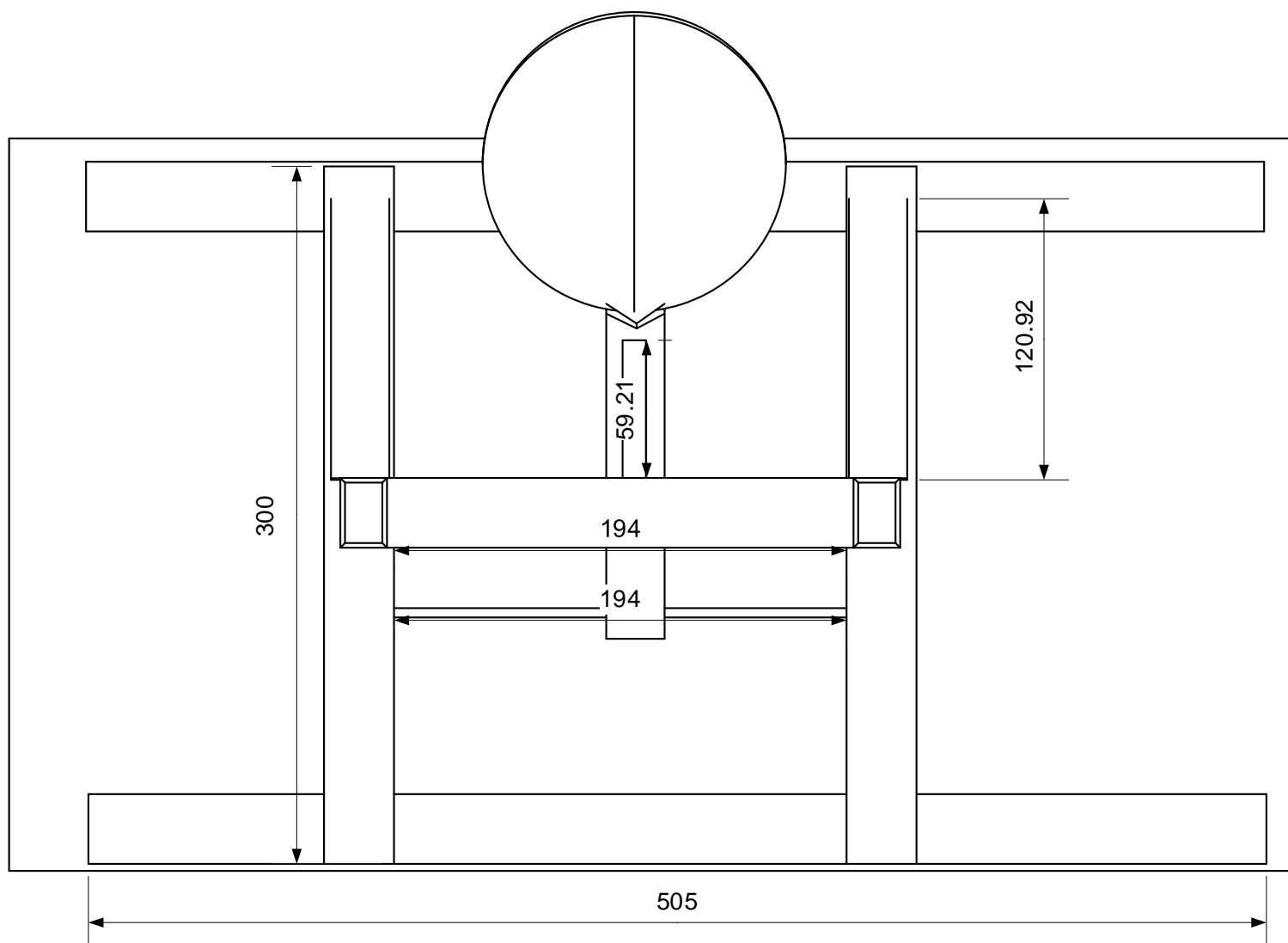


Рисунок 2 – Эскиз, вид сверху

### 3. Экспериментальное определение коэффициента жёсткости пружины (резинки)

Для определения коэффициента упругости резинки, используемой в нашей механической модели, был проведен эксперимент с подвешиванием груза. Для точности вычислений было использовано 3 грузила различной массы. Результаты приведены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты эксперимента по вычислению коэффициента жёсткости

