# Optimisation

**Exercice 1**
*Considérons le problème suivant :*

$$\max z = 4x_1 + 3x_2$$

*avec les contraintes*

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 & \leq & 4 \\ x_1 + 2x_2 & \leq & 6 \\ -x_1 + 6x_2 & \geq & 6 \\ x_1, x_2 & \geq & 0 \end{cases}$$

1. *Représenter graphiquement les contraintes et résoudre par la méthode graphique.*
2. *Déterminer par la même méthode la solution du problème de minimisation*

$$\max z = 4x_1 + 3x_2$$

*avec les mêmes contraintes.*

**Exercice 2**
*On considère le problème suivant*

$$\min z = -2x_1 - x_2$$

*avec les contraintes*

$$\begin{cases} x_1 + x_2 & \leq & 5 \\ 2x_1 + 3x_2 & \leq & 12 \\ x_1 & \geq & 4 \\ x_1, x_2 & \geq & 0 \end{cases}$$

1. *Transformer ce problème en un problème de maximisation.*
2. *Résoudre le problème par la méthode graphique.*

**Exercice 3**
*Deux concessionnaires automobiles passent des commandes de voitures neuves auprès de la compagnie. Les demandes sont fournies par le tableau suivant :*

| | Nombre d'autos |
|---|---|
| Concessionnaire I | 40 |
| Concessionnaire II | 60 |

*La compagnie possède deux usines situées dans des villes différentes. La première usine a en stock* 80 *automobiles tandis que la deuxième dispose de* 100 *automobiles. Les coûts de transport pour acheminer une automobile vers les concessionnaires sont donnés par le tableau suivant : Il s'agit de déterminer le nombre*

| | concessionnaire I | concessionnaire II |
|---|---|---|
| usine I | 20€ | 30€ |
| usine I | 30€ | 50€ |

*de voitures expédiées des usines vers les concessionnaires tout en minimisant les coûts de transport.*

1. *Mettre ce problème sous forme mathématique, en identifiant clairement les variables du problème.*
2. *Résoudre le problème ci-dessus par la méthode graphique.*

**Exercice 4**
*L'entreprise Mecanex fabrique trois produits $P_1$, $P_2$ et $P_3$ et pour ce faire utilise trois centres de fabrication. Les temps opératoires, en heures par unité, à chaque centre de fabrication sont les suivants : La contribution unitaire de chaque produit au bénéfice est la suivante :* 5 *euros pour $P_1$,* 3 *euros pour $P_2$ et* 4 *euros pour $P_3$.*

| | $P_1$ | $P_2$ | $P_3$ | temps disponible |
|---|---|---|---|---|
| Centre I | 4 | 2 | 4 | 80 heures |
| Centre II | 2 | 2 | 3 | 50 heures |
| Centre III | 1 | 3 | 2 | 40 heures |

1. *Formuler le problème mathématique.*
2. *Le résoudre par le simplexe.*
3. *Quel est le bénéfice maximum ? Est-ce que le centre II est pleinement utilisé ?*

**Exercice 5**

*Une entreprise peut fabriquer un même bien selon trois techniques différentes de production utilisant les services d'une même machine et de la main d'œuvre. Produire une unité de bien nécessite :*

— *0,5 heure de machine et 2 heures de main d'œuvre avec la première technique ;*
— *1,5 heure de machine et 1,5 heure de main d'œuvre pour la deuxième technique ;*
— *2 heures de machine et 0,5 heure de main d'œuvre pour la troisième technique.*

*On suppose que la capacité d'usinage de la machine est de 12 heures et que le nombre d'heures de travail disponibles est de 15 heures.*

*L'entreprise cherche à maximiser sa margE. Les marges unitaires sont de 3€, 4€ et 5€ selon que le bien est fabriqué à l'aide de la première, deuxième ou troisième technique.*

1. *Modéliser le problème.*
2. *Résoudre par la méthode du simplexe.*

**Exercice 6**

1. *Résoudre par la méthode graphique le problème suivant :*

$$\max z = x_1 + x_2$$

*avec les contraintes*

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 & \leq & 2 \\ x_1 + 3x_2 & \leq & 3 \\ x_1, x_2 & \geq & 0 \end{cases}$$

**Exercice 7**

*Résoudre par la méthode graphique le problème*

$$\min z = 2x_1 + x_2$$

*avec les contraintes*

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 & \leq & 6 \\ x_1 + 3x_2 & \geq & 3 \\ x_1, x_2 & \geq & 0 \end{cases}$$

**Exercice 8**

*Résoudre par la méthode du simplexe le problème*

$$\max z = 5x_1 + 6x_2 + 8x_3$$

*avec les contraintes*

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 & \leq & 65 \\ x_1 + 2x_2 + 4x_3 & \leq & 120 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 & \leq & 70 \\ x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{cases}$$

**Exercice 9**
*Résoudre par la méthode du simplexe le problème*

$$\min z = -2x_1 + 6x_2$$

*avec les contraintes*

$$\left\{\begin{array}{ccc} -x_1 + 2x_2 & \geq & 1 \\ 3x_1 & \leq & 5 \\ 2x_1 - 4x_2 & \leq & 3 \\ x_1, x_2 & \geq & 0 \end{array}\right.$$

**Exercice 10**
*Résoudre par la méthode du simplexe le problème*

$$\min z = 3x_1 + 4x_2 + 5x_3$$

*avec les contraintes*

$$\left\{\begin{array}{ccc} x_1 + 2x_2 + 3x_3 & \geq & 5 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 & \geq & 6 \\ x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}\right.$$