**Министерство науки и высшего образования РФ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**

**«Уфимский государственный авиационный технический университет»**

Кафедра Высокопр оизводительных вычислительных технологий и систем

**ОТЧЁТ**

к расчетно-графической работе по дисциплине

«Теория случайных процессов и математическая статистика»

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Группа ПМ-453 | Фамилия И.О. | Подпись | Дата | Оценка |
| Студент | Шамаев И.Р. |  |  |  |
| Принял | Маякова С.А. |  |  |  |

Уфа 2022

**Задание 1.**

Данные температур приведены за 1.08.2020 по 31.08.2020 (г. Бавлы)

Вариационный ряд дневных температур: 20, 23, 22, 19, 30, 32, 32, 17, 14, 18,21,20, 20, 16, 22, 15, 17, 12, 16, 18, 14, 16, 20, 23, 26, 25, 29, 29, 28, 22, 24

Максимальное значение: 32.

Минимальное значение: 12.

Таблица 1. Статистическое распределение для выборки дневных температур.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 12 | 1 | 17 | 2 | 21 | 1 | 25 | 1 | 30 | 1 |
| 14 | 2 | 18 | 2 | 22 | 3 | 26 | 1 | 32 | 2 |
| 15 | 1 | 19 | 1 | 23 | 2 | 28 | 1 |  |  |
| 16 | 3 | 20 | 4 | 24 | 1 | 29 | 2 |  |  |

Таблица 2. Распределение относительных частот.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 12 | 0,032 | 17 | 0,065 | 21 | 0,032 | 25 | 0,032 | 30 | 0,032 |
| 14 | 0,065 | 18 | 0,065 | 22 | 0,097 | 26 | 0,032 | 32 | 0,065 |
| 15 | 0,032 | 19 | 0,032 | 23 | 0,065 | 28 | 0,032 |  |  |
| 16 | 0,097 | 20 | 0,129 | 24 | 0,032 | 29 | 0,065 |  |  |

**Задание 2.**

Мода. .

Медиана. .

Размах варьирования. .

Построим эмпирическую функцию.

**Задание 3.**

Объем выборки: 31

*.*

*.*

*.*

*.*

*.*

*.*

*.*

*.*

*.*

*.*

*.*

*.*

*.*

*.*

*.*

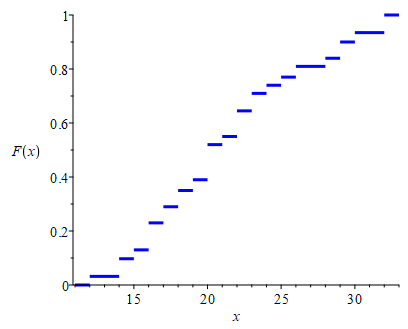
*.*

*.*

*.*

*.*

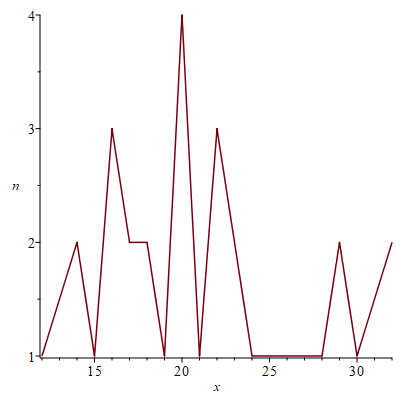
Эмпирическая функция распределения.



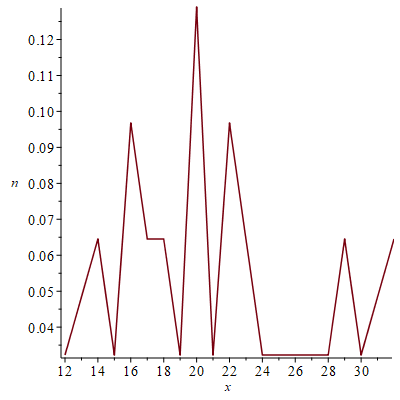
**Задание 4.**

Построим полигоны частот и относительных частот.

Полигон частот.



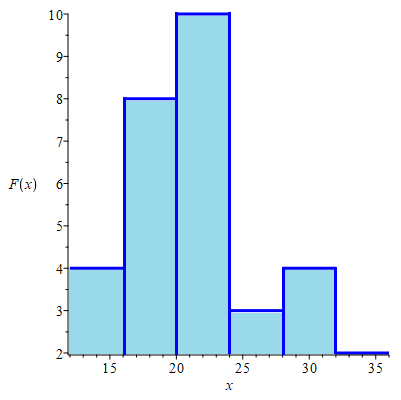
Полигон относительных частот.