Номер опыта	Масса груза, кг	Длина резинки		Деформация, м	Коэффициент упругости, Н/м	Средний коэффициент упругости, Н/м
		Начальная, м	Конечная, м			
1	2,1	0,09	0,13	0,04	514,5	432,83
2	3	0,09	0,19	0,1	294	
3	1	0,09	0,11	0,02	490	

#### 4. Динамический анализ механической модели (Расчёт разгона снаряда)

Ниже приведены исходные данные, необходимые для динамического анализа:

$k = 432,83$  Н/м – коэффициент упругости резинки;

$M = 0,06$  кг – масса ложки;

$m = 0,04504$  кг – масса снаряда;

$h_2 = 0,2$  м – высота ложки в момент удара;

$h_1 = 0,14$  м – высота ложки в заряженном состоянии;

$\Delta x = 0,05$  м – удлинение резинки.

Потенциальная энергия резинки тратится на поднятие ложки и снаряда, на придание скорости снаряду, а также на удар ложки о стенку катапульты.

$$\frac{k\Delta x^2}{2} = \frac{(2M+m)v_0^2}{2} + (M+m)g(h_2 - h_1).$$

После умножения обеих частей уравнения на 2 получим:

$$k\Delta x^2 = (2M+m)v_0^2 + 2(M+m)g(h_2 - h_1).$$

Из получившегося уравнения выразим скорость снаряда в момент его отрыва от ложки:

$$v_0 = \sqrt{\frac{k\Delta x^2 - 2(M+m)g(h_2 - h_1)}{2M+m}}.$$

Подставив исходные данные в получившуюся формулу, найдем значение скорости.

$$v_0 = \sqrt{\frac{432,83 \times 0,05^2 - 2 \times (0,06 + 0,04504) \times 9,8(0,2 - 0,14)}{(2 \times 0,06 + 0,04504)}} = 2,41 \text{ м/с}$$

## 5. Кинематический анализ механической модели (Расчёт траектории полёта снаряда)

Ниже приведены исходные данные, необходимые для кинематического анализа:

$h_2 = 0,2$  м – высота ложки в момент удара;

$v_0 = 2,41$  м/с – скорость снаряда в момент отрыва;

$\varphi = 60^\circ$  – угол вылета снаряда.

Рассмотрим зависимости проекции пройденного расстояния от времени по осям  $x$  и  $y$  соответственно:

$$S_x(t) = v_0 \cos(\varphi) t = 2,41 \times \frac{1}{2} t = 1,205 t;$$

$$S_y(t) = h_2 + v_0 \sin(\varphi) t - \frac{gt^2}{2} = 0,2 + 2,41 \times \frac{\sqrt{3}}{2} t - \frac{9,8t^2}{2} = 0,2 + 2,087 t - 4,9 t^2.$$

Из уравнений движения по осям  $x$  и  $y$  выведем зависимость  $y$  от  $x$  – это и будет траекторией полёта снаряда.

$$\begin{aligned} S_y(S_x) &= h_2 + S_x \tan(\varphi) - \frac{g S_x^2}{2 v_0^2 \cos^2(\varphi)} = 0,2 + \sqrt{3} S_x - \frac{9,8 \times S_x^2}{2 \times 2,41^2 \times \frac{1}{4}} = \\ &= 0,2 + 1,73 \times S_x - 3,375 \times S_x^2 \end{aligned}$$

На рисунке 3 представлен график траектории полёта снаряда.

