Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
"Уфимский государственный авиационный технический университет"

Кафедра Высокопроизводительных вычислительных технологий и систем

Дисциплина: Математическое моделирование

Отчет по лабораторной работе № 4

Тема: «Моделирование явления перколяции»

Группа ПМ-453	Фамилия И.О.	Подпись	Дата	Оценка
Студент	Шамаев И.Р.			
Принял	Лукащук В.О.			

Уфа 2023

Цель: получить навык численного моделирования явлений перколяции.

Теоретическая часть

Перколяция – явление протекания вещества или энергии через неоднородную среду. Наиболее часто перколяция наблюдается при протекании (фильтрации) жидкости через пористую среду или при протекании электрического тока через неупорядоченную неоднородную среду, состоящую из смеси диэлектрика и проводника.

Для моделирования явления перколяции наиболее удобно использовать методы стохастического моделирования. В этом случае моделируемая неоднородная среда разбивается на элементарные ячейки, каждой из которой сопоставляется либо значение «1» (проводник, пора), либо значение «0» (диэлектрик, порода). При стохастическом моделировании значения расставляются случайным образом по следующему правилу. Для каждой ячейки среды генерируется случайная величина $s \in [0,1]$, подчиняющаяся равномерному закону распределения, которая сравнивается с некоторым заданным значением $p \in (0,1)$. При $s \geq p$ ячейке сопоставляется значение 0, иначе – значение 1.

Пусть моделируемая область является прямоугольной и интерес представляет протекание между верхней и нижней гранями. Если между гранями существует путь из 1, то говорят, что существует связной кластер. Минимальное значение p, при котором с заданной вероятностью возникает связной кластер, называется *порогом перколяции*.

Постановка задачи

Сгенерировать серии квадратных решеточных областей размером $L \times L$ для $L = 8, 16, 32, 64, 128, 256$. Для каждого размера определить порог протекания и количество кластеров. Построить графики зависимости этих величин от размера L и выполнить их аппроксимацию степенными зависимостями. Исследовать зависимость полученных результатов от величины параметра M (количество повторов опыта на одинаковой размерности).

Практическая часть

Результатом работы стала собранная статистика для квадратных решеток размеров $L \times L$, для $L = 8, 16, 32, 64, 128, 256$. Каждая решетка генерировалась определенное количество раз M, где $M = 10, 100, 1000$.

Рис.1. Матрица, визуализация матрицы и проход по ней воды.

Для каждой размерности подсчитано количество образовавшихся кластеров и минимальный порог протекания.

M	**10**		**100**		**1000**	
L	Порог протекания	Количество кластеров	Порог протекания	Количество кластеров	Порог протекания	Количество кластеров
8	0,489	2	0,62	1	0,719	1
16	0,447	2	0,537	1	0,593	3
32	0,42	5	0,484	2	0,524	3
64	0,411	7	0,451	7	0,47	6
128	0,404	12	0,429	16	0,441	12
256	0,391	16	0,407	21	0,416	19

Для анализа полученных данных были построены графики зависимостей порога протекания от размерности сетки и количества образовавшихся кластеров от размерности сетки для заданного количества повторов.