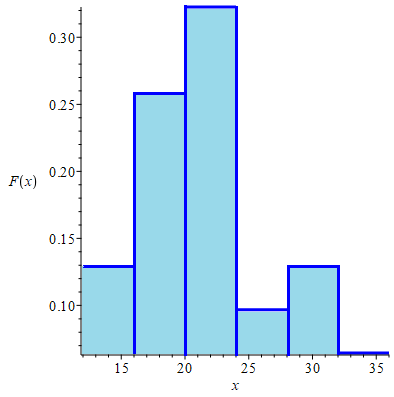
**Задание 5.**

Построим гистограммы частот и относительных частот для интервалов:

Гистограмма частот



Гистограмма относительных частот.



**Задание 6.**

Вариационный ряд ночных температур: 19, 20, 20 ,19, 18, 18, 18, 19, 19, 19, 20, 21, 20, 21, 20, 17, 18, 20, 18, 18, 17, 17, 15, 15, 17, 15, 15, 16, 14, 15, 13

Максимальное значение: 21.

Минимальное значение: 13.

Таблица 3. Статистическое распределение для выборки ночных температур.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
|  | 1 | 1 | 5 | 1 | 4 | 6 | 5 | 6 | 2 |

Таблица 4. Распределение относительных частот.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 |
|  | 0,032 | 0,032 | 0,161 | 0,032 | 0,129 | 0,194 | 0,161 | 0,194 | 0,065 |

**Задание 7.**

Для дневного ряда:

Выборочное среднее.

Выборочная дисперсия.

Исправленная дисперсия.

Среднее абсолютное отклонение.

Коэффициент вариации.

Для ночного ряда:

Выборочное среднее.

Выборочная дисперсия.

Исправленная дисперсия. 4,65

Среднее абсолютное отклонение.

Коэффициент вариации.

Днем рассеяние температур относительно выборочного среднего значения больше

**Задание 8**

Коэффициент корреляции.

**Задание 9**

Метод моментов.

*,*

*.*

Метод правдоподобия.

Условия экстремума

*,*

*,*

*,*

*,*

*,*

*.*

Оценки, полученные методами моментов и правдоподобия, равны.

**Задание 10**

Выборочная средняя = 21.29, “исправленное” среднее квадратическое отклонение s = 5.496,

,

Итак, с надежностью 0,95 неизвестный параметр а заключен в доверительном интервале

.

**Задание 11**

Основная гипотеза:

Альтернативная гипотеза:

Выберем для проверки гипотезы статистику:

В данной задаче . Распределением статистики

Z при справедливости является распределение Стьюдента S(n-1).

Таким образом, доверительная область G имеет вид

, и с уровнем доверия гипотеза выполняется.

**Задание 12**

Основная гипотеза:

Альтернативная гипотеза:

Выберем для проверки гипотезы статистику:

В данной задаче . Распределением статистики

Z при справедливости является распределение . Таким образом, доверительная область G имеет вид

, и с уровнем доверия гипотеза не выполняется.

**Задание 13**

Выборочное среднее для дневной температуры .

Выборочная дисперсия .

Вычислим гипотетические вероятности , попадания гауссовской СВ Х в интервалы по формуле ,

– середина интервала , ℎ - длина интервала.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 12-16 | 16-20 | 20-24 | 24-28 | 28-32 | 32-36 |
|  | 0,12 | 0,25 | 0,29 | 0,20 | 0,08 | 0,02 |
|  | 4 | 8 | 10 | 3 | 4 | 2 |

Вероятность попадания в интервал равна 0,042, в интервал - 0,042. Вычисляя реализацию z статистики Z, получим

При справедливости гипотезы статистика Z имеет распределение 𝜒2. Тогда критическая область имеет вид , а доверительная область 𝐺=[1,145;11,071].

Так как вычисленное по выборке значение статистики попадает в доверительную область, с вероятностью 0,95 можно утверждать, что дневная температура подчиняется нормальному распределению.

Так как дневная температура подчиняется нормальному распределению, эксцесс ,23117

Асимметрия .

**Задание 14**

Для проверки гипотезы воспользуемся критерием хи-квадрат.

Вычислим значение z по формуле,

где n = 31, s = 5, r = 6, – приведены в последнем столбце таблицы, а числа – в последней строке, получим 𝑧= 34,84447.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| День  Ночь | 12-16 | 16-20 | 20-24 | 24-28 | 28-32 | 32-36 | Сумма |
| 13-15 | 2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 2 |
| 15-17 | 1 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 6 |
| 17-19 | 1 | 5 | 1 | 1 | 2 | 0 | 10 |
| 19-21 | 0 | 3 | 3 | 2 | 1 | 2 | 11 |
| 21-23 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 |
| Сумма | 4 | 8 | 10 | 3 | 4 | 2 | 31 |

При справедливости гипотезы статистика Z имеет распределение хи-квадрат с числом степеней свободы . Тогда, если взять уровень доверия , а доверительный интервал .

Так как вычисленное по выборке значение статистики не попадает в доверительную область, то с вероятностью 0,95 гипотеза о независимости дневной и ночной температур отвергается.