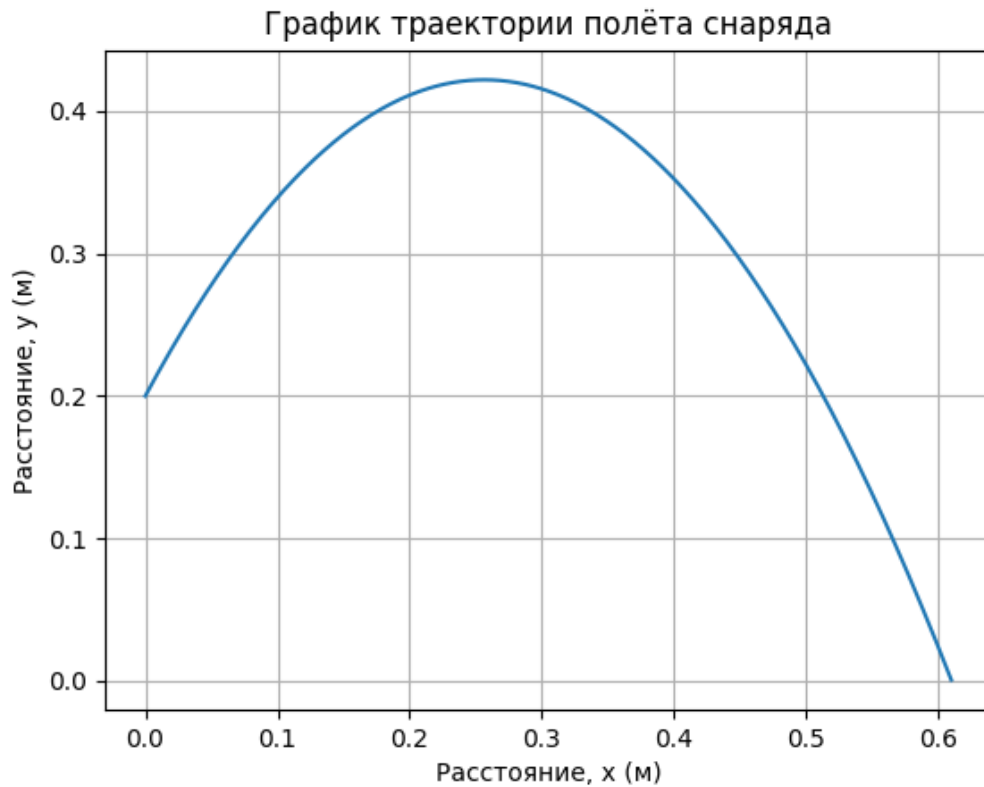


Рисунок 3 – График траектории полёта снаряда

Чтобы определить конечное расстояние, которое пролетел снаряд массы  $m = 0,04504$  кг от момента отрыва от ложки до касания горизонтальной плоскости, необходимо решить уравнение траектории относительно  $S_x$ :

$$S_y(S_x) = 0,2 + 1,73 \times S_x - 3,375 \times S_x^2 = 0.$$

Положительный корень  $S_x = 0,61$  и будет искомым расстоянием.



## **6. Обоснование устойчивости механической модели (Определение центра тяжести)**

Для определения центра тяжести фигуры существует несколько способов. При работе с нашей механической моделью мы использовали два метода: аналитический и практический.

### **Результаты определения центра тяжести методом разбиения**

Фигура была помещена в декартову систему координат с началом в точке 0 и разбита на несколько простых прямоугольников. Их площади равны:

$$A_1 = x_1 \times y_1 = 0,3 \times 0,02 = 0,006;$$

$$A_2 = x_2 \times y_2 = 0,03 \times 0,02 = 0,0006;$$

$$A_3 = x_3 \times y_3 = 0,03 \times 0,02 = 0,0006;$$

$$A_4 = x_4 \times y_4 = 0,3 \times 0,02 = 0,006;$$

$$A_5 = x_5 \times y_5 = 0,3 \times 0,003 = 0,0009;$$

$$A_6 = 2 \times S_{\text{тр}} + S_{\text{пр}} = 2 \times (0,5 \times 0,03 \times 0,03) + (0,15 \times 0,03) = 0,0054;$$

$$A_7 = x_7 \times y_7 = 0,3 \times 0,006 = 0,0018.$$

Так как все фигуры являются прямоугольниками, то по следствию из теоремы о центре тяжести, их центры тяжести лежат в их геометрических центрах.

