

Лабораторная работа №4

Линейное целочисленное программирование

Цель работы

Приобрести практические навыки решения задач линейного целочисленного программирования методом Гомори.

Теоретическая часть

Рассмотрим задачу поиска максимума функции $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \sum_{i=1}^n c_i x_i \rightarrow \max \quad (1)$$

при следующих ограничениях:

$$\sum_{i=1}^n a_{ij}^i x_i \leq b_j, \quad j = 1, \dots, m, \quad (2)$$

$$x_i \geq 0, \quad x_i \in \mathbb{Z}^n, \quad i = 1, \dots, n. \quad (3)$$

Отметим, что ограничение $x_i \in \mathbb{Z}^n$ может быть установлено не для всех переменных.

Алгоритм решения задач программирования методом Гомори

1. Преобразовать ограничения (2) к целочисленному виду, например, умножив все ограничения на 10, 100, ...
2. Решить задачу линейного программирования симплекс методом. Если $x \in \mathbb{Z}^n$, то решение получено (если обнаружилась неразрешимость задачи, то неразрешима и задача целочисленного программирования). В противном случае перейти к следующему шагу.
3. К ограничениям задачи добавляем новое ограничение, обладающее следующими свойствами:
 - ограничение линейное;
 - отсекает найденное нецелочисленное оптимальное решение;
 - не отсекает ни одного целочисленного решения.

Выбираем в оптимальной таблице нецелую переменную x_i с максимальной дробной частью $\{x_i\}$. По соответствующей этой переменной строке в симплексной таблице строим ограничение Гомори

$$\{x_i\} = \sum_{j \in \text{НБ}} \{a_i^j\} x_j - g^*, \quad g^* \geq 0,$$

g^* — новая переменная, НБ — небазисные переменные.

4. Расширить оптимальную таблицу на одну строку и один столбец, записав в нее дополнительное ограничение.
5. Выбрать за дополнительную базисную переменную ту переменную из числа старых небазисных, которой соответствует наименьшая оценка $\Delta_j > 0$, и перейти к шагу 2.

Порядок выполнения работы

1. Ознакомиться с постановкой задачи, определяемой вариантом задания к лабораторной работе.
2. При выполнении задания необходимо предусмотреть:
 - переменные по выпуску продукции каждого вида;
 - ограничения по использованию сырого молока и по времени загрузки автоматизированных фасовочных линий;
 - другие ограничения и переменные согласно индивидуальным вариантам задания.
3. Решить задачу методом Гомори.
4. По завершении расчётов выполнить проверку правильности численного решения с использованием программных средств линейной оптимизации пакета Maple (Optimization, LPSolve).
5. По результатам выполненной лабораторной работы составить отчет, содержащий:
 - цель работы;
 - математическую запись задачи линейного программирования с указанием названий и единиц измерения переменных и ограничений;
 - решение поставленной задачи методом Гомори: привести запись ограничений в целочисленном виде, все симплексные таблицы (исходную, все промежуточные, заключительную), все дополнительные ограничения Гомори;

- оптимальное решение, оптимальное значение целевой функции и экономическую интерпретацию оптимального плана;
- ответы на контрольные вопросы, приведенные в задании.

Контрольные вопросы

1. Приведите основные этапы решения задачи линейного целочисленного программирования методом Гомори.
2. Приведите основные этапы решения задачи линейного программирования симплекс методом.

Задания к лабораторной работе

Решить задачу, согласно индивидуальному варианту задания к лабораторной работе №4, с дополнительным ограничением на решение задачи методом Гомори.

Дополнительное ограничение: количество выпускаемой продукции считается в упаковках

- пастеризованное молоко — 1 кг/упаковка;
- кефир, йогурт — 500 г/упаковка;
- сметана, творог — 200 г/упаковка;
- творожные сырки — 100 г/упаковка.