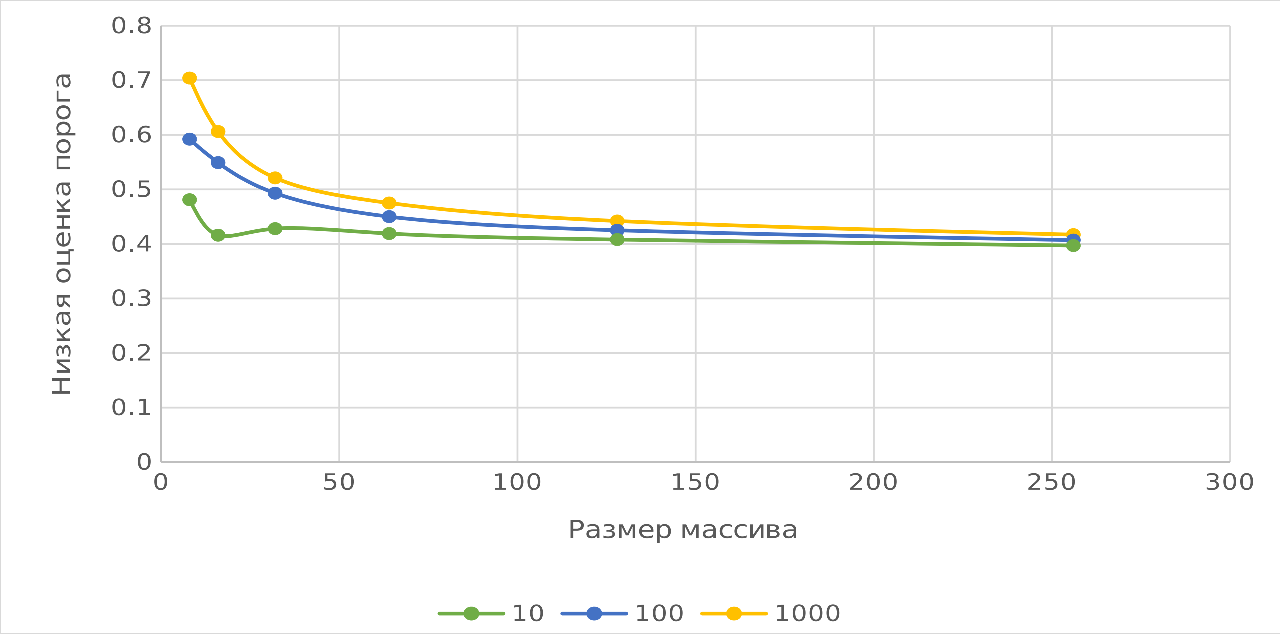


Рис. 2. Графики зависимостей порогов протекания от размера решетки

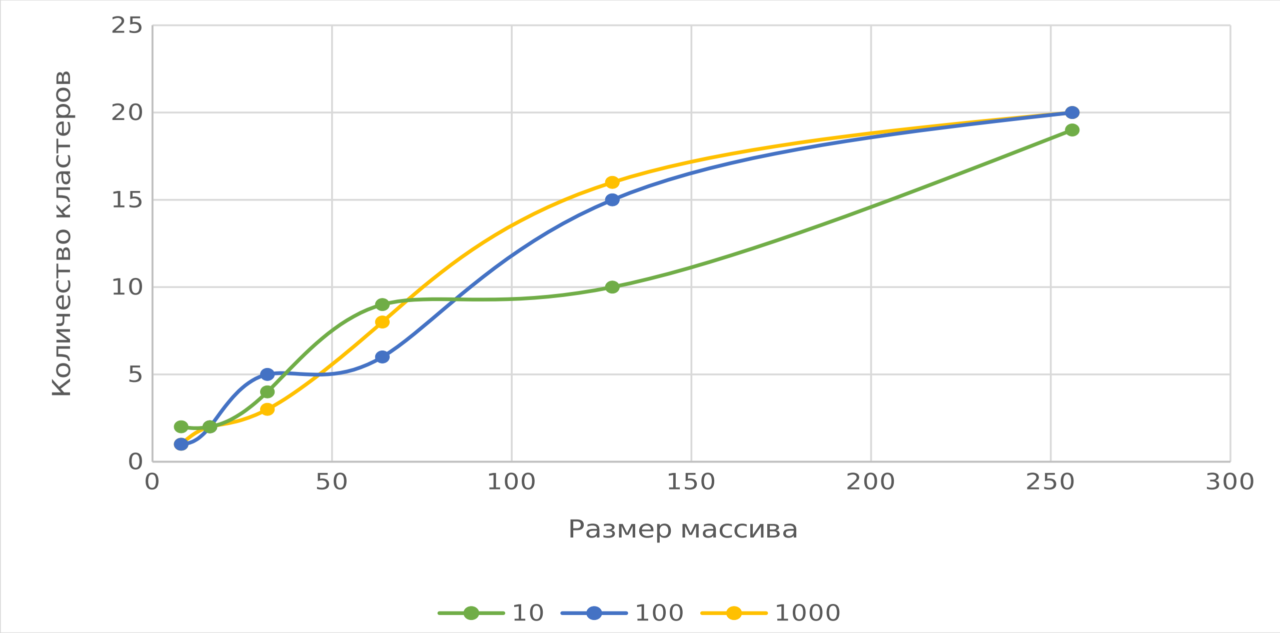


Рис. 3. Графики зависимостей количества кластеров от размера решетки

Сделаем аппроксимацию полученных зависимостей методом МНК.