Тогда координаты этих центров равны:

$$A_1: X_1 = 0,15;$$

$$Y_1 = 0,01.$$

$$A_2: X_2 = 0,015;$$

$$Y_2 = 0,02 + 0,01 = 0,03.$$

$$A_3: X_3 = 0,3 - 0,0015 = 0,2985;$$

$$Y_3 = 0,03.$$

$$A_4: X_4 = 0,15;$$

$$Y_4 = 0,01 + 0,04 = 0,05.$$

$$A_5: X_5 = 0,015 + 0,115 = 0,13;$$

$$Y_5 = 0,06 + 0,15 = 0,21.$$

$$A_6: X_6 = 0,13 + 0,015 + 0,1 \times \cos(43^\circ) = 0,218;$$

$$Y_6 = 0,06 + (0,15 + 0,075) \times \sin(51^\circ) = 0,129.$$

$$A_7: X_7 = 0,075 + 0,15 \times \cos(46^\circ) = 0,175;$$

$$Y_7 = 0,06 - 0,2 + 0,15 \times \sin(43^\circ) = 0,15.$$

Координаты общего центра тяжести фигуры:

$$X_C = \frac{A_1 \times X_1 + A_2 \times X_2 + A_3 \times X_3 + A_4 \times X_4 + A_5 \times X_5 + A_6 \times X_6 + A_7 \times X_7}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7} = 0,157;$$

$$Y_C = \frac{A_1 \times Y_1 + A_2 \times Y_2 + A_3 \times Y_3 + A_4 \times Y_4 + A_5 \times Y_5 + A_6 \times Y_6 + A_7 \times Y_7}{A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7} = 0,107.$$

### **Результаты определения центра тяжести методом подвешивания**

В вырезанной из бумаги фигуре нашей модели было проделано 2 отверстия, через которые была пропущена нитка с грузиком. Отметив линии, через которые проходила нить, мы получили точку их пересечения. Если поместить нашу фигуру в декартову систему координат с началом в точке 0, то координаты центра  $X_C$ ,  $Y_C$  будут равны соответственно 0,149 и 0,115. На рисунке 4 представлен эскиз модели с результатами определений центров тяжести. Красная линия соответствует линии действия силы тяжести при первом подвешивании, а синяя при втором. Чёрная точка – центр тяжести, полученный методом разбиений.

