

Лабораторная работа № 4

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ ДИФФУЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ МЕТОДОМ НЕПРЕРЫВНЫХ СЛУЧАЙНЫХ БЛУЖДЕНИЙ

Цель работы: получить навык статистического моделирования диффузионных процессов методом случайных блужданий.

Задание на лабораторную работу

Рассматривается случайный процесс движения диффундирующей частицы на плоскости. В начальный момент времени частица находится в начале координат. Затем частица осуществляет «прыжок» на случайную величину l , подчиняющуюся заданному закону распределения с плотностью вероятности $f(l)$. Направление прыжка выбирается произвольно (равновероятно) из четырех возможных: влево, вправо, вверх или вниз. На следующем шаге процесс повторяется с новым случайным значением l . Частица должна выполнить N «прыжков». Весь процесс необходимо повторить для M частиц.

По результатам моделирования необходимо вычислить функции распределения частиц $P_N(x)$, $P_N(y)$ по двум координатным направлениям, и рассчитать значения

$$\langle x_N \rangle = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i, \quad \langle y_N \rangle = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M y_i, \quad \langle R_N \rangle = \sqrt{\langle x_N \rangle^2 + \langle y_N \rangle^2},$$

где (x_i, y_i) – координата i -й частицы ($i = 1, 2, \dots, M$) после N прыжков. Также вычисляются

$$\langle x_N^2 \rangle = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M x_i^2, \quad \langle y_N^2 \rangle = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M y_i^2$$

и

$$\langle \Delta x_N^2 \rangle = \langle x_N^2 \rangle - \langle x_N \rangle^2, \quad \langle \Delta y_N^2 \rangle = \langle y_N^2 \rangle - \langle y_N \rangle^2$$

как функции N . После этого находится средний квадрат полного смещения частиц

$$\langle \Delta R_N^2 \rangle = \langle \Delta x_N^2 \rangle + \langle \Delta y_N^2 \rangle.$$

Для больших значений N выполнить аппроксимацию этой величины степенной зависимостью

$$\langle \Delta R_N^2 \rangle \approx AN^\nu.$$

В зависимости от найденного значения показателя ν сделать вывод о близости асимптотического распределения к нормальному закону.

Все расчеты выполнить для значений функции плотности распределения вероятности длины прыжка, указанной в индивидуальном задании. При этом постоянная A находится из условия

$$\int_0^{\infty} f(l) dl = 1.$$

Для построения генератора случайных чисел, подчиняющихся заданной плотности распределения $f(l)$, использовать формулу

$$l = F^{-1}(r),$$

где r – равномерно распределенная на отрезке $[0,1]$ случайная величина и

$$F(l) = \int_0^l f(x) dx.$$

В-т	$f(l)$	В-т	$f(l)$	В-т	$f(l)$
1	$\frac{A}{(l+4)^3}$	5	$\frac{Al^2}{(l^3+1)^2}$	9	$\frac{A\sqrt{l}}{l^3+8}$
2	$\frac{1}{l^2+A^2}$	6	$\frac{A}{(l^2+4)^{3/2}}$	10	$\frac{A}{(l+1)^3}$
3	$\frac{Al}{(l^4+1)^{3/2}}$	7	$\frac{Al^2}{l^6+1}$	11	$\frac{A}{l^2+1}$
4	$\frac{Al}{(l+1)^{5/2}}$	8	$\frac{Al^{3/2}}{l^5+1}$	12	$\frac{A}{(l^2+1)^{3/2}}$

Отчетность

По результатам компьютерного моделирования процесса случайных блужданий частиц составить отчет по лабораторной работе, который должен содержать постановку решаемой задачи, примеры траекторий частиц для указанной в задании функции $f(l)$, результаты статической обработки данных компьютерного моделирования, гистограммы и графики найденных функций распределения, результаты аппроксимаций асимптотических значений среднего квадрата полного смещения частиц, анализ полученных результатов и выводы по работе.