

## Практическое занятие № 3

### ЧИСЛЕННОЕ ИНТЕГРИРОВАНИЕ

#### *Задание для самостоятельного выполнения*

**Задача 1.** Для приближенного вычисления интеграла

$$I = \int_0^1 e^{-x^2} dx$$

используется составная формула трапеций. Получите оценку минимального числа узлов  $n$  данной квадратуры, которая гарантированно обеспечит нахождение значения интеграла  $I$  с точностью  $\varepsilon = 10^{-4}$ .

**Задача 2.** Построить квадратуру

$$\int_0^2 (x+1) f(x) dx \approx c_1 f(0) + c_2 f(x_2) + c_3 f(2),$$

точную для многочленов наиболее высокой степени.

**Задача 3.** Построить трехузловую квадратуру Чебышева для приближенного вычисления интеграла

$$I[f] = \int_{-1}^0 f(x) dx.$$

**Задача 4.** Построить квадратуру Гаусса с двумя узлами для приближенного вычисления интеграла

$$I[f] = \int_0^1 \sqrt{x} f(x) dx.$$

Задачу решить двумя способами: с явным построением необходимого ортогонального многочлена и с использованием соответствующей известной системы ортогональных многочленов.

**Задача 5.** Получить формулу для погрешности квадратуры

$$I[f] \equiv \int_{-1}^1 f(x) dx \approx \frac{1}{4} \left[ f(-1) + 3f\left(-\frac{1}{3}\right) + 3f\left(\frac{1}{3}\right) + f(1) \right] \equiv S_4[f]$$

при  $f(x) \in C^4[-1, 1]$ .