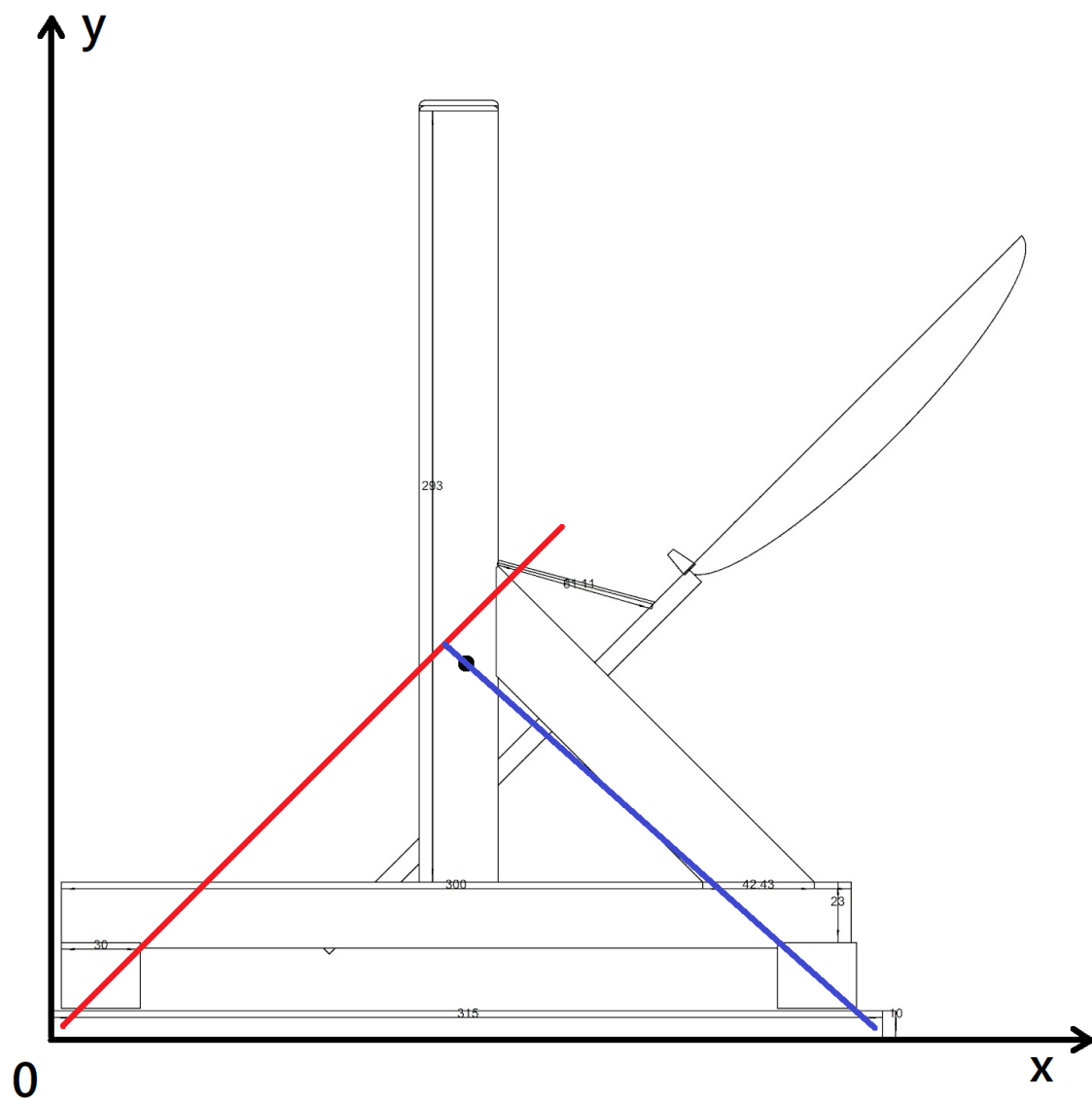


Рисунок 4 – Результаты определений центров тяжести

Значения координат центра тяжести, полученные разными методами, отличаются на 5,1% по оси X и на 6,96% по оси Y.

**7. Деформационный анализ ключевых элементов конструкции (изгиб. кручение. растяжение-сжатие. оценка коэффициентов запаса прочности и избытка массы механической модели)**

Исходные данные, необходимые для деформационного анализа:

Модуль Юнга для бамбука  $E = 19,6 \text{ ГПа} = 1,96 \cdot 10^{10} \text{ Па}$

Длина ложки  $L = 0,3 \text{ м}$

Высота ложки  $H = 0,006 \text{ м}$

Ширина ложки  $B = 0,025 \text{ м}$

Расстояние от рассматриваемого волокна до нейтральной линии  $\xi = \frac{H}{2} = 0,003 \text{ м}$

Радиус кривизны нейтральной линии  $R = \frac{L}{2} = 0,15 \text{ м}$

Необходимо найти силу  $F$ , при которой ложка сломается.

Закон Гука для вычисления напряжения  $\sigma = E\varepsilon$ , где  $\varepsilon = \frac{\xi}{R}$  – это деформация. Тогда  $\sigma = E \frac{\xi}{R}$ .

Изгибающий момент  $M = \int_A \sigma \xi dA = \frac{E}{R} \int_A \xi^2 dA$ , где  $dA$  – элемент площади рассматриваемого поперечного сечения. Так как  $dA = Bd\xi$ , то  $M = \frac{EB}{R} \int_0^H \xi^2 d\xi = \frac{EB}{R} \times \frac{H^3}{3}$ . Подставив значения в формулу, получаем  $M = 235,2 \text{ Н} \times \text{м}$ .

Формула момента силы  $M = FL \Rightarrow F = \frac{M}{L} = 784 \text{ Н}$ .

Для того, чтоб ложка сломалась, необходимо к ней приложить силу большую, чем  $F = 784 \text{ Н}$ .

## 8. Сравнение фактических параметров механической модели с расчётными параметрами.

### Сравнение значений расстояния полёта снаряда

Для определения фактического расстояния полёта снаряда нашей механической модели был проведен эксперимент с запуском груза. Для точности вычислений было произведено 3 выстрела. Результаты приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Результаты эксперимента по вычислению фактического расстояния

Номер опыта	Расстояние, м	Среднее расстояние, м
1	0,67	0,67
2	0,65	
3	0,69	

Абсолютная разница между фактическим и полученным в пункте 5 расчётным расстоянием составила  $|0,67 - 0,61| = 0,06$  м. Относительная разница равна  $(1 - \frac{0,61}{0,67}) \times 100\% = 8,95\%$ .