Рассмотрим зависимости порога протекания.

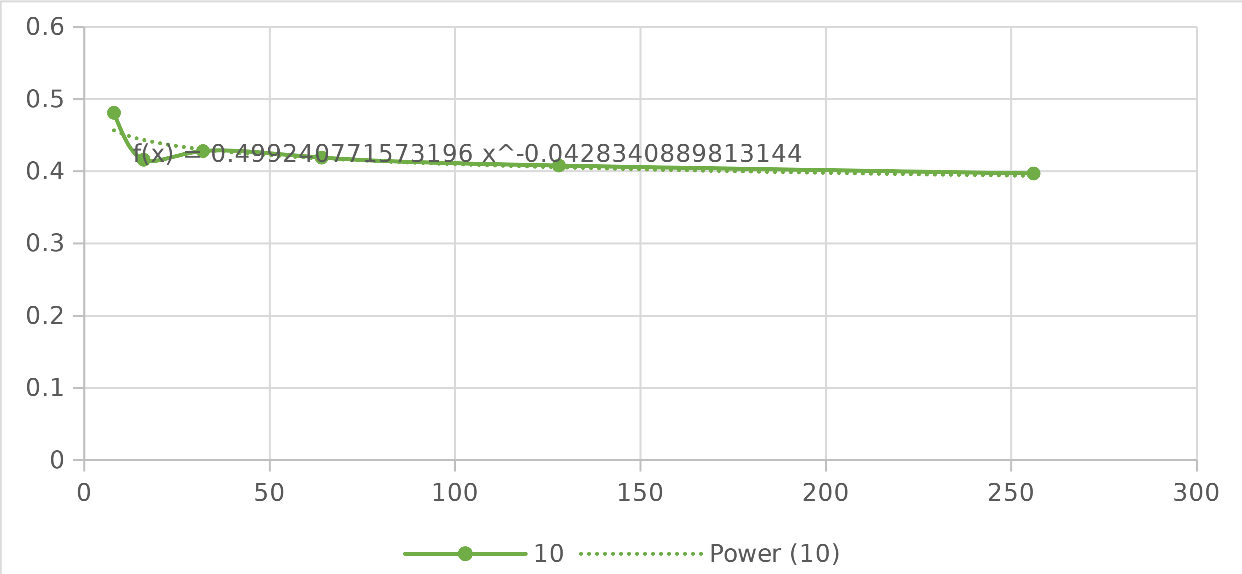
$M = 10$:

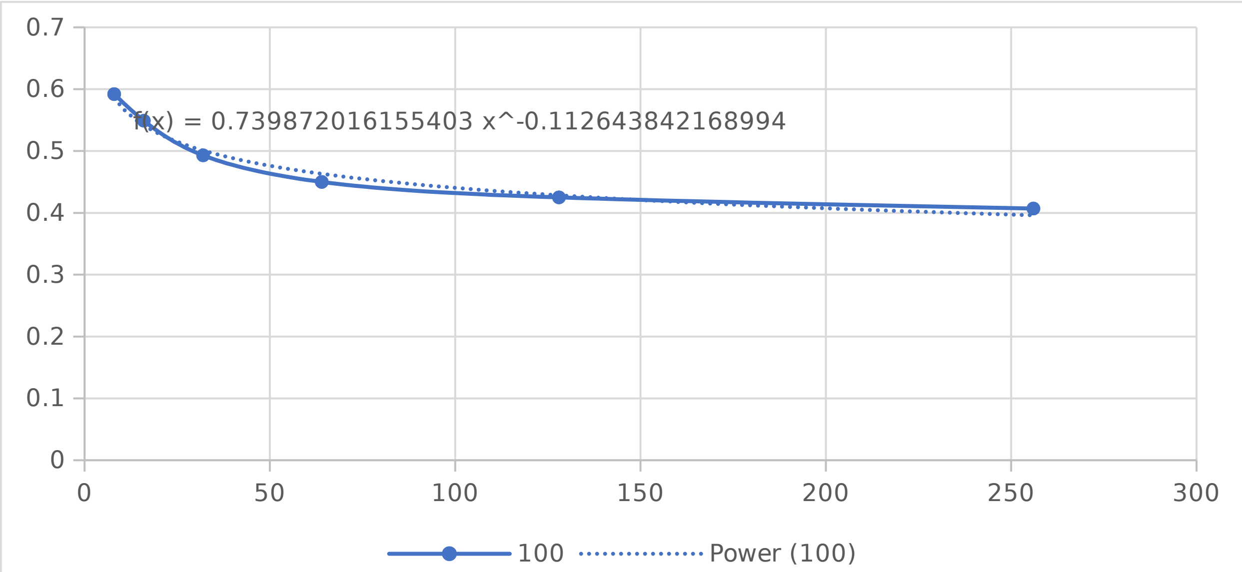
$$y = 0.9215 \cdot x^{-0.151}$$

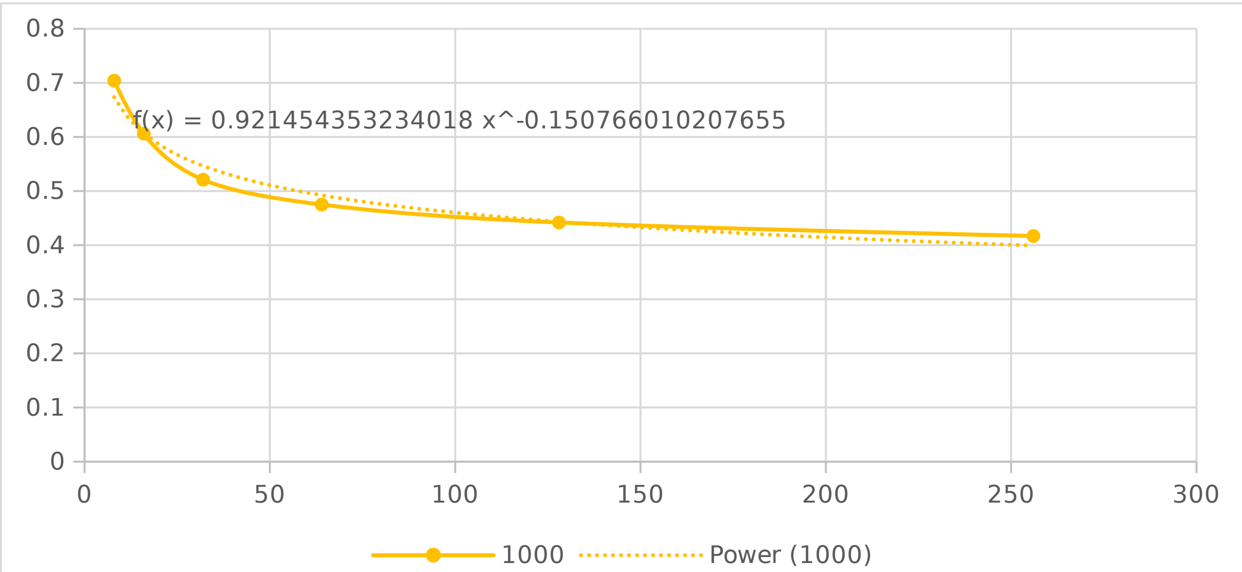
$M = 100$:

$$y = 0.7399 \cdot x^{-0.113}$$

$M = 1000$: $y = 0.4992 \cdot x^{-0.043}$


0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
50
100
150
200
250
300
f(x) = 0.499240771573196 x^-0.0428340889813144
10
Power (10)


0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
50
100
150
200
250
300
f(x) = 0.739872016155403 x^-0.112643842168994
100
Power (100)


0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0
50
100
150
200
250
300
f(x) = 0.921454353234018 x^-0.150766010207655
1000
Power (1000)