### Сравнение значений координат центра тяжести

Значения координат центра тяжести, полученные экспериментальным методом, отличаются от расчётных значений на 5,1% по оси X и на 6,96% по оси Y. Абсолютная разница для абсциссы составила  $|0,157 - 0,149| = 0,008$  м, а для ординаты  $|0,107 - 0,115| = 0,008$  м.

## 9. Описание электронной модели механической системы

Электронная модель механической системы была разработана с помощью языка программирования Python. Она представляет собой приложение с простым интерфейсом: полем для ввода и двумя кнопками. Программа способна произвести динамический и кинематический (построение графика траектории) расчёты, основываясь на данных, введённых пользователем. На рисунке 5 представлен скриншот интерфейса приложения.

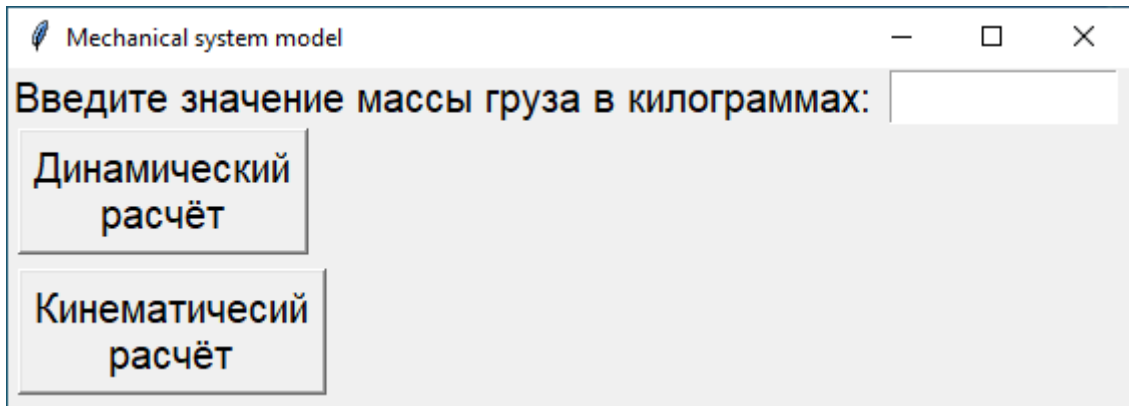


Рисунок 5 – Скриншот интерфейса приложения

Для успешного пользования электронной моделью пользователю необходимо ввести значение массы в килограммах в поле для ввода и нажать одну из кнопок, находящихся в левой части окна. При клике на кнопку “Динамический расчёт” в окне приложения появится рассчитанная начальная скорость тела заданной массы. На рисунке 6 представлен скриншот программы с результатами динамического расчёта.

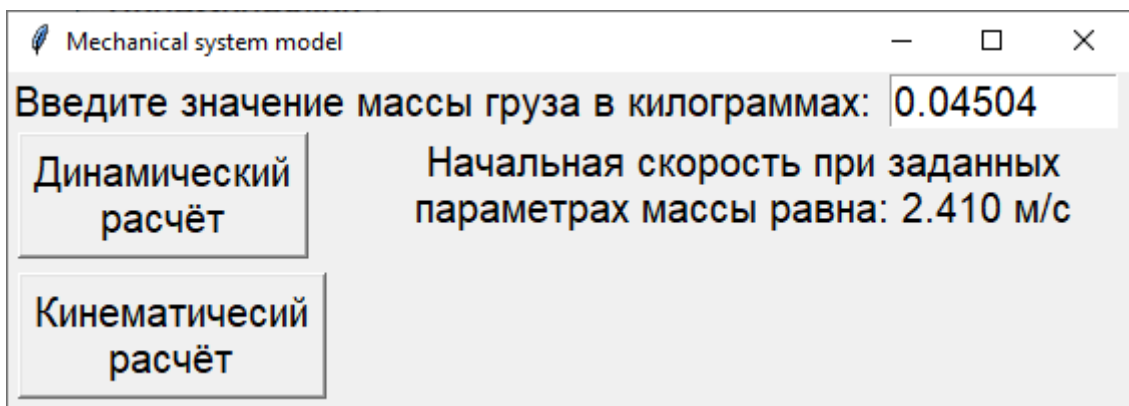


Рисунок 6 – Скриншот программы с результатами динамического расчёта

Нажатие на кнопку с надписью “Кинематический расчёт” приведет к открытию второго окна, в котором будет нарисован график траектории полёта снаряда заданной массы. На рисунке 7 представлен скриншот результатов кинематического расчёта.

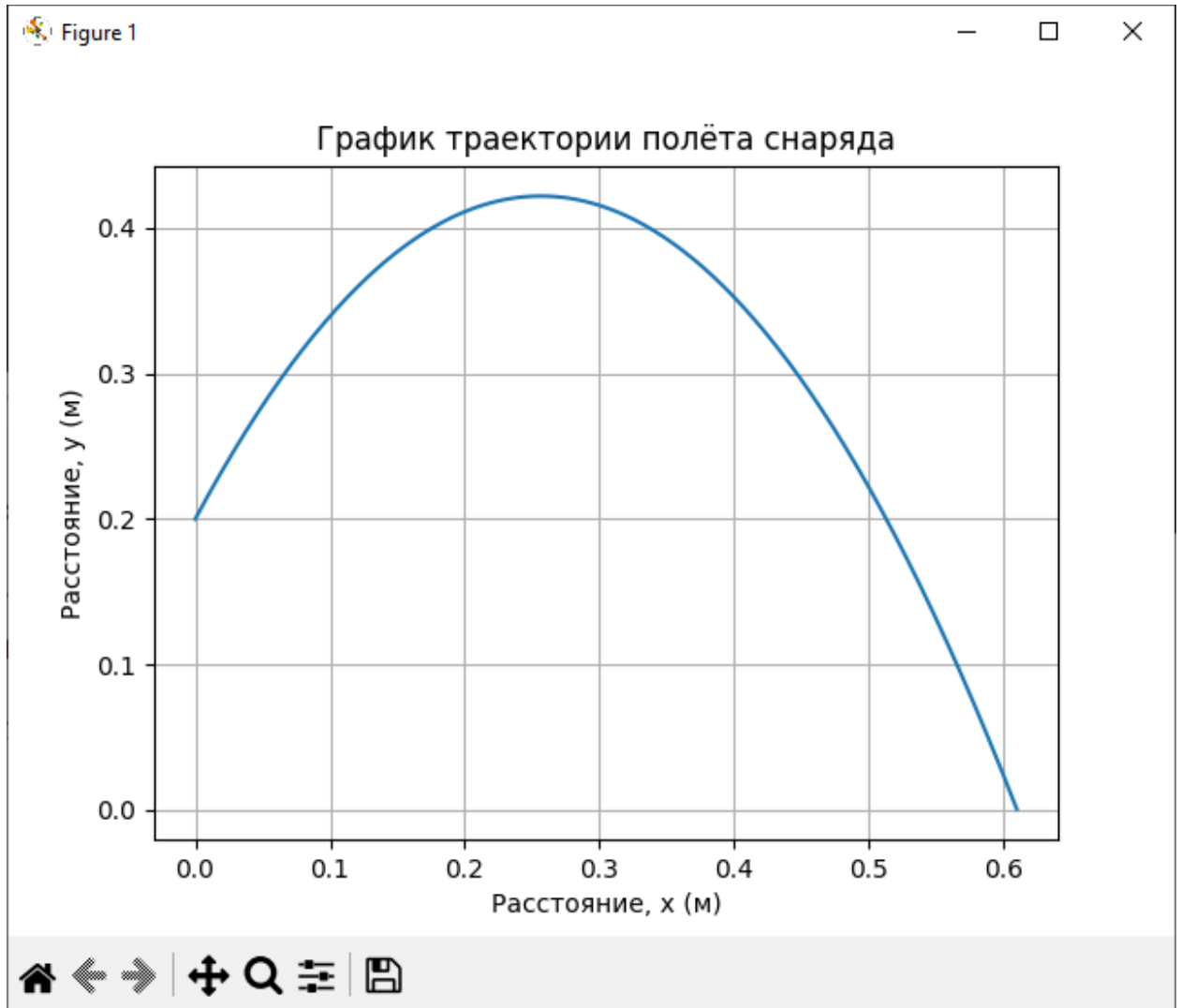


Рисунок 7 – Скриншот результатов кинематического расчёта

Ниже представлен код программы.