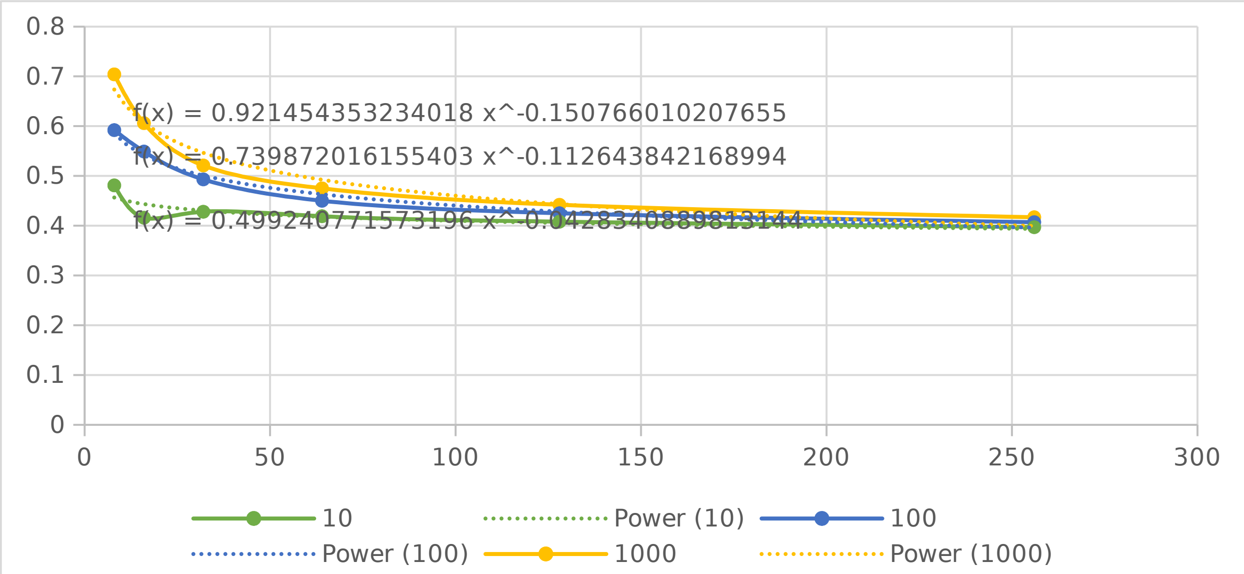


Рис. 4. График аппроксимации зависимостей степенными функциями

Сделаем аппроксимацию зависимостей количества кластеров от размера решетки.

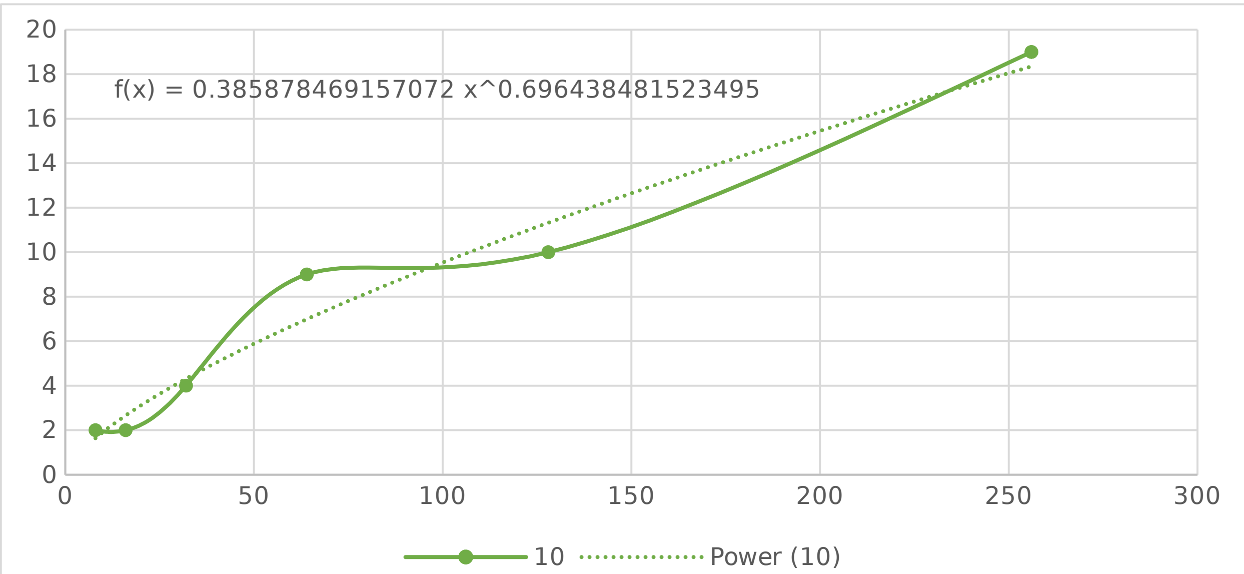
$M = 10$:

$$y = 0.1523 \cdot x^{0.915}$$

$M = 100$:

$$y = 0.1828 \cdot x^{0.8741}$$

$M = 1000$: $y = 0.3859 \cdot x^{0.6964}$



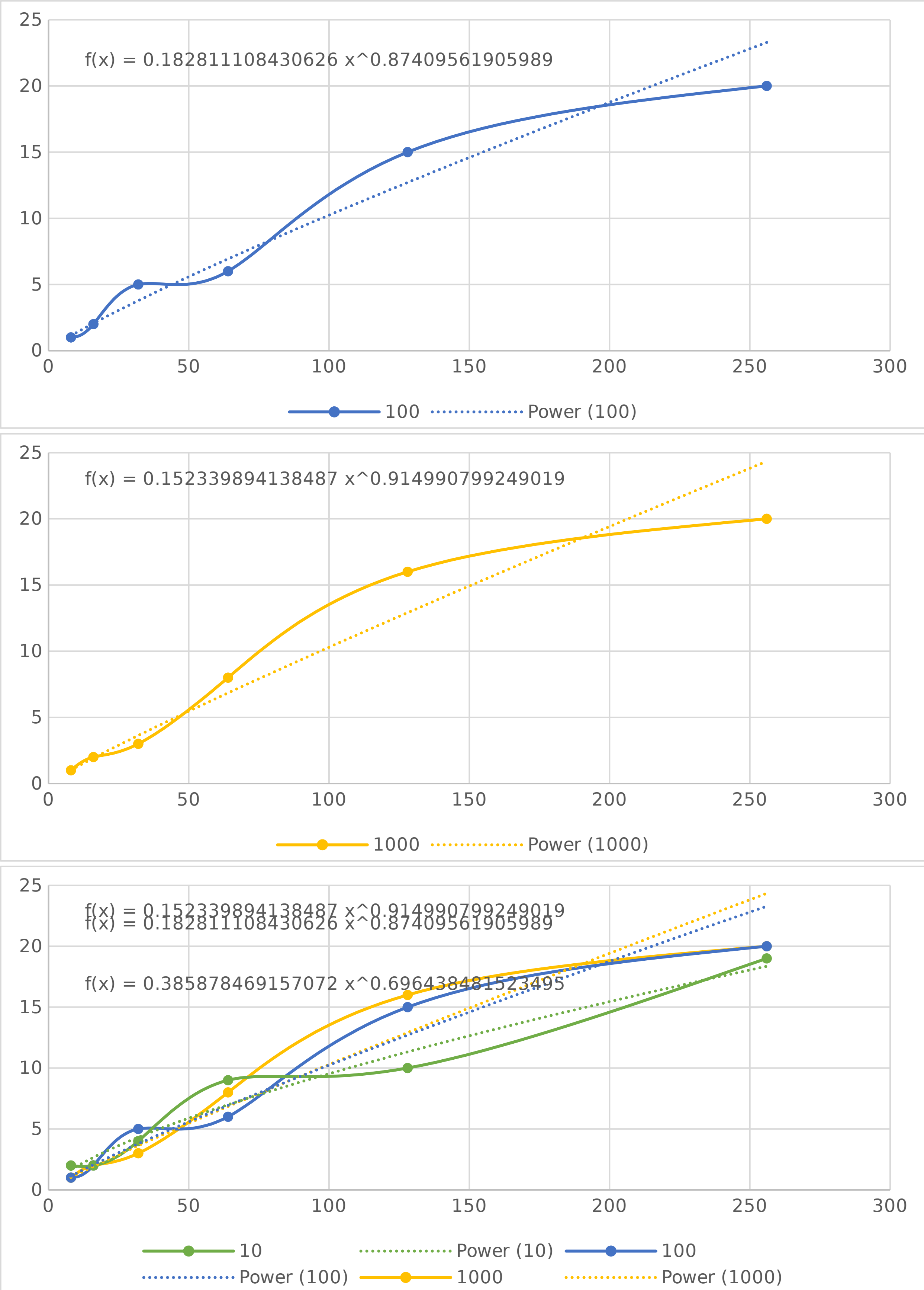


Рис. 5. Графики аппроксимации зависимостей кластеров степенными функциями

Вывод: была выявлена зависимость порога протекания и количества кластеров от размера моделируемой области для различного количества повторов эксперимента. Выяснено, что с увеличением размера области, порог протекания уменьшается, а количество кластеров увеличивается. При увеличении количества повторов порог протекания увеличивается, как и количество кластеров. Это дает более точную аппроксимацию исходной зависимости между исследуемыми данными.