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from math import sqrt, cos, sin, pi

# определение констант
```

```
g = 9.80665
k = 432.83 # коэф. сжатия резинки
spoon_weight = 0.06
loaded_h = 0.14
shot_h = 0.2
delta_x = 0.05
angle = pi / 3 # в радианах
```

```
# изменяемые величины
```

```
starting_speed = 0
bullet_weight = 0
```

```
def dynamics():
    return sqrt((k * (delta_x ** 2) - 2 * (spoon_weight + bullet_weight) * g *
(shot_h - loaded_h)) /
                (2 * spoon_weight + bullet_weight))
```

```
def kinematics():
    time_interval = np.arange(0, 1, step=0.001)
```

```
def spaceX(t):
    return starting_speed * cos(angle) * t
```

```
def spaceY(t):
    return shot_h + starting_speed * sin(angle) * t - 0.5 * g * (t ** 2)
```

```
ys = list(map(spaceY, time_interval))
ys = [n for n in ys if n > 0]
```



```
xs = list(map(spaceX, time_interval))
xs = xs[:len(ys)]
plt.plot(xs, ys)
plt.title("График траектории полёта снаряда")
plt.xlabel('Расстояние, x (м)')
plt.ylabel('Расстояние, y (м)')
plt.show()
```

```
if __name__ == "__main__":
    from tkinter import *
    from tkinter import messagebox
```

```
def isValidWeight():
    if bullet_weight > 0.85:
        messagebox.showinfo("Ошибка", "Слишком большое значение
массы!")
        return False
    if bullet_weight <= 0:
        messagebox.showinfo("Ошибка", "Отрицательное или нулевое
значение массы!")
        return False
    return True
```

```
def updateData():
    if txt_inp.get() == "":
        messagebox.showinfo("Пустое поле", "Введите значение массы!")
        return False
```

```

global bullet_weight, starting_speed

try:
    bullet_weight = float(txt_inp.get())
except ValueError:
    bullet_weight = 0
    messagebox.showinfo("Ошибка", "Некорректное значение
массы!")

    return False
if not isValidWeight():
    return False
starting_speed = dynamics()
return True


def dyn_clicked():
    if updateData():
        lbl_speed.configure(
            text="Начальная скорость при заданных\ппараметрах массы
равна: {:.3f} м/с".format(starting_speed),
            state="active")


def kin_clicked():
    if updateData():
        kinematics()


def close():
    plt.ion()
    plt.close("all")

```

```
window.destroy()
```

```
plt.grid()
```

```
window = Tk()
```

```
window.title("Mechanical system model")
```

```
window.geometry("560x170")
```

```
lbl = Label(window, text="Введите значение массы груза в  
килограммах: ", font=("Arial Bold", 15))
```

```
lbl.grid(column=0, row=0)
```

```
lbl_speed = Label(window, font=("Arial Bold", 15), state="disabled")
```

```
lbl_speed.place(x=200, y=30)
```

```
txt_inp = Entry(window, width=10, font=("Arial Bold", 15))
```

```
txt_inp.grid(column=1, row=0)
```

```
txt_inp.focus()
```

```
btn_dyn = Button(window, text="Динамический\ncрасчёт", font=("Arial  
Bold", 15), command=dyn_clicked)
```

```
btn_dyn.place(x=5, y=30)
```

```
btn_kin = Button(window, text="Кинематический\ncрасчёт", font=("Arial  
Bold", 15), command=kin_clicked)
```

```
btn_kin.place(x=5, y=100)
```

```
window.protocol("WM_DELETE_WINDOW", close)
```

```
window.mainloop()
```

## **10. Список литературы**

- Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики: Учеб. для втузов.-10-